

4

CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DO ENSINO DE GEOMETRIA

4.1. O pensar geométrico e a resolução de problemas

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. [1]

Resolver problemas é uma atividade inerente a qualquer estudo em Matemática. Seja para compreender melhor o mundo, desenvolver técnicas para contar ou medir, fazer inferências, modelar fenômenos, subsidiar pesquisas em outros ramos das ciências e, inegavelmente, pelo prazer de vencer desafios.

“[...] o verdadeiro prazer em estudar Matemática é o sentimento de alegria que vem da resolução de um problema, quanto mais difícil um problema, maior a satisfação.” (Thomas Butts, apud [7], p.15).

Polya [10], afirma que resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. A resolução de problemas é a realização específica da inteligência, dom específico do ser humano. Por esse motivo, todo professor de Matemática tem como primeira obrigação fazer o máximo possível para desenvolver em seus alunos a habilidade de resolver problemas. Mas não se pode ensinar o que não se aprendeu.

Os dez mandamentos de Polya para professores citados em palestras e artigos do emérito professor Elon Lages Lima [9] são:

1. Tenha interesse por sua matéria.
2. Conheça sua matéria.
3. Procure ler o semblante dos seus alunos; procure enxergar suas expectativas e suas dificuldades; ponha-se no lugar deles.
4. Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é descobri-la você mesmo.

5. Dê aos seus alunos não apenas informação, mas *know-how*, atitudes mentais, o hábito de trabalho metódico.
6. Faça-os aprender a dar palpites.
7. Faça-os aprender a demonstrar.
8. Busque, no problema que está abordando, aspectos que possam ser úteis nos problemas que virão - procure descobrir o modelo geral que está por trás da presente situação concreta.
9. Não desvende o segredo de uma vez - deixe os alunos darem palpites antes - deixe-os descobrir por si próprios, na medida do possível.
10. Sugira; não os faça engolir à força.

À luz desses mandamentos cuja aplicação serve para qualquer situação de ensino, o professor de Matemática deve orientar sua prática docente motivando-se para motivar seus alunos. Implementando uma aprendizagem dinâmica, sem contentar-se com atitudes passivas. Valorizar o trabalho metódico, sem dar respostas prontas, aceitar sugestões e buscar em cada problema aspectos que possam ser úteis em outras situações, fomentam a autonomia intelectual.

Os problemas de Geometria não se traduzem apenas na descoberta de um valor que atenda à proposta de um enunciado. Muito antes disso é preciso conceber a figura, reconhecer suas características, interpretar suas propriedades, enfim, uma sequência de raciocínios que pode até não ser percebida, mas é certamente necessária. Além do mais, o processo de construção das figuras antes e durante a resolução do problema, já evidencia a utilização de técnicas e habilidades, estabelecendo relações entre formas e medidas capazes de solucionar a questão. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais [10], ensinar Geometria no Ensino Médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos.

Para compreender melhor as dificuldades apresentadas pelos alunos, o casal de holandeses, Pierre e Dina van Hiele (apud [11]), realizou estudos no sentido de classificar a aprendizagem de Geometria em cinco diferentes níveis. A identificação do nível correspondente ao desenvolvimento apresentado pelo aluno e subsidia o planejamento da atividade docente, visando facilitar a transição de um nível para o outro.

Na tabela a seguir, é feita uma descrição sucinta das habilidades adquiridas e características apresentadas em cada nível. A expectativa é que um aluno, ao terminar o Ensino Médio, tenha atingido o nível 4 dessa escala.

Nível	Habilidade	Características
1	Visualização	Reconhece visualmente uma figura geométrica, tem condições de aprender o vocabulário geométrico e ainda não reconhece as propriedades de uma determinada figura.
2	Análise	Identifica as propriedades de uma determinada figura, e não faz inclusão de classes.
3	Dedução Informal	Já é capaz de fazer a inclusão de classes, acompanhar uma prova informal, mas não é capaz de construir uma outra.
4	Dedução Formal	É capaz de fazer provas formais, e raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
5	Rigor	É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas. É neste nível que as geometrias não euclidianas são compreendidas.

Tabela 2: Teoria van Hiele

Outros pesquisadores argumentam que os níveis de van Hiele não são discretos, e sim, contínuos. Por isso sugerem dividir em níveis a aquisição dos conceitos, propondo uma hierarquia resultante de avaliações. No entanto, as discussões a respeito de avaliação fogem ao escopo deste trabalho.

4.2. Problemas de Geometria pouco geométricos

É comum encontrarmos, no cotidiano escolar, listas e mais listas de exercícios de Geometria nas quais o menos importante é o conhecimento geométrico de fato. Na maioria das vezes há uma exaustiva repetição de aplicações de fórmulas em detrimento de uma verdadeira análise de propriedades geométricas, visualização de particularidades das figuras e, principalmente a construção de elementos auxiliares, responsáveis por algumas resoluções brilhantes, de alto teor geométrico, pouco cálculo e livre do algebrismo.

Uma prática pedagógica que privilegia apenas alguns temas matemáticos em detrimento de outros certamente trará graves consequências para a construção dos saberes matemáticos pelos alunos.[24]

Um bom exemplo disso ocorre nas aulas iniciais sobre aplicações do Teorema de Pitágoras. Elas se transformam em uma repetitiva, e por vezes exaustiva, resolução de equações. Inicialmente são dadas as medidas dos catetos para cálculo da medida da hipotenusa e, em seguida, as medidas de um cateto e da hipotenusa para que seja determinada a medida do outro cateto. Na fase seguinte desse “treinamento”, as medidas dos lados do triângulo retângulo são dadas na forma de expressões algébricas e se faz necessário um grande esforço para aplicar a fórmula, desenvolver os produtos notáveis, resolver uma equação (geralmente do 2º grau), determinar a incógnita, verificar se a solução da equação atende às condições iniciais do problema.

Por vezes, essa última etapa fica sem o merecido destaque pelo desgaste do aluno. O momento de análise das propriedades geométricas, da condição de existência da figura e a consolidação geométrica do problema são deixados de lado e a atenção maior é dada à parte algébrica.

A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta.[10]

É indiscutível a importância do algebrismo na resolução. O que se questiona aqui é o desvio do foco geométrico. Questões de Geometria com muitos cálculos costumam desmotivar boa parte dos alunos que até demonstram interesse, principalmente quando a plasticidade das figuras é atrativa, mas ficam frustrados quando a parte geométrica é o menos importante na resolução. Além disso, a simples memorização de fórmulas ou relações nem sempre indica o grau de compreensão: o que pode acontecer é a redução da essência do assunto a um nível inferior.

Mais uma vez o pragmatismo rouba a cena e mascara, através de resultados em avaliações pouco significativas, a realidade da construção do conhecimento por parte do aluno. Tornou-se uma rotina da prática docente a tentativa de mostrar todas as possíveis questões a serem contempladas nas avaliações e, por sua vez, os discentes muitas vezes conseguem lograr sucesso pela repetição exaustiva de modelos, sem a preocupação com questionamentos e muito menos com a busca de novos caminhos.

Não se trata de abandonar a tarefa metódica de fixar conteúdos através de uma sistemática dedicação aos estudos. Mas a aprendizagem em Matemática se

torna menos significativa quando se afasta do cunho investigativo, deixando de ser Ciência. Certamente esse é um dos motivos para o número de estudantes interessados em seguir carreira na Matemática ser cada vez menor.

4.3. A demonstração em Geometria

Não faz muito tempo que diversos livros didáticos do Ensino Fundamental deixavam a parte de Geometria para os últimos capítulos. Essa era a grande desculpa de alguns professores para não trabalharem esses conteúdos, deixando-os para o próximo período e definitivamente esquecendo deles no ano seguinte.

A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população. [24]

Mesmo atualmente quando, na maior parte dos livros didáticos, Geometria, Álgebra e Aritmética são trabalhadas ao longo de toda obra, a atenção dispensada às demonstrações geométricas ainda é pequena. A priorização no emprego de fórmulas na memorização e mecanização de processos ainda é bastante frequente.

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços.[10]

Intuitivamente, é possível abstrair algumas propriedades geométricas das figuras. Conjecturar a respeito delas já faz parte de um processo científico que só irá se completar após a consolidação do conhecimento. Sob esse aspecto, a demonstração formal é decisiva, confirmando a Matemática como base para todas as outras ciências exatas. Além disso, presta valiosos serviços em outras áreas do conhecimento.

O ensino de Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares.[10]

Para Fetissov [12], a Geometria apresenta três etapas de evolução ao longo da História: se inicia de forma subconsciente, passa por um estágio científico e atinge o ápice quando assume o caráter demonstrativo. A Geometria subconsciente é observada até mesmo nas noções mais básicas de ocupação territorial, comparação de distâncias, formas, áreas e volumes. Já a fase científica, se justifica pelo emprego de algum tipo de metodologia, se manifesta através de procedimentos empíricos, de ensaio e erro, como na Geometria dos egípcios e babilônios. Por fim, a fase demonstrativa surge na Geometria dos gregos se define a partir da construção axiomática proposta por Euclides, cuja compilação do conhecimento geométrico mais significativo acumulado até aquele momento, obedeceu a uma argumentação lógica de formalidade inusitada para a época.

A descoberta de geometrias não euclidianas na primeira metade do século XIX passou a exigir maior rigor nas demonstrações. Cada vez mais o caráter intuitivo cedeu lugar a uma construção axiomática, marcada pela preocupação com a formalização do discurso lógico.

No entanto, somente em 1899 o matemático alemão David Hilbert (1862-1943) publicou a primeira sistematização formal da Geometria. Na obra *Fundamentos de Geometria* o autor preenche as falhas lógicas de Euclides, evitando as armadilhas da intuição e construindo um sistema geométrico euclidiano grandemente aprimorado.

Assim, a demonstração de uma proposição geométrica tem por objetivo a comprovação de sua validade. Consiste, portanto, em um conjunto de raciocínios feitos a partir de axiomas e verdades já demonstradas anteriormente, fundamentando cada passo no sentido de se chegar a uma conclusão irrefutável. Deixa de lado o caráter indutivo, que leva a conclusões gerais por meio do exame de numerosos casos particulares e assume definitivamente o caráter dedutivo, pois verdades mais amplas passam a ser aplicadas a casos mais particulares.