

## Silvia Corbani

### Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica

#### Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Luiz Fernando C. R. Martha Co-orientadores: Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda

> Rio de Janeiro Outubro de 2012



#### Silvia Corbani

### Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

> Prof. Luiz Fernando C. R. Martha Orientador Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio Co-orientador

> Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda Universidade de Brasília

> > Co-orientador

**Prof. Carlos Alberto de Almeida** Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

> Prof. Raul Rosas e Silva Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Gustavo Henrique Bolognesi Donato Centro Universitário da FEI

Prof. Túlio Nogueira Bittencourt

Escola Politécnica da USP

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de Outubro de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e do orientador.

#### Silvia Corbani

Graduou-se em Engenharia Civil na Escola de Engenharia Mauá (Instituto Mauá de Tecnologia – IMT) em 2001, concluiu mestrado em Engenharia Civil com ênfase em Estruturas pela Universidade de São Paulo em 2006.

#### Ficha Catalográfica

Corbani, Silvia

Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica / Silvia Corbani ; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha ; co-orientadores: Antonio Carlos O. Miranda, Jaime Tupiassú P. de Castro – 2012. 236 f. il. (color.) ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012. Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Fadiga. 3. Propagação de trincas. 4. Trincas de superfície. 5. Método dos elementos finitos. I. Martha, Luiz Fernando C. R. II. Miranda, Antonio Carlos O. III. Castro, Jaime Tupiassú P. de. IV. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título. PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0821358/CA

À memória de Vanda Ciampi Corbani.

#### Agradecimentos

Este trabalho não poderia ter sido feito sem a ajuda do orientador e coorientadores: Luiz Fernando Martha, Antonio Carlos Miranda e, principalmente, Jaime Tupiassú de Castro. Agradeço a todos pela paciência, recomendações e explicações, guiando este trabalho para um término bem-sucedido.

Ao professor Anthony Ingraffea, pelas explicações durante o período em Cornell. Ao Bruce Carter, por todas as adaptações feitas no FRANC3D. Aos professores Topper, Ivan Menezes e Ronaldo Vieira, pelas dicas e explicações. Aos professores Gustavo Donato e Marco Antonio Meggiolaro, pelas sugestões e correções. Aos professores José Alexander Araújo e Jorge Luiz Ferreira, ao aluno Marcus Sá, pelos ensaios da/dN padronizados executados na UNB.

Aos profissionais da PUC-Rio, especialmente, Heitor, Euclides, José e Rita.

Ao Theophilo Trabulsi Filho e sua empresa, pela doação dos perfis metálicos.

Aos queridos amigos Marquito, Gerardo, Cri-cri, Biruta, Leo e Jaiminho, por fazerem o dia-a-dia no laboratório ser mais leve e divertido. Em especial, ao Gerardo, pela montagem e desmontagem do suporte. Ao Albert Cerroni, pela amizade em Cornell.

Ao marido, André, pela motivação e incentivo. A minha mãe (in *memorian*) e meu pai, Vanda e Estevão. Aos ensinamentos budistas. Às companheiras de prática, Vera, Ana Paiva e Flavia.

Ao CNPq pela concessão de bolsa no Brasil e bolsa-sanduíche, sem a qual não conseguiria ter me dedicado exclusivamente a esta pesquisa.

#### Resumo

Corbani, Silvia; Martha, Luiz Fernando C. R. **Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica.** Rio de Janeiro, 2012. 236p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Neste trabalho são investigadas experimentalmente e numericamente as mudanças de geometria em trincas inicialmente passantes submetidas a carregamento remoto de flexão pura induzindo fechamento parcial das faces da trinca. Esse crescimento de trinca pode ocorrer numa variedade de estruturas com defeitos pré-existentes, tais como fuselagens de aviões, cascos de navios, vasos de pressões e pontes metálicas. O carregamento de flexão pura ocasiona regiões de tração e compressão na frente da trinca. É inquestionável que parte das faces da trinca sob compressão fecha independentemente de qualquer mecanismo de fechamento; e outra parte das faces da trinca, por outro lado, sob tração cresce mudando gradualmente de geometria. Após realizar ensaios em corpos-de-prova de aço ASTM A-36, foi observado que tais carregamentos geram uma quina na frente da trinca, que é a transição de uma geometria parcialmente passante e um trecho remanescente da geometria inicial. Para entender a distribuição do fator de intensidade de tensão em tais frentes de trinca, suas geometrias foram reproduzidas em um modelador tridimensional de mecânica da fratura linear elástica, o FRANC3D, acoplado a um programa de análise de elementos finitos (ABAQUS). Com este sistema acoplado, foram executadas análises considerando efeitos não lineares causados pelo contato das faces da trinca sob compressão. Verificou-se a necessidade de propor metodologias para tratamento dos resultados numéricos na quina, obtendo-se predições eficientes das mudanças na geometria da trinca. Contudo, a estimativa de vida, quando se compara taxas de crescimento da trinca obtidas em um corpo-de-prova sob tração cíclica e as taxas em um corpo-de-prova sob flexão com fechamento parcial da trinca, foi melhor reproduzida usando um fator de correção de fechamento da trinca. Adicionalmente, uma série de expressões empíricas normalizadas para geometrias da trinca e fatores de intensidade de tensão são propostas.

#### Palavras-chave

Fadiga; Propagação de trincas; Trincas de superfície; Método dos elementos finitos.

#### Abstract

Corbani, Silvia; Martha, Luiz Fernando C. R. **Crack growth with partial bending-induced crack closure.** Rio de Janeiro, 2012. 236p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work investigates experimentally and numerically how the front of initially through edge cracks in plate changes after they pass to be remotely fatigue loaded under pure bending to induce partial closure of the crack faces. This type of crack growth problem can occur in a variety of structures with preexisting defects, such as aircraft fuselages, ship hulls, pressure vessels components, and steel bridges. The bending loads induce tension and compression regions along the crack front, with the part of the crack faces that work under compression undoubtedly closed by the load, independently of any other closure mechanism. The part of the crack faces that work under tension; on the other hand, crack grows by fatigue gradually changing its shape. After performing tests on ASTM A36 steel specimens, it was observed that the bending load induces a kink on the crack front, in the transition between the part through crack created on the tension side and initial crack geometry. To understand the distribution of the stress intensity factor along such crack fronts, the measured crack shapes were reproduced in a three-dimensional fracture mechanics modeler (FRANC3D) coupled to a finite element analysis program (ABAQUS). With this coupled system, linear elastic stress analysis simulations were performed considering the nonlinear effects caused by the crack face contact in the compressed region. In particular, methods had to be proposed to treat numerical noise around the kink. The proposed methodology efficiently predicts the observed crack front shape changes; although the observed fatigue lives were better reproduced using a crackclosure correction factor when compared to crack growth data obtained from standard compact tension specimens. In addition, a series of normalized empiric expressions for both crack front shapes and stress intensity factors are proposed.

#### Keywords

Fatigue; Crack growth; Surface crack; Finite element.

# Sumário

| 1 Introdução   | 28 |
|--|----|
| 1.1. Problema  | 28 |
| 1.2. Motivação   | 31 |
| 1.3. Revisão bibliográfica   | 32 |
| 1.3.1. Propagação em trincas de superfície                           | 33 |
| 1.3.2. Contato parcial das faces da trinca sob flexão                | 36 |
| 1.4. Contribuições e objetivos                                       | 37 |
| 1.5. Organização do trabalho   | 39 |
| 2 Estimativas do fator de intensidade de tensão                      | 41 |
| 2.1. Modos de fratura de teoria de elasticidade tri-dimensional      | 41 |
| 2.2. Tensões e deslocamentos em uma placa trincada infinita          | 42 |
| 2.3. Trincas passantes e trincas de superfícies                      | 45 |
| 2.4. FIT em peças com dimensões finitas em trincas retas e passantes | 48 |
| 2.5. FIT em trincas bidimensionais                                   | 48 |
| 2.6. Cálculo numérico de FIT em problemas 3D                         | 50 |
| 2.6.1. Tensões singulares em elementos finitos                       | 51 |
| 2.6.2. Método da integral - <i>M</i>                                 | 53 |
| 2.6.3. Método de correlação de deslocamentos                         | 57 |
| 3 Propagação da trinca por fadiga                                    | 59 |
| 3.1. Carregamento de fadiga  | 59 |
| 3.2. Conceito e aplicação de similaridade                            | 60 |
| 3.3. Equações empíricas de crescimento da trinca por fadiga          | 62 |
| 3.4. Fechamento da trinca, $\Delta K_{eff}$                          | 64 |
| 3.5. Propagação da trinca de superfície                              | 66 |
| 3.5.1. Critério de incremento da trinca                              | 67 |
| 3.5.2. Direção de propagação   | 68 |
| 3.6. Determinação do número de ciclos                                | 70 |
| 4 Procedimentos e resultados experimentais                           | 72 |

| 4.1. Corpos-de-prova (CPs)  | 72  |
|---|-----|
| 4.2. Suportes para o ensaio de flexão   | 76  |
| 4.2.1. Motivação  | 76  |
| 4.2.2. Novos acessórios   | 78  |
| 4.3. Propriedades do material   | 81  |
| 4.4. Descrição do experimento   | 82  |
| 4.5. Aquisição de dados   | 86  |
| 4.5.1. Medidas do comprimento da trinca   | 86  |
| 4.5.2. Blocos de carregamentos  | 90  |
| 4.5.3. Medidas de deformações   | 92  |
| 4.6. Resultados experimentais   | 93  |
| 4.6.1. CP com entalhe de borda  | 94  |
| A. Carregamento de fadiga com $\Delta K$ constante                                    | 94  |
| B. Blocos de sobrecarga   | 99  |
| C. Blocos de subcargas  | 101 |
| 4.6.2. CP com entalhe central   | 104 |
| 4.7. Avaliação e resumo dos dados coletados   | 105 |
| 4.8. Simplificação da geometria no plano de trincamento                               | 106 |
| 5 Análise numérica dos parâmetros usados na reconstrução                              |     |
| do crescimento da trinca  | 119 |
| 5.1. Descrição do problema e hipóteses usadas   | 120 |
| 5.2. Singularidades numéricas na frente da trinca                                     | 122 |
| 5.3. Metodologias usadas para tratar a quina  | 126 |
| 5.3.1. Suavização da frente da trinca   | 126 |
| 5.3.2. Extrapolação de ∆ <i>a</i>   | 128 |
| 5.3.3. Extrapolação de $\Delta K_l$   | 129 |
| 5.4. Direção do crescimento da trinca   | 132 |
| 5.5. Sensibilidade da geometria da trinca a $da/dN$ - $\Delta K$ e a $\Delta K_{max}$ | 136 |
| 5.6. Simplificação da geometria da trinca como quarto-elipses                         | 139 |
| 6 Predição numérica do crescimento da trinca  | 142 |
| 6.1. Ajustes da taxa de crescimento da trinca   | 142 |
| 6.2. Predição das geometrias da trinca durante seu crescimento                        | 144 |
| 6.3. Discussão dos resultados   | 151 |

| 6.4. Previsão de vida   | 152 |
|---|-----|
| 6.5. Hipótese de direção de crescimento da trinca                             | 154 |
| 7 Avaliação de $\Delta K$ nas geometrias dos experimentos                     | 156 |
| 7.1. Frentes de trincas marcadas por aumentos de cargas                       | 156 |
| 7.2. Frentes de trincas marcadas por blocos de sobrecargas                    | 160 |
| 7.3. Frentes de trincas marcadas por blocos de subcargas                      | 163 |
| 7.4. Funções de geometria para o CP com um entalhe de borda                   | 168 |
| 7.4.1. Solução de $\Delta K_{l,c}$  | 169 |
| 7.4.2. Solução de $\Delta K_{l,a}$  | 170 |
| 7.4.3. Solução de $\Delta K_l$ no CP01  | 171 |
| 7.5. Estimativa da vida à fadiga no CP01                                      | 174 |
| 7.5.1. Valores aceitáveis   | 175 |
| 7.5.2. Curvas $da/dN-\Delta K$  | 175 |
| 7.5.3. $\Delta K$ na superfície inferior da placa e na profundidade da trinca | 176 |
| 7.5.4. Comparação das taxas de propagação                                     | 178 |
| 7.5.5. Previsão de vida à fadiga  | 183 |
| 7.5.6. Correção do fator de intensidade de tensão                             | 186 |
| 8. Comentários e conclusões   | 193 |
| 8.1. Principais contribuições   | 193 |
| 8.2. Sugestões para futuros trabalhos   | 197 |
| Referências bibliográficas  | 198 |
| Apêndice 1 – Teste de convergência  | 203 |
| Apêndice 2 – Ajuste de ensaios $da/dN$ - $\Delta K$                           | 209 |
| Apêndice 3 – Projeto dos corpos-de-prova para pré-trinca                      | 217 |
| Apêndice 4 – Resumo dos resultados experimentais                              | 223 |
| Apêndice 5 – Tabelas dos carregamentos aplicados                              | 227 |
| Apêndice 6 – Considerações do contato   | 230 |
| Apêndice 7 – Comparação das funções de geometria na interseção                |     |
| da trinca com a superfície inferior da placa                                  | 234 |

# Lista de figuras

| Figura 1.1 – Geometria da frente da trinca sob tração em uma placa finita:   |    |
|--|----|
| (a) trinca curta e (b) trinca longa.   | 29 |
| Figura 1.2 – Problema de propagação de trinca submetida à flexão pura.       | 30 |
| Figura 1.3 – Resultados de FIT sob carregamento de flexão:                   |    |
| (a) Geometria da trinca de superfície e (b) Resultados típicos de FIT        |    |
| (Newman & Raju, 1981).   | 34 |
| Figura 2.1 – Três modos principais de fratura: (a) Modo I, modo de abertura; |    |
| (b) Modo II, modo de cisalhamento no plano e (c) Modo III, modo de           |    |
| rasgamento.  | 42 |
| Figura 2.2 – Parâmetros usados para descrever as tensões na ponta da trinca. | 43 |
| Figura 2.3 – Carregamento remoto aplicado para os três modos de fratura.     | 45 |
| Figura 2.4 – Diferentes geometrias de frente de trinca AB para trincas       |    |
| passante e trincas parcialmente passantes (Schijve, 2009).                   | 46 |
| Figura 2.5 – Nomenclatura da trinca em problemas bidimensionais:             |    |
| (a) trinca de borda e (b) trinca central.                                    | 47 |
| Figura 2.6 – Nomenclatura da trinca em problemas tridimensionais             |    |
| utilizando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados:                        |    |
| (a) trinca de borda e (b) trinca central.                                    | 47 |
| Figura 2.7 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria           |    |
| de trinca de canto.  | 49 |
| Figura 2.8 – Fator de intensidade de tensão na trinca curva:                 |    |
| (a) $K_{I,c}$ ; e (b) $K_{I,a}$ .  | 49 |
| Figura 2.9 - $K_I$ ao longo de toda a frente da trinca.                      | 50 |
| Figura 2.10 – Roseta: (a) seção transversal em problemas bidimensional e     |    |
| tridimensional e (b) trajetória da roseta em um problema tridimensional.     | 52 |
| Figura 2.11 – Ponta da trinca em problemas 2D: (a) uma curva arbitrária e    |    |
| (b) uma área arbitrária A.   | 54 |

| Figura 2.12 – Numeração do elemento e sistema de coordenadas:                            |    |
|--|----|
| (a) Elemento quarter-point C3D15 em sistema de coordenadas cartesiano;                   |    |
| e (b) Disposição dos elementos e convenção dos nós.                                      | 58 |
| Figura 3.1 – Histórico do carregamento aplicado.   | 59 |
| Figura 3.2 – Predição do crescimento da trinca em um conector com trinca                 |    |
| passante.  | 62 |
| Figura 3.3 – Três regiões da taxa de crescimento da trinca como função                   |    |
| de $\Delta K$ (Schijve, 2009).   | 63 |
| Figura 3.4 – Predição de taxa de crescimento de trinca de fadiga: (a)                    |    |
| Resultados de predição e ensaio; (b) Dados do material e (c) $\Delta K_{eff}$ calculado. | 65 |
| Figura 3.5 – Histórico do carregamento de tensões (Schijve, 2009).                       | 66 |
| Figura 3.6 – Crescimento da trinca: (a) Distribuição de $\Delta K$ ao longo              |    |
| da frente da trinca e (b) Distribuição dos incrementos na frente da trinca.              | 68 |
| Figura 3.7 – Direção de propagação perpendicular a toda frente de                        |    |
| trinca atual.  | 70 |
| Figura 3.8 – Índices para cálculo de número de ciclos em trinca                          |    |
| de superfície com fechamento parcial.  | 71 |
| Figura 4.1 – Geometria dos CPs com dimensões em milímetros:                              |    |
| (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.  | 75 |
| Figura 4.2 – Esquema das configurações das placas com dimensões em                       |    |
| milímetros: (a) um entalhe central e (b) um entalhe de borda.                            | 75 |
| Figura 4.3 – Acessórios (a) ensaio em três pontos e (b) ensaio em quatro                 |    |
| pontos.  | 77 |
| Figura 4.4 – Superfície da trinca de fadiga, usando o aparato ilustrado                  |    |
| na Figura 4.3 (b).   | 78 |
| Figura 4.5 – Configuração esquemática do aparato de flexão com dimensões                 |    |
| em milímetros.   | 79 |
| Figura 4.6 – Guia de ligação da base do apoio com perfil metálico e guia                 |    |
| em L para acomodar o CP.   | 80 |
| Figura 4.7 – Guias em L evitaram giro da parte inferior do aparato de flexão.            | 80 |
| Figura 4.8 – Esbarros nas extremidades do CP.  | 81 |
| Figura 4.9 – Experimento de pré-trincamento: (a) um entalhe de borda,                    |    |
| (b) um entalhe central.  | 84 |

| Figura 4.10 - Experimento: (a) Aparatos de flexão e CP;                        |     |
|--|-----|
| (b) Vista do experimento.  | 85  |
| Figura 4.11 – Aquisições do comprimento da trinca no ponto A e B:              |     |
| (a) configuração inicial; (b) durante ensaio.                                  | 87  |
| Figura 4.12 – Esquema do aparato de medição da frente da trinca                |     |
| (a) micrômetro analógico e (b) micrômetro digital.                             | 88  |
| Figura 4.13 – Marca usada para medir incrementos de trinca.                    | 89  |
| Figura 4.14 – Microscópios USB usados no experimento.                          | 90  |
| Figura 4.15 – Crescimento da trinca por bandas (a) Carregamento                |     |
| de fadiga e; (b) superfície da trinca.   | 91  |
| Figura 4.16 - Strain-gages colados: (a) na superfície superior e               |     |
| (b) na superfície inferior.  | 92  |
| Figura 4.17 - Aquisição de dados: (a) Strain Indicator e Recorder Vishay       |     |
| <i>Model P3</i> , (b) tela <i>LCD</i> .  | 93  |
| Figura 4.18 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa. | 95  |
| Figura 4.19 – Trinca de superfície no CP01.                                    | 95  |
| Figura 4.20 - Trinca de fadiga no CP01: (a) Microscópio óptico;                |     |
| (b) Câmera digital; (c) Legenda.   | 97  |
| Figura 4.21 – Largura de colaboração na placa: (a) sob carregamento remoto     |     |
| de compressão e (b) sob carregamento remoto de tração.                         | 98  |
| Figura 4.22 – Histórico das tensões aplicadas na superfície inferior da placa. | 99  |
| Figura 4.23 - Superfície da trinca de fadiga do CP06: (a) e (b) Microscópio    |     |
| óptico; (c) Legenda.   | 100 |
| Figura 4.24 – Quinas na frente da trinca.                                      | 100 |
| Figura 4.25 – Regiões com deformação plástica na superfície superior           |     |
| da placa.  | 101 |
| Figura 4.26 - Histórico das tensões normais aplicadas na superfície inferior   |     |
| da placa: CP07.  | 101 |
| Figura 4.27 – Trinca de superfície no CP07 (a) foto com microscópio Zeiss;     |     |
| (b) e (c) fotos com máquina digital.   | 102 |
| Figura 4.28 – Legenda na trinca de superfície para diversas marcas de frente   |     |
| de trinca.   | 103 |
| Figura 4.29 – Ângulo de interseção da frente da trinca com superfície livre.   | 104 |
| Figura 4.30 – Trinca de superfície CP03: (a) trinca A; (b) trinca B.           | 104 |

| Figura 4.31 – Trinca de superfície CP02 no microscópio Zeiss:                      |     |
|--|-----|
| (a) trinca A; (b) trinca B.  | 104 |
| Figura $4.32 - Curva d vs. N dos CPs com entalhe de borda.$                        | 105 |
| Figura 4.33 – Comparação da frente da trinca no CP01                               |     |
| com quarto-elípticas concêntricas.   | 107 |
| Figura 4.34 - Comparação da frente da trinca no CP06                               |     |
| com quarto-elípticas concêntricas.   | 107 |
| Figura 4.35 – Comparação da frente da trinca do CP07                               |     |
| com quarto-elípticas concêntricas.   | 107 |
| Figura 4.36 - Coordenadas do centro X no CP01 das curvas                           |     |
| quarto-elípticas concêntricas.   | 110 |
| Figura 4.37 – Coordenada do centro X no CP06 das curvas                            |     |
| quarto-elípticas concêntricas.   | 110 |
| Figura 4.38 – Coordenadas do centro X no CP07 das curvas                           |     |
| quarto-elípticas concêntricas.   | 110 |
| Figura 4.39 – Comparação entre frente de trinca experimental                       |     |
| e um quarto de elipses não concêntricas no CP01.                                   | 111 |
| Figura 4.40 – Comparação entre marcas de experimento e curvas                      |     |
| quarto-elípticas não concêntricas no CP06.   | 111 |
| Figura 4.41 – Comparação entre marcas de experimento e curvas                      |     |
| quarto-elípticas não concêntricas no CP07.   | 111 |
| Figura $4.42 - $ Coordenadas na frente da trinca: (a) Indicação de corte $A$ - $A$ |     |
| na placa; (b) Corte A-A trinca curta; (c) Corte A-A trinca longa.                  | 114 |
| Figura 4.43 – Curvas de ajuste de $a/t$ e centro $x_c$ .                           | 115 |
| Figura 4.44 – Esboço da trinca de superfície para $a/t = 1$ .                      | 116 |
| Figura 4.45 – Comparação da frente de trinca obtida no CP03 com                    |     |
| quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.                                       | 117 |
| Figura 4.46 - Comparação da frente de trinca obtida no CP02 com                    |     |
| quarto-elipses: (a) trinca A e (b) trinca B.                                       | 118 |
| Figura 5.1 – Descrição do problema estudado numericamente:                         |     |
| (a) Esquema da placa tridimensional e carregamento aplicado de flexão              |     |
| pura e (b) Indicação da região de contato e trecho da frente da trinca             |     |
| que cresce na seção de ligamento.  | 121 |
|  |     |

| Figura 5.2 – Esquema da geometria da frente da trinca: (a) Localização          |     |
|---|-----|
| da quina obtida nos corpos-de-prova ensaiados e (b) raio de arredondamento      |     |
| utilizado para gerar a geometria do ensaio no FRANC3D.                          | 123 |
| Figura 5.3 – Distribuição do $\Delta K_I$ usando diversas geometrias de trincas |     |
| obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.  | 124 |
| Figura 5.4 – Distribuição do FIT na frente da trinca normalizada usando a       |     |
| geometria da Marca 03b no CP07 com diversos raios de arredondamento             |     |
| e sob carregamento remoto de flexão pura ou sob tração.                         | 125 |
| Figura 5.5 – Fluxograma das etapas da simulação do crescimento da trinca        |     |
| incorporado ao programa FRANC3D.  | 127 |
| Figura 5.6 – Esquema da geometria da frente de trinca atual e curva obtida      |     |
| pela metodologia de extrapolação de , preservando a quina na geometria          |     |
| da trinca subsequente.  | 129 |
| Figura 5.7 – Geometrias das frentes da trinca atual e trinca subsequente        |     |
| usando a metodologia de extrapolação de $\Delta a_i$ .                          | 129 |
| Figura 5.8 – Identificação dos trechos importantes na distribuição do FIT       |     |
| usando marcas de frente da trinca obtidas nos corpos-de-prova ensaiados.        | 130 |
| Figura 5.9 – Coordenadas na frente da trinca usando geometria simplificada:     |     |
| (a) em trinca curta e (b) em trinca longa.                                      | 132 |
| Figura 5.10 – Hipótese da direção de crescimento com vetor normal no            |     |
| plano da seção de ligamento: (a) em uma trinca reta passante sob tração         |     |
| remota e (b) em uma trinca de superfície sob tração e/ou flexão remota.         | 133 |
| Figura 5.11 – Distribuição das tensões normais obtida no ABAQUS na              |     |
| seção de ligamento usando uma geometria de trinca usando uma geometria          |     |
| de trinca extraída dos corpos-de-prova ensaiados: (a) sob carregamento          |     |
| remoto de tração simples e (b) sob carregamento remoto de flexão pura.          | 134 |
| Figura 5.12 – Esquema da direção de crescimento na frente de trinca             |     |
| usando a geometria dos corpos-de-prova ensaiados sob carregamento               |     |
| remoto de tração simples.   | 135 |
| Figura 5.13 – Esquema de uma hipótese mais geral da direção de                  |     |
| crescimento na frente de trinca usando a geometria dos corpos-de-prova          |     |
| ensaiados sob carregamento remoto de flexão pura.                               | 135 |
| Figura 5.14 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente           |     |
| determinada com lei de propagação ajustada por Hall e lei de Paris.             | 137 |

| Figura 5.15 – Comparação da geometria da frente de trinca subsequente               |     |
|---|-----|
| na quina usando ajustes da lei de propagação com Lei de Paris e com                 |     |
| ajuste de Hall para diversos incrementos máximos de trinca.                         | 138 |
| Figura 5.16 – Aproximação das frentes de trinca intermediárias entre                |     |
| Marca 02 e Marca 03 do CP01 por curvas quarto-elípticas concêntricas.               | 140 |
| Figura 5.17 – Legenda usada nas frentes de trinca analisadas no FRANC3D.            | 140 |
| Figura 5.18 – Distribuição do FIT normalizado determinado no FRANC3D,               |     |
| usando geometrias obtidas no corpo-de-prova CP01 e geometrias                       |     |
| simplificadas por curvas quarto-elípticas concêntricas.                             | 141 |
| Figura 6.1 – Curva $da/dN$ - $\Delta K$ usadas na predição do crescimento do CP01.  | 143 |
| Figura 6.2 – Distribuição do FIT no passo 32 com a geometria da frente da           |     |
| trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.  | 145 |
| Figura 6.3 – Distribuição do FIT no passo 89 com a geometria da frente da           |     |
| trinca obtida incrementalmente no FRANC3D.  | 145 |
| Figura 6.4 – Comparação da geometria obtida na predição numérica com a              |     |
| geometria do CP01.  | 146 |
| Figura 6.5 – Predições de geometria obtidas no crescimento com $da/dN$ - $\Delta K$ |     |
| de um corpo-de-prova sob tração: (a) Geometria da frente da trinca                  |     |
| a cada 8 passos e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com                |     |
| a distribuição do FIT na figura a seguir.   | 146 |
| Figura 6.6 – Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo $\phi$              |     |
| obtidos no crescimento da trinca com a $da/dN$ - $\Delta K$ .                       | 147 |
| Figura 6.7 - Predições de geometria obtidas no crescimento com                      |     |
| $dd/dN$ - $\Delta K$ do CP01: (a) Geometria da frente da trinca a cada 8 passos     |     |
| e (b) Legenda para relacionar a frente da trinca com a distribuição                 |     |
| do FIT na figura a seguir.  | 148 |
| Figura 6.8 – Comparação das geometrias obtidas incrementalmente com a               |     |
| geometria do CP01.  | 148 |
| Figura 6.9 - Distribuição do FIT normalizado ao longo do ângulo $\phi$              |     |
| obtidos no crescimento da trinca com a $dd/dN$ - $\Delta K$ .                       | 149 |
| Figura 6.10 – Desvio da geometria da trinca.  | 150 |
| Figura 6.11 – Soluções discretas de fator de forma obtidas nas                      |     |
| análises de EF.   | 152 |

| Figura 6.12 – Estimativas de vida na superfície inferior da placa.         | 153 |
|--|-----|
| Figura 6.13 – Distribuição do FIT na superfície de trincamento com         |     |
| geometria da pré-trinca.   | 155 |
| Figura 6.14 – Direção de propagação: (a) Passo 1 e (b) Passo 2.            | 155 |
| Figura 7.1 – Marcas das geometrias da trinca no CP01:                      |     |
| (a) Corpo-de-prova e (b) Geometria das frentes de trinca inseridas         |     |
| no programa FRANC3D.   | 157 |
| Figura 7.2 – FIT normalizado em relação ao ângulo $\phi$ obtido no FRANC3D |     |
| com as marcas do CP01.   | 158 |
| Figura 7.3 – Extrapolações do FIT normalizado no CP01, usando              |     |
| metodologia de extrapolação do FIT.  | 160 |
| Figura 7.4 – Marcas das geometrias da trinca no CP06: (a) Corpo-de-prova   |     |
| e (b) Geometria da trinca usada no FRANC3D.                                | 161 |
| Figura 7.5 – FIT normalizado em relação ao ângulo obtido $\phi$ no FRANC3D |     |
| com as marcas do CP06.   | 162 |
| Figura 7.6 – Extrapolações do FIT normalizado para CP06, usando            |     |
| metodologia de extrapolação do FIT.  | 163 |
| Figura 7.7 – Marcas das geometrias da trinca no CP07: (a) Corpo-de-prova   |     |
| e (b) Geometria da marcas de frente da trinca usada na Figura 7.8.         | 164 |
| Figura 7.8 – FIT normalizado em relação ao ângulo $\phi$ obtido no FRANC3D |     |
| com as marcas do CP07.   | 165 |
| Figura 7.9 – Extrapolações do FIT normalizado no CP07, usando              |     |
| metodologia de extrapolação do FIT.  | 168 |
| Figura 7.10 – Parâmetros usados na determinação do FIT na geometria        |     |
| de trinca de canto.  | 169 |
| Figura 7.11 – Pontos discretos de $F$ em $C$ e polinômio da função de      |     |
| geometria utilizada em $\Delta K_{I,c}$ .                                  | 169 |
| Figura 7.12 – Pontos discretos de $F$ em $A$ e polinômio da função de      |     |
| geometria utilizada em $\Delta K_{I,a}$ .                                  | 171 |
| Figura 7.13 – Marcas das frentes da trinca obtidas no corpo-de-prova       |     |
| CP01, ilustrando a distância entre marca 02 e 03.                          | 172 |

| Figura 7.14 – Marcas obtidas nos corpos-de-prova CP01 e CP07, com          |     |
|--|-----|
| distribuições $\Delta K_I$ determinadas no FRANC3D aproximadas por uma     |     |
| solução geral de interpolação destas marcas.                               | 172 |
| Figura 7.15 – Fator de intensidade de tensão em $C$ no CP01.               | 177 |
| Figura 7.16 – Fator de intensidade de tensão em A no CP01.                 | 177 |
| Figura 7.17 – Trajetórias da trinca adotada na superfície inferior         |     |
| da placa e trajetória 3.   | 178 |
| Figura 7.18 – Ajuste polinomial dos dados d vs. N coletados durante        |     |
| ensaio no CP01.  | 179 |
| Figura 7.19 – Comparação das taxas de propagação no corpo-de-prova         |     |
| padrão sob tração (trinca passante) e taxas de propagação no CP01          |     |
| (trinca de superfície), localizadas em A e em C.                           | 180 |
| Figura 7.20 – Trajetórias de crescimento da trinca partindo da marca 01,   |     |
| usando direção de crescimento normal a marca atual.                        | 181 |
| Figura 7.21 – Determinação do número de ciclos acumulados nas marcas       |     |
| do CP07 eliminando retardos ou acelerações.                                | 182 |
| Figura 7.22 – Taxas de propagação ao longo das trajetórias 1, 2 e 3.       | 183 |
| Figura 7.23 – Comparação de d vs. N com previsão numérica da vida          |     |
| usando $\Delta K_{I,c}$ e medidas do ensaio no CP01.                       | 184 |
| Figura 7.24 – Comparação de <i>a vs. N</i> com previsão numérica da vida   |     |
| usando $\Delta K_{I,a}$ e medidas do ensaio no CP01.                       | 185 |
| Figura 7.25 – Taxas de crescimento do aço ASTM A36 ajustadas com           |     |
| lei de Paris $da/dN$ - $\Delta K_I$ e $da/dN$ - $\Delta K_{eff}$ .         | 188 |
| Figura 7.26 – Gráfico $K_{max}$ vs. $K_{op}$ em A e em C.                  | 190 |
| Figura 7.27 – Gráfico $U_{sup}$ vs. $\Delta K_{I,sup}$ em A e em C.        | 190 |
| Figura 7.28 – Predição de vida usando $\Delta K_{eff}$ em C.               | 191 |
| Figura 7.29 – Predição de vida usando $\Delta K_{eff}$ em A.               | 192 |
| Figura A1. 1 – Dados para análise: (a) Dimensões da placa trincada [mm] e; |     |
| (b) Malha na região da trinca e demais regiões e condições de contorno.    | 204 |
| Figura A1. 2 – Dimensões dos elementos nas regiões de malha sem trinca.    | 204 |
| Figura A1. 3 – Deslocamento no nó A para diversas malhas nas regiões       |     |
| sem trinca.  | 205 |
| Figura A1. 4 – FIT ao longo da frente de trinca normalizada.               | 206 |

| Figura A1. 5 – Roseta na ponta da trinca: (a) três anéis de elementos e  |     |
|--|-----|
| (b) cinco anéis de elementos.  | 206 |
| Figura A1. 6 – Refinamento dos elementos na frente da trinca: (a) FIT na |     |
| frente da trinca e (b) FIT na quina.                                     | 208 |
| Figura A2. 1 – Geometria do corpo-de-prova padrão compacto de tração     |     |
| C(T).  | 209 |
| Figura A2. 2 – Primeira amostra de dados coletados, ensaio de taxa de    |     |
| propagação de trinca, usando um C(T).                                    | 210 |
| Figura A2. 3 – Pontos medidos na segunda amostra de dados coletados,     |     |
| usando CP compacto C(T).   | 211 |
| Figura A2. 4 – Pontos para ajuste de curva.                              | 212 |
| Figura A2 .5 – Ajuste de curva nos pontos médios.                        | 213 |
| Figura A2. 6 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos superiores.  | 214 |
| Figura A2. 7 – Ajuste de curva Hall 4 parâmetros nos pontos inferiores.  | 215 |
| Figura A2. 8 – Comparação da curva medida com resultados                 |     |
| disponíveis na literatura.   | 216 |
| Figura A3. 1 – Geometria do corpo-de-prova em [mm]:                      |     |
| (a) entalhe de borda; (b) entalhe central e (c) dois entalhes de borda.  | 218 |
| Figura A3. $2 - f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe de borda.        | 219 |
| Figura A3. $3 - f(a/w)$ para corpo-de-prova com entalhe central.         | 219 |
| Figura A3. $4 - f(a/w)$ para corpo-de-prova com dois entalhes de borda.  | 220 |
| Figura A3. 5 – Trinca no furo do CP05.                                   | 222 |
| Figura A6. 1 – Penetração da superfície mestre na superfície escrava sob |     |
| contato mestre-escrava com uma discretização grosseira da malha,         |     |
| atendendo as condições de compatibilidade nó em superfície               |     |
| (Hibbitt, 1996).   | 231 |
| Figura A6. 2 – Contato em um sólido elástico.                            | 232 |
| Figura A6. 3 – Relação pressão-fechamento (Hibbitt, 1996).               | 233 |
| Figura A7. 1 – Geometria da frente da trinca: (a) trinca do experimento; |     |
| (b) trinca reta-passante.  | 234 |
| Figura A7. 2 – Comparação da função de geometria em $C - f(d/w)$ .       | 235 |

# Lista de tabelas

| Tabela 4.1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais:                |     |
|--|-----|
| (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.                                 | 76  |
| Tabela 4.2 – Propriedades de engenharia do material aço ASTM A36.            | 82  |
| Tabela 4.3 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total $N$ e |     |
| razão final $a/w$ : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.               | 94  |
| Tabela 4.4 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP01,      |     |
| usadas na Figura 4.33.   | 108 |
| Tabela 4.5 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP06,      |     |
| usadas na Figura 4.34.   | 108 |
| Tabela 4.6 – Semi-eixos das curvas quarto-elipses concêntricas no CP07,      |     |
| usadas na Figura 4.35.   | 109 |
| Tabela 4.7 – Comprimento máximo $d$ da trinca simplificada apenas por        |     |
| curva quarto-elíptica.   | 109 |
| Tabela 4.8 – Novo centro e semi-eixos da Marca03 do CP01, ilustradas         |     |
| na Figura 4.39.  | 112 |
| Tabela 4.9 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06, ilustradas        |     |
| na Figura 4.40.  | 113 |
| Tabela 4.10 – Novos centros e semi-eixos de 12 Marcas no CP07,               |     |
| conforme ilustrado na Figura 4.41.   | 113 |
| Tabela 4.11 – Resumo das coordenadas de centro nos três CPs.                 | 113 |
| Tabela 4.12 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP03.                   | 117 |
| Tabela 4.13 – Semi-eixos das elipses concêntricas no CP02.                   | 118 |
| Tabela 6.1 – Comparação da geometria da trinca na predição numérica e        |     |
| geometria do CP01.   | 150 |
| Tabela 6.2 – Coordenadas da geometria da trinca do CP01 e                    |     |
| comprimento OP.  | 151 |
| Tabela 6.3 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos em d.         | 154 |
| Tabela 7.1 – Fatores de geometria do CP01 determinados no trecho             |     |
| confiável de $\Delta K_I$ .  | 159 |

| Tabela 7.2 – Fatores de geometria do CP06 determinados no trecho                          |     |
|---|-----|
| confiável de $\Delta K_I$ .   | 162 |
| Tabela 7.3 – Fatores de geometria do CP07 determinados no trecho                          |     |
| confiável de $\Delta K_I$ .   | 165 |
| Tabela 7.4 – Fatores de geometria utilizados na solução geral do FIT,                     |     |
| onde $c$ é o semi-eixo da elipse.   | 174 |
| Tabela 7.5 – Ângulo $\phi$ [em graus] determinado nas trajetórias usadas                  |     |
| para determinar as taxas de crescimento na trinca de superfície.                          | 181 |
| Tabela 7.6 – Resumo da geometria da trinca nas marcas usadas na                           |     |
| expressão de $\Delta K_I$ .   | 182 |
| Tabela 7.7 – Resumo das estimativas totais do número de ciclos N                          |     |
| usando expressão de $\Delta K_{I,c}$ e taxas de propagação de um corpo-de-prova           |     |
| padrão sob tração.  | 185 |
| Tabela 7.8 – Resumo das estimativas totais de número de ciclos usando                     |     |
| expressão de $\Delta K_{I,a}$ e diversos ajustes das taxas de propagação realizadas       |     |
| em um ensaio de tração.   | 186 |
| Tabela 7.9 – Dados usados para determinar $U_{sup}$ na interseção de trinca               |     |
| com a superfície inferior.  | 189 |
| Tabela 7.10 – Dados usados para determinar $U_{sup}$ em A.                                | 189 |
| Tabela 7.11 – Razão $N/N_{exp}$ usando $\Delta K_{eff}$ , num em C.                       | 192 |
| Tabela 7.12 - Razão $N/N_{exp}$ usando $\Delta K_{eff}$ , num em A entre a marca 02 e 03. | 192 |
| Tabela A1. 1 – Dimensões da malha na região sem trinca e resultados.                      | 205 |
| Tabela A1. 2 – Refinamento da malha na frente da trinca.                                  | 207 |
| Tabela A3. 1 – Carregamento aplicado.   | 221 |
| Tabela A3. 2 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um                            |     |
| entalhe de borda.   | 221 |
| Tabela A3. 3 – Dados do experimento para corpo-de-prova com um                            |     |
| entalhe central.  | 221 |
| Tabela A4. 1 – As dimensões exatas dos CPs, condições iniciais:                           |     |
| (a) entalhe central; e (b) entalhe de borda.  | 223 |
| Tabela A4. 2 – Tipo de histórico de carregamento, número de ciclos total                  |     |
| $N_{total}$ e razão final <i>a/w</i> : (a) entalhe central; (b) entalhe de borda.         | 223 |

| Tabela A4. 3 – Resumo das coordenadas de centro (concêntrico) nos CPs |     |
|---|-----|
| com entalhe de borda.   | 223 |
| Tabela A4. 4 – Resumo dos dados – CP01.                               | 224 |
| Tabela A4. 5 – Semi-eixos não concêntricos da Marca03 do CP01.        | 224 |
| Tabela A4. 6– Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP06.        | 224 |
| Tabela A4. 7 – Novo centro e semi-eixos de 3 Marcas no CP06.          | 224 |
| Tabela A4. 8 – Comprimentos dos semi-eixos das elipses no CP07.       | 225 |
| Tabela A4. 9 – Novos centros e semi-eixos no CP07.                    | 226 |
| Tabela A5. 1 – Condições gerais do carregamento de fadiga aplicado    |     |
| no CP01.  | 227 |
| Tabela A5. 2 – Histórico de carregamento no CP06.                     | 228 |
| Tabela A5. 3 – Histórico de carregamento no CP07.                     | 229 |
| Tabela A7. 1 – Diferenças na magnitude da função de geometria em      |     |
| diversas razões d/w quando comparadas a função de geometria obtida    |     |
| com a geometria dos corpos-de-prova.                                  | 236 |

## Lista de abreviaturas

ASTM – American Society for testing and materials.

CP – corpo-de-prova.

EF – elementos finitos.

FIT - Fator de intensidade de tensão.

MFLE - Mecânica da fratura linear elástica.

# Lista de símbolos

| а                          | comprimento da trinca passante e profundidade da trinca de canto. |
|----------------------------|---|
| a e c                      | semi-eixos das curvas quarto-elípticas concêntricas.              |
| $a_{f}$                    | comprimento final da trinca.                                      |
| a <sub>in</sub>            | comprimento inicial da trinca.                                    |
| $a_{NC}$ e $c_{NC}$        | semi-eixos das curvas quarto-elípticas não concêntricas.          |
| A                          | área anular.  |
| A e C                      | pontos usados para determinar expressões de FIT.                  |
| c e d                      | comprimentos da trinca de canto.                                  |
| С, т е р                   | parâmetros empíricos usados nas equações $f_R$ .                  |
| da/dN                      | taxas de crescimento da trinca.                                   |
| $da/dN - \Delta K$         | curva de crescimento da trinca.                                   |
| $\Delta a \in \Delta c$    | incrementos de trinca de canto.                                   |
| $\Delta a_{\rm max}$       | incremento máximo de trinca.                                      |
| $\Delta K$                 | faixa do FIT entre os extremos $K_{min} \in K_{max}$ .            |
| $\Delta K_I$               | faixa do FIT de modo I.   |
| $\Delta K_{I, \text{sup}}$ | faixa do FIT de modo I no ponto A ou no ponto C.                  |
| $\Delta K_{I,a}$           | faixa do FIT de modo I no ponto A.                                |
| $\Delta K_{I,c}$           | faixa do FIT de modo I no ponto C.                                |
| $\Delta K_{eff,num}$       | faixa do FIT efetivo numérico obtido com análise da trinca de     |
|                            | canto.  |
| $\Delta K_{e\!f\!f}$       | faixa do FIT efetivo.   |
| $\Delta K_{th}$            | faixa do limiar de propagação.                                    |
| $\Delta P$                 | faixa do carregamento aplicado.                                   |
| $\Delta N$                 | incremento de ciclo.  |
| E                          | módulo de elasticidade.   |

| f                         | função de geometria.   |
|---------------------------|--|
| F                         | fator de geometria obtido numericamente.                       |
|                           | solução associada a função de Airy, fator de geometria.        |
| $f_R$                     | equação empírica de ajuste das taxas de crescimento da trinca. |
| G                         | módulo de cisalhamento.  |
|                           | taxa de alívio de energia.                                     |
| J                         | Integral-J.  |
| $K_I, K_{II} \in K_{III}$ | FIT de modo I, FIT de modo II e FIT de modo III.               |
| K <sub>máx</sub>          | FIT gerado pela tensão máxima $\sigma_{max}$ .                 |
| $K_{min}$                 | FIT gerado pela tensão mínima $\sigma_{min}$ .                 |
| $K_{I,a}$                 | FIT no ponto A.  |
| $K_{I,c}$                 | FIT no ponto <i>C</i> .  |
| М                         | Integral-M.  |
| n                         | vetor unitário normal.   |
| Ν                         | número de ciclos acumulados                                    |
|                           | número de ciclos acumulados usando dados numéricos.            |
| р                         | ajuste polinomial de F.  |
| Р                         | ponto na frente da trinca.                                     |
| q                         | função entre contornos.  |
| $Q, g e f_w$              | parâmetros de ajuste da geometria usados na solução geral de   |
|                           | trinca de superfície.  |
| R                         | razão de tensão.   |
| t                         | espessura do corpo-de-prova.                                   |
| $u_x, u_y e u_z$          | componentes de deslocamentos.                                  |
| U                         | função de fechamento de trinca.                                |
| $U_{sup}$                 | função de fechamento de trinca de superfície.                  |
| W                         | largura do corpo-de-prova.                                     |
| W                         | energia de deformação.   |
| $X_{c}$                   | centro das curvas quarto-elípticas não-concêntricas.           |
| X                         | centro das curvas quarto-elípticas concêntricas.               |

# Símbolos gregos

| β  | parâmetro adicional empírico usado nas equações $f_R$ .                     |
|--|---|
| $\delta_{_{1j}}$   | delta Kronecker.  |
| 3  | tensor de deformação infinitesimal.   |
| $\phi$   | ângulo das coordenadas do ponto na frente da trinca de canto.               |
| $\Phi(r, \theta)$  | função arbitrária.  |
| Г  | contorno de integração.   |
| v  | coeficiente de Poisson.   |
| σ  | tensão máxima nas superfície da placa ocasionadas por $\Delta P$ .          |
| $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz} e \sigma_{zz}$ | componentes de tensões.   |
| $\sigma_{\scriptscriptstyle m\! lpha x}$   | tensão máxima ocasionada pelo carregamento cíclico aplicado                 |
|  | remotamente.  |
| $\sigma_{\scriptscriptstyle m\! in}$   | tensão mínima ocasionada pelo carregamento cíclico aplicado                 |
|  | remotamente.  |
| $\Delta \sigma$  | faixa de tensão cíclica entre os extremos $\sigma_{min}$ e $\sigma_{max}$ . |

Nossos sonhos só podem ser realizados por nós mesmos. Daisaku Ikeda