

6

Conclusões e sugestões de trabalhos futuros

6.1

Conclusões

Algumas conclusões do trabalho são:

1. Neste trabalho foi implementado o código computacional do *método expedito de elementos de contorno*, para problemas de elasticidade estática e de potencial em regime permanente. Foram implementados códigos computacionais para corpos em duas dimensões discretizados com elementos lineares, quadráticos e cúbicos; corpos em 3 dimensões discretizados com elementos triangulares (T3, T6) e quadriláterais (Q4, Q8). Para o desenvolvimento dos algoritmos foi utilizado inicialmente o programa Maple (pela facilidade na manipulação e programação) e numa segunda etapa o código foi traduzido para o linguagem Fortran com resultados satisfatórios.
2. A convergência das variáveis envolvidas no *método expedito*, foram testadas com resultados satisfatórios em diversos problemas de elasticidade estática (com e sem forças de massa) e de potencial (equação de Laplace e Poisson) em regime permanente, como se mostra nos diferentes exemplos do Capítulo 5, comparados com resultados analíticos ou com resultados da malha mais refinada quando não se tinha uma solução analítica.
3. Aproximações das matrizes $\mathbf{G} \approx \mathbf{U}^{*T}\mathbf{L}^T$ e $\mathbf{H} \approx \mathbf{T}^{*T}\mathbf{L}$, implementadas de forma *expedita* foram utilizadas para aproximar com sucesso problemas de elasticidade estática e potencial em regime permanente:

- A formulação convencional do *método de elementos de contorno* é aproximada pela equação

$$\mathbf{T}^{*T}\mathbf{L}(\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) = \mathbf{U}^{*T}\mathbf{L}^T(\mathbf{t} - \mathbf{t}^p)$$

onde $\mathbf{G} \approx \mathbf{U}^{*T}\mathbf{L}^T$ e $\mathbf{H} \approx \mathbf{T}^{*T}\mathbf{L}$ ou em função do carregamento nodal equivalente $\mathbf{p} = \mathbf{L}^T\mathbf{t}$ pela equação

$$\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) = \mathbf{U}^{*\text{T}}(\mathbf{p} - \mathbf{p}^p)$$

- A formulação do método híbrido simplificado dos elementos de contorno pelas equações

$$\mathbf{U}^* \mathbf{p}^* = \mathbf{d} - \mathbf{d}^p, \quad \tilde{\mathbf{H}}^{\text{T}} \mathbf{p}^* = \mathbf{p} - \mathbf{p}^p$$

em que aparece o vetor de parâmetro de forças \mathbf{p}^* própria da formulação híbrida.

4. Na formulação do *método expedito de elementos de contorno*, as integrações dos coeficientes da matriz $\mathbf{H} \approx \mathbf{T}^{*\text{T}} \mathbf{L}$ encontram-se reduzidas a uma faixa estreita de coeficientes, próximos da diagonal principal da matriz. Essa faixa depende do tipo de elemento utilizado para discretizar o contorno. Os outros coeficientes da matriz são achados de forma direta com exceção da diagonal principal. O que faz o cálculo da matriz bem mais simples e menos dispendiosa.
5. Na formulação *expedita*, quando se aproxima a matriz $\mathbf{G} \approx \mathbf{U}^{*\text{T}} \mathbf{L}^{\text{T}}$ do método convencional, os coeficientes da matriz não precisam do cálculo de integrações por quadratura de Gauss e logarítmicas, como acontece no método convencional, esta é calculada de forma direta já que \mathbf{U}^* depende da solução fundamental e \mathbf{L} das funções de interpolação (calculado analiticamente para cada tipo de elemento). O que torna o cálculo da matriz bem mais simples e reduz o esforço computacional.
6. Mostrou-se que o *método de elementos de contorno* na sua forma convencional pode ser ainda mais eficiente, poderoso e simples de se implementar computacionalmente, em um contexto de conceitos dos *métodos híbridos*.
7. Uma característica importante da formulação *expedita*, que advém da base variacional do método, é a facilidade de obtenção de resultados em pontos internos, já que a solução fundamental é a própria solução do problema. Então, numa implementação computacional para problemas mistos de condição de contorno o sistema matricial é substituído pela montagem de um único sistema, em que a incógnita é o vetor de parâmetros de força \mathbf{p}^* . Uma vez calculado este vetor, resultados em pontos internos são obtidos diretamente, sem a necessidade de utilizar novas integrais de contorno.
8. Apesar de todas as evidências numéricas de convergência nos diversos problemas resolvidos no presente trabalho, a prova matemática de convergência e estabilidade do *método expedito* é uma questão em aberto,

pois é uma aproximação do método de elementos de contorno convencional - que é basicamente uma formulação não variacional que escapa de quase todas as manifestações formais.

9. A matriz auxiliar \mathbf{L} , necessária para calcular as matrizes aproximadas de \mathbf{H} e \mathbf{G} , não precisa ser calculada em forma global para toda a estrutura, da forma como é colocado o problema no método híbrido mostrou-se que é independente do contorno, depende exclusivamente das funções de interpolação, sendo calculadas previamente de forma analítica.

6.2

Sugestões de trabalhos futuros

- Combinar o *método expedito dos elementos de contorno*, que promete ser muito eficaz para problemas de grande escala, com algum solucionador eficiente de sistemas de equações. Por exemplo o GMRES (Método do Resíduo Mínimo Generalizado) ou similar.
- Montar e testar o método *expedito* em diversas aplicações de problemas com topologia complicada ou que requeiram soluções fundamentais complicadas. Por exemplo: problemas de dinâmica no domínio do tempo ou da frequência, problemas de mecânica da fratura, problemas axisimétricos, problemas com materiais de gradação funcional, problemas de elasticidade gradiente e outros.