3 Propagação da trinca por fadiga

Neste capítulo é descrito o crescimento da trinca submetida a solicitações de fadiga. Essa descrição de crescimento da trinca é particularizada para estruturas ou peças mecânicas de aço. As condições de pequena escala de escoamento na frente da trinca garantem o domínio da mecânica da fratura linear elástica (MFLE).

Uma ampla revisão em fadiga pode ser encontrada nos livros de Schijve (2009), Castro & Meggiolaro (2009) e Janssen et al. (2006). Esses livros são bem representativos e foram usados para escrever este capítulo.

3.1. Carregamento de fadiga

A propagação da trinca por fadiga é ocasionada por carregamento cíclico remotamente aplicado, chamado de carregamento de fadiga. Diversas formas de onda podem compor esse carregamento, por exemplo, onda senoidal, onda quadrada ou onda triangular. O histórico de carregamento com ondas senoidais é usado neste trabalho e é exemplificado na Figura 3.1.



Figura 3.1 - Histórico do carregamento aplicado.

A tensão mínima $\sigma_{mín}$ e a tensão máxima $\sigma_{máx}$ (ilustradas na Figura 3.1) introduzem intensidades de tensões cíclicas na ponta da trinca. A faixa de tensão entre esses dois extremos é chamada $\Delta \sigma$. Por sua vez, os FITs na ponta da trinca associados a $\sigma_{mín}$, $\sigma_{máx}$ e a faixa de tensão $\Delta \sigma$ são denominados $K_{mín}$, $K_{máx}$ e ΔK . Além disso, usualmente, define-se a razão entre $K_{mín}$ a $K_{máx}$ com R (razão de tensão), que também é obtida pela razão entre $\sigma_{mín}$ e $\sigma_{máx}$. Assim,

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}}.$$
(3.1)

3.2. Conceito e aplicação de similaridade

Paris et al. (1961) reconheceu que existia um princípio de similaridade nas taxas de crescimento da trinca por fadiga. Essas taxas dependiam do ΔK e R,

$$\frac{da}{dN} = f_R(\Delta K, R), \qquad (3.2)$$

onde f_R representa a resistência do material ao crescimento da trinca. f_R é uma equação empírica de ajuste dos dados experimentais.

Se o crescimento da trinca é considerado em outro corpo-de-prova ou em uma componente estrutural, ele pode ser previsto usando o conceito de similaridade. Condições cíclicas (ΔK e R) aplicadas em trincas de fadiga em diferentes corpos-de-prova ou componentes estruturais com mesmo material devem ter consequências similares, isto é, similar extensão Δa por ciclo. Isto implica que a curva $da/dN - \Delta K$ é a mesma (Schijve, 2009).

O princípio da similaridade pode ser aplicado para estimar, por exemplo, o crescimento da trinca em um conector. Essa trinca com frente reta e passante tem taxas de crescimento parecidas com as taxas de crescimento, por exemplo, de um corpo-de-prova (CP) padronizado sob tração usinado com o mesmo material (ver Figura 3.2 (b)).

A ASTM *E647-00* (2000) fornece dimensões e soluções de FIT nesse CP padronizado. Assim, executam-se ensaios de fadiga em laboratório e levanta-se a

curva $da/dN - \Delta K$ para relacionar as taxas de crescimento. Por outro lado, para conhecer o FIT no conector, deve-se reproduzir a geometria do conector e carregamentos em um programa numérico de mecânica da fratura linear elástica para cada comprimento de trinca (Figura 3.2(c)). Assim, pode-se relacionar o FIT da geometria do conector com as taxas de propagação do CP padronizado, executando o procedimento convencional de predição de crescimento de trincas (passantes).

Adicionalmente, poderia usinar um conector com o mesmo material e realizar ensaios de fadiga para determinar as taxas de propagação para cada comprimento de trinca. Essas taxas de propagação são indicadas na Figura 3.2 (a) como dados experimentais. Entretanto, usinar o conector, além de encarecer o custo do ensaio, não existe um procedimento padronizado desse ensaio. Consequentemente, as incertezas nas medições das taxas de propagação da trinca aumentam. Por esta razão, usualmente, opta-se por um ensaio padronizado.

Caso as taxas de crescimento medidas sejam cuidadosamente medidas e o FIT obtido com a geometria do conector seja preciso, a curva de predição e os dados experimentais devem ser próximos. O procedimento de predição é ilustrado na sequência das Figuras: Figura 3.2 (c), Figura 3.2 (b) e Figura 3.2 (a).

Entretanto, foi observado que esse princípio de similaridade pode ser afetado pelo estado de tensões na frente da trinca, pela geometria da trinca (trinca passante ou trinca parcialmente passante), por sobrecargas ou por subcargas. Usualmente, a condição de similaridade com mesmo material é satisfeita entre os corpos-de-prova padronizados e componentes com trinca passante e sob carregamento com amplitude constante ou pequena variação de amplitude.



Figura 3.2 – Predição do crescimento da trinca em um conector com trinca passante.

3.3. Equações empíricas de crescimento da trinca por fadiga

Desde que Paris introduziu o conceito de similaridade da taxa de crescimento da trinca, $da/dN - \Delta K$, diversos experimentos foram realizados em diferentes materiais. Na literatura da área estão disponíveis equações de ajustes desses dados experimentais.

Esses ajustes devem considerar três comportamentos diferentes, pois a curva $da/dN - \Delta K$ tem duas regiões verticais assintóticas (região I e III) e uma região em que sua derivada é constante (região II), quando disposta em um gráfico em escala log-log. Esse gráfico é apresentado na Figura 3.3.

Usualmente, esses ajustes consideram apenas algumas regiões da curva $da/dN - \Delta K$. Por exemplo, o primeiro ajuste proposto por Paris apenas considera a região II. Esse ajuste largamente usado descreve uma relação linear log-log da curva $da/dN - \Delta K$. A equação de ajuste de Paris é

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m,\tag{3.3}$$

onde C e m são empiricamente ajustados.



Figura 3.3 – Três regiões da taxa de crescimento da trinca como função de ΔK (Schijve, 2009).

Complementarmente, existem ajustes que modelam apenas região I e II, outros ajustes consideram região II e III ou ainda região I, II e III. Os experimentos feitos nesta tese levantaram dados da região I e II, pois essas regiões podem influenciar a geometria da frente da trinca estudada. Por esta razão, a seguir são apresentados alguns ajustes para dados experimentais medidos nas regiões I e II.

Elber (1970) e Hall e outros co-autores (1974) propuseram algumas equações de ajustes de curva $da/dN - \Delta K$ considerando região I e II. O ajuste de Elber é dado pela relação

$$\frac{da}{dN} = C \left(\Delta K - \Delta K_{th} \right)^m, \qquad (3.4)$$

onde ΔK_{th} é o limiar de propagação e, novamente, *C* e *m* são empiricamente ajustados. A equação de Elber pode ser melhorada pela expressão encontrada em Castro & Meggiolaro (2009). Assim, a equação melhorada de Elber é

$$\frac{da}{dN} = C \left(\Delta K - \Delta K_{th} \left(1 - R \right) \right)^m, \qquad (3.5)$$

onde ΔK_{th} é o limiar de propagação e R é a razão de tensão.

Adicionalmente, utilizando três parâmetros experimentalmente ajustados $(C, m \in p)$, Hall desenvolveu outra equação para descrever a região I e II (Hall et al., 1974). Essa equação é

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m \left(\frac{\left(\Delta K - \Delta K_{th}\left(1 - R\right)\right)}{\left(1 - R\right)}\right)^p.$$
(3. 6)

Hall também propôs um ajuste de curva com quatro parâmetros experimentais. Desta forma, a curva de taxa de crescimento da trinca é escrita como

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^m \left(\frac{\left(\Delta K - \Delta K_{th}\left(1 - \beta R\right)\right)}{\left(1 - R\right)}\right)^p, \qquad (3.7)$$

onde β é o parâmetro adicional.

3.4. Fechamento da trinca, ΔK_{eff}

Em 1970, Elber descobriu o fenômeno do fechamento da trinca. Com esse fenômeno pode ser explicado o efeito de R nas curvas $da/dN - \Delta K$. Atualmente, o fechamento da trinca é usado em diversas aplicações na literatura. Uma dessas aplicações é para ajustar dados da trinca de superfície com os dados de uma trinca passante.

Com esse conceito, o princípio de similaridade depende apenas do ΔK_{eff}

$$\frac{da}{dN} = f_R \left(\Delta K_{eff} \right), \tag{3.8}$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva da/dN e o ΔK_{eff} é o fator de intensidade de tensão efetivo. O princípio de similaridade deveria ser reescrito como: um similar ΔK_{eff} em um ciclo ocorrendo em diferentes CPs (ou em uma estrutura) deveria resultar em mesma da/dN naquele ciclo (Schijve, 2009). Na Figura 3.4 é esquematizada a predição das taxas de crescimento com ΔK_{eff} .



Figura 3.4 – Predição de taxa de crescimento de trinca de fadiga: (a) Resultados de predição e ensaio; (b) Dados do material e (c) ΔK_{eff} calculado.

O fator de intensidade de tensão efetivo, ΔK_{eff} , pode ser determinado a partir de medidas de dados de abertura da trinca. Elber definiu uma faixa de tensão efetiva como

$$\Delta \sigma_{eff} = \sigma_{max} - \sigma_{op}, \qquad (3.9)$$

onde σ_{max} é a máxima tensão aplicada remotamente e σ_{op} é a tensão de abertura da trinca (ver Figura 3.5). A ponta da trinca abre apenas durante parte do carregamento cíclico aplicado.

Com base na expressão (2.8), pode-se escrever o FIT efetivo, ΔK_{eff} , como

$$\Delta K_{eff} = \Delta \sigma_{eff} \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right). \tag{3.10}$$

A razão entre ΔK_{eff} e ΔK foi definida como

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K},\tag{3.11}$$

onde U é uma função de fechamento de trinca, que em trincas passantes depende apenas de R. Entretanto, em caso de trinca de superfície, U pode depender de outros parâmetros como, por exemplo, razão a/c e condição de carregamento remoto.



Figura 3.5 - Histórico do carregamento de tensões (Schijve, 2009).

Algumas soluções de *U* em trincas passantes estão disponíveis em Schijve (1988) para aço médio (*mild steel*) e, neste trabalho, são usadas para o aço ASTM A36. Essas soluções são

$$U = 0.69 + 0.45R \tag{3.12}$$

$$U = \frac{1}{(1.5 - R)}.$$
 (3.13)

3.5. Propagação da trinca de superfície

A propagação da trinca no programa FRANC3D, baseado no método dos elementos finitos, é feita incrementalmente. Nesta propagação incremental, a frente da trinca é dividida em diversos nós da malha de elementos finitos e cada

nó é relacionado ao: (i) vetor de direção de propagação e (ii) incremento de trinca. Essas duas informações determinam um conjunto de novos pontos que são conectados por *splines*, definindo-se a nova geometria da frente de trinca.

Nesta seção é descrita a metodologia usada para determinar o vetor de direção de propagação e o incremento de trinca nos nós da frente da trinca.

3.5.1. Critério de incremento da trinca

Uma distribuição de fator de intensidade de tensão é obtida na frente da trinca sob condição de carregamento de flexão pura. Consequentemente, o incremento da trinca é diferente em cada posição dessa frente.

Usualmente, em um programa de propagação de trinca, o usuário fornece o incremento da trinca Δa em cada passo. Em um programa tridimensional, esse incremento Δa é associado a um nó da frente da trinca. Para as análises desta tese, o programa FRANC3D foi adaptado para usar no nó com ΔK_{max} esse incremento Δa (chamado deste ponto em diante como Δa_{max}).

Os demais incrementos de trinca dependem da distribuição de ΔK_I . Eles podem ser relacionados com a lei de propagação da/dN. Essa lei escrita de forma discreta estabelece as seguintes proporções

$$\frac{\Delta a_{\max}}{\Delta N} = f_R \left(\Delta K_{\max} \right) \tag{3.14}$$

e

$$\frac{a_{n\delta i}}{\Delta N} = f_R \Big(\Delta K_{n\delta i} \Big), \qquad (3.15)$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva da/dN.

Na Figura 3.6 (a) é esboçado um trecho da distribuição de ΔK_I em três diferentes nós da frente da trinca e na Figura 3.6 (b) são esquematizados os incrementos obtidos usando o FIT em cada nó, a partir da expressão (3.16).



Figura 3.6 – Crescimento da trinca: (a) Distribuição de ΔK ao longo da frente da trinca e (b) Distribuição dos incrementos na frente da trinca.

Como o incremento ΔN é o mesmo em toda a frente da trinca $\left(\Delta N_{\max} = \Delta N_{n\delta i} = \Delta N\right)$, é possível obter os incrementos discretos de trinca Δa para cada nó da sua frente (Figura 3.6 (b)). Então, substituindo a expressão (3.14) em (3.15), tem que o incremento de trinca no nó *i* é obtido por

$$\Delta a_{n\delta i} = \Delta a_{\max} \frac{f_R \left(\Delta K_{n\delta i} \right)}{f_R \left(\Delta K_{\max} \right)}, \qquad (3.16)$$

onde Δa_{max} e f_R são fornecidos pelo usuário e ΔK é determinada no FRANC3D.

Essa expressão é usada no FRANC3D para determinar os incrementos de trinca. É importante chamar a atenção que não se obtém dados de número de ciclos no FRANC3D, pois a variável ΔN não é determinada durante a análise de propagação da trinca.

Adicionalmente, como a distribuição do FIT varia de valores nulos a valores positivos, o FIT é superior ao limiar de propagação ($\Delta K_{n\delta i} > \Delta K_{th}$.) em todos os nós com $\Delta a_{n\delta i} \neq 0$, caso contrário, o incremento de trinca $\Delta a_{n\delta i}$ é nulo.

3.5.2. Direção de propagação

As trincas de fadiga crescem na direção perpendicular às tensões principais (Schijve, 2009). Isto implica que sob carregamento de tração ou flexão, a trinca cresce em um plano perpendicular a este carregamento (modo I).

No programa FRANC3D estão disponíveis três tipos de critérios de direção de crescimento local da trinca: (i) critério de extensão plana; (ii) critério de tensão principal máxima e (iii) critério de taxa de alívio de energia de deformação modificada. Os dois últimos critérios são tridimensionais.

Como estudado em Leguillon (1995), Bazant & Estenssoro (1979) e Ghahremani & Shih (1992), a interseção da trinca com as superfícies da placa é uma região de singularidade. Nas análises numéricas de elementos finitos, obtevese valor não nulo de ΔK_{II} na interseção da trinca com a superfície inferior da placa, que gera uma direção de crescimento da trinca fora do plano de trincamento quando são utilizados os critérios tridimensionais de direção de propagação. Essa direção de crescimento é diferente da direção que foi observada nos experimentos (ver Capítulo 4), que se manteve no plano perpendicular às superfícies da placa. Por esta razão, foi adotado o critério de extensão plana, pois é um critério específico para trincas de superfície.

Esse critério considera apenas a distribuição de ΔK_1 para determinar a direção de crescimento da trinca. Assume-se que a direção de crescimento é normal à frente da trinca atual. Essa hipótese é coerente em defeitos que nascem a partir de uma condição de carregamento de fadiga e crescem sob mesma condição. Por exemplo, uma trinca passante ou uma trinca de canto sob carregamento remoto de tração ou flexão pura induzindo tração na frente da trinca. Esses exemplos são ilustrados na Figura 3.7.

Entretanto, em uma peça com trinca parcialmente fechada, essa hipótese de direção de crescimento é inadequada. Uma hipótese mais geral é sugerida e explicada no Capítulo 5 (Seção 5.4).



Figura 3.7 – Direção de propagação perpendicular a toda frente de trinca atual.

3.6. Determinação do número de ciclos

Para carregamento de amplitude constante, a previsão da vida por fadiga requer três informações: a lei de propagação $da/dN - \Delta K$, FIT e incrementos de trinca Δa . Como explicado na Seção 3.5.1, existe incrementos de ciclos ΔN relacionados a incrementos de trinca Δa . Portanto, o cálculo do número de ciclos pode ser feito em qualquer posição da frente da trinca e é determinado analiticamente por

$$N = \int_{a_{in}}^{a_f} \frac{da}{f_R(\Delta K)},\tag{3.17}$$

onde f_R é a equação empírica de ajuste da curva $da/dN - \Delta K$ (m/ciclos). a_{in} é o comprimento inicial e a_f é o comprimento final. Note que a_{in} e a_f devem ser em metros.

Essa integração pode ser complicada dependendo das expressões de FIT e das equações $da/dN - \Delta K$. Nestes casos, tem-se que fazer um tratamento numérico da expressão (3.17). A seguir é descrito o procedimento para integração numérica em uma trinca passante:

- escolher um incremento de trinca adequado, ∆a_j = a_{j+1} − a_j, pequeno o suficiente para se ter boa precisão, mas sem causar um excessivo esforço de cálculo;
- calcular o ΔK_j para o comprimento médio da trinca $(a_{j+1} + a_j)/2$;
- determinar a da/dN para esse ΔK_j usando $f_R(\Delta K)$;
- calcular ΔN_i para $\Delta a_i / (da / dN)$.

Consequentemente, o número total de ciclos é dado por

$$N = \sum \Delta N_{j}.$$
 (3. 18)

Esses passos para cálculo de ciclos em uma trinca passante podem ser aplicados em uma trinca de canto, com $\Delta a_j = \Delta a_{n\delta i, \text{passo } j}$ e $\Delta K_j = \Delta K_{n\delta i, \text{passo } j}$. Note que o índice i é a posição na frente da trinca e j é a frente de trinca considerada, sendo que esses índices são ilustrados na Figura 3.8.



Figura 3.8 – Índices para cálculo de número de ciclos em trinca de superfície com fechamento parcial.