

5

Análise da Resposta Dinâmica do Sistema de CONTENÇÃO de Rejeitos

5.1

Descrição do sistema de contenção de rejeitos

O sistema de contenção de rejeitos (figuras 5.1 e 5.2) é formado por 2 diques, o primeiro já existente, e o segundo a ser construído com altura de 3m sobre a região B. O rejeito existente foi subdividido em 15 regiões, demarcadas por A a O de acordo com a resistência ao cisalhamento não-drenada S_u , e o rejeito a ser lançado na superfície, com inclinação de 3%.

O rejeito existente, com espessura de 23m, é constituído por material argiloso com índice de plasticidade médio $IP = 55\%$, nos 10m superiores do depósito, e $IP = 65\%$, nos 13m inferiores. Abaixo do rejeito existente encontra-se o solo de fundação, constituído por uma camada de solo aluvial de 12,4m de espessura e uma pequena camada de solo argiloso compacto de 2,8m de espessura, seguido do substrato rochoso. O lençol freático na zona do projeto situa-se na profundidade aproximada de 30m do rejeito existente (JAMALCO – Step In Dyke EIA Report, 2004).

As propriedades geotécnicas dos materiais, determinadas em ensaios de campo e laboratório, estão listadas nas tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 – Propriedades geotécnicas dos materiais

Propriedade	Dique novo	Dique existente	Rejeito a ser lançado	Rejeito existente
Peso específico γ (kN/m ³)	19	20	16,5	16,5
Coefficiente de Poisson ν	0,4	0,4	0,49	0,49
Módulo de cisalhamento máximo G_{max} (MPa)	10,2	10,2	0,45	0,4
Velocidade da onda S V_s (m/s)	73,3	71,4	16,5	15,6
Resistência ao cisalhamento não drenado S_u (kPa)	--	--	16,0	tabela 5.2
Ângulo de atrito ϕ (graus)	34	35	--	--

Tabela 5.2 – Variação da resistência ao cisalhamento não drenada com a profundidade.

Região do rejeito existente	S_u (kPa)	Região do rejeito existente	S_u (kPa)
A	$2.50 + 1.43 * y$	G	$17.80 + 2.188 * y$
B	$6.99 + 0.897 * y$	H	$11.38 + 0.76 * y$
C	$2.50 + 1.43 * y$	I	$18.36 + 2.588 * y$
D	$9.45 + 1.696 * y$	J	$13.36 + 2.588 * y$
E	$8.00 + 0.902 * y$	K	$19.01 + 2.693 * y$
F	$8.28 + 0.955 * y$	-	-

Ordenada y com origem no topo de cada região do rejeito existente.

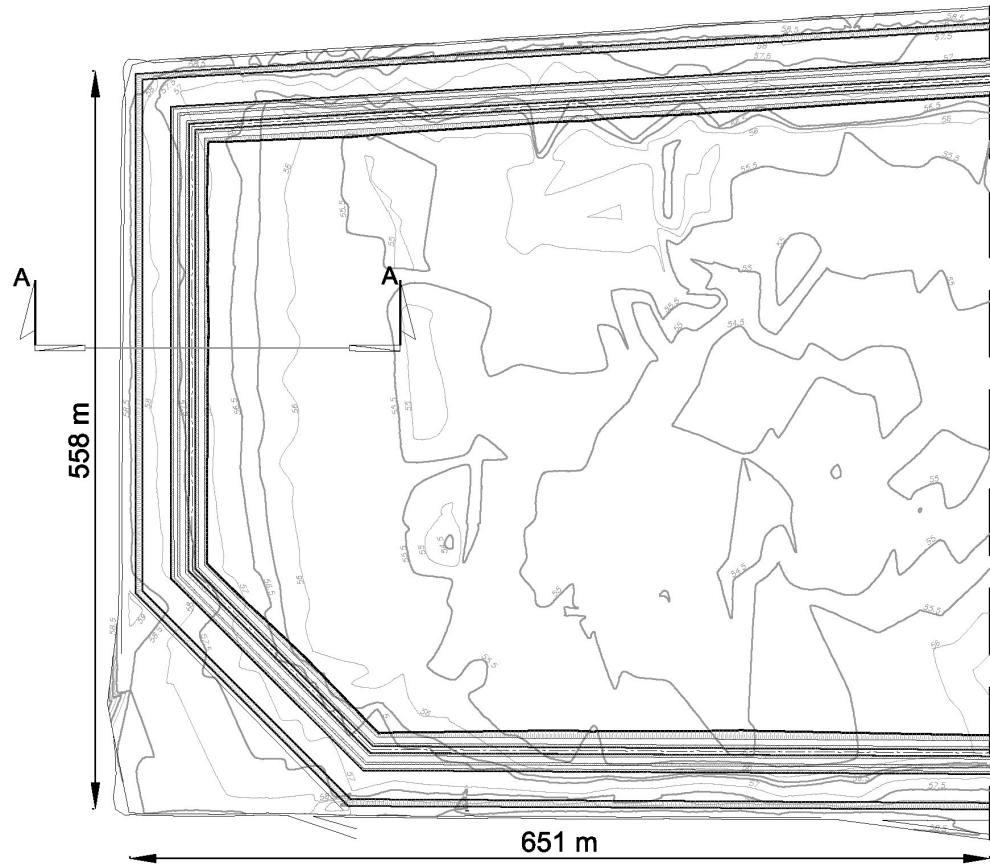


Figura 5.1 – Planta do sistema de contenção de rejeitos.

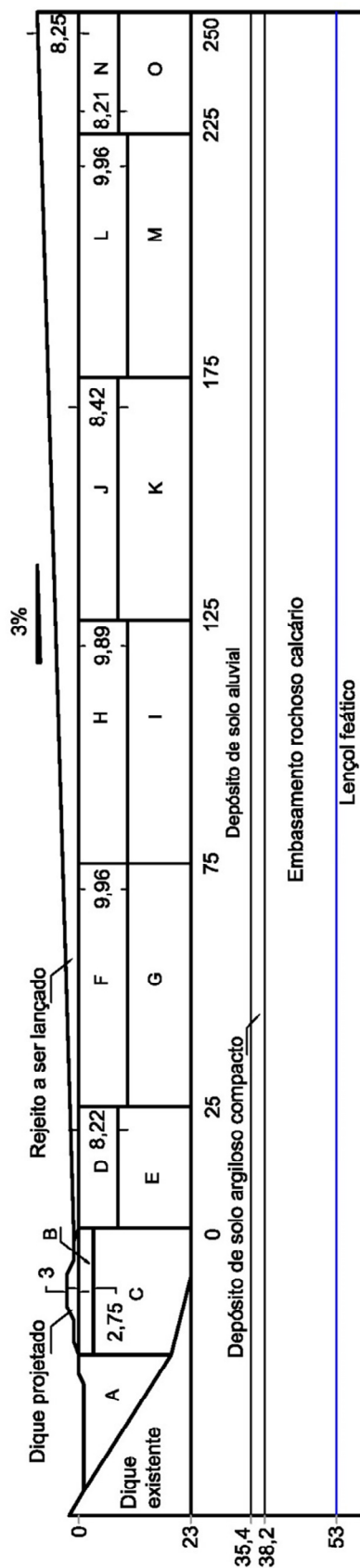


Figura 5.2 – Geometria da seção transversal A-A (medidas em metros).

5.2

Análise estática

5.2.1

Tensões iniciais

O estado inicial de tensões foi determinado com a utilização do programa Plaxis v.2011, considerando a geometria do sistema de contenção de rejeitos conforme figura 5.3 e três distintas etapas de simulação sequencial: a) dique e rejeito existentes; b) dique projetado; c) lançamento do novo rejeito. O carregamento imposto foi decorrente do próprio peso dos materiais (*gravity loading*) considerando malha de elementos finitos formada por elementos triangulares cúbicos (15 nós). A variação da resistência ao cisalhamento não drenada no rejeito existente, conforme tabela 5.2, está ilustrada na figura 5.4. Os campos das tensões horizontais e verticais após a aplicação do carregamento estático são mostrados na figura 5.5.

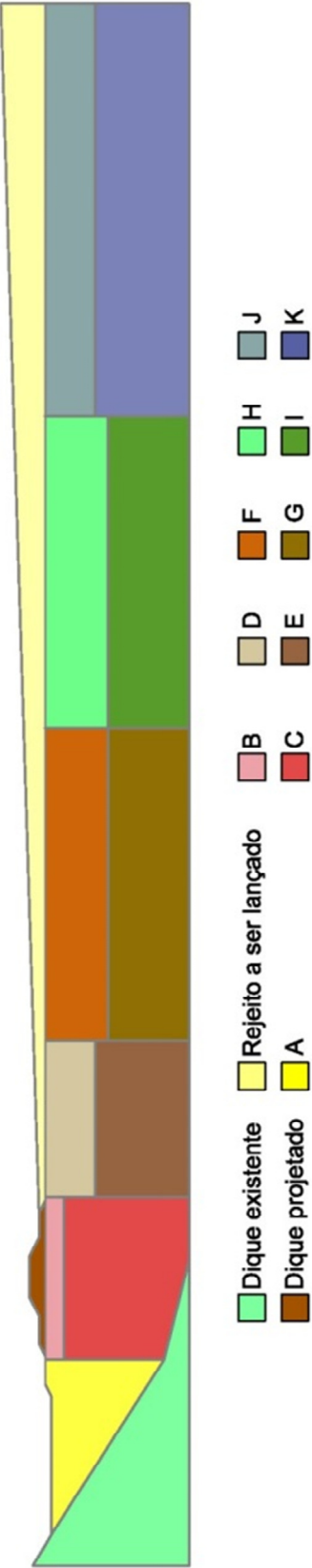


Figura 5.3 – Distribuição dos materiais na seção A - A

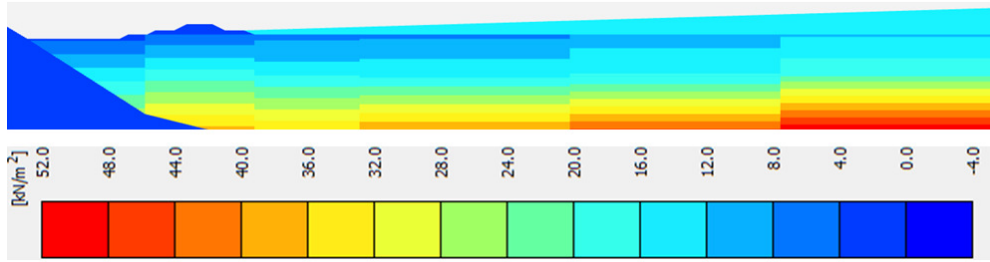


Figura 5.4 – Escala de cores ilustrando a variação da resistência ao cisalhamento não drenada S_u em função da profundidade.

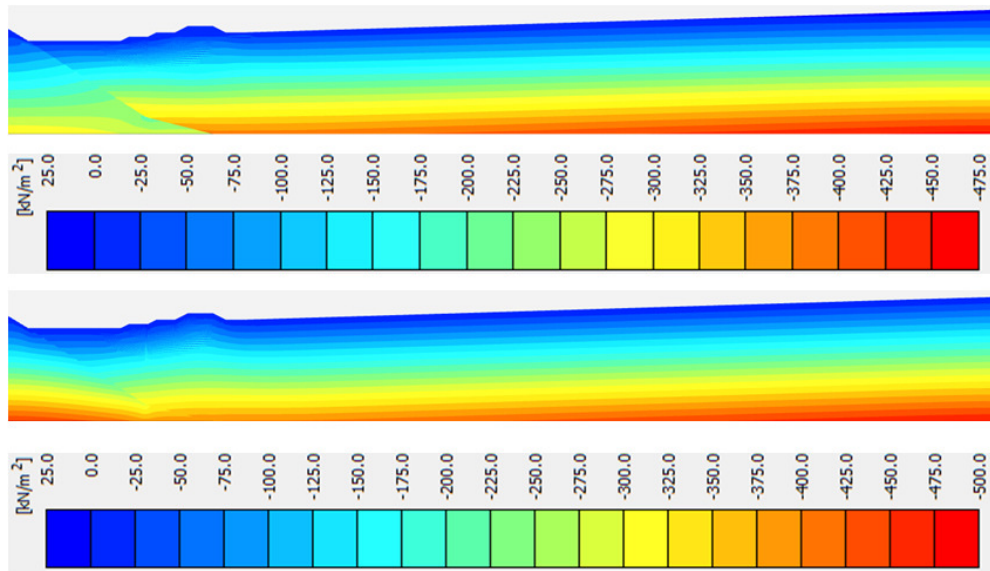


Figura 5.5 – Distribuição das tensões horizontais (acima) e verticais (abaixo) na análise estática.

5.2.2

Fator de segurança estático

O programa Plaxis 2D emprega o método da redução da resistência (equações 5.1) para simulação do colapso de taludes.

$$c^* = \frac{c}{M} \quad (5.1a)$$

$$\tan^* \phi = \frac{\tan \phi}{M} \quad (5.1b)$$

onde M é um parâmetro que reduz os valores de c e $\tan \phi$ em sucessivas análises não lineares pelo método dos elementos finitos até a ruptura do talude, quando $M = FS$ (fator de segurança global). O estado de ruptura é controlado pelo

programa verificando a convergência das equações de equilíbrio para os diferentes valores de M .

O fator de segurança estática assim determinado foi $FS = 1,083$ com a superfície crítica de deslizamento bem definida, conforme figura 5.6, abrangendo material do rejeito existente.

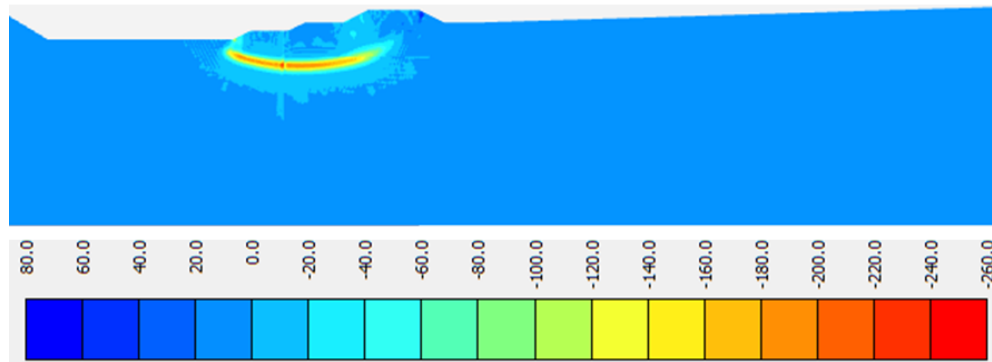


Figura 5.6 – Superfície crítica de deslizamento na avaliação da estabilidade estática do dique projetado, determinada com base nos acréscimos de deformação cisalhante ($\Delta\gamma_{xy}$).

5.2.3

Fator de segurança pseudo-estático

O coeficiente sísmico horizontal k foi determinado de acordo com a sugestão de Hynes-Griffin e Franklin (1984), apresentado no item 4.4.1, que considera $k = 0,5PHA^{rocha}/g$. No presente estudo, foi determinado que a aceleração horizontal de pico PHA^{rocha} no sítio do projeto igual a $0,21g$ (item 3.6.4), resultando então $k = 0,105$. O cálculo do fator de segurança pseudo-estático FS^{pseudo} foi então feito com auxílio do programa SLIDE (Rocscience) através do método das fatias de Spencer (1967) resultando em $FS^{pseudo} = 0,64$, conforme figura 5.7.

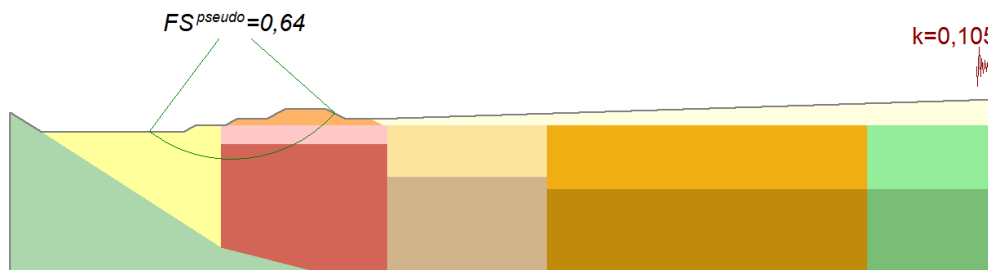


Figura 5.7 – Fator de segurança pseudo-estático obtido por método de equilíbrio limite com $k = 0,105$.

5.3 Análise dinâmica

5.3.1 Tratamento do registro sísmico

A barragem de rejeitos encontra-se na região da fonte sismogênica JS2 (figura 3.3). Considerando os eventos sísmicos já acontecidos nesta fonte, listados no Anexo 3, decidiu-se trabalhar com um sismo de projeto com magnitude $M_w = 5$, correspondente à máxima magnitude já registrada por instrumentação sísmica, excluindo-se porém os eventos baseados apenas em relatos históricos.

O sismo selecionado para a presente pesquisa, de aproximadamente 18km de profundidade hipocentral ocorreu em 10 de março de 2012, com duração de 60,96s, aceleração de pico de 0,008g no substrato rochoso e magnitude de momento $M_w = 5,1$, ligeiramente superior ao de sismo de projeto. O evento sísmico foi registrado por a estação acelerográfica *onshore* SMAD, que pertence à rede sismográfica da Jamaica, localizada em Half Way Tree a aproximadamente 156km de distância do evento sísmico como apresentado na figura 5.8.

Após a escolha do sinal, deu-se início à correção da linha base e filtragem, seguindo os procedimentos descritos no capítulo 4, com auxílio do software SeismoSignal (Seismosoft LTD, 2012) e parâmetros listados na tabela 5.3. Os erros no registro original não-corrigido, em termos de aceleração, velocidade e deslocamento, estão indicados na figura 5.9, enquanto a figura 5.10 compara os acelerogramas antes e após a correção da linha base e aplicação dos filtros passa-alta e passa-baixa.

Tabela 5.3 – Parâmetros utilizados na correção da linha base e filtros.

Filtro			Linha base
Passa-alta	Passa-baixa	Tipo de filtro	Polinômio de ordem
0,3 Hz	20 Hz	Butterworth	3

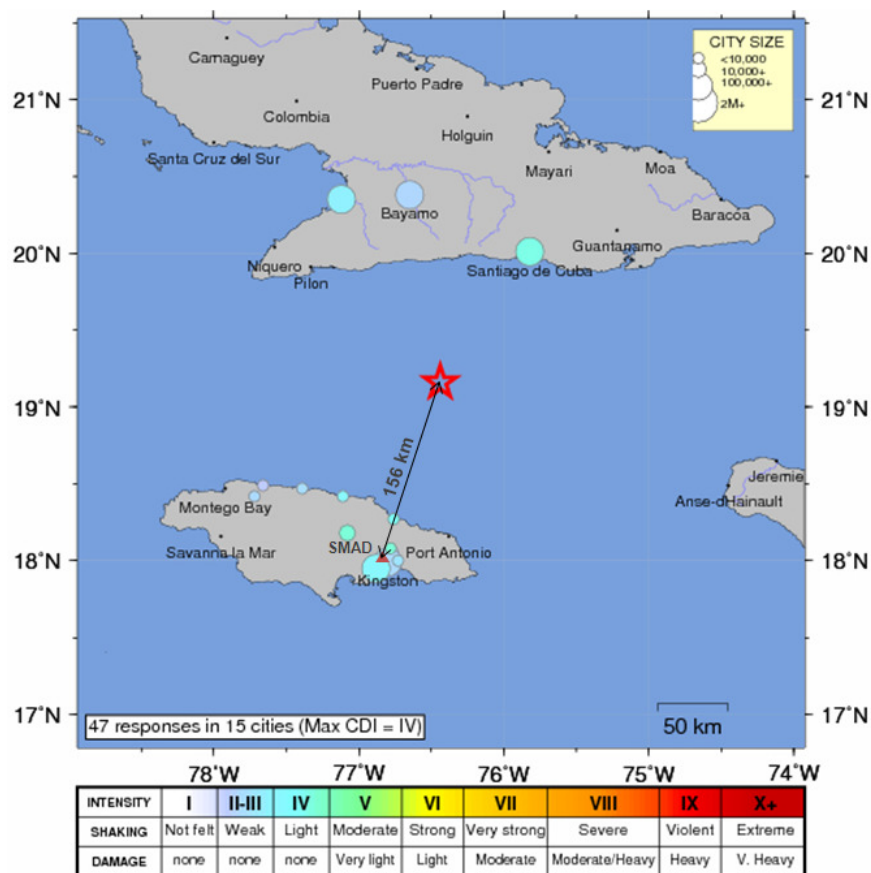


Figura 5.8 – Localização do evento sísmico selecionado na fonte sísmica JS2, localização da estação acelerográfica SMAD e a distância entre ambos (modificado de <http://earthquake.usgs.gov>).

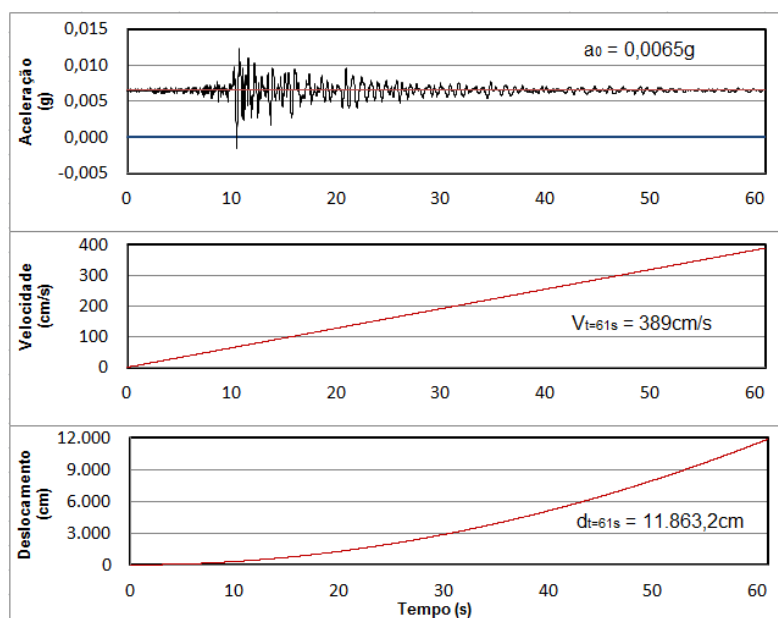


Figura 5.9 – Erros nas acelerações, velocidades e deslocamentos decorrentes da não correção da linha base ($a_0 = 0,0065g$).

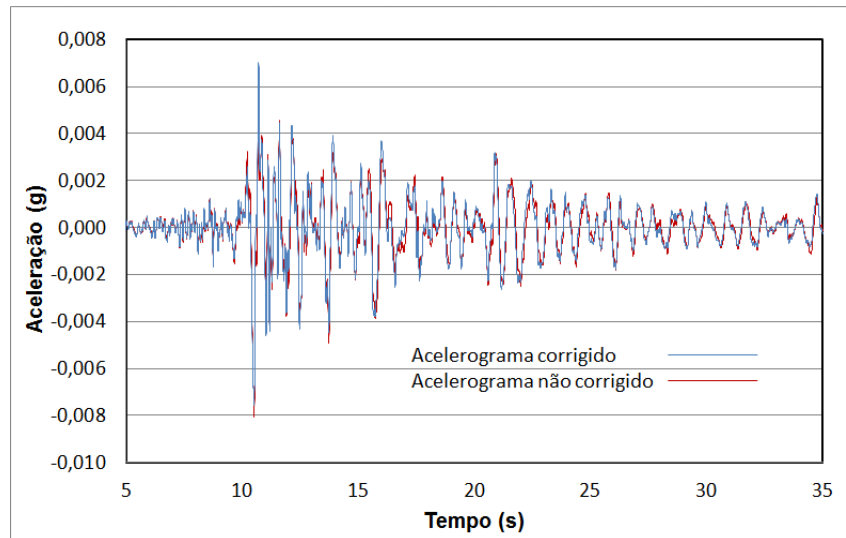


Figura 5.10 – Acelerogramas corrigido e não corrigido do sismo de projeto no intervalo de tempo entre 5s e 35s.

Para obter um sismo de projeto compatível com a sismicidade da área do sítio da barragem, conforme estimativa da ameaça sísmica do capítulo 3, o acelerograma corrigido foi normalizado à aceleração de pico (0,21 g) determinada no item 3.6.4 e em seguida foi feito um ajuste espectral no domínio do tempo com auxílio do programa SeismoMatch (Seismosoft LTD, 2012).

O objetivo do ajuste espectral é corrigir o acelerograma original iterativamente no domínio do tempo, para obter compatibilidade com o espectro de resposta alvo, neste caso o espectro uniformemente provável determinado no item 3.6.4. Este processo é feito mediante a adição de um pacote de *wavelets* com amplitudes e fase apropriadas, de tal maneira que o pico de cada resposta seja ajustado à amplitude do espectro alvo, preservando todo o conteúdo de frequências do movimento. Este procedimento foi proposto por Kaul (1978) e estendido por Lilhanand e Tseng (1987) considerando vários valores da razão de amortecimento.

A figura 5.11 mostra o espectro de aceleração alvo, espectro de aceleração não ajustado e espectro de aceleração ajustado, enquanto que na figura 5.12 encontra-se finalmente o acelerograma de projeto devidamente corrigido e ajustado.

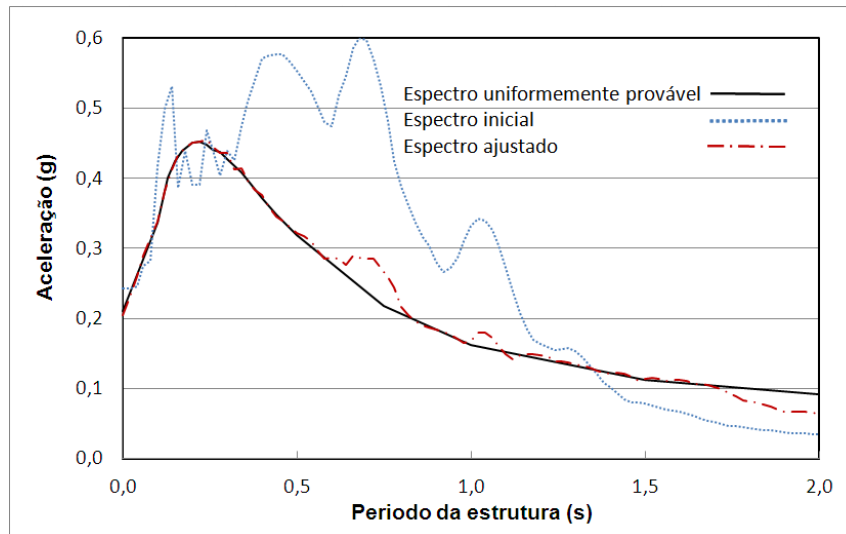


Figura 5.11 – Ajuste espectral no domínio do tempo com auxílio do programa SeismoMatch.

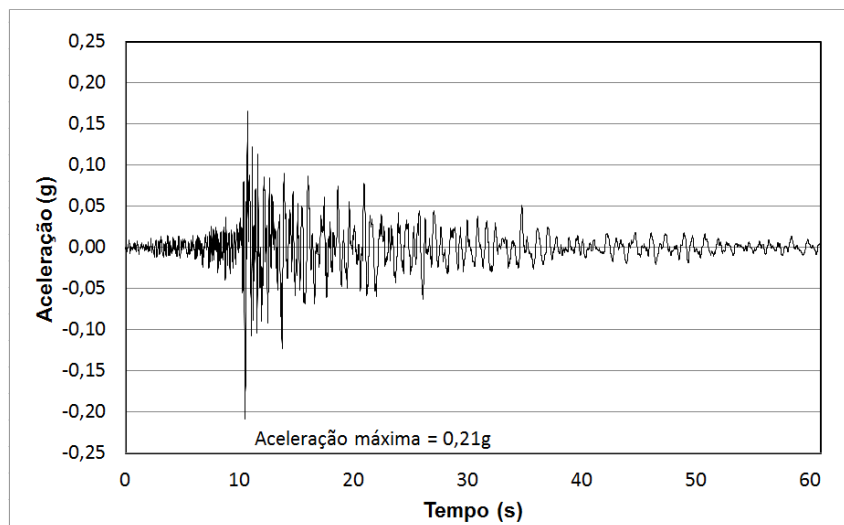


Figura 5.12 – Acelerograma de projeto ajustado no domínio do tempo.

Com o acelerograma de projeto (figura 5.12) foi feita a estimativa da frequência de corte f_c com o objetivo de determinar o tamanho máximo do elemento finito a ser empregado no estudo da resposta dinâmica do sistema de contenção de rejeitos.

Como mencionado no capítulo 4, a escolha da frequência de corte é feita observando-se o comportamento da função densidade espectro de potência (PSFD) e de seu valor integrado, o espectro de potência acumulado (CSP). Neste caso, selecionou-se o valor $f_c = 5\text{Hz}$ (figura 5.13) correspondente a 98% da

potência original do sismo. A execução deste procedimento é importante para prevenir um número muito grande de elementos finitos na malha, tendo em vista os baixos valores de velocidade de onda S no material de rejeito (tabela 5.1).

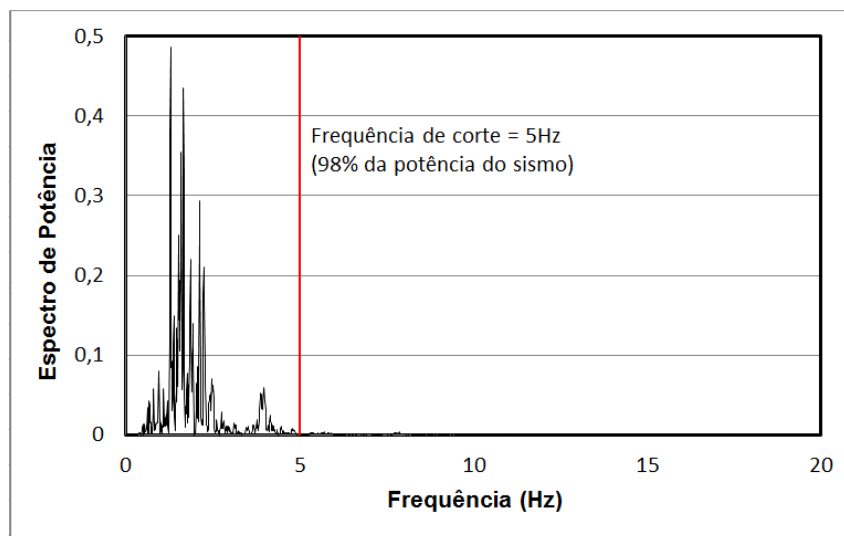


Figura 5.13 – Espectro de potência para determinação da frequência de corte f_c .

5.3.2

Malha de elementos finitos

A malha de elementos finitos para a análise da resposta dinâmica do sistema de contenção de rejeitos está ilustrada na figura 5.14. Composta por 40.109 elementos triangulares quadráticos (6 nós) com tamanho máximo do elemento igual a 1/8 do menor comprimento de onda S. Considerando a frequência máxima de 5Hz (frequência de corte) e as velocidades de propagação nos materiais conforme tabela 5.1, os tamanhos máximos dos elementos finitos nos diversos materiais estão listados na tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Tamanho máximo do elemento para assegurar propagação da onda S.

Propriedade	Dique novo	Dique existente	Rejeito a ser lançado	Rejeito existente
Velocidade da onda S v_s (m/s)	73,3	71,4	16,5	15,6
Frequência de corte f_c (Hz)	5			
Comprimento de onda λ (m)	14,7	14,3	3,3	3,1
Tamanho máximo do elemento $\lambda/8$ (m)	1,83	1,79	0,41	0,39
Tamanho máximo do elemento na malha (m)	0,50	0,90	0,41	0,39

Como o substrato rochoso no sítio da barragem de rejeitos encontra-se na profundidade de 38,2 m, e a discretização de toda a região envolveria um número excessivo de elementos finitos e consequente esforço de computação, tanto em memória quanto em tempo, a base do modelo foi fixada na profundidade de 23m, coincidente com a base da camada de rejeito existente (figura 5.14).

O acelerograma a ser aplicado na base do modelo numérico foi determinado utilizando o programa computacional SHAKE2000 (Ordóñez, 2006), considerando uma coluna do solo de fundação (figura 5.15) sobre o substrato rochoso onde se aplica o acelerograma de projeto. Tendo em vista que o substrato rochoso foi modelado como base flexível, apenas a onda S incidente foi considerada, o que corresponde à metade do registro sísmico anteriormente determinado (Mejia e Dawson, 2006). A aceleração de pico na superfície do solo de fundação foi amplificada de 0,21g (base rochosa) para 0,33g, conforme mostra a figura 5.16.

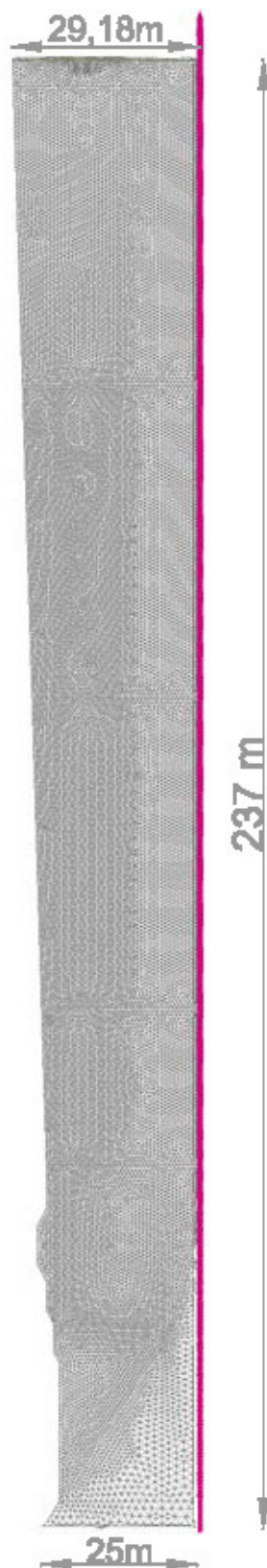


Figura 5.14 – Malha de elementos finitos triangulares com o acelerograma de projeto aplicado na base do modelo. Condições de contorno laterais especificadas como de campo livre.

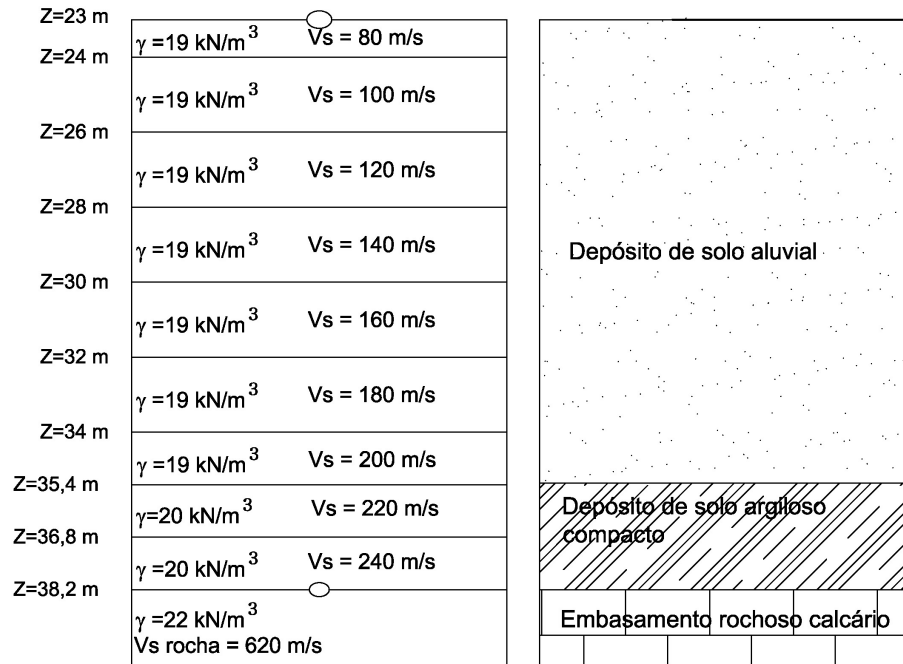


Figura 5.15 – Propagação 1D de ondas S geradas pelo acelerograma de projeto aplicado no substrato rochoso.

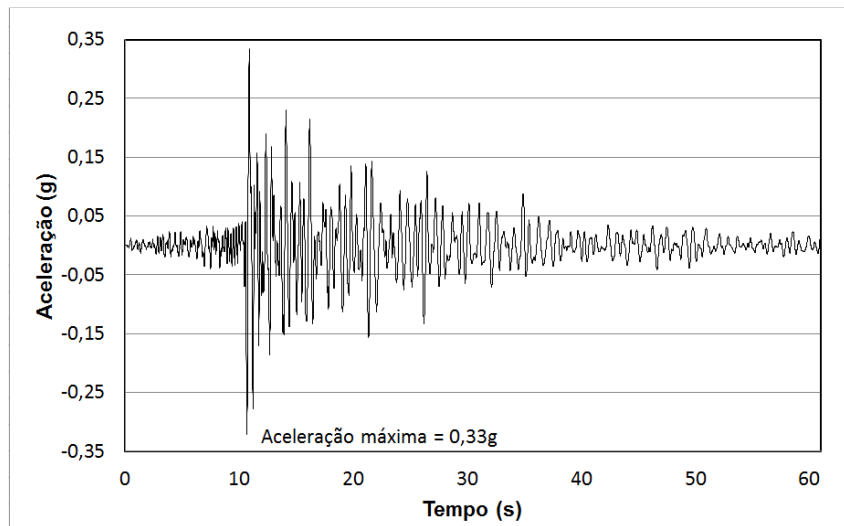


Figura 5.16 – Registro de acelerações na base do rejeito existente, coincidente com a base do modelo de elementos finitos (figura 5.14).

5.3.3

Aferição do parâmetros de amortecimento de Rayleigh

Como o programa PLAXIS não inclui na formulação o amortecimento histerético, usualmente empregado no estudo do comportamento dinâmico de solos, é necessário estabelecer uma equivalência entre o amortecimento de Rayleigh, disponível no PLAXIS, e o modelo histerético, disponível no programa SHAKE200 que utiliza a formulação linear equivalente.

A comparação é feita em modelos unidimensionais conforme figura 5.17. Uma coluna de solo no programa computacional SHAKE2000 e uma região de solo no programa Plaxis, infinitamente longa para assegurar um estado 1D de deformação, com os contornos laterais da malha especificados como de campo livre e o contorno inferior admitido como base flexível.

No programa SHAKE2000 as curvas de redução do módulo de cisalhamento e do acréscimo da razão de amortecimento são as propostas por Vucetic e Dobry (1991), que analisaram a influência do índice de plasticidade em solos carregados ciclicamente.

No programa PLAXIS as razões de amortecimento inicialmente consideradas foram $\xi = 5\%$, 6% e 7% com amortecimento numérico $\gamma = 0,1$.

Nas figuras 5.18 e 5.19 são apresentados os resultados obtidos com ambos os programas. Para $\xi = 6\%$ pode-se observar uma boa correlação nas acelerações máximas porem uma significativa diferença nas tensões cisalhantes máximas.

A figura 5.20 mostra uma comparação razoável entre os espectros de aceleração de Fourier para pontos situados na superfície dos modelos, também com $\xi = 6\%$, razão pela qual decidiu-se selecionar este valor da razão de amortecimento para os materiais de rejeito, apesar de não ter-se conseguida uma boa concordância na distribuição das tensões cisalhantes máximas.

Quanto ao material dos diques existente e projetado considerou-se $\xi = 4\%$ com base nos valores típicos da tabela 4.2.

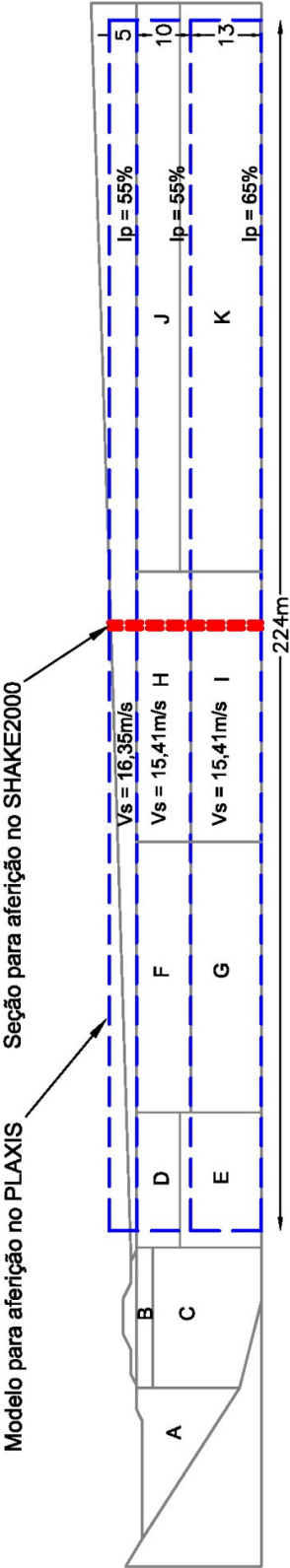


Figura 5.17– Modelos para comparação entre os amortecimentos de Rayleigh (PLAXIS) e histerético (SHAKE2000).

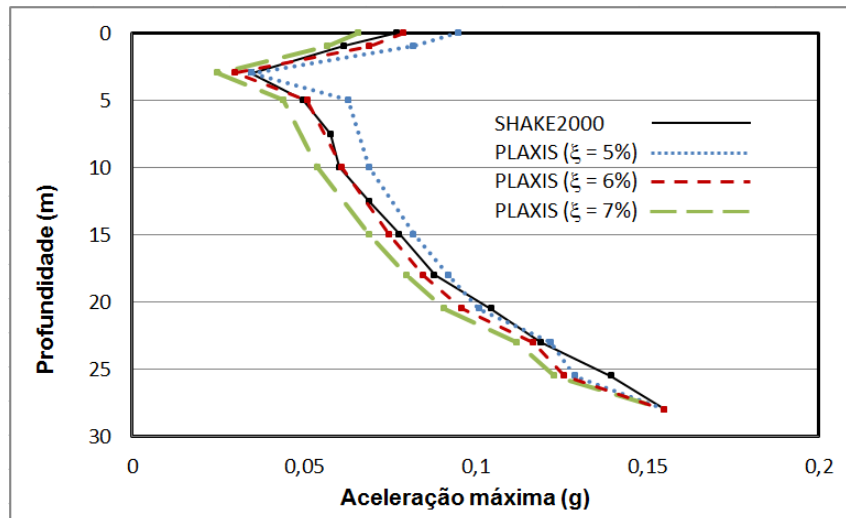


Figura 5.18– Distribuição da aceleração máxima com a profundidade obtida com os programas SHAKE2000 e PLAXIS 2D v.2011.

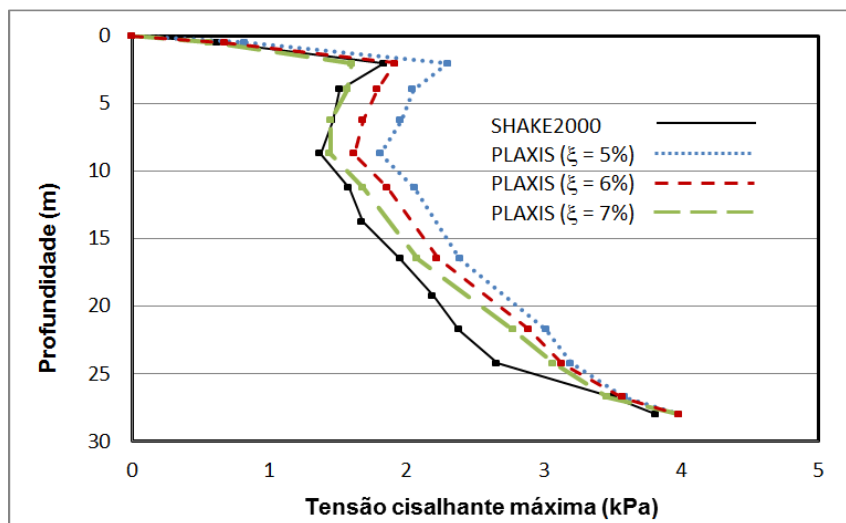


Figura 5.19 – Distribuição da tensão cisalhante máxima com a profundidade obtida com os programas SHAKE2000 e PLAXIS 2D v.2011.

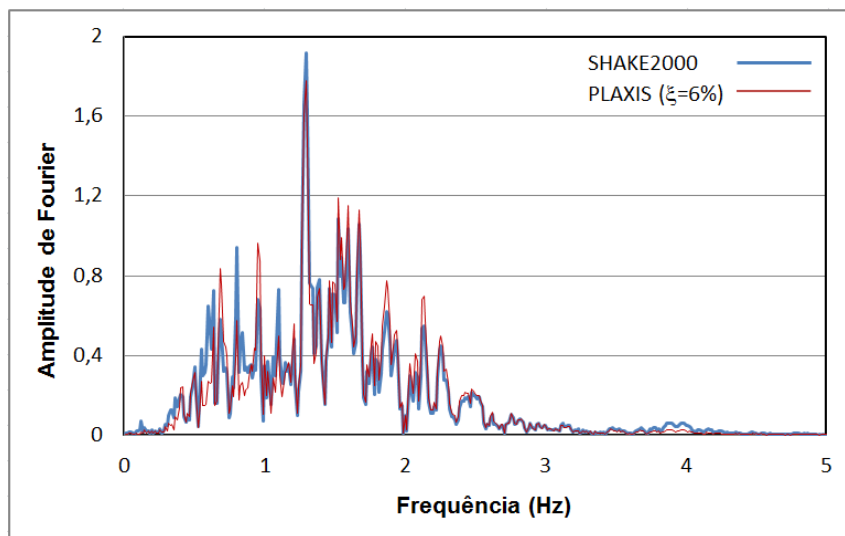


Figura 5.20 - Resultados da aferição considerando os espectros de aceleração de Fourier.

5.3.4

Frequências predominantes da geoestrutura

Para avaliação da primeira e da segunda frequência predominante, a geoestrutura foi analisada como um corpo elástico não amortecido com parâmetros $\alpha_N = 1/4$, $\beta_N = 1/2$, $\alpha_R = 0$, $\beta_R = 0$ (α e β amortecimento numérico de Newmark e amortecimento mecânico de Rayleigh respectivamente) considerando contornos laterais da malha em termos de campo de livre e contorno inferior como base flexível. Nesta simulação foram estimadas as acelerações horizontais em vários pontos nodais, indicados na figura 5.21, com cálculo do espectro de potência em cada um deles. As frequências predominantes estão listadas na tabela 5.5, enquanto que as figuras 5.22 e 5.23 ilustram os resultados obtidos para a análise não amortecida dos materiais da geoestrutura. Conforme indica a figura 5.23, a frequência predominante para o dique novo é 0,705Hz enquanto que para os demais materiais é 2,116Hz.

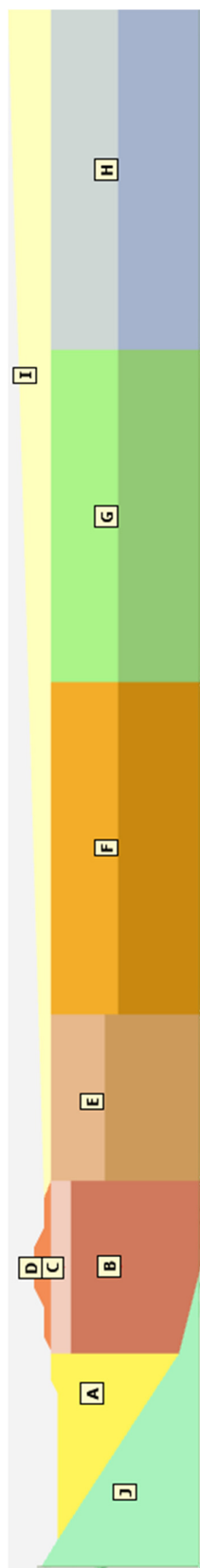


Figura 5.21 - Pontos de controle utilizados para determinação das frequências predominantes da geoestrutura, conforme tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Frequências predominantes obtidas em diferentes pontos da geoestrutura.

Ponto	Primeira frequência (Hz)	Segunda frequência (Hz)	Ponto	Primeira frequência (Hz)	Segunda frequência (Hz)
A	2,116	-	F	2,133	-
B	2,116	-	G	2,116	-
C	2,116	-	H	2,116	-
D	0,705	2,116	I	2,133	-
E	2,116	-	J	0,705	2,116

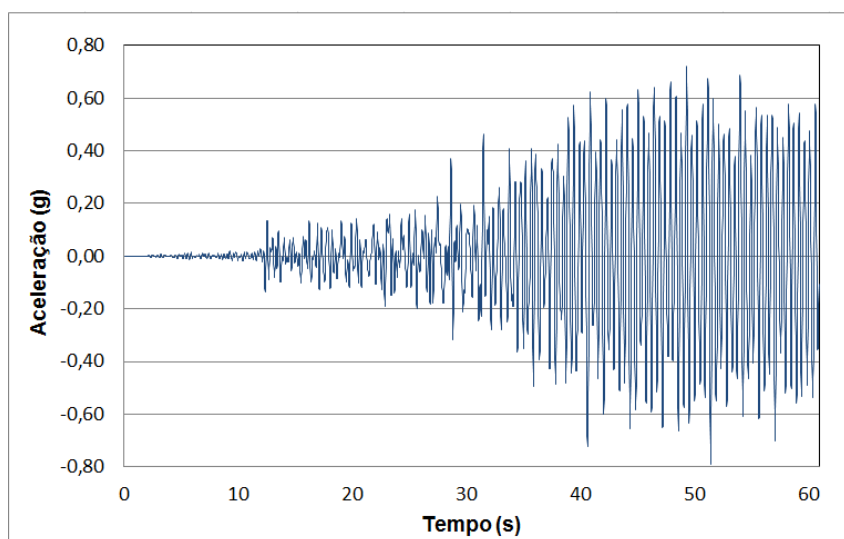


Figura 5.22– Acelerações horizontais não amortecidas registradas no rejeito a ser lançado (ponto I da figura 5.21).

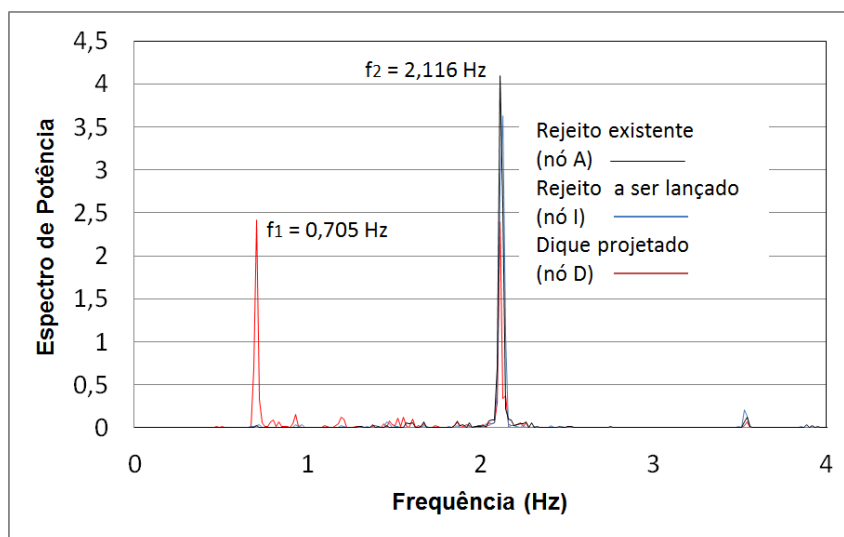


Figura 5.23 – Espectros de potência dos pontos A, I e D obtidos das acelerações da análise elástica não amortecida.

5.3.5

Avaliação dos deslocamentos permanentes pelo método dos elementos finitos

Efetuuou-se a avaliação do comportamento dinâmico da geoestrutura com o programa de elementos finitos Plaxis 2D v.2011, utilizando valores de amortecimento de Rayleigh previamente aferidos com o programa SHAKE2000 (amortecimento histerético), conforme já discutido. O número total de passos de integração foi 4.046, para um intervalo de tempo nos dados do registro sísmico de 0,02s e um tempo total de duração do sismo de 60,96s.

O comportamento mecânico dos materiais que formam o dique novo, o dique existente e os rejeitos foram representados com o modelo de Mohr-Coulomb considerando as propriedades listadas nas tabelas 5.1 e 5.2.

Os pontos de controle mostrados na figura 5.24 foram utilizados para identificar o comportamento da geoestrutura sob carregamento sísmico. Os valores dos deslocamentos permanentes calculados são apresentados na tabela 5.6 e ilustrados nas figuras 5.25 e 5.26. Os máximos valores do deslocamento vertical permanente acontecem no pé e na crista do novo dique. A evolução com o tempo dos deslocamentos horizontais e verticais nos pontos B, C, D e E está mostrada nas figuras 5.27 e 5.28, respectivamente. Da tabela 5.6 observa-se também que os deslocamentos permanentes previstos no rejeito a ser lançado (pontos G e H) são bastante baixos.

Tabela 5.6 – Máximos deslocamentos permanentes horizontais e verticais nos pontos de controle.

Ponto	Deslocamento horizontal (m)	Deslocamento vertical (m)	Ponto	Deslocamento horizontal (m)	Deslocamento vertical (m)
A	-0,069	0,062	F	-0,143	-0,113
B	-0,619	0,030	G	-0,029	-0,005
C	-0,611	-0,098	H	-0,008	-0,003
D	-0,363	-0,380	I	-0,015	-0,003
E	-0,391	-0,393	J	-0,020	0,014



Figura 5.24 – Pontos de controle utilizados na avaliação na resposta sísmica.

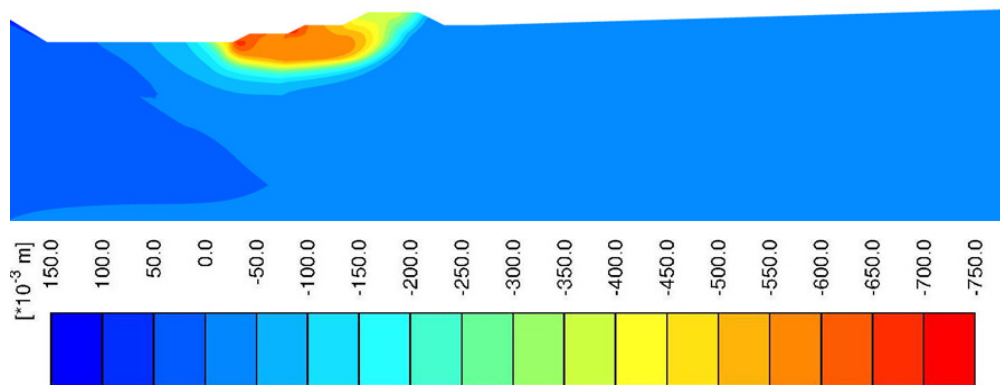


Figura 5.25 – Distribuição dos deslocamentos horizontais permanentes na geoestrutura.

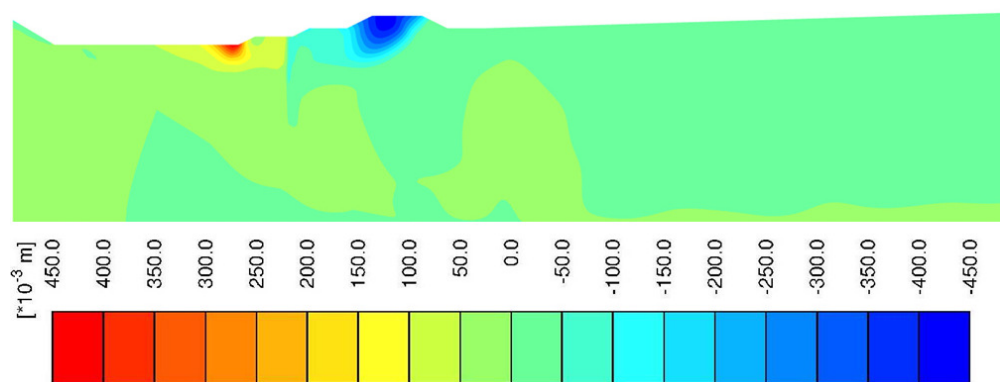


Figura 5.26 – Distribuição dos deslocamentos verticais permanentes na geoestrutura.

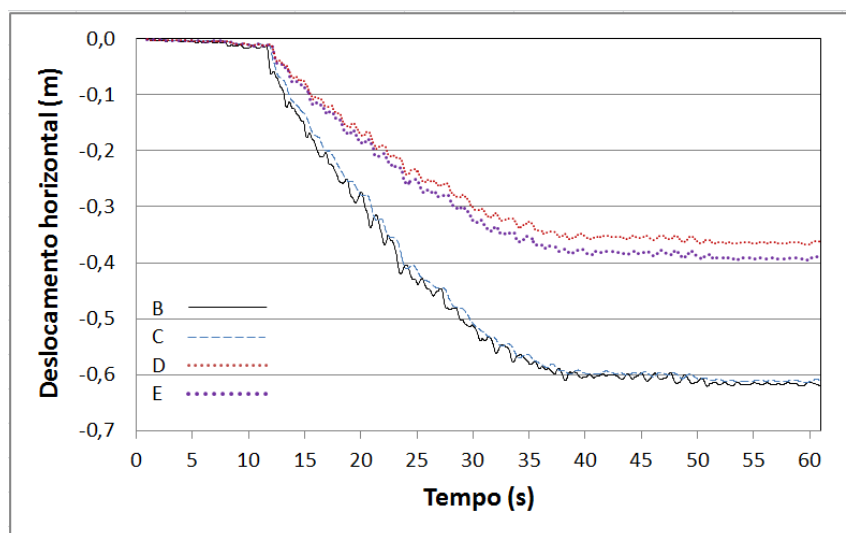


Figura 5.27 – Evolução no tempo dos deslocamentos horizontais permanentes nos pontos B, C, D e E.

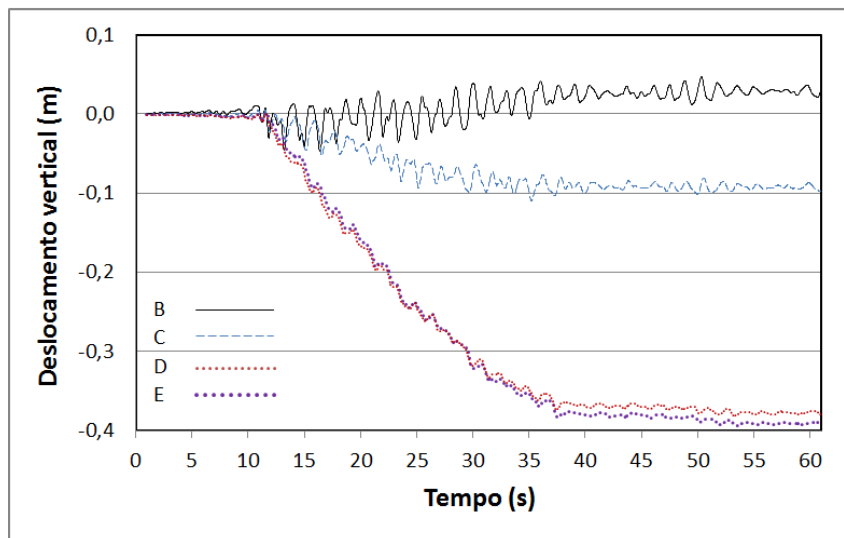


Figura 5.28 – Evolução no tempo dos deslocamentos verticais permanentes nos pontos B, C, D e E.

Adicionalmente, foi feita uma comparação dos espectros de resposta de acelerações obtidos no ponto H (figura 5.24) com o programa elastoplástico PLAXIS v.2011 e com o programa linear equivalente, SHAKE2000. A localização do ponto H, bastante afastado dos diques e contornos, mantém a característica 1D de propagação de ondas S nesta região do problema. Conforme pode ser observado na figura 5.29, há certa diferença entre ambos os espectros, com maiores amplitudes computadas pelo programa PLAXIS no intervalo de frequências $2\text{Hz} < f < 4\text{ Hz}$.

Na literatura, vários autores (Cheng e Glaser, 2001; Visone e Magistris, 2010) compararam as diferenças de resultados das respostas sísmicas do solo computadas com formulações no domínio do tempo (Plaxis) e da frequência (SHAKE2000), com o programa SHAKE2000 utilizando o valor do módulo de cisalhamento secante (G_{sec}) enquanto que outros programas (como o FLAC, por exemplo) empregando o valor do módulo tangente (G_{tan}).

A interpretação entre eventuais diferenças de resposta computadas com os programas Plaxis e SHAKE2000 fica ainda mais complicada, em virtude das aproximações introduzidas quando se empregam dois diferentes tipos de amortecimento: Rayleigh (Plaxis) e histerético (SHAKE2000).

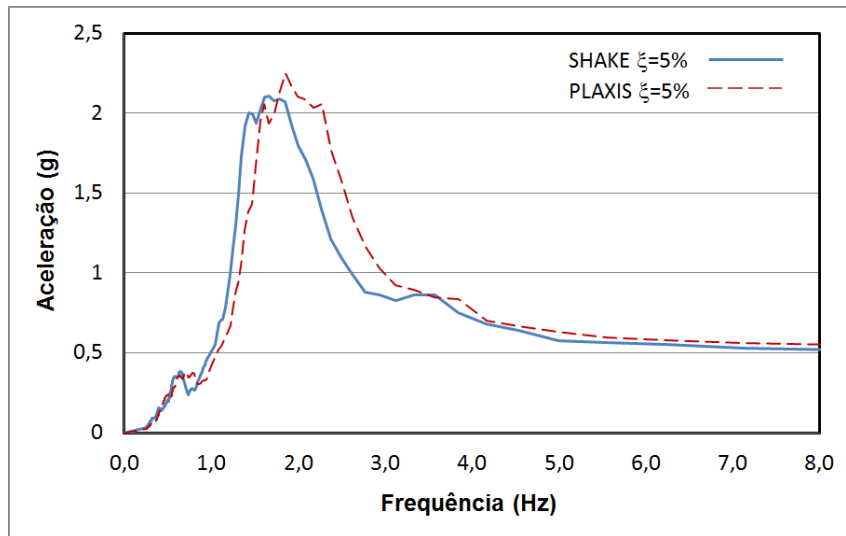


Figura 5.29 – Comparação dos espectros de resposta obtidos no ponto H.

5.3.6

Avaliação dos deslocamentos permanentes pelo método de Newmark (1965)

Para fins de comparação dos resultados de deslocamentos permanentes determinados com o método dos elementos finitos, foi também utilizado o método de Newmark (1965).

Como primeira etapa de cálculo, é necessário obter a aceleração de escoamento a_y correspondente ao valor de aceleração horizontal que resulta no fator de segurança pseudo-estático $FS^{pseudo} = 1$, calculado com um método de equilíbrio limite (método das fatias de Spencer, no presente estudo) com o programa de computador SLIDE (*Rocscience*). O valor assim determinado foi $a_y = 0,012g$, conforme figura 5.30.

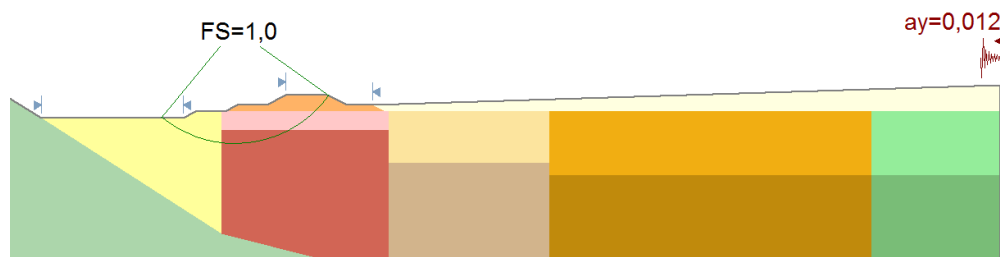


Figura 5.30 – Determinação da aceleração de escoamento pelo método das fatias de Spencer (1967).

A segunda etapa do método de Newmark consiste em realizar o duplo processo de integração no tempo das acelerações que ultrapassam o valor da aceleração de escoamento a_y , determinando assim os valores de deslocamento permanente. Foram avaliados os deslocamentos permanentes em 3 seções localizadas conforme figura 5.31, empregando nesta etapa o programa SHAKE2000.

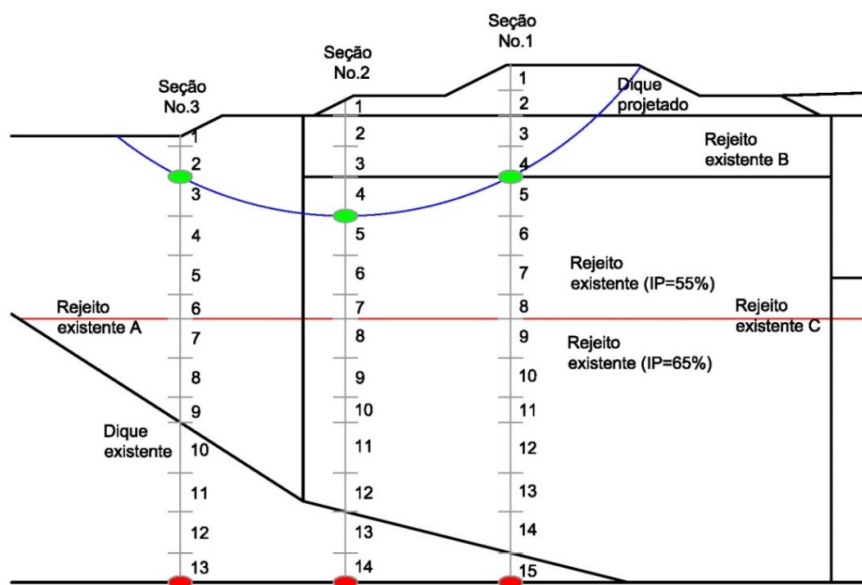


Figura 5.31 – Seções consideradas na avaliação de deslocamentos permanentes pelo método de Newmark (1965).

Para cada uma das seções, foram realizadas 2 diferentes análises pelo método de Newmark, diferenciadas no modo pelo qual são determinados os registros de aceleração na base do bloco (i.e. nos 3 pontos de interseção das seções escolhidas com a superfície crítica de deslizamento):

- 1) acelerações obtidas em análises 2D com o método dos elementos finitos, utilizando o programa PLAXIS 2D v.2011;
- 2) acelerações obtidas em análises 1D com o programa SHAKE2000, considerando as propriedades dos materiais indicados na figura 5.31 conforme valores das tabelas 5.1 e 5.2.

A tabela 5.7 apresenta os resultados de deslocamentos permanentes computados em ambas análises, bem como os valores previamente determinados com o método dos elementos finitos (MEF). Observe que a diferença entre as análises 1 e 2 tende a diminuir para a seção 1, provavelmente porque nela ambas

as soluções se aproximam da condição 1D, enquanto que para as outras seções os detalhes de geometria do talude e mudanças de material tendem a provocar efeitos de propagação de ondas 2D, capturados pelo programa 2D Plaxis mas não pelo programa 1D SHAKE2000. A figura 5.32 mostra os acelerogramas determinados no ponto de interseção da seção 3 com a superfície crítica, nas análises 1 e 2, evidenciando que os mesmos são bastante diferentes.

Houve diferenças também entre os resultados das análises 1 e do método dos elementos finitos. Embora as acelerações na base da superfície crítica tenham sido calculadas pelo programa Plaxis, estas diferenças se explicam pelos diferentes modelos de cálculo dos deslocamentos, com o método de Newmark baseado em um processo desacoplado (2 passos de cálculo separados, o primeiro para estabelecer a aceleração de escoamento, o segundo para determinação do deslocamento permanente por dupla integração no tempo) enquanto o método dos elementos finitos avalia o comportamento dinâmico do solo de maneira acoplada empregando modelos constitutivos apropriados que melhor representem as características de compressibilidade do maciço de solo.

Tabela 5.7 – Resultados da avaliação de deslocamentos permanentes.

Análise	Deslocamento permanente máximo (m)		
	Seção 3	Seção 2	Seção 1
Newmark 1	1,656	0,578	0,181
Newmark 2	0,139	0,178	0,132
MEF	0,341	0,129	0,186

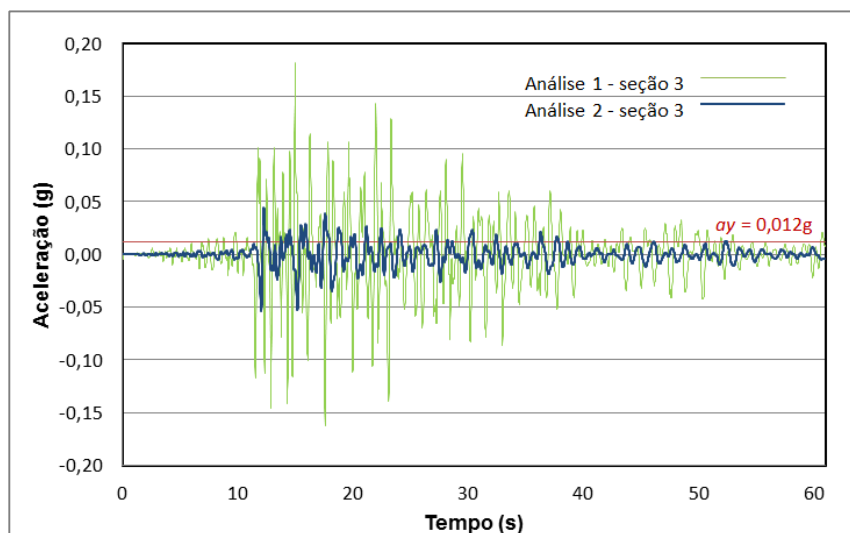


Figura 5.32 – Acelerogramas para as análises 1 e 2 da seção 3.