

Referências bibliográficas

- Agência Estado. Falha no motor provocou queda do avião da NoAr from Agencia Estado. Disponível em: <<http://g1.globo.com/brasil/noticia/2011/09/falha-no-motor-provocou-queda-do-aviao-da-noar.html>>. Acesso em: 02 ago. 2012.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E647-00**: Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates. United States, 2000.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E8M-04**: Standard test methods for tension testing of metallic materials [Metric]. United States, 2004.
- Anderson, T. L. (2005). **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3rd Edition. CRC Press.
- Banks-Sills, L., Sherman, D. (1992). On the computation of stress intensity factors for three-dimensional geometries by means of the stiffness derivative and J-integral methods. *International journal of fracture*, **61**(1), 1-20.
- Barson, J. M.; Rolfe, S. T. (1999). **Fracture and Fatigue Control in Structures: Applications of Fracture Mechanics**. 3rd Edition. USA: ASTM.
- Bathe, K. J. (1996). **Finite Element Procedures**. New Jersey: Prentice Hall.
- Bazant, Z.P. and Estenssoro, L.F. (1979). Surface singularity and crack propagation. *International Journal of Solids and Structures*. **15**, 405–426.
- Budiansky, B.; Rice, J. (1973). Conservation laws and energy-release rates. *Journal of Appl. Mechanics*, (March), 201–203.
- Carter, D. L., Canda, W. R., and Blind, J. A. (1990). Experimental evaluation of stress-intensity solutions for surface flaw growth in plates. *Surface-crack growth: Models, Experiments, and Structures, ASTM STP 1060*, W. G. Reuter, J. H. Underwood, and J. C. Newman, Jr., Eds. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 215-236.
- Carter, B. J., Wawrzynek, P. a., Ingraffea, A. R. (2000). Automated 3-D crack growth simulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **47**(1-3), 229-253.

- Castro, J. T. P.; Meggiolaro, M. A. (2009). **Fadiga – Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**, Volume I e Volume II. CreateSpace, Scotts Valley: USA.
- Corbani, S.; Miranda, A. C. O.; Martha, L. F.; Castro, J. T.; Carter, B. J. (2010). Investigations in a cracked plate under bending. *In: 31th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Buenos Aires: AMCA, 2010. v. XXIX.
- Dempsey, J.P.; Shekhtman, I. I., Slepyan, L. I. (1998). Closure of a through crack in a plate under bending. *International Journal of Solids and Structures*. **35**, N. 31-32, 4077-4089.
- Dill, H. D.; Saff, C. R. (1978). Environment-load interaction effects on cracks growth. *AFFDL-TR-78-137*, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, OH, Nov., pp. 161-182.
- Elber, W. (1970). Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, **2**, pp. 37-45.
- Erdogan, F.; Tuncel, O.; Paris, P. (1962). An experimental investigation of the crack tip stress intensity factors in plates under cylindrical bending, *Journal of Basic Engineering*. **84**, 542-546.
- FRANC3D/NG Version 6.0 Reference Manual (2010).
<http://www.fracanalysis.com/Franc3D_Documentation/>. Acesso em: 09 set. 2012.
- Furukawa, C., Bucalem, M., & Mazella, I. (2009). On the finite element modeling of fatigue crack growth in pressurized cylindrical shells. *International Journal of Fatigue*, **31** (4), 629-635.
- Ghahremani, F. and Shih, C.F. (1992). Corner singularities of three-dimensional planar interface cracks. *Journal of Applied Mechanics*. **59**, 61–68.
- Griffith, A. A. (1920). The phenomenon of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions series A*. **221**, 163-198.
- Hall, L. R.; Shah, R. C.; Engstrom, W. L. (1974). Fracture and fatigue crack growth behavior of surface flaws and flaws originating at fastener holes. *AFFDL-TR-74-47*.
- Hartranft, R.; Sih, G. C. (1968). Effect of plate thickness on the bending stress distribution around through cracks. *Journal of Mathematics and Physics*, **47** (3), 276–291.
- Hibbitt, D.; Karlsson; B.; Sorensen, P. (1996). ABAQUS/Standard User's manual, version 5.6. Pawtucket, R.I.

- Ingraffea, A. R.; Manu, C. (1980). Stress-intensity factor computation in three dimensions with quarter-point elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **15** (10), 1427–1445.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*. **24**, 361-370.
- _____. (1962). Crack extension force for a part-through crack in a plate. *Journal of Applied Mechanics*, **Dec.**, pp. 651-654.
- Janssen, M.; Zuidema, J. and Wanhill, R. J. H. (2006). **Fracture Mechanics**. 2nd Edition. Netherlands: VSSD.
- Joseph, P., & Erdogan, F. (1989). Surface crack problems in plates. *International journal of fracture*, **41** (2), 105–131.
- Kim, J. H., Song, J. (1992). Crack growth and closure behaviour of surface cracks under axial loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, **15** (5), 477-489.
- Lawson, L.; Chen, E. Y.; Meshii, M. (1999). Near-threshold fatigue : a review. *differences*, **21**, 15-34.
- Leguillon, D. (1995). Computation of 3D singularities in elasticity. *Boundary Value Problems and Integral Equations in Nonsmooth Domains* (Edited by M. Costabel, M. Dauge and S. Nicaise), Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker, New York, 161–170.
- Li, F. Z.; Shih, C. F.; Needleman, A. (1985). A comparison of methods for calculating energy release rates. *Engineering Fracture Mechanis*, **21**, 405-421.
- Lin, X.; Smith, R. A. (1999a). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part II: Crack shape change. *Engineering Fracture Mechanics*, **63** (5), 523-540.
- _____. (1999b). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates Part III: Stress intensity factor and fatigue crack growth life. *Engineering Fracture Mechanics*, **63** (5), 541-556.
- Liu, Y, Chen, C.; Li, G. Q.; Li, J. B. (2010). Fatigue life prediction of semi-elliptical surface crack in 14MnNbq bridge steel. *Engineering Failure Analysis*, **17** (6), 1413-1423.
- Mahmoud, M. A.; Hosseinis, A. (1986). Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates. *Engineering Fracture Mechanics*, **24** (2), 207-221.
- Milne, I. (1994). The importance of the management of structural integrity. *Eng. Failure Analysis*, **1** (3), 171-181.

- Miranda, A. C. O. **Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis**, Rio de Janeiro, 2003. 106p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio.
- Mullinix, B. R.; Smith, C. W. (1974). Distribution of local stresses across the thickness of cracked plates under bending fields. *International Journal of Fracture*, **10**, 337-352.
- Newman, J. C.; Raju, I. S. (1978). Analysis of surface cracks in finite plates under tension or bending loads. NASA-TM-78805, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1978.
- _____. (1981). An empirical stress-intensity factor equation for the surface crack. *Engineering Fracture Mechanics*, **15** (1-2), 185-192.
- Oh, C.; Song, J. (2001). Crack growth and closure behaviour of surface cracks under pure bending loading. *International Journal of Fatigue*, **23**(3), 251-258.
- Paris, P. C.; Gomez, M. P.; Anderson, W. E. (1961). A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*, **13**, 9-14.
- Perez, R., Grandt, A. F., Jr., and Saff, C.R. (1990). Tabulated stress-intensity factor for corner cracks at holes under stress gradients. *Surface-crack growth: Models, Experiments, and Structures, ASTM STP 1060*, W. G. Reuter, J. H. Underwood, and J. C. Newman, Jr., Eds. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 49-62.
- Potyondy, D. O.; Wawrzynek, P. A.; Ingraffea, A. R. (1995). Discrete crack growth analysis methodology for through cracks in pressurized fuselage structures. *International journal for numerical methods in engineering*, **38** (10), 1611–1633.
- Rice, J. R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, **35**, 379-386.
- Riddell, W. T., Ingraffea, A. R., & Wawrzynek, P. A. (1997). Experimental observations and numerical predictions of three-dimensional fatigue crack propagation. *Engineering fracture mechanics*, **58**(4), 293–310.
- Schijve, J. (1988). Fatigue crack closure: observations and technical significance. *Mechanics of fatigue crack closure, ASTM STP 982*, 5-34.
- _____. (2009). **Fatigue of Structures and Materials**. 2nd Edition. Springer: Dordrecht.
- Sih, G.; Paris, P.; Erdogan, F. (1962). Crack-tip, stress-intensity factors for plane extension and plate bending problems. *Journal of Applied Mechanics*, **29** (June), 306-312.

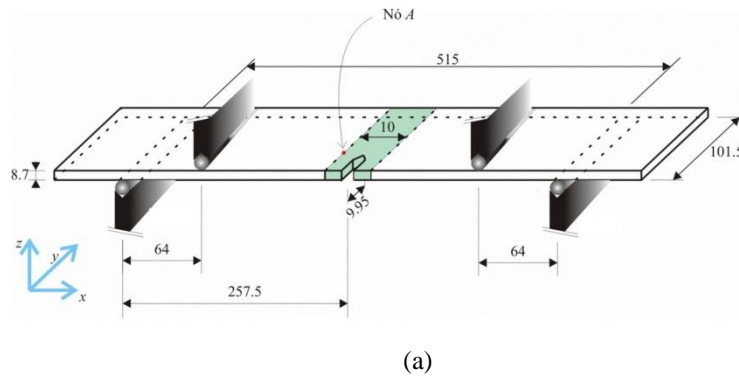
- Smith, D. G.; Smith, C. W. (1970). A Photoelastic Evaluation of the Influence of Closure and Other Effects Upon the Local Bending Stress in Cracked Plates. *International Journal of Fracture Mechanics*. **6**: 305 – 318.
- Song, P. S., Shue, B. C., Shieh, Y. L. (2002). Prediction of semi-elliptical surface crack growth behavior of 2024-T4 aluminum alloy. *Int. Journal Press Vessels Pip*. **79**:273-8.
- Unger, D. J. (1995). **Analytical Fracture Mechanics**. San Diego: Academic Press.
- Williams, M. L. (1952). Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *Journal of Applied Mechanics*. **74**, 526-528.
- _____. (1957). On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*. **24**, 109-114.
- Wu, S. X. (1985). Shape change of surface crack during fatigue growth. *Engineering Fracture Mechanics*. **22**, 897-913.
- Wu, Z. (2006). The shape of a surface crack in a plate based on a given stress intensity factor distribution. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, **83**, 168-180.
- Wynn, R. H.; Smith, C. W. (1969) An experimental investigation of fracture criteria for combined extension and bending. *Journal of Basic Engineering*. **Dec**: 841-849.
- Yau, J.; Wang, S.; Corten, H. (1980). A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity. *Journal of Applied Mechanics*, **47** (June), 335.
- Young, M. J.; Sun, C. T. (1992). Influence of crack closure on the stress intensity factor in bending plates – A classical plate solution. *International Journal of Fracture*. **55**: 81-93.
- Zehnder, A. T.; Viz, M. J.; Potdar, Y. (2000). Fatigue fracture in plates in tension and out-of-plane shear. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, (**23**), 403-415.
- Zhao, J.; Liu, R.; Wu, X. (2008). Effects of partial crack–face contact for the bending of thin shell structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, **49**(1), 128-150.

Apêndice 1 – Teste de convergência

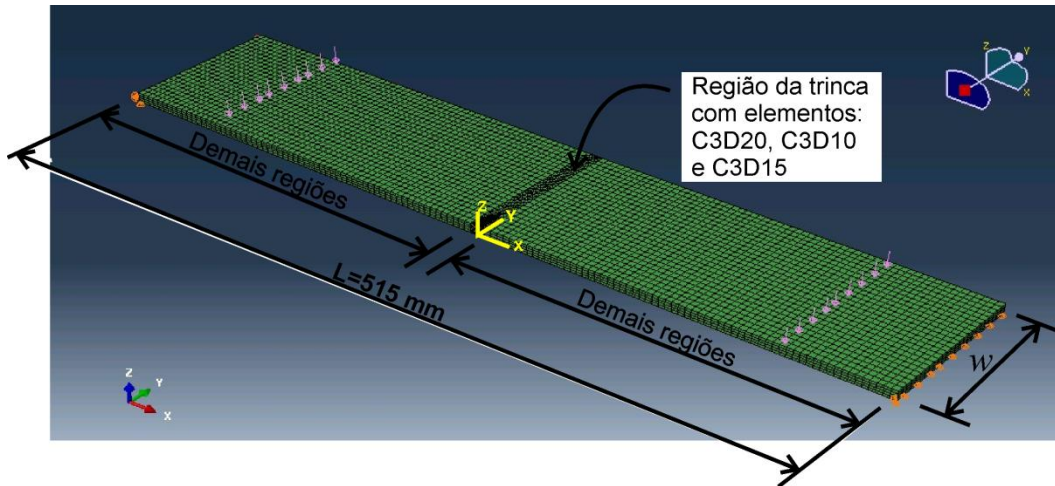
O FRANC3D é um pré- e pós-processador tridimensional desenvolvido para determinar parâmetros de mecânica da fratura e para simular o crescimento da trinca. Este programa de mecânica da fratura é acoplado a programas de simulação numérica, como método dos elementos de contorno ou método dos elementos finitos. Nesta tese, o FRANC3D é utilizado com um programa de elementos finitos, o ABAQUS. Desta forma, no FRANC3D geram-se malhas de sólidos tridimensionais com trincas para análise do problema em elementos finitos (Carter et al., 2000).

Resumidamente, a estratégia de geração da malha usada no programa FRANC3D, divide o domínio do problema em regiões, chamadas neste trabalho de região da trinca e demais regiões. A vantagem desta abordagem é que a malha de elementos finitos é refeita apenas na região da trinca. Nas demais regiões, mantêm-se com mesmas definições de tamanho do elemento desde a primeira análise. Por esta razão, são feitos dois testes de convergência da malha de elementos finitos, onde a malha que é usada nas análises desta tese é a malha com menor número de elementos e, mesmo assim, com resultados precisos de deslocamentos e FIT.

Além disso, as dimensões da região da trinca devem ser definidas pelo usuário. Desta forma, pela condição de carregamento e concentração de tensões, é conhecida que a trinca cresce no plano (trinca de superfície), por isso foi escolhida como a região da trinca uma faixa de 10 mm de comprimento em toda a largura w da placa. Essa faixa tem distância de 5 mm de cada lado do entalhe. Na Figura A1. 1 (a) são ilustradas as dimensões da placa e na cor verde a região da trinca. Complementarmente, na Figura A1. 1 (b) são ilustradas as malhas geradas no FRANC3D.



(a)



(b)

Figura A1. 1 – Dados para análise: (a) Dimensões da placa trincada [mm] e; (b) Malha na região da trinca e demais regiões e condições de contorno.

No teste de convergência nas demais regiões, seis refinamentos de malhas diferentes são utilizados, que são chamadas por malha global 001, 002, 003, 004, 005 e 006. Estas malhas são feitas com diferentes dimensões dos elementos no plano xy usando quatro ou dois elementos em z . As dimensões dos elementos no plano xy são chamadas de l_x e l_y ; e altura do elemento l_z (ver Figura A1. 2). Note que a geometria e o refinamento da trinca são iguais nas malhas globais.

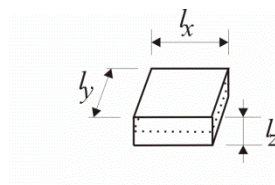


Figura A1. 2 – Dimensões dos elementos nas regiões de malha sem trinca.

Complementarmente, os parâmetros de refinamento da malha na região da trinca são definidos. Esses parâmetros são o raio da roseta e o número de anéis. Neste teste, estes parâmetros são adotados iguais em todas as análises, onde o raio da roseta (TR) e o número de anéis são, respectivamente, 10^{-5} metros e 3 anéis. Esses parâmetros serão alterados no teste de convergência da região da trinca.

As dimensões dos elementos associadas a cada malha global são encontradas na Tabela A1. 1. Depois da análise, são obtidos os deslocamentos medidos no nó A (-5, 24, 8.7), indicado na Figura A1. 1 (a). Adicionalmente, são mostrados o tempo de CPU para executar cada análise e número de elementos. Os deslocamentos para cada solução e o FIT na frente da trinca também são ilustrados na Figura A1. 3 e na Figura A1. 4, respectivamente.

Tabela A1. 1 – Dimensões da malha na região sem trinca e resultados.

Malha Global	l_x [mm]	l_y [mm]	l_z [mm]	Nó A (-5, 24, 8.7)		Tempo CPU [min]	Número de elementos
				Desl.em z [m]	Tensões [MPa]		
001	8	8	4	6.450e-3	179.30	28.2	66474
002	4	4	4	6.451e-3	187.90	27.7	69853
003	2	2	4	6.453e-3	190.73	63.7	102177
004	8	8	2	6.451e-3	191.02	34.0	71917
005	4	4	2	6.451e-3	199.90	43.9	83790
006	2	2	2	6.453e-3	203.70	113.5	141177

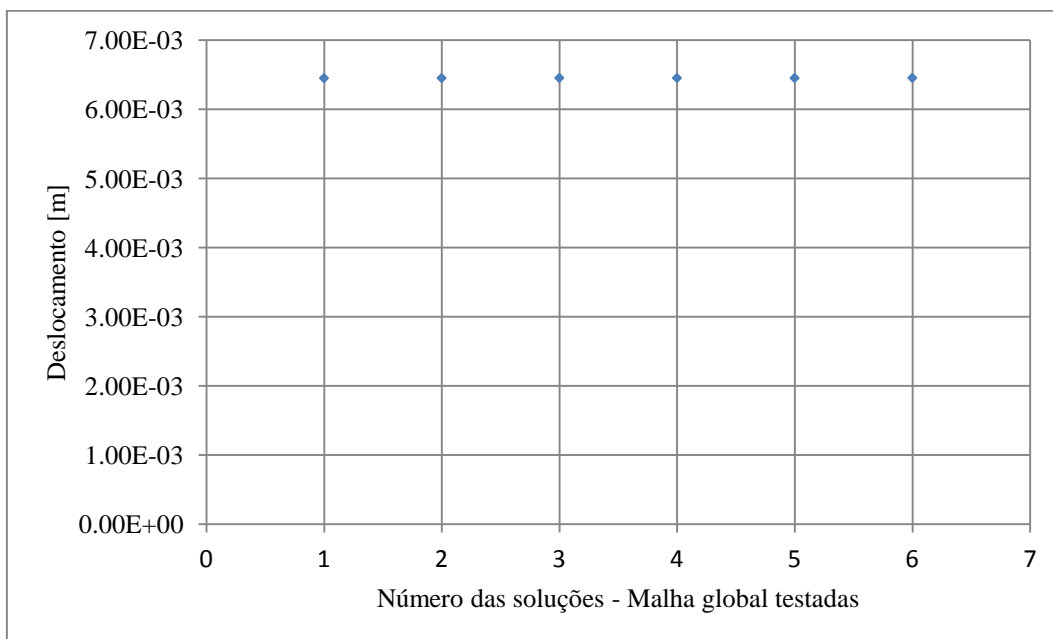


Figura A1. 3 – Deslocamento no nó A para diversas malhas nas regiões sem trinca.

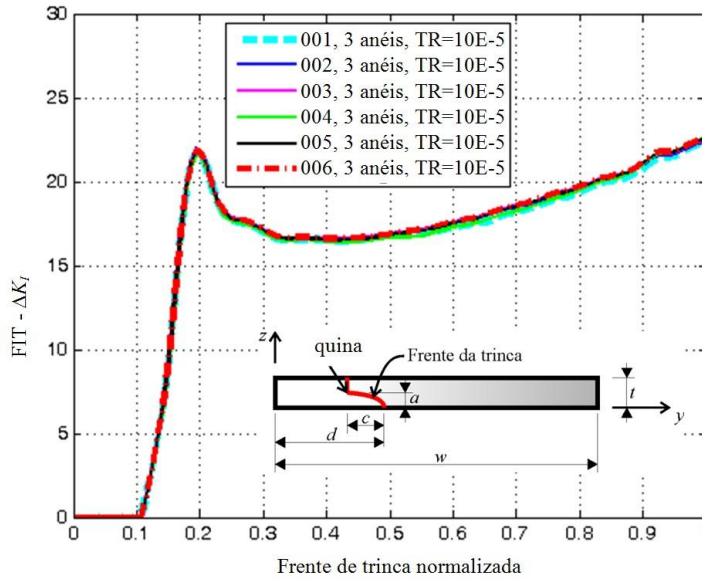


Figura A1. 4 – FIT ao longo da frente de trinca normalizada.

Os valores de deslocamento no nó A e o FIT na frente da trinca são coincidentes para todos os refinamentos de malha na região sem trinca. Assim, conclui-se que todas essas malhas representam eficientemente este problema.

Definida a malha nas demais regiões, pode-se iniciar o teste de convergência na região da trinca. O usuário do FRANC3D pode controlar três parâmetros que melhoram o refinamento da malha na frente da trinca. Esses parâmetros são raio da roseta, número de anéis na roseta e o tamanho do elemento ao longo da frente da trinca. Note que o tamanho do elemento é definido pela razão entre dimensão do elemento perpendicular a frente da trinca (l_e) e a altura deste elemento (l_a).

O raio da roseta (*template radius*) é o comprimento total entre a frente da trinca e a última aresta de elemento da roseta. A disposição da roseta e a dimensão l_e são ilustradas na Figura A1. 5.

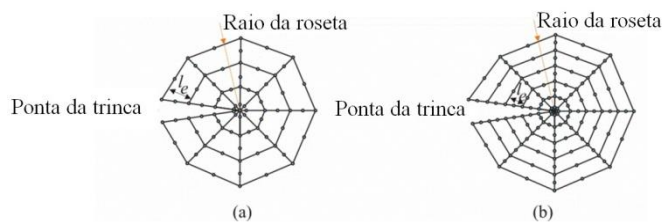


Figura A1. 5 – Roseta na ponta da trinca: (a) três anéis de elementos e (b) cinco anéis de elementos.

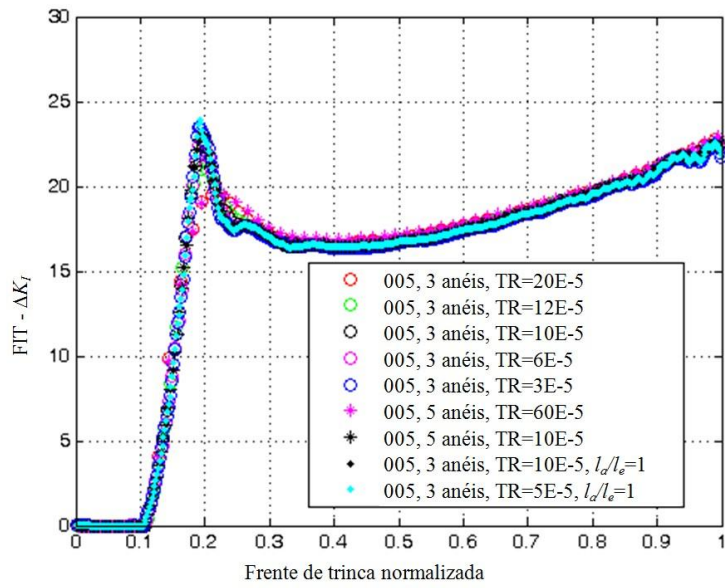
A razão l_a/l_e é definida pelo usuário antes de gerar a malha na região trincada. O programa FRANC3D tem uma razão padrão l_a/l_e igual a 2.5. Entretanto, pode ser alterada sempre que o usuário desejar.

Os valores adotados para os três parâmetros já citados anteriormente são mostrados na Tabela A1. 2.

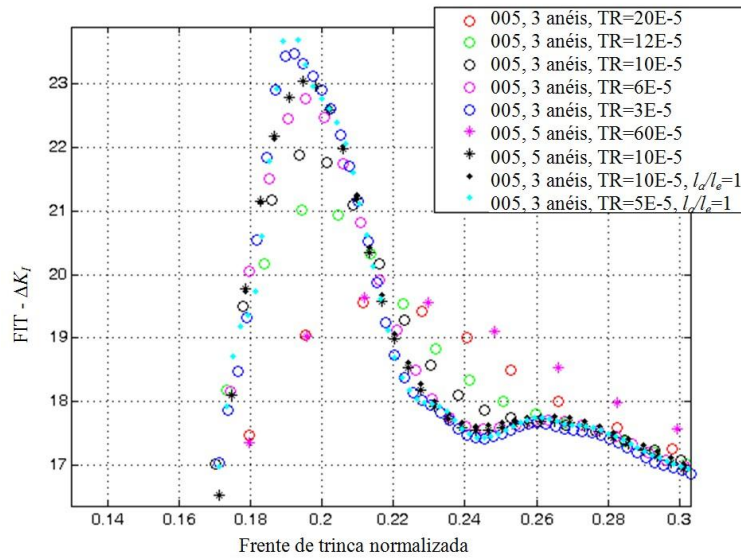
Tabela A1. 2 – Refinamento da malha na frente da trinca.

Malha Global	Número de anéis	Raio da roseta (mm)	l_a/l_e
005	3	0.20	2.5
005	3	0.12	2.5
005	3	0.10	2.5
005	3	0.06	2.5
005	3	0.03	2.5
005	5	0.60	2.5
005	5	0.10	2.5
005	3	0.10	1.0
005	3	0.05	1.0

Na Figura A1. 6 é mostrada a distribuição do FIT na frente da trinca. Para valores de raio de roseta 0.10 mm, 3 anéis e razão l_a/l_e 2.5, o FIT tem valores satisfatórios. Assim, este refinamento de frente da trinca é escolhido para as análises desta tese. Entretanto, se a convergência do contato não for encontrada com esses parâmetros de refinamento, para obter a solução de elementos finitos nessas específicas análises, utiliza-se raio de roseta inferior a 0.10 mm.



(a)



(b)

Figura A1. 6 – Refinamento dos elementos na frente da trinca: (a) FIT na frente da trinca e (b) FIT na quina.

Apêndice 2 – Ajuste de ensaios $da/dN-\Delta K$

Dois conjuntos de ensaios a fadiga sob carregamento cíclico de tração foram feitos para se obter a curva taxa de propagação da trinca da/dN do aço ASTM A36. Os corpos-de-prova usados são compactos usinados a partir da mesma barra chata que deu origem aos corpos-de-prova de flexão. A norma ASTM E647 fornece dimensões e equações para determinar o fator de intensidade de tensão desse corpo-de-prova compacto. A geometria é ilustrada na Figura A2. 1.

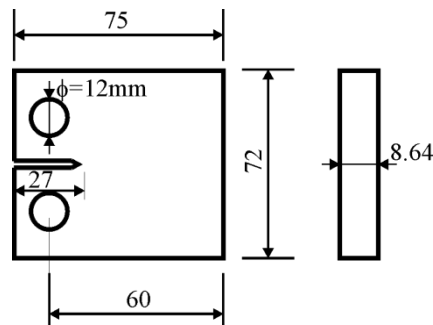


Figura A2. 1 – Geometria do corpo-de-prova padrão compacto de tração C(T).

Uma máquina servo-hidráulica MTS modelo 810 *Material Testing System* foi usada e a célula de carga com uma capacidade de 10 kN sob condições de carregamento dinâmico garantiam a precisão do carregamento aplicado sob um controle de carga. A frequência do carregamento e taxa de tensão eram 35 Hz e $R = 0.1$, respectivamente.

A variação do deslocamento da abertura da boca da trinca e dados de carregamento foram coletados durante o ensaio de fadiga. Este deslocamento foi medido com um *clip gage* no corpo-de-prova C(T).

Por causa de uma dispersão nos pontos medidos na região I da curva $da/dN-\Delta K$, foram realizadas dois grupos de amostras, conforme mostrado a seguir.

A2.1 Dados da/dN do primeiro conjunto

Os pontos medidos no primeiro experimento foram ajustados sob ΔK , usando a equação de Elber modificado, como

$$\frac{da}{dN} = 1.53 \cdot 10^{-10} \left(\Delta K - \Delta K_{th} (1-R) \right)^{2.23}, \quad (\text{A2. 1})$$

obtida pelo método dos mínimos quadrados. A magnitude do limiar de propagação ΔK_{th} e razão de tensão R são $7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e 0.1 , respectivamente. Na Figura A2. 2 são apresentados os pontos medidos em dois C(T)s.

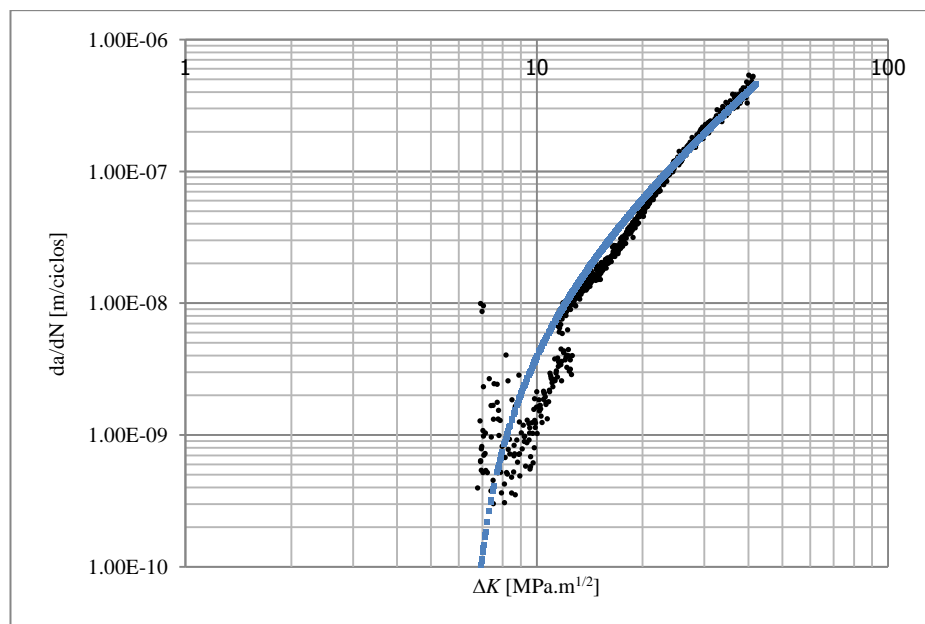


Figura A2. 2 – Primeira amostra de dados coletados, ensaio de taxa de propagação de trinca, usando um C(T).

A.2.2 Dados da/dN do segundo conjunto

As novas taxas da/dN coletadas são encontradas na Figura A2. 3. O limiar de propagação ΔK_{th} é $8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, determinado de acordo com a norma ASTM E-647.

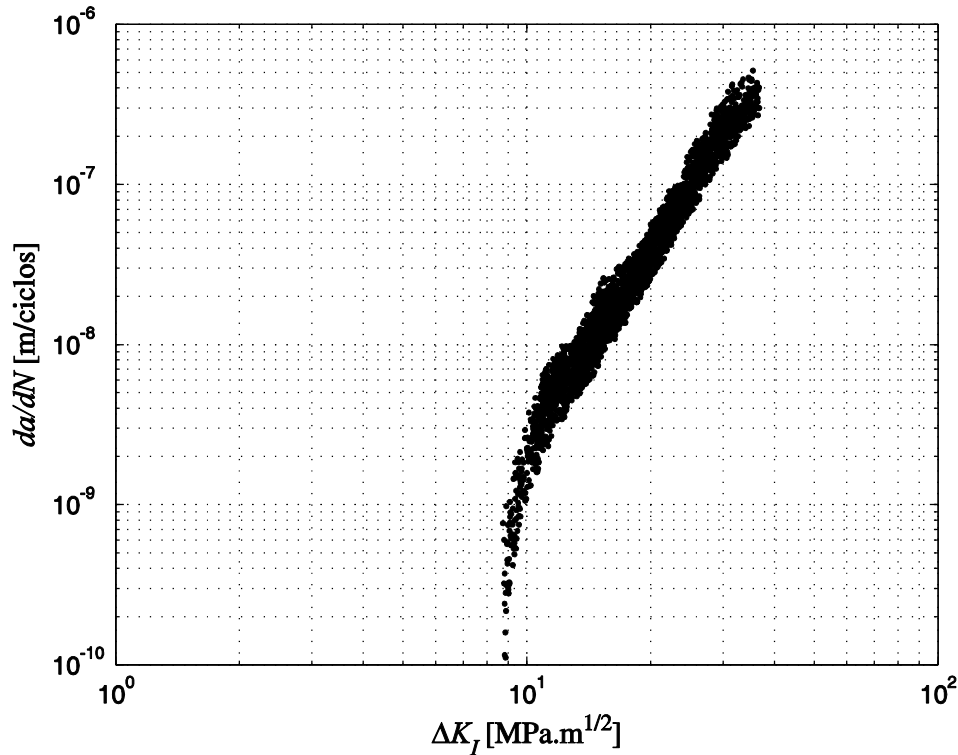


Figura A2. 3 – Pontos medidos na segunda amostra de dados coletados, usando CP compacto C(T).

Para se ter o melhor ajuste C , m e p , foi utilizado o método de otimização de Levenberg-Marquardt. O procedimento geral foi

- i. Cálculo da média μ dos dados $\log(da/dN)$ usando

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{da}{dN} \right)_i}{n} \quad (\text{A2. 2})$$

onde $\left(\frac{da}{dN} \right)_i$ são pontos experimentais medidos em cada ΔK e n é o número de pontos total.

- ii. Cálculo do desvio padrão s de $\log(da/dN)$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (y - \mu)^2}{n-1}}, y = \left(\frac{da}{dN} \right)_i \quad (\text{A2. 3})$$

com a média μ determinada em (i) para cada ΔK .

iii. Assumindo uma distribuição de Gauss ao longo da curva, com confiabilidade de 97.72% associada a $k=2$, pode-se obter pontos de máximo e mínimo para determinar uma faixa de da/dN como

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\min} = \mu - ks \quad \text{e} \quad \left(\frac{da}{dN}\right)_{\max} = \mu + ks \quad (\text{A2.4})$$

respectivamente, curva mínima e máxima de da/dN vs. ΔK .

Finalmente, o ajuste dos pontos médios μ vs. ΔK é feito com o método Levenberg-Marquardt. Adicionalmente, também são determinados os ajustes da curva $(da/dN)_{\min}$ e $(da/dN)_{\max}$.

Na Figura A2.4 são apresentados os pontos médios calculados para essa amostra de dados, pontos inferiores e pontos superiores para uma confiabilidade de 97.72%.

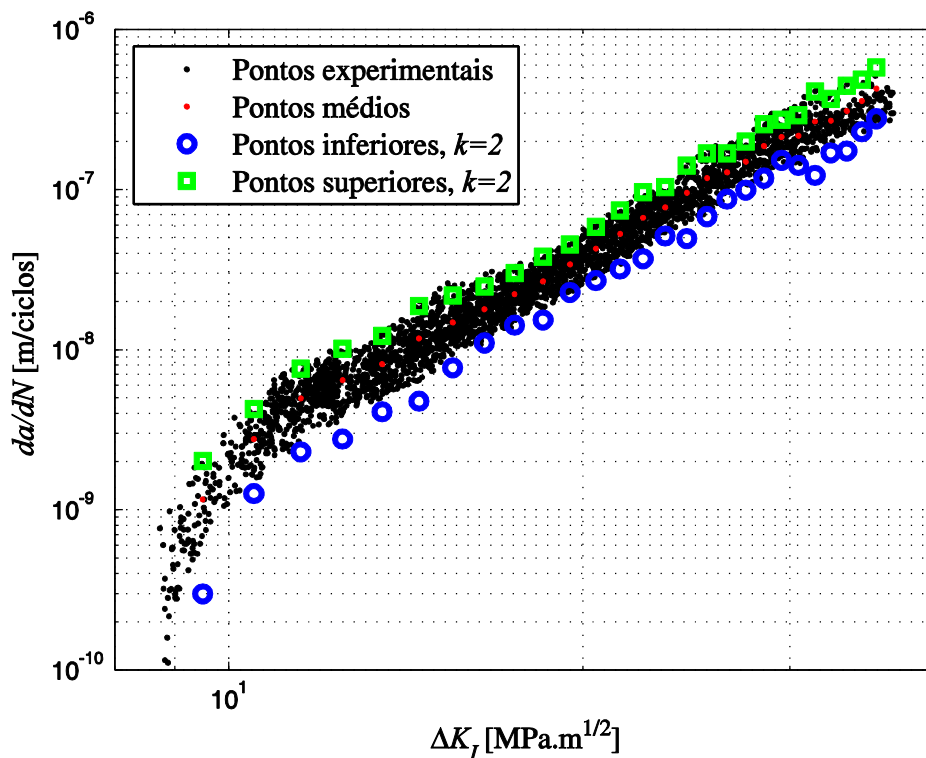


Figura A2.4 – Pontos para ajuste de curva.

Quatro modelos $da/dN - \Delta K$ foram usados para se estimar o melhor ajuste. Estes modelos são Elber, Elber modificado e Hall com 3 e 4 parâmetros

(ver Capítulo 3). Os diversos ajustes são encontrados na Figura A2 .5 e o melhor ajuste foi com a curva de Hall 4 parâmetros.

Elber

$$\frac{da}{dN} = 4.012 \times 10^{-11} (\Delta K - \Delta K_{th})^{2.79} \quad (A2. 5)$$

Elber modificado

$$\frac{da}{dN} = 3.587 \times 10^{-11} (\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R))^{2.818} \quad (A2. 6)$$

Hall 3 parâmetros

$$\frac{da}{dN} = 1.201 \times 10^{-12} \Delta K^{2.596} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 - R)}{(1 - R)} \right)^{1.006} \quad (A2. 7)$$

Hall 4 parâmetros

$$\frac{da}{dN} = 9.702 \times 10^{-13} \Delta K^{2.975} \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th} (1 + 0.42R)}{(1 - R)} \right]^{0.683} \quad (A2. 8)$$

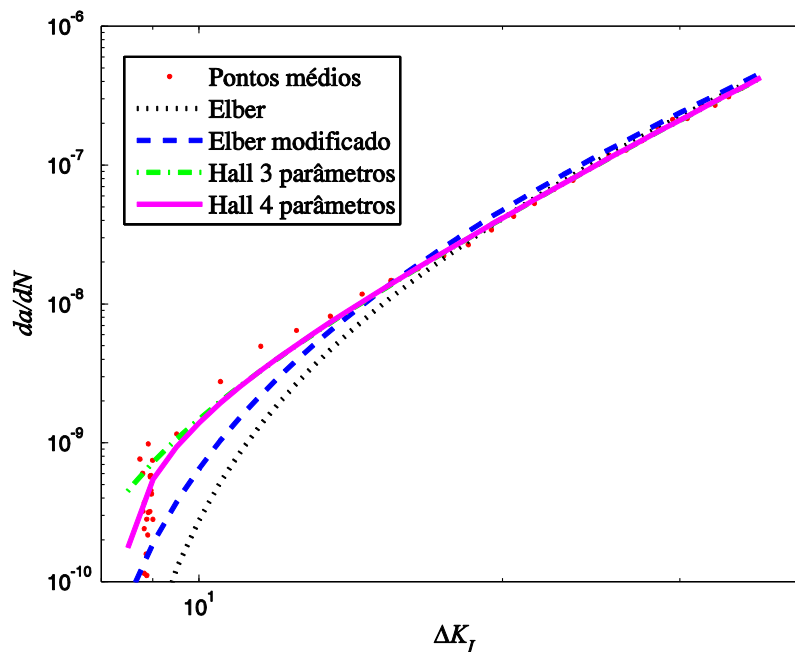


Figura A2 .5 – Ajuste de curva nos pontos médios.

A regra de Paris é largamente usada em previsões de vida e foi utilizada neste trabalho para comparar com o ajuste da região I e II das geometrias de frente de trinca. Para a regra de Paris ajustando os pontos médios é

$$\frac{da}{dN} = 3.029 \times 10^{-13} \Delta K^{3.955}. \quad (A2. 9)$$

Considerando os pontos mínimos, os parâmetros experimentais foram determinados como

$$\frac{da}{dN} = 2.687 \times 10^{-13} \Delta K^{3.49} \left(\frac{\Delta K - (1 - 76.915R)}{(1 - R)} \right)^{0.292}, \quad (A2. 10)$$

onde a taxa de crescimento da trinca da/dN está em m/ciclos. Na Figura A2. 6 e Figura A2. 7, respectivamente, são ilustradas a curva de ajuste dos pontos superiores e a curva de ajuste dos pontos inferiores.

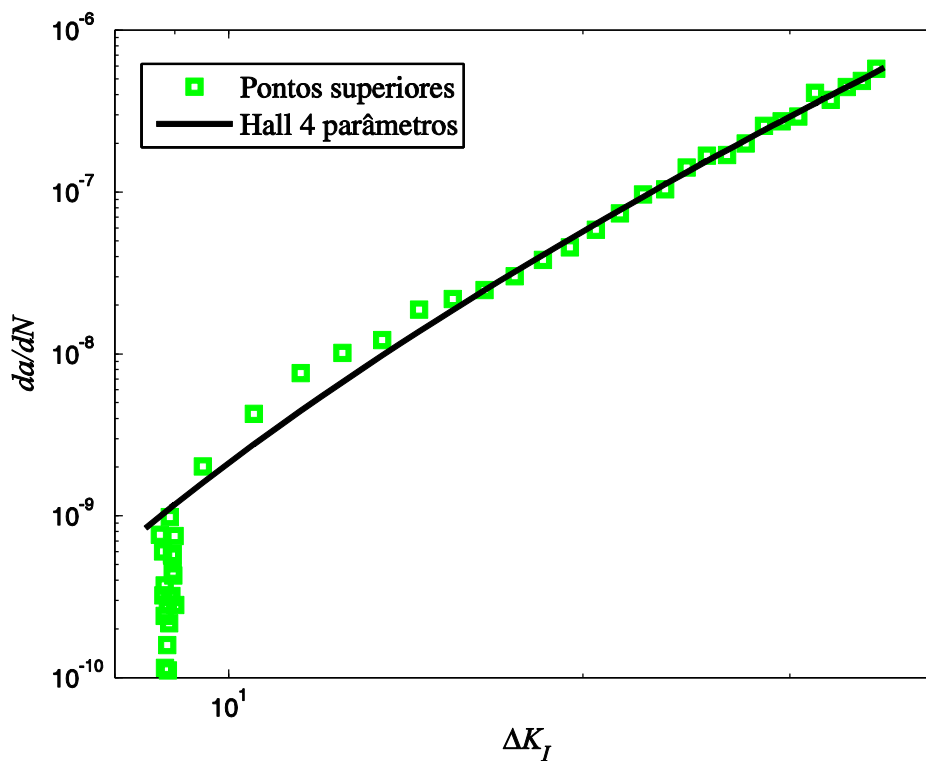


Figura A2. 6 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos superiores.

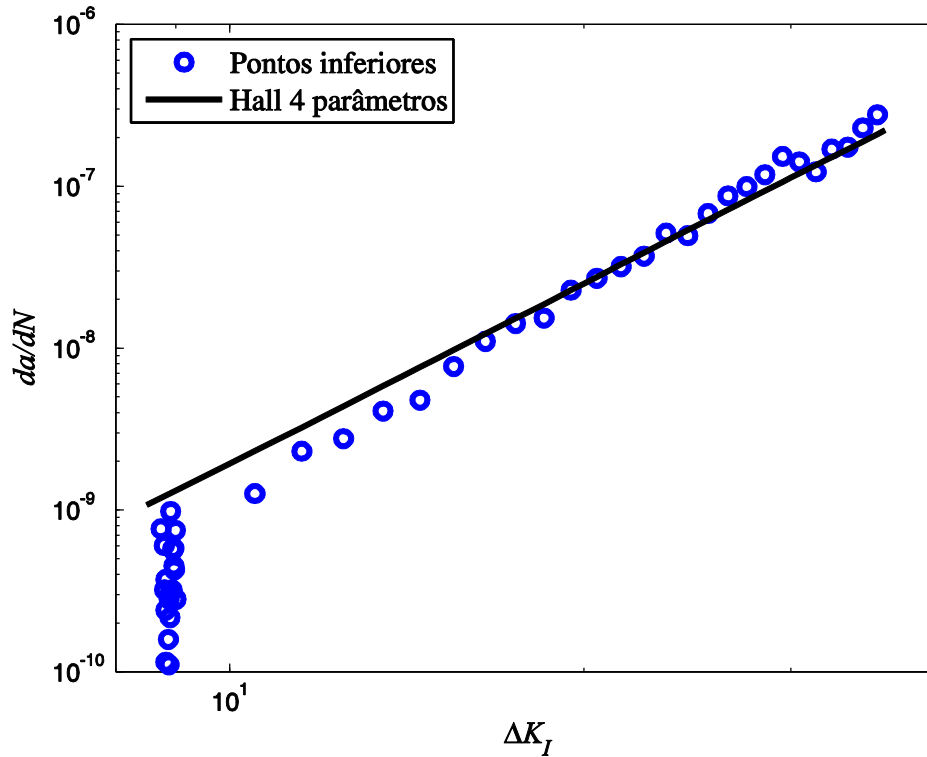


Figura A2. 7 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos inferiores.

Algumas comparações dos dados coletados com curvas de ASTM A36 e SAE 1020 são feitas e ilustradas na Figura A2. 8, verificando a coerência dos pontos médios coletados nos ensaios. Em Barsom & Rolfe (1999), os dados do aço A36 são ajustados com a lei de Paris

$$\frac{da}{dN} = 6.889 \times 10^{-12} \Delta K^3 \tag{A2. 11}$$

e em Miranda (2003), são ajustados dados de SAE1020 com a curva

$$\frac{da}{dN} = 2.5 \times 10^{-10} [\Delta K - \Delta K_0 (1 - 0.55R)]^{2.2}, \tag{A2. 12}$$

onde $\Delta K_0 = 12.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $R = 0.1$.

Assim, os pontos médios coletados nos ensaios são satisfatórios e foram usados nos Capítulos 5, 6 e 7 para se obter previsões de vida no corpo-de-prova de flexão.

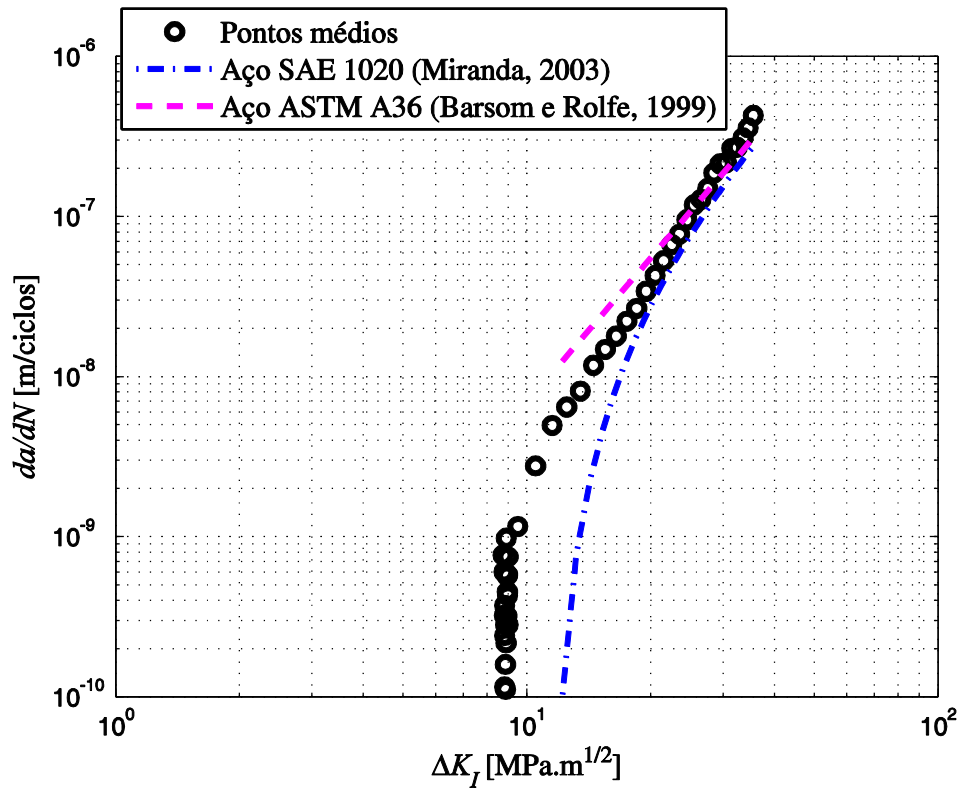


Figura A2. 8 – Comparação da curva medida com resultados disponíveis na literatura.

Apêndice 3 – Projeto dos corpos-de-prova para pré-trinca

A proposta deste trabalho foi estudar o crescimento da trinca partindo de um defeito inicial. Este defeito inicial é uma trinca reta-passante. Com esta finalidade, foram feitos ensaios de tração cíclica nos corpos-de-prova de flexão para realizar o pré-trincamento dos corpos-de-prova de flexão. Estes ensaios iniciam em corpos-de-prova com entalhes.

Foram projetadas três geometrias diferentes de corpos-de-prova, conforme apresentado na Seção 4.1. O critério de escolha das geometrias destes corpos-de-prova foi descrita na Seção 4.1.

Nesta seção é apresentado o projeto dos corpos-de-prova para esse ensaio de pré-trincamento. Complementarmente, são apresentados os números de ciclos e o carregamento aplicado durante o ensaio de pré-trincamento. Esse ensaio deve ser realizado para se iniciar a trinca e evitar as incertezas oriundas desta transição de comportamento entre entalhe e trinca.

Uma máquina de teste servo-hidráulica universal modelo 8501 Instron foi usada na execução dos ensaios de pré-trincamento. O carregamento aplicado foi senoidal com razão de tensão $R = 0.1$. As frequências usadas são entre 22 e 38 Hz para um CP com um entalhe de borda e 17 Hz para um CP com entalhe central. O carregamento aplicado induziu um FIT de aproximadamente $12 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. A temperatura do experimento foi 24 graus Celsius.

A.3.1 Projeto dos corpos-de-prova

Utilizou-se o programa Quebra2D (Miranda, 2003) para se determinar o fator de intensidade de tensão para os corpos-de-prova sob tração. Admitiu-se que o comprimento total da trinca a ou $2a$ é igual ao comprimento do entalhe e trinca. O carregamento remoto de tração cíclica é distribuído ao longo do perímetro do furo, onde é fixado o pino. Complementarmente, as geometrias dos corpos-de-prova são mostradas na Figura A3. 1.

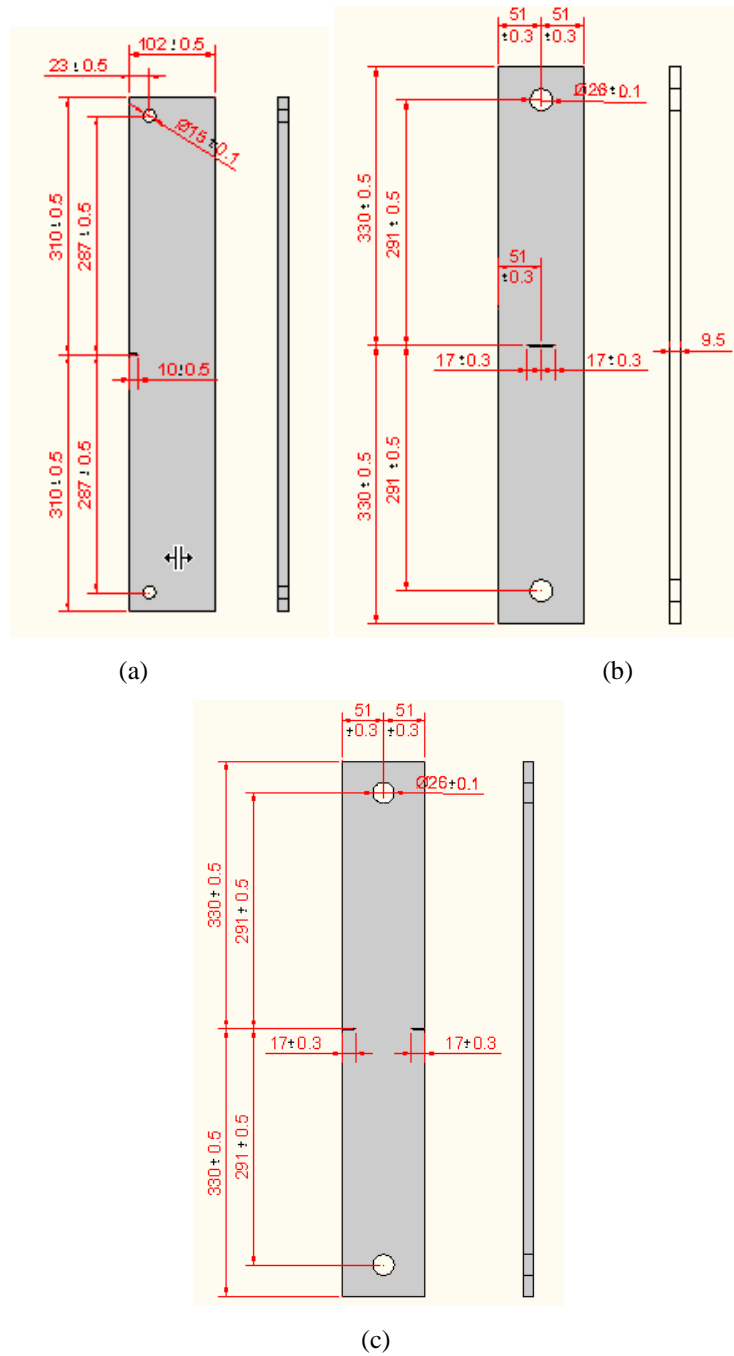


Figura A3. 1 – Geometria do corpo-de-prova em [mm]: (a) entalhe de borda; (b) entalhe central e (c) dois entalhes de borda.

O módulo de elasticidade do aço adotado é 205 GPa e o coeficiente de Poisson é 0.3. A propagação da trinca foi realizada numericamente utilizando as geometrias na Figura A3. 1 e foram conhecidos os valores numéricos do fator de intensidade de tensão para cada incremento Δa de trinca no Quebra2D. Com estes

valores discretos de fator de intensidade de tensão, foi determinada a função $f(a/w)$. A expressão utilizada é

$$f(a/w) = \frac{\Delta K_I}{\Delta \sigma \sqrt{\pi a}}, \quad (A3. 1)$$

onde $f(a/w)$ é ilustrada Figura A3. 2, Figura A3. 3 e Figura A3. 4, respectivamente, para o corpo-de-prova com um entalhe de borda, com um entalhe central e com dois entalhes de borda.

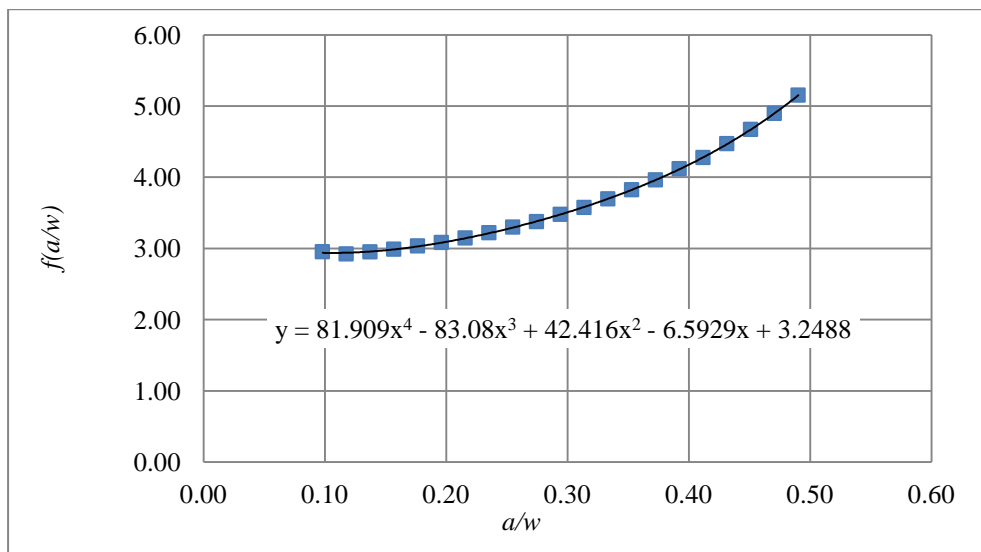


Figura A3. 2 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe de borda.

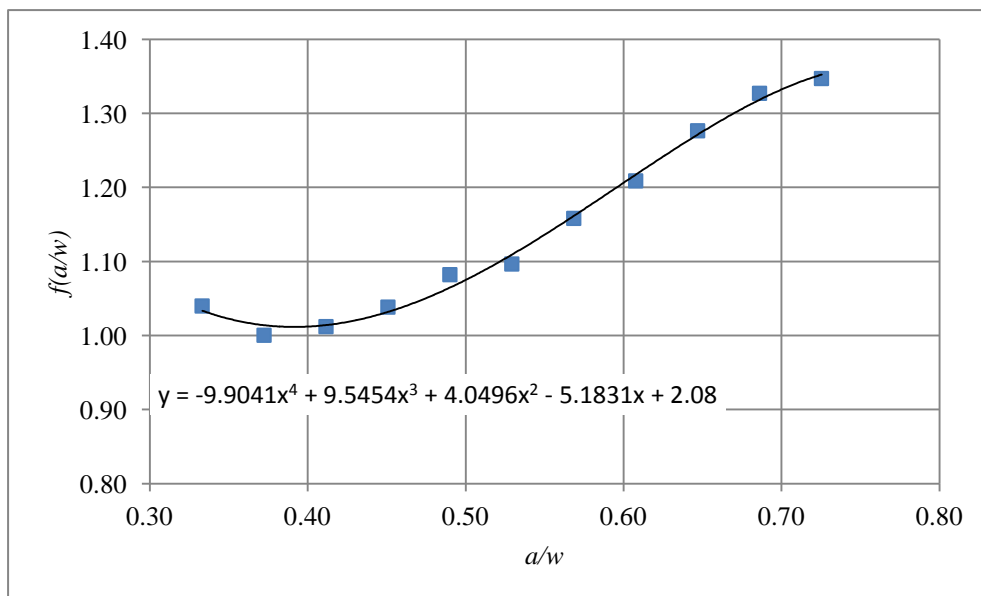


Figura A3. 3 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe central.

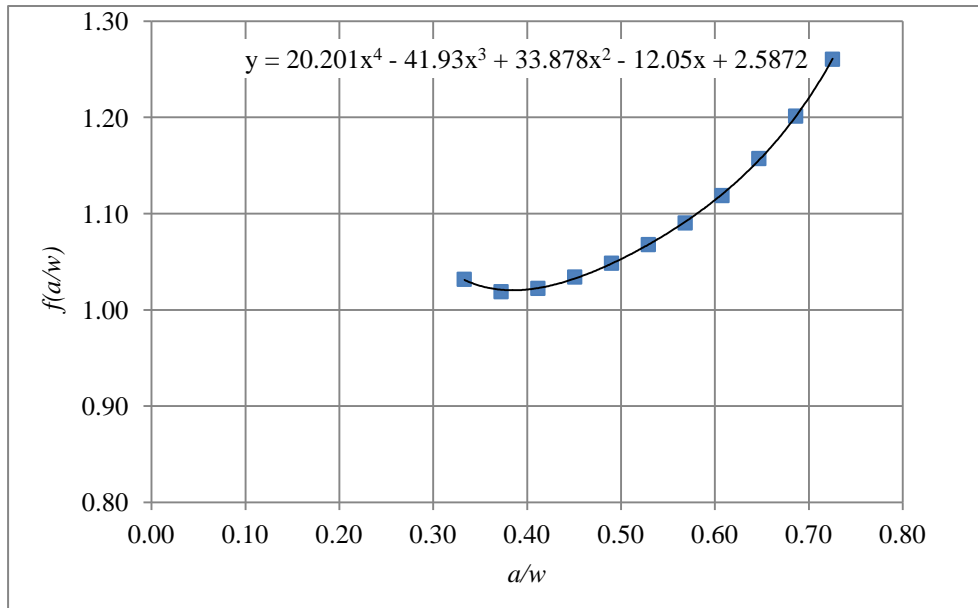


Figura A3. 4 – $f(a/w)$ para corpo-de-prova com dois entalhes de borda.

Os polinômios aproximados $f(a/w)$ para descrever os pontos discretos são

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = 81.91\left(\frac{a}{w}\right)^4 - 83.08\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 42.42\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 6.59\left(\frac{a}{w}\right) + 3.25, \quad (\text{A3. 2})$$

para um entalhe de borda.

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = -9.90\left(\frac{a}{w}\right)^4 + 9.55\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 4.05\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 5.18\left(\frac{a}{w}\right) + 2.08 \quad (\text{A3. 3})$$

para entalhe de central.

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = 20.20\left(\frac{a}{w}\right)^4 - 41.93\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 33.88\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 12.05\left(\frac{a}{w}\right) + 2.59, \quad (\text{A3. 4})$$

para dois entalhes de borda.

Com base nos polinômios, foi possível determinar o FIT para qualquer comprimento de trinca. Com essa estimativa, pode-se definir o comprimento do entalhe e carregamento aplicado, que ocasiona $\Delta K_I = 12 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e sob razão de tensão $R = 0.1$. Os carregamentos estão disponíveis na Tabela A3. 1. Complementarmente, os dados dos ensaios dos corpos-de-prova com um entalhe

de borda e com um entalhe central estão, respectivamente, na Tabela A3. 2 e Tabela A3. 3.

Tabela A3. 1 – Carregamento aplicado.

Corpo-de-prova	Carregamento máximo [kN]	Carregamento mínimo [kN]
Entalhe de borda	24.44	2.44
Entalhe central	55.56	5.56

Tabela A3. 2 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe de borda.

Corpo-de-prova	Frequência (Hz)	N (ciclos)
CP01	22 e 35	153865
CP06	38	291865
CP07	38	372697

Tabela A3. 3 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um entalhe central.

Corpo-de-prova	Frequência (Hz)	N (ciclos)
CP02	17	436093
CP03	17	370303
CP04	17	348323

Durante o ensaio, uma trinca foi iniciada e propagada em um dos furos do CP05 (ver Figura A3. 5), pois houve um erro no projeto deste CP, que ocasionou o nascimento da trinca no furo. O corpo-de-prova foi removido da máquina antes do fraturamento nessa região. Duas soluções imediatas são possíveis para este problema: (i) aumento dos furos de fixação da garra, mas outra garra deveria ser utilizada; (ii) aumento do comprimento do entalhe, mas a seção do ligamento poderia ter falha por colapso plástico. Desta forma, os corpos-de-prova com dois entalhes tornaram-se inviáveis para este estudo.



Figura A3. 5 – Trinca no furo do CP05.

Observação: PID: P = 5.08, I = 1.0; D = 2.84.

Apêndice 4 – Resumo dos resultados experimentais

Tabela A4. 1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais: (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.

	Corpo-de-prova	largura (mm)		entalhe (mm)		t (mm)	a^* / w
(a)	CP03	$2w$	101.6	$2a$	35.0	8.8	0.34
	CP02		101.5		34.2	8.8	0.34
(b)	CP01	w	101.4	a	9.95	8.8	0.10
	CP06		101.5		10.65	8.7	0.10
	CP07		101.4		12.64	8.8	0.12

Note que a^* é o comprimento do entalhe antes do ensaio de pré-trinca. O entalhe era passante e reto ao longo de toda a espessura dos CPs.

Tabela A4. 2 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total N_{total} e razão final a / w : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.

	Corpo-de-prova	Histórico	N_{total} (10^6 ciclos)	a^{**} / w
(a)	CP03	subcarga	1.78	0.66
	CP02	subcarga	1.11	0.57
(b)	CP01	ΔK constante	1.48	0.37
	CP06	sobrecarga	4.75	0.50
	CP07	subcarga	3.63	0.57

Tabela A4. 3 – Resumo das coordenadas de centro (concêntrico) nos CPs com entalhe de borda.

CPs	X [mm]
CP01	11.89
CP06	13.63
CP07	14.77

CP01

Tabela A4. 4 – Resumo dos dados – CP01.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c	a/t	a/c^*
Pré-trinca	0	5.97	144	0	0	0	-	-	-
Marca 01	690 224	6.89	166	2.68	3.96	15.85	0.68	0.30	1.08
Marca 02	980 990	7.94	191	3.49	6.39	18.28	0.55	0.42	0.77
Marca 03	1 487 115	-	-	6.20	23.68	35.57	0.26	0.70	0.28

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

Tabela A4. 5 – Semi-eixos não concêntricos da Marca03 do CP01.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	d [mm]	a_{NC}/c_{NC}	a_{NC}/t	a/c^*
Marca 03	20.79	6.23	14.73	35.52	0.26	0.70	0.28

CP06

Tabela A4. 6 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP06.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c^*	a/t
Marca 01	982 126	7.00	173	4.48	6.39	20.00	0.71	0.54
Marca 02	1 781 930	7.00	173	5.35	12.33	25.96	0.44	0.65
Marca 03	2 632 479	7.35	182	6.17	19.98	33.61	0.33	0.78
Marca 04	4 145 954	4.50	111	6.17	26.95	40.58	0.24	0.78
Marca 05	4 750 267	-	-	7.41	38.00	51.63	0.19	0.87

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Tabela A4. 7 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC}/c_{NC}	a_{NC}/t	a/c^*
Marca 03	20.66	6.17	12.94	0.48	0.78	0.33
Marca 04	20.66	6.17	19.90	0.31	0.78	0.24
Marca 05	20.66	7.41	31.16	0.24	0.87	0.19

* Usando o comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca.

CP07

Tabela A4. 8 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP07.

Marcas	N	ΔP [kN]	$\Delta \sigma$ [MPa]	a [mm]	c [mm]	d [mm]	a/c	a/t	a/c^*
Pré-trinca	0	7.0	173	-	-	14.77	-	-	-
Marca 01a	817 423	5.5	136	2.55	0.91	15.68	2.80	0.29	2.25
Marca 01b	1 048 657	7.0	173	2.55	1.55	16.32	1.65	0.29	1.44
Marca 02a	1 583 040	5.5	136	3.96	7.17	21.94	0.55	0.45	0.53
Marca 02b	1 663 433	7.0	173	3.96	7.86	22.63	0.50	0.45	0.48
Marca 03a	1 934 783	5.1	126	4.93	11.03	25.80	0.45	0.56	0.43
Marca 03b	2 303 294	6.5	161	4.93	12.64	27.41	0.39	0.56	0.37
Marca 04a	2 595 390	4.5	111	5.54	16.86	31.63	0.33	0.63	0.32
Marca 04b	2 776 832	5.5	136	5.54	18.72	33.49	0.30	0.63	0.27
Marca 05a	2 954 809	5.0	124	6.07	23.29	38.06	0.26	0.69	0.25
Marca 05b	2 996 138	6.0	148	6.07	24.21	38.98	0.25	0.69	0.24
Marca 06a	3 179 856	4.8	119	6.60	27.44	42.21	0.24	0.75	0.23
Marca 06b	3 256 718	5.5	136	6.60	29.50	44.27	0.22	0.75	0.21
Marca 07a	3 382 849	4.5	111	6.86	31.62	46.39	0.22	0.78	0.21
Marca 07b	3 418 670	5.5	136	6.86	32.86	47.63	0.21	0.78	0.20
Marca 08a	3 509 839	4.3	106	7.04	34.97	49.74	0.20	0.80	0.19
Marca 08b	3 534 505	5.0	124	7.04	35.61	50.38	0.20	0.80	0.19
Marca 09a	3 634 569	-	-	7.48	42.56	57.33	0.18	0.85	0.17

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Tabela A4. 9 – Novos centros e semi-eixos no CP07.

Marcas	x_c [mm]	a_{NC} [mm]	c_{NC} [mm]	a_{NC} / c_{NC}	a_{NC} / t	a / c^*
Marca 03b	16.49	4.67	9.20	0.51	0.56	0.37
Marca 04a	16.49	5.35	13.37	0.40	0.63	0.32
Marca 04b	16.49	5.35	16.09	0.33	0.63	0.27
Marca 05a	16.49	5.81	20.30	0.29	0.69	0.25
Marca 05b	18.40	5.81	17.55	0.33	0.69	0.24
Marca 06a	18.40	6.24	20.91	0.30	0.75	0.23
Marca 06b	18.40	6.27	22.88	0.27	0.75	0.21
Marca 07a	21.32	6.34	18.51	0.34	0.78	0.21
Marca 07b	23.10	6.34	16.18	0.39	0.78	0.20
Marca 08a	24.40	6.48	15.71	0.41	0.80	0.19
Marca 08b	24.40	6.59	16.36	0.40	0.80	0.19
Marca 09a	27.54	6.92	17.01	0.41	0.85	0.17

* O comprimento de trinca c computado a partir da ponta da pré-trinca e o centro das elipses são coincidentes.

Apêndice 5 – Tabelas dos carregamentos aplicados

Neste apêndice são complementados os dados de histórico de carregamento apresentado no capítulo 4. Na Tabela A5. 1, Tabela A5. 2 e Tabela A5. 3 são apresentados de forma resumida os números de ciclos acumulados antes de se aplicar o carregamento N_{inic} , os números de ciclos acumulados ao final do evento N_{fin} , os números de ciclos sob o evento N_{eve} , a força mínima no evento F_{min} e tensão gerada na superfície inferior da placa σ_{min} devido ao evento, a força máxima no evento F_{max} e tensão máxima gerada na superfície inferior da placa σ_{max} . Estes dados na Tabela A5. 1, Tabela A5. 2 e Tabela A5. 3 se referem, respectivamente, ao CP01, CP06 e CP07.

Tabela A5. 1 – Condições gerais do carregamento de fadiga aplicado no CP01.

N_{inic}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	690 224	690 224	0.59 – 14	6.56 – 158
690 224	980 990	290 766	0.68 - 16	7.57 – 182
980 990	1 487 115	478 587	0.79 – 19	8.73 – 210

Tabela A5. 2 – Histórico de carregamento no CP06.

N_{inic}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	110 849	110 849	0.35 - 8	3.89 - 94
110 849	222 444	111 595	0.70 - 17	7.78 - 188
222 444	530 352	307 908	0.35 - 8	3.89 - 94
530 352	767 155	236 803	0.50 - 12	5.56 - 135
767 155	1 092 476	325 321	0.70 - 17	7.78 - 188
1 092 476	1 566 350	473 874	0.50 - 12	5.56 - 135
1 566 350	1 754 191	187 841	0.55 - 13	6.11 - 148
1 754 191	1 888 366	134 175	0.70 - 17	7.78 - 188
1 888 366	1 888 433	67	0.50 - 12	5.56 - 135
1 888 433	2 324 802	436 369	0.35 - 8	3.89 - 94
2 324 802	2 324 830	28	0.50 - 12	5.55 - 135
2 324 830	2 632 479	307 649	0.55 - 13	6.11 - 148
2 632 479	2 849 549	217 070	0.74 - 18	8.17 - 198
2 849 549	3 312 016	462 467	0.35 - 8	3.89 - 94
3 312 016	3 798 249	486 233	0.48 - 12	5.33 - 129
3 798 249	3 798 305	56	0.35 - 8	3.89 - 94
3 798 305	4 231 875	433 570	0.45 - 11	5.00 - 121
4 231 875	4 750 267	518 392	0.40 - 10	4.44 - 108

Tabela A5. 3 – Histórico de carregamento no CP07.

N_{inc}	N_{fin}	N_{eve}	F_{min} [kN] - σ_{min} [MPa]	F_{max} [kN] - σ_{max} [MPa]
0	128 620	128 620	0.70 – 17	7.78 - 190
128 620	639 461	510 841	0.45 – 11	5.00 – 122
639 461	962 387	322 926	0.55 – 13	6.11 – 149
962 387	1 355 557	393 170	0.70 – 17	7.78 – 190
1 355 557	1 583 040	227 483	0.55 – 13	6.11 – 149
1 583 040	1 716 471	133 431	0.70 – 17	7.78 – 190
1 716 471	2 261 063	544 592	0.51 – 12	5.67 – 139
2 261 063	2 437 031	175 968	0.65 – 16	7.22 – 177
2 437 031	2 639 810	202 779	0.45 – 11	5.00 – 122
2 639 810	2 750 174	110 364	0.55 – 13	6.11 – 149
2 750 174	2 860 165	109 991	0.60 – 15	6.67 – 163
2 860 165	2 954 809	94 644	0.50 – 12	5.56 – 135
2 954 809	3 040 351	85 542	0.60 – 15	6.67 – 163
3 040 351	3 225 490	185 139	0.48 – 12	5.33 – 130
3 225 490	3 272 322	46 832	0.55 – 13	6.11 – 149
3 272 322	3 382 849	110 527	0.45 – 11	5.00 – 122
3 382 849	3 418 670	35 821	0.55 – 13	6.11 – 149
3 418 670	3 509 839	91 169	0.43 – 11	4.78 – 117
3 509 839	3 634 569	124 730	0.50 - 12	5.56 – 135

Apêndice 6 – Considerações do contato

Nesta seção são apresentadas as definições de contato utilizadas nas faces da trinca no programa ABAQUS, usando as hipóteses: (i) contato entre corpos igualmente deformáveis; (ii) não existe atrito entre as faces da trinca; (iii) pequenas deformações e pequenos deslocamentos; (iv) material linear-elástico.

Para atender as condições de contato, no arquivo de entrada de dados do ABAQUS, são usadas as opções escritas a seguir.

```
*surface behavior, pressure-overclosure=HARD
```

```
** crack face contact
```

```
*Contact Pair, interaction=nofric, type=NODE TO SURFACE
```

```
crack_surface_mate_nodes_a, crack_main_side_a
```

Com essas opções, define-se que as faces da trinca são igualmente deformáveis, usando contato de pares, que considera uma face como superfície escrava e a outra face como superfície mestre. O modelo de contato empregado é mecânico, com restrição de compatibilidade. Com esta entrada de dados, o usuário define que o método dos multiplicadores de Lagrange é utilizado para se determinar a área de contato e pressão, fazendo um controle interativo entre os pares. Em outras palavras, cada face da trinca interage com a outra face até alcançar um equilíbrio que atenda as restrições de compatibilidade.

Adicionalmente, o método direto pode ser usado restritamente para impor as condições de contato, que devem ser atendidas precisamente em cada nó localizado na superfície escrava, já que foram definidas como condições de contato *hard*. Neste caso, a discretização *NODE-TO-SURFACE CONTACT* estabelece condições de contato em cada nó contido na superfície escrava com um ponto de projeção na superfície mestre. Assim, cada condição de contato é formulada para um único nó da superfície escrava, $Nó_{esc}$. Por outro lado, um grupo de nós na superfície mestre é interpolado definindo a projeção do $Nó_{esc}$ na

superfície mestre. As condições de contato (restrições mecânicas) são minimizadas em $Nó_{esc}$ e não permitem a transferência das tensões de tração ao longo da interface. As limitações desta formulação são ilustradas na Figura A6. 1. Para evitar que uma superfície penetre outra superfície, deve-se usar uma malha refinada nas superfícies potencialmente em contato, que são as faces da trinca.

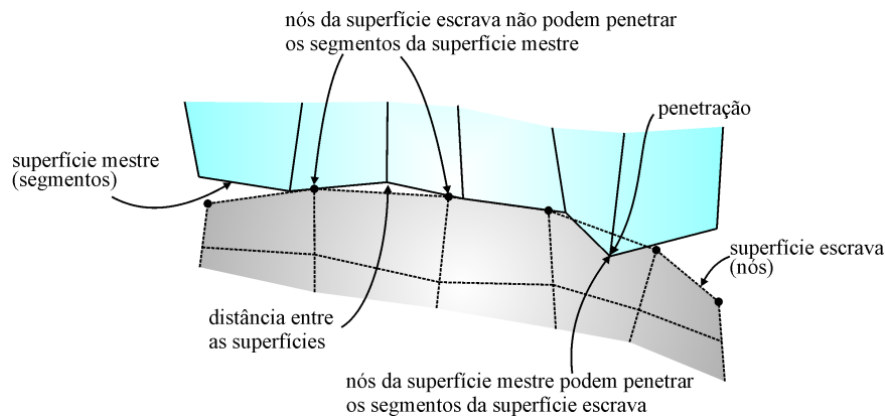


Figura A6. 1 – Penetração da superfície mestre na superfície escrava sob contato mestre-escrava com uma discretização grosseira da malha, atendendo as condições de compatibilidade nó em superfície (Hibbitt, 1996).

Para um sólido tridimensional genérico, a contribuição do contato no potencial total usando o método dos multiplicadores de Lagrange (mais detalhes em Wriggers, 2006 e Bathe, 2006) e satisfazendo as condições de contato na forma forte é adicionada com

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_B \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_B \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV - \int_{\Gamma_f} (\mathbf{U}^{\Gamma_f})^T \mathbf{f}^{\Gamma_f} d\Gamma - \sum_i (\mathbf{U}^i)^T \mathbf{R}_C^i + \\ & + \sum_{\Gamma_c} (\lambda_N g_N) \text{ em } B, \end{aligned} \quad (\text{A6. 1})$$

onde \mathbf{C} é a matriz tensão-deformação do material, $\boldsymbol{\varepsilon}$ e \mathbf{U} são, respectivamente, as deformações e deslocamentos no sólido tridimensional. V e S são o volume e a superfície do sólido B , respectivamente. \mathbf{f}^B são as forças de volume externas aplicadas, \mathbf{f}^{S_f} são as forças aplicadas na superfície Γ_f (forças por unidade de superfície de área) e \mathbf{R}_C^i são os carregamentos concentrados nas posições $i=1, 2, \dots$. O multiplicador de Lagrange λ_N pode ser identificado como a pressão

de contato p_N e Γ_c é a superfície de contato, que é discretizada em j nós. Em cada nó são atendidas as seguintes condições de Kuhn-Tucker-Karush para o contato,

$$\begin{aligned} g_N &= u_N - g \leq 0 \\ p_N &\leq 0 \text{ em } \Gamma_c, \\ g_N p_N &= 0 \end{aligned} \tag{A6. 2}$$

onde $u_N - g \leq 0$ é a restrição de impenetrabilidade. Note que $u_N = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ é a componente normal do campo de deslocamento, com vetor normal \mathbf{n} perpendicular à superfície de contato e \mathbf{u} é a diferença entre os deslocamentos nas superfícies de contato quando essas superfícies são igualmente deformáveis. p_N é a pressão de contato e g é a distância entre as faces da trinca.

Para $u_N - g < 0$ não ocorre o contato e $p_N = 0$. Entretanto, o contato ocorre se $u_N = g$ e $p_N < 0$. Desta forma, a condição $(u_N - g) p_N = 0$ é satisfeita em ambas as condições. Na Figura A6. 2 (a) são ilustradas a região Γ_c na superfície do contorno sob contato no corpo B e a distância g . Complementarmente, na Figura A6. 2 (b) é indicada a pressão de contato p_N em Γ_c .



Figura A6. 2 – Contato em um sólido elástico.

A configuração de equilíbrio do corpo para pequenos deslocamentos impõe o estado de equilíbrio estacionário de Π , isto é, $\delta\Pi = 0$ e \mathbf{C} é simétrica no material elástico-linear. Assim,

$$\begin{aligned} \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} dV &= \int_V \delta \mathbf{U}^T \mathbf{f}^B dV + \int_{S_f} \delta (\mathbf{U}^{S_f})^T \mathbf{f}^{S_f} dS + \sum_i \delta (\mathbf{U}^i)^T R_C^i + \\ &+ \sum_{\Gamma_c} (\lambda_N \delta g_N) + \sum_{\Gamma_c} (\delta \lambda_N g_N) \end{aligned} \tag{A6. 3}$$

Neste caso, a relação pressão-fechamento (*pressure-overclosure relationship*) adotada é ilustrada na Figura A6. 3. Com esta relação, na área em que as faces da trinca estão abertas, não ocorre pressão p_N . Por outro lado, na área de contato, a pressão pode atingir qualquer magnitude.

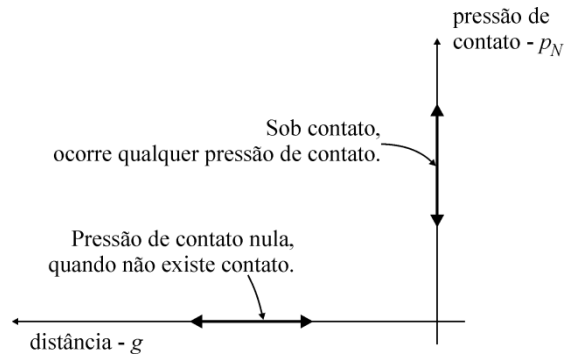


Figura A6. 3 – Relação pressão-fechamento (Hibbitt, 1996).

Apêndice 7 – Comparação das funções de geometria na interseção da trinca com a superfície inferior da placa

Nesta seção são comparadas quatro funções de geometria obtidas na interseção da trinca com a superfície inferior da placa, utilizadas na solução de $\Delta K_{I,c}$. Essas quatro funções foram obtidas: (i) simplificada em uma geometria de trinca passante (conforme comentado no Capítulo 4); (ii) em duas predições numéricas de crescimento incremental da trinca (conforme apresentado no Capítulo 6), e (iii) nas geometrias das trincas extraídas dos corpos-de-prova ensaiados neste trabalho, conforme solução do Capítulo 7.

Nesta seção são comparados os diversos resultados obtidos. A importância desta comparação é confrontar a sensibilidade da função de geometria com a geometria da frente da trinca, ou seja, se é possível obter boas estimativas com geometria de trinca simplificada.

Durante a fase de projeto dos CPs, foi obtida uma função de geometria $f(d/w)$ para trinca reta e passante (ver Figura A7. 1 (b)) sob a flexão pura induzindo o fechamento parcial das faces da trinca. A função de geometria é

$$f(d/w) = 3.32\left(\frac{d}{w}\right)^4 - 5.63\left(\frac{d}{w}\right)^3 + 4.48\left(\frac{d}{w}\right)^2 - 1.27\left(\frac{d}{w}\right) + 0.81 \quad , (A7. 1).$$

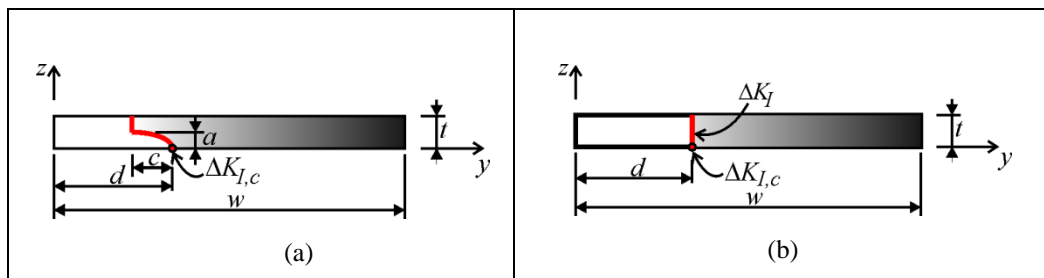


Figura A7. 1 – Geometria da frente da trinca: (a) trinca do experimento; (b) trinca reta-passante.

As demais aproximações do polinômio $f(d/w)$ são com geometria complexa, conforme Figura A7. 1 (a). A primeira expressão obtida com a

geometria complexa da trinca foi estimada com a curva $da/dN - \Delta K$ do C(T) sob tração cíclica. A expressão (6. 4) da função de geometria é

$$f(d/w) = 449.3 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 487.1 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 196.5 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 35.01 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.76 \quad (\text{A7. 2}).$$

Adicionalmente, foi determinada uma função de geometria com a expressão (6. 5) usando a curva $dd/dN - \Delta K$. Essa função de geometria é

$$f(d/w) = 394 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 429 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 174 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 31.4 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.55 \quad (\text{A7. 3}).$$

Finalmente, foi obtido um polinômio de ajuste do fator de intensidade de tensão para a geometria experimental (expressão 7. 12). A expressão encontrada é

$$f(d, w) = 137.45 \left(\frac{d}{w}\right)^4 - 192.27 \left(\frac{d}{w}\right)^3 + 97.99 \left(\frac{d}{w}\right)^2 - 21.50 \left(\frac{d}{w}\right) + 2.18 \quad (\text{A7. 4}).$$

As funções de geometria previamente apresentadas estão no gráfico ilustrado na Figura A7. 2.

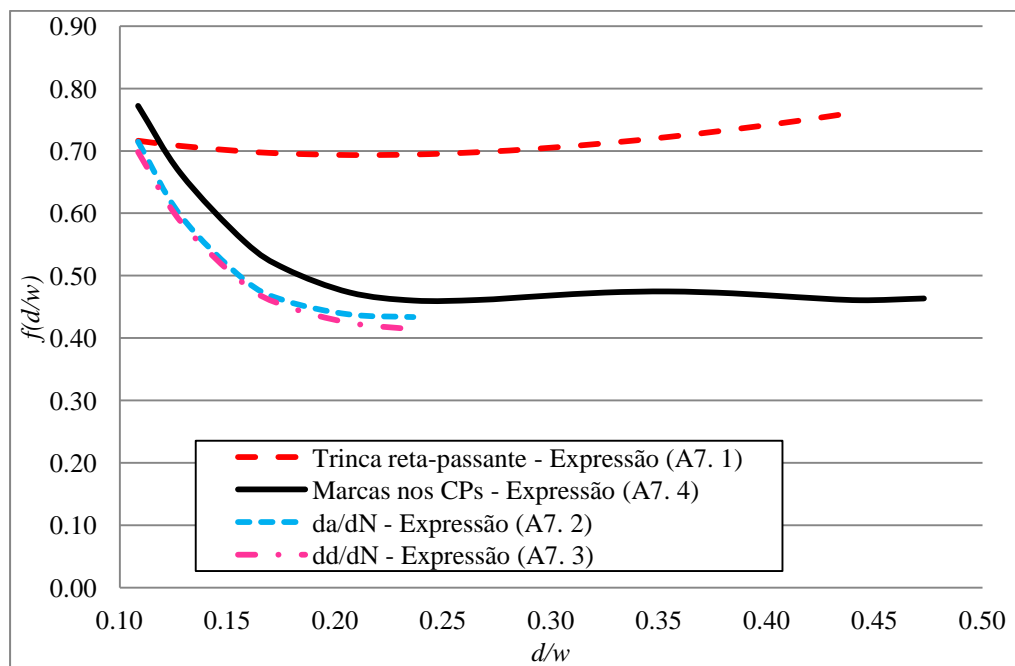


Figura A7. 2 – Comparação da função de geometria em C - $f(d/w)$.

Adicionalmente, as duas expressões obtidas pelo crescimento no FRANC3D cruzam no mesmo comprimento d a curva da trinca reta-passante. Isso é coerente, pois partem da mesma geometria inicial. Contudo, a geometria da trinca obtida experimentalmente é ajustada com três CPs diferentes, em que o

comprimento de trinca inicial é maior, por isso essa curva encontra a curva da geometria reta-passante em uma coordenada diferente.

A diferença entre a estimativa feita com a expressão (A7. 4) e as demais expressões é calculada com

$$Diferença [\%] = \frac{f(d/w)_{(A7.4)} - f(d/w)}{f(d/w)_{(A7.4)}}, \quad (A7. 5)$$

onde $f(d/w)_{(A7.4)}$ é o polinômio de ajuste apresentado na expressão (A7. 4) e $f(d/w)$ são as expressões (A7. 1), (A7. 2) e (A7. 3).

Como todas as geometrias iniciam em uma trinca reta-passante, as equações polinomiais interseccionam a expressão da trinca reta-passante. Entretanto, caso essa geometria reta-passante seja utilizada para simplificar a geometria, resulta em estimativas conservadoras da função de geometria. Com base na Tabela A7. 1, observa que essa simplificação pode ser ocasionar diferenças em torno de 50% usando a função de geometria obtida com frente de trinca passante e obtida com frente de trinca extraída dos corpos-de-prova ensaiados.

Tabela A7. 1 – Diferença na magnitude da função de geometria em diversas razões d/w quando comparadas a função de geometria obtida com a geometria dos corpos-de-prova.

d/w	Diferença [%]		
	Expressão (A7. 1)	Expressão (A7. 2)	Expressão (A7. 3)
0.18	40	10	12
0.21	47	7	10
0.24	51	6	10
0.27	51	6	12
0.30	51	8	14
0.33	51	9	17

As diferenças entre as estimativas da função de geometria com crescimento incremental e geometria dos corpos-de-prova diferem no máximo em 17%, reproduzindo satisfatoriamente as influências das dimensões finitas dos corpos-de-prova, condições de carregamento remoto e geometria da trinca no FIT.