

# 11

## Aplicação numérica 2D do MHECS e MEEC da EG

### 11.1. Propriedades Espectrais de $\mathbf{H}^*$

No gráfico seguinte mostra-se o exemplo que foi desenvolvido; trata-se de um sólido de 8 elementos quadráticos, 32 gdl clássicos e 48 gdl não-clássicos, 80 gdl em total, e foram rodados 16 exemplos com diferentes valores da constante constitutiva não-clássica  $g=\{0.01, 0.05, 0.10, 0.20\}$  e diferentes pontos de Gauss,  $NPG=\{4,6,8,12\}$ ; as restantes constantes constitutivas consideradas foram  $v=0.20$ ,  $\mu=1e3$ .

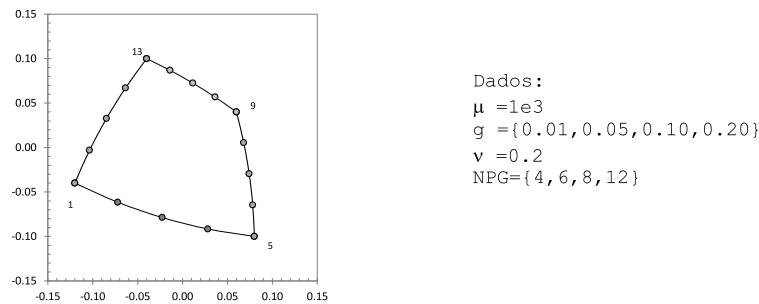


Figura 44. Sólido de 8 elementos quadráticos, 80 gdl=32 gdl clássicos + 48 gdl não-clássicos. Análise espectral desenvolvido para diferentes números de pontos de integração de Gauss, NPG, e g.

Na Figura 45 e a Figura 46 se apresentam as normas de erros das propriedades espetrais da matriz  $\mathbf{H}^*$

$$|\mathbf{H} \cdot \mathbf{W}| = \sqrt{\sum_m^{\text{gdl}} \left( \sum_n^{\text{gdl}} H_{mn} W_n \right)^2}, \text{ onde } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^* \\ \mathbf{H}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^A + \mathbf{H}^B & \mathbf{H}^C \\ \mathbf{H}^{AR} + \mathbf{H}^{BR} & \mathbf{H}^{CR} \end{bmatrix} \quad (11-1)$$

Também se apresenta o erros de cada uma das parcelas que compõe a matriz  $\mathbf{H}^*$  se mostra resultado para diferentes números de pontos de integração e a propriedade espectral de cada submatriz por separado e de forma global mantendo o mesmo comportamento explicado na seção anterior do MHEF.

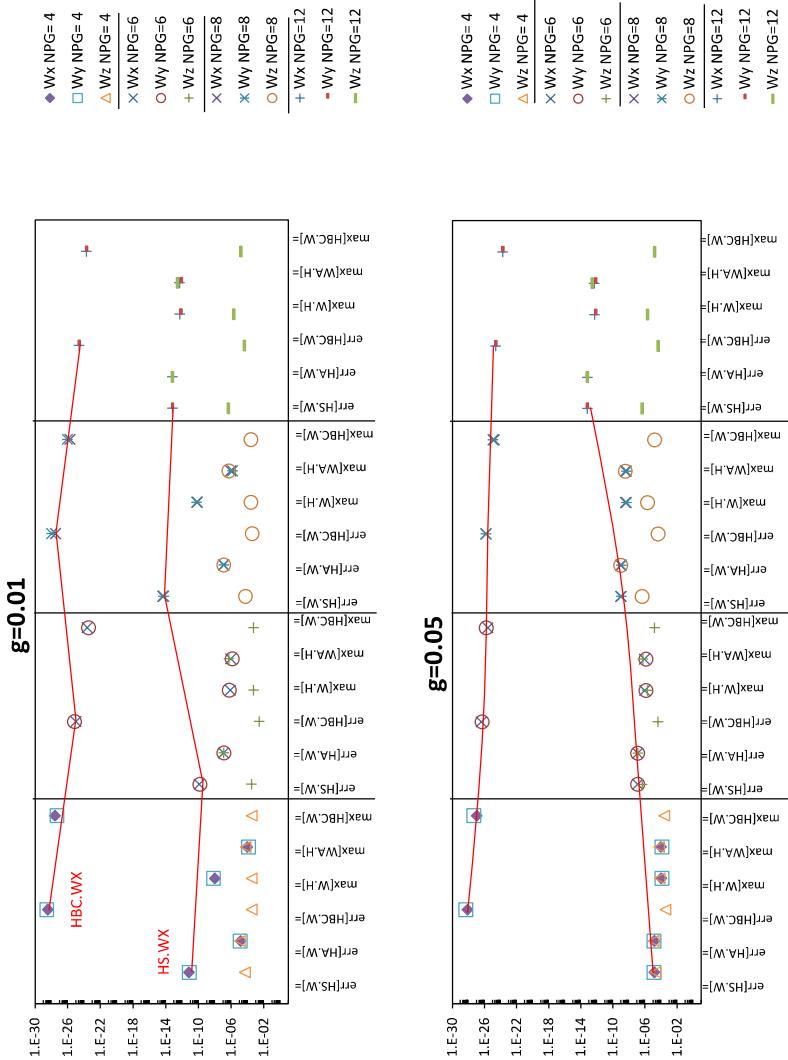


Figura 45. Propriedades espectrais da matriz  $H^*$  (HS) para diferentes valores de  $g$  e número de pontos de Gauss

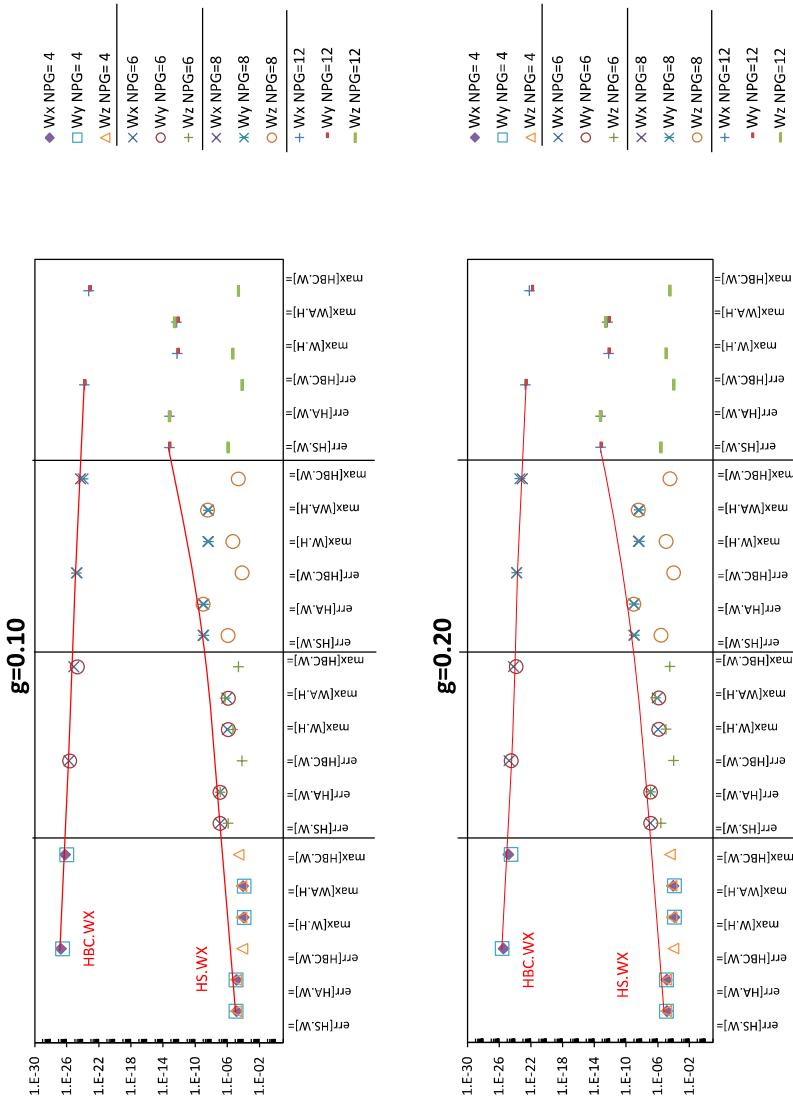


Figura 46. Propriedades espectrais da matriz  $H^*$  (HS) para diferentes valores de  $g$  e número de pontos de Gauss

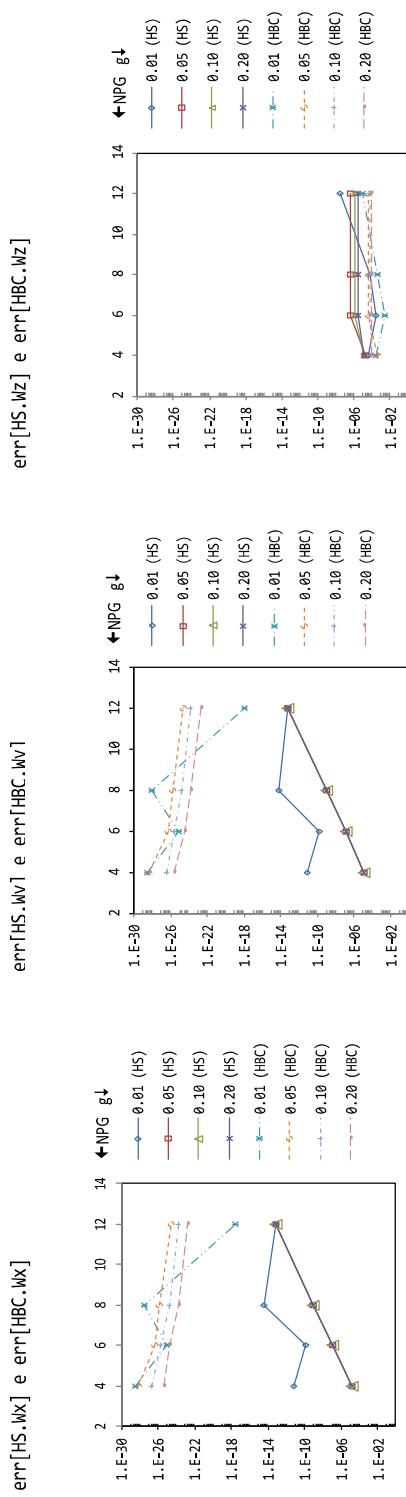


Figura 47. Erro de HS.W segundo os pontos de Gauss, NPG, usados na integração de HS e HBC= [HB | HC].

## 11.2. Análise Espectral de $H^R$

Do mesmo modo que o caso de  $H^*$  se apresenta as normas de erro de  $H^R$  onde se pode apreciar como aqui é preciso que todas as submatrizes participem de forma conjunta para satisfazer a propriedade espectral de maneira global. Especialmente atenção se deve dar aos deslocamentos de corpo rígido à rotação.

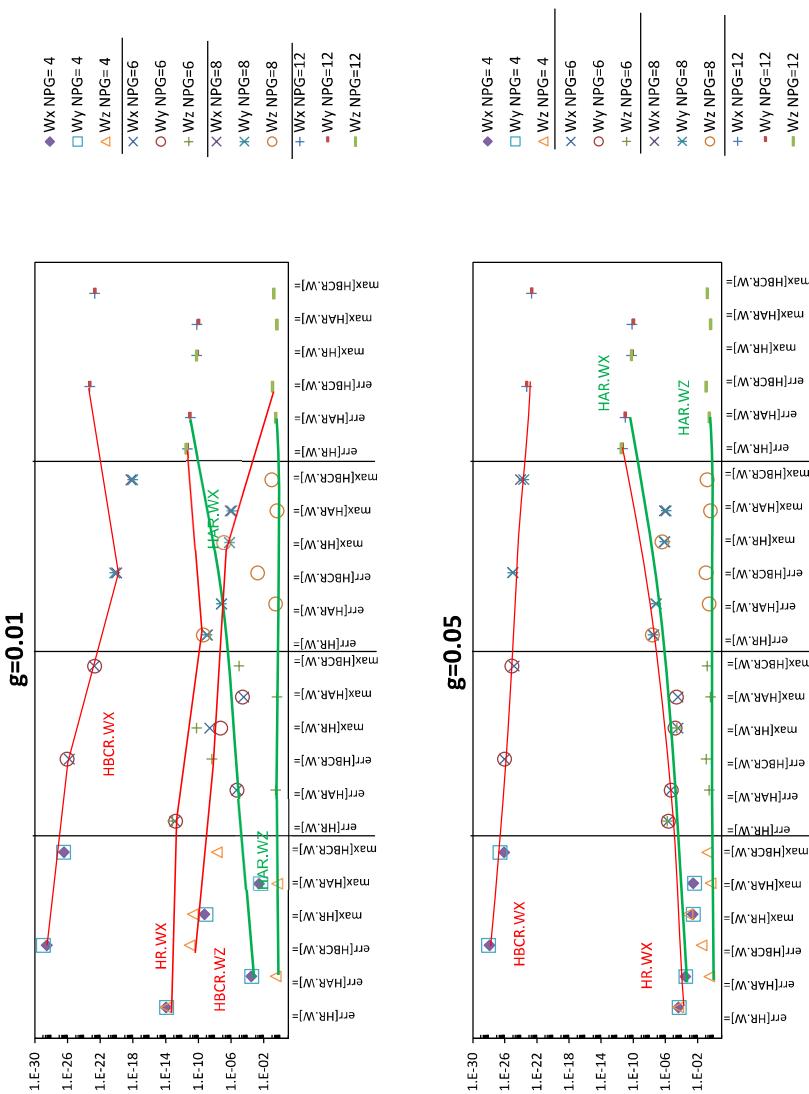


Figura 48. Propriedades espectrais da matriz  $HR$  para diferentes valores de  $g$  e número de pontos de Gauss. Também se mostra por separado  $HAR$  e  $HBCR=HBR+HCR$ .

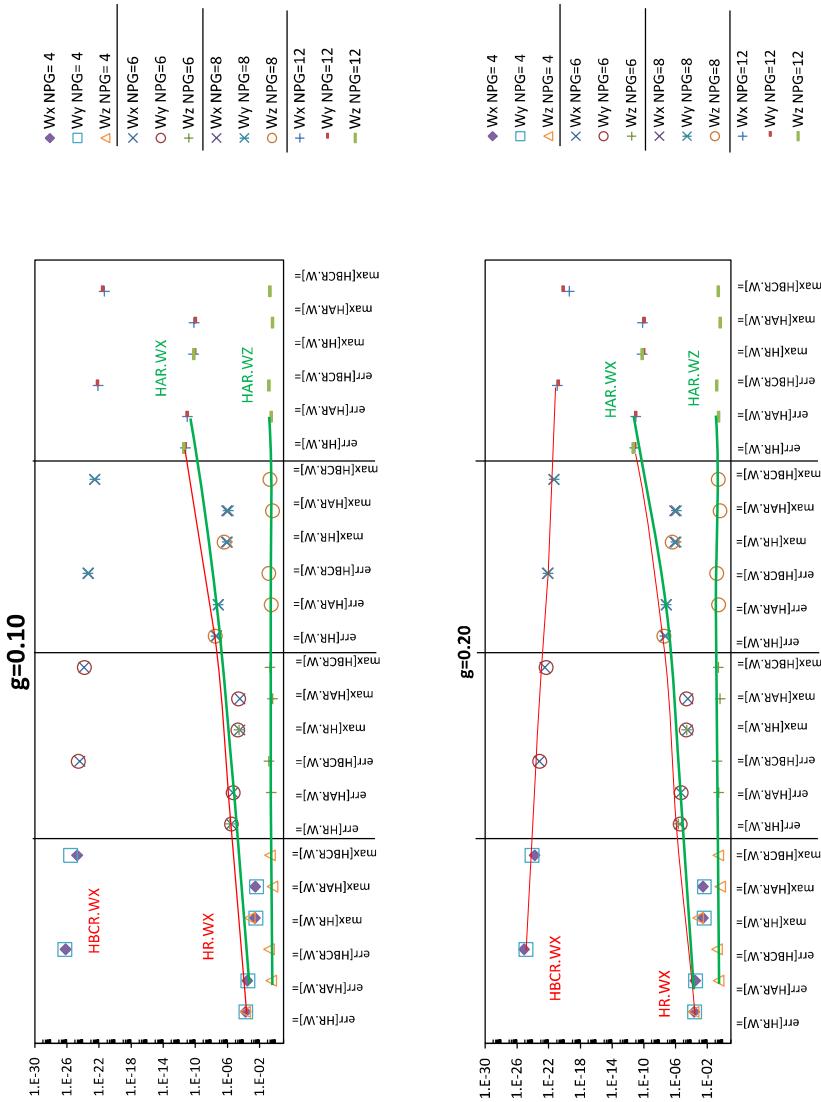


Figura 49. Propriedades espectrais da matriz HR para diferentes valores de  $g$  e número de pontos de Gauss. Também se mostra por separado HAR e HBCR=HBR+HCR.

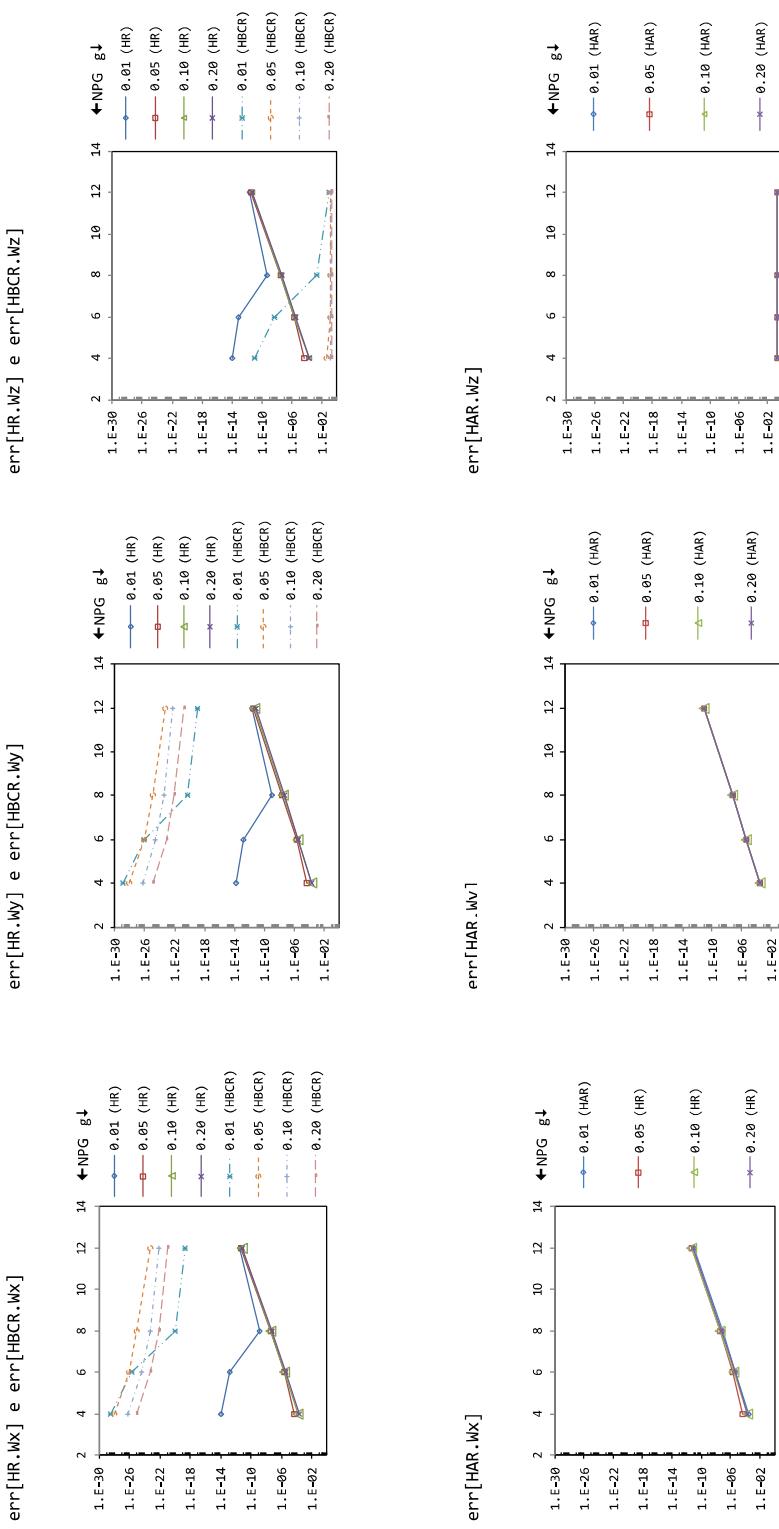


Figura 50. Erro de HR.W segundo os pontos de Gauss, NPG, usados na integração de HR, HAR e HBCR= [HBR | HCR].

### 11.3. Análise de Convergência $\mathbf{H}.\mathbf{d} = \mathbf{U}^{*T}.\mathbf{p}$

Embora a equação do MEEC no contexto gradiente não fosse desenvolvida detalhadamente foi feito uma análise de convergência da primeira parte da equação mas considerando como fato a aplicabilidade da matriz  $\mathbf{H}$  do MHECS-EG, não a matriz  $\mathbf{H}$  do BEM-EG desenvolvido por Polyzos e Tepoura em [13] e [14].

A análise de convergência da formulação do MEC expedido na EH foi feita só segundo a primeira fila da identidade

$$\mathbf{H}.\mathbf{D} = \mathbf{U}^{*T}.\mathbf{P} \quad (11-2)$$

Isto é.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^A + \mathbf{H}^B & \mathbf{H}^C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{**} & \mathbf{U}^{*R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (11-3)$$

Onde  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{R}$  correspondem a um campo de deslocamentos linear e quadrático tal como é mostrado nos dados da análise

Dados do Problema:

nu =	0.2	cte
mu =	1000	cte
g = {0.02, 0.10, 0.20}		variável
Pts.GaussReg =	8	cte.
Pts.QuadLn =	8	cte.
uP =	[x*(-5+8*nu), y]	Solução Fundamental.
qP =	[(-5+8*nu)*eta[1], eta[2]]	$\partial uP / \partial n$
uP =	[3*x^2+3*y^2, 6*y*x*(-3+4*nu)]	Solução Fundamental
qP =	[6*x*eta[1]+6*y*eta[2], 6*y*(-3+4*nu)*eta[1]+6*x*(-3+4*nu)*eta[2]]	$\partial uP / \partial n$
oe = {1,2}	lineares e quadráticos (ordem do elemento de contorno)	

Os resultados que se mostram na Figura 51 mostram uma convergência satisfatória para o caso de um campo linear, mas aparentemente não resulta da mesma maneira para um campo quadrático, mesmo que seja usando elementos lineares ou quadráticos.

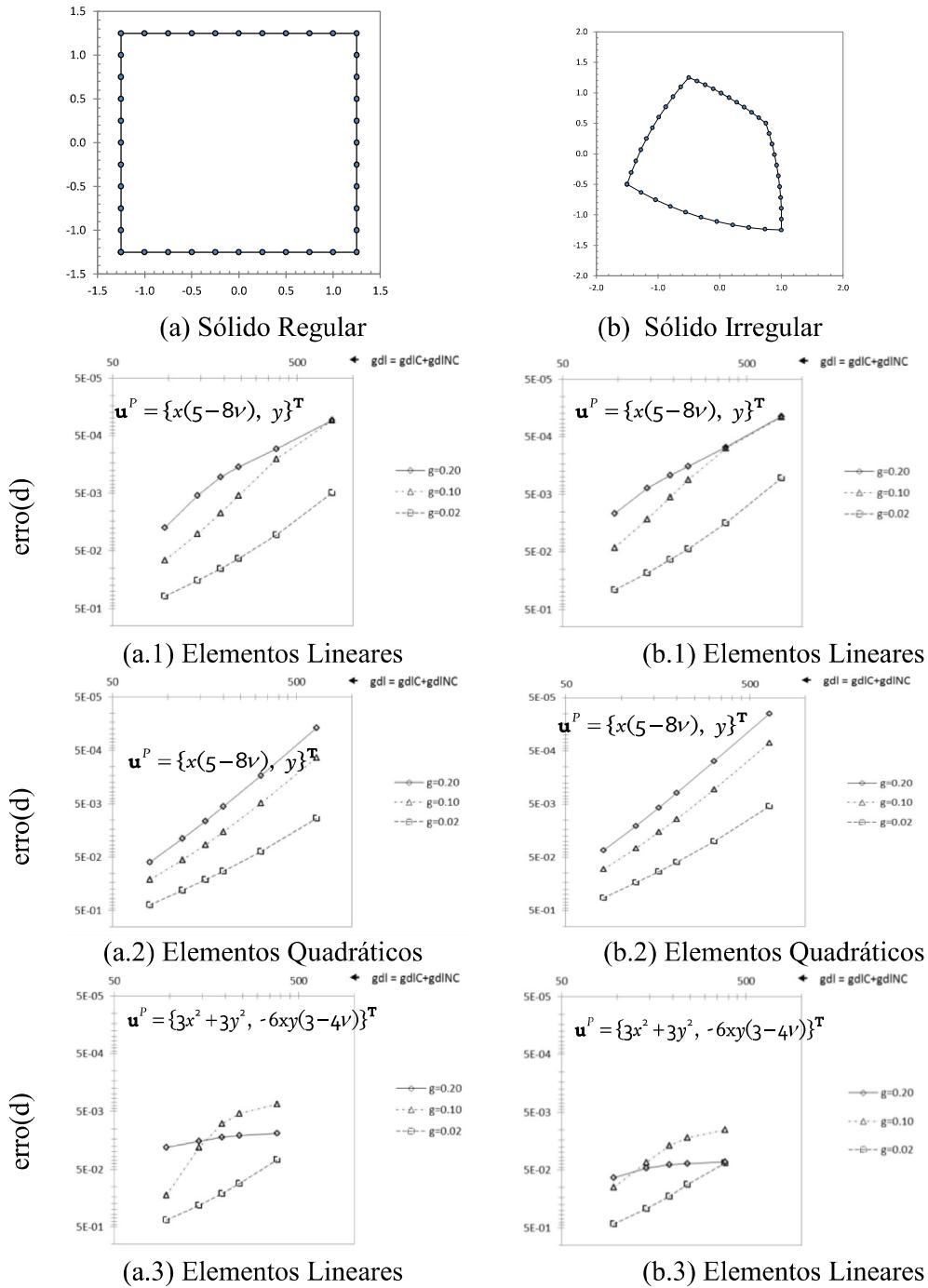


Figura 51. Análise de convergência  $erro(d) = erro(|H.d - U^{*T}.p|)$  sujeitos a campo de deslocamentos  $\mathbf{u}^P$  linear e quadrático

$$err(d) = \sqrt{\sum_{k=1}^{gdl} (\mathbf{d}_{H,d}^*[k] - \mathbf{d}_{U,p}[k])^2} / \sqrt{\sum_{k=1}^{gdl} (\mathbf{d}_{H,d}^*[k])^2} \quad (11-4)$$