



Hélvio de Farias Costa Peixoto

**Um Estudo do Método Fast Multipole para Problemas de
Elementos de Contorno**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Ney Augusto Dumont

Rio de Janeiro
Março de 2014

Hélvio de Farias Costa Peixoto

Um Estudo do Método Fast Multipole para Problemas de Elementos de Contorno

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Ney Augusto Dumont

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Antony Patrick Sinnappa Selvadurai

Department of Civil Eng. And Applied Mechanics – McGill University

Prof. Eduardo Toledo Lima Júnior

Universidade Federal de Alagoas

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 07 de março de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Hélvio de Farias Costa Peixoto

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Alagoas em 2011. Bolsista de Iniciação Científica CNPq de 2009 a 2011. Integrante do Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV/UFAL) de 2008 a 2010, e do Programa Especial de Capacitação Discente de 2010 a 2011. Bolsista FAPERJ Nota 10 em 2013.

Ficha Catalográfica

Peixoto, Hélvio de Farias Costa

Um estudo do método fast multipole para problemas de elementos de contorno / Hélvio de Farias Costa Peixoto ; orientador: Ney Augusto Dumont. – 2014.

63 f. il. (color.); 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Método fast multipole. 3. Elementos de contorno. 4. Métodos variacionais. I. Dumont, Ney Augusto. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Gostaria primeiramente de agradecer a meus pais por terem me apoiado quando da decisão de me mudar para outra cidade e também por todo o empenho que sempre tiveram em me dar a melhor educação possível.

Ao CNPq, à FAPERJ e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À minha irmã por sempre me mostrar qual caminho deveria trilhar.

A meus avós pela sabedoria transmitida, pelas longas conversas sobre difíceis decisões a serem tomadas, e por tornarem sua casa um porto seguro, onde o mundo parece ter um pouco mais de sentido.

À minha namorada Marília pelo companheirismo ao longo desses 6 anos, 2 dos quais distantes, e por compartilhar toda essa experiência do mestrado.

Aos tios Sara e Carlos, por me acolherem em sua casa como a um filho, e por todos os conselhos, conversas, e saladas.

A todos os meus tios e primos pela educação e carinho transmitidos durante minha vida. Gostaria ainda de fazer um agradecimento especial aos primos Rafael, Tatiana e Marina, por sempre estarem dispostos a discutir o andamento desse mestrado, e a dar bons conselhos.

Aos Dry, Pedro, Pedro e Celso, por me acompanharem em todas as minhas decisões desde a época de faculdade.

Aos Snakes, Patrick, Ítalo e Graci, pela amizade que formamos aqui no Rio.

Aos amigos Aline, Alline, Gabi, Bia, e Davi por terem se aventurado no Rio de Janeiro comigo e por sempre me receberem em sua casa de braços abertos.

Aos amigos Fábio, Davi, Hugo, Dudu, Samir, e Thiago por sempre estarem em contato, e pela disponibilidade nos momentos em que estive em Maceió.

Aos amigos Magno, Carlos, Luís, André, Wellington, e Elvis por todas as horas de estudo, churrascos, e discussões sobre dissertação na PUC.

Ao Prof. Ney, meu orientador, por todo o conhecimento e apoio transmitidos ao longo desse mestrado.

A todos os professores do curso de Engenharia Civil da PUC-Rio e da UFAL que de alguma forma contribuíram para minha formação.

Resumo

Peixoto, Hélvio de Farias Costa; Dumont, Ney Augusto. **Um Estudo do Método Fast Multipole para Problemas de Elementos de Contorno**. Rio de Janeiro, 2014. 63p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho faz parte de um projeto para a implementação de um programa que possa simular problemas com milhões de graus de liberdade em um computador pessoal. Para isto, combina-se o Método Fast Multipole (FMM) com o Método Exedito dos Elementos de Contorno (EBEM), além de serem utilizados resolvidores iterativos de sistemas de equações. O EBEM é especialmente vantajoso em problemas de complicada topologia, ou que usem funções fundamentais muito complexas. Neste trabalho apresenta-se uma formulação para o Método Fast Multipole (FMM) que pode ser usada para, virtualmente, qualquer função e também para contornos curvos, o que parece ser uma contribuição original. Esta formulação apresenta um formato mais compacto do que as já existentes na literatura, e também pode ser diretamente aplicada a diversos tipos de problemas praticamente sem modificação de sua estrutura básica. É apresentada a validação numérica da formulação proposta. Sua utilização em um contexto do EBEM permite que um programa prescindia de integrações sobre segmentos – mesmo curvos – do contorno quando estes estão distantes do ponto fonte.

Palavras-chave

Método Fast Multipole; elementos de contorno; métodos variacionais.

Abstract

Peixoto, Hélvio de Farias Costa; Dumont, Ney Augusto (Advisor). **A Study of the Fast Multipole Method Applied to Boundary Element Problems**. Rio de Janeiro, 2014. 63p. Msc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This is part of a larger project that aims to develop a program able to simulate problems with millions of degrees of freedom on a personal computer. The Fast Multipole Method (FMM) is combined with the Expedite Boundary Element Method (EBEM) for integration, in the project's final version, with iterative equations solvers. The EBEM is especially advantageous when applied to problems with complicated topology as well as in the case of highly complex fundamental solutions. In this work, a FMM formulation is proposed for the use with virtually any type of fundamental solution and considering curved boundaries, which seems to be an original contribution. This formulation presents a more compact format than the ones shown in the technical literature, and can be directly applied to different kinds of problems without the need of manipulation of its basic structure, being numerically validated for a few applications. Its application in the context of the EBEM leads to the straightforward implementation of higher-order elements for generally curved boundaries that dispenses integration when the boundary segment is relatively far from the source point.

Keywords

Fast Multipole Method; boundary elements; variational methods.

Sumário

1	Introdução	11
1.1.	Objetivos	12
1.2.	Estrutura	12
2	Método dos elementos de contorno (BEM)	14
2.1.	Demonstração do BEM	14
2.2.	Método híbrido dos elementos de contorno	18
2.3.	Método expedito dos elementos de contorno	20
3	Método Fast Multipole	22
3.1.	FMM para problemas de potencial 2D	23
3.1.1.	Expansões das soluções fundamentais	24
3.1.2.	Pseudo-algoritmo do FMM aplicado a problemas de potencial no BEM	27
4	FMM para soluções fundamentais genéricas definidas em \mathbb{C}	30
4.1.	Definições básicas	30
4.2.	Expansão da solução fundamental	31
4.3.	Sucessivas expansões	32
4.4.	Método Fast Multipole para uma função genérica (GFMM)	32
4.4.1.	Validação numérica	33
5	Aplicação do GFMM no BEM	38
5.1.	Implementação computacional	38
5.2.	Integração no GFMM	39
5.2.1.	Tabelas de integração para a matriz H	41
5.2.2.	Tabelas de integração para a matriz G	42
6	Conclusões e sugestões	43

6.1. Conclusões	43
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	44
7 Referências Bibliográficas	45
8 Apêndice 1	47
8.1. Algorithm	47
8.1.1. Input data	48
8.1.2. Output data	48
8.1.3. Preliminary evaluations for the algorithm	48
8.1.4. Execution line	49
8.1.5. Procedures referred to in the algorithm	50
8.2. Input data example	56
9 Apêndice 2	58
9.1. Algorithm	58
9.1.1. Procedure 1	58
9.1.2. Procedure 2	60
9.2. Tabelas para elementos lineares e quadráticos	61
9.2.1. Elementos Lineares	61
9.2.2. Elementos quadráticos	62

Lista de figuras

Figura 1 – Corpo elástico submetido a carregamentos. (OLIVEIRA, 2004)	15
Figura 2 – Pontos descritos em notação complexa e seus polos de expansão. (LIU, 2009)	24
Figura 3 – Estrutura hierárquica de células para um contorno discretizado com elementos constantes, (LIU, 2009).	28
Figura 4 – Exemplo de árvore de pontos e expansões.	34
Figura 5 – Erro do algoritmo proposto para problema de potencial, utilizando número variável de termos para a expansão (n), para os 14 pontos fonte da Figura 4.	35
Figura 6 – Estudo de convergência para as simulações do problema de potencial.	36
Figura 7 – Erro do algoritmo proposto para a função de Westergaard, utilizando número variável de termos para a expansão (n), para os 14 pontos fonte da Figura 4.	37
Figura 8 – Estudo de convergência para as simulações do problema de Westergaard.	37
Figura 9 – Elemento isoparamétrico cúbico e o polo de expansão z_c .	41