

5 O TRIÂNGULO DE MORLEY

O matemático britânico Frank Morley (1860-1937), membro da *American Mathematical Society*¹, instituição da qual foi presidente no período entre 1919 e 1920, desenvolveu estudos em Geometria e Álgebra. Em 1899 conjecturou a respeito do triângulo equilátero cujos vértices são obtidos a partir da intersecção de trissetrizes adjacentes dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Tal conjectura permaneceu durante alguns anos como curiosidade matemática até que algumas demonstrações pudessem confirmá-la como teorema.

“Em qualquer triângulo, os três pontos de intersecção das trissetrizes adjacentes formam sempre um triângulo equilátero.”

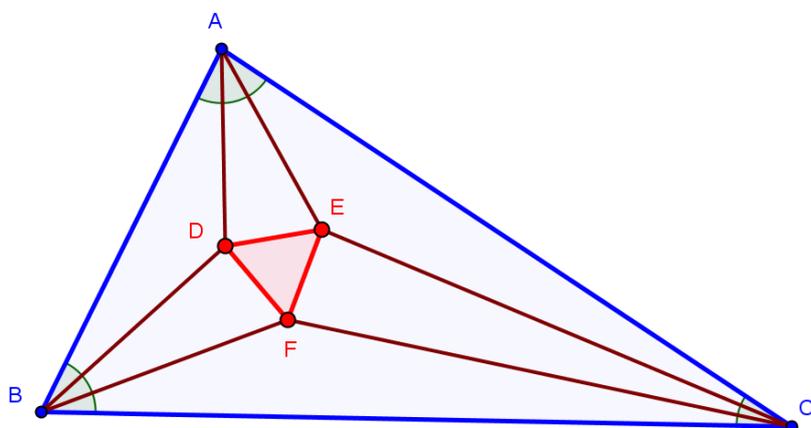


Figura 17: Triângulo de Morley

O triângulo de Morley, em sua primeira versão apenas considerava trissetrizes internas de ângulos de um triângulo. Porém, hoje existem diversas generalizações que utilizam ângulos externos e até mesmo extensões a outros polígonos.

¹ Sociedade Americana de Matemática: associação de matemáticos profissionais dedicados à pesquisa e ao ensino de Matemática, de maneira análoga à SBM (Sociedade Brasileira de Matemática).

A construção desse triângulo apenas com régua não graduada e compasso não é possível, tendo em vista a trissecção dos ângulos já citada anteriormente. Porém, a prova do teorema não tardou por esse motivo. A dificuldade na construção servia muito mais como desculpa do que propriamente como entrave.

Na concepção mais completa, as seis trissetrizes se intersectam em doze pontos distintos. Perceber a formação de um triângulo equilátero com vértices em apenas três não é tão simples quanto pode parecer.

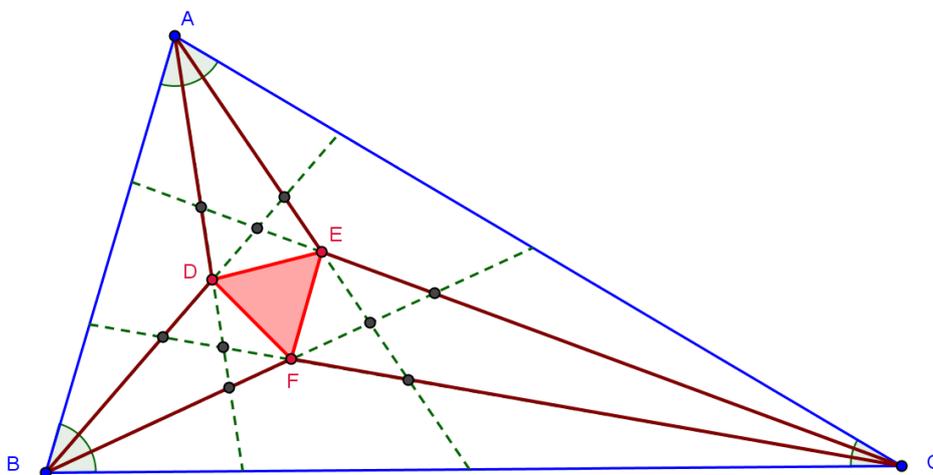


Figura 18: Os doze pontos de intersecção da trissetrizes de Morley.

A construção do triângulo de Morley com a utilização do GeoGebra está descrita no APÊNDICE II. Inegavelmente, a utilização do recurso computacional facilita não só a construção, mas principalmente a visualização.

Mas, mesmo antes de serem conhecidos os recursos computacionais, já havia diversas demonstrações. Uma das mais completas sob o ponto de vista geométrico trata das propriedades de ângulos formados entre retas paralelas e transversais, congruência de figuras planas, inscrição em uma circunferência e muito outros conceitos e propriedades costumeiramente tratados em aulas de Geometria.

O avanço da Geometria Analítica, criando a possibilidade da construção em um sistema de coordenadas retangulares foi um dos fatores preponderantes para a descoberta de novas relações entre as medidas dos lados e dos ângulos do triângulo. Determinar as equações das trissetrizes e seus pontos de intersecção

podia até não ser tarefa simples, mas se apresentava como uma boa estratégia para chegar à prova.

A utilização da Trigonometria ratificou as demonstrações já existentes. Assim, aplicando-se algumas identidades, transformações trigonométricas, as leis dos senos e dos cossenos chega-se a uma prova que possibilita resgatar conteúdos do Ensino Médio, porém com maior profundidade.

No próximo capítulo foi destacada a aplicação do Teorema de Morley em uma questão olímpica e, logo depois, algumas demonstrações são apresentadas, enfatizando a possibilidade de aplicação no Ensino Básico.