2
Referencial teórico e revisão da literatura

2.1.
Referencial teórico

2.1.1.
Metodologia de Opções Reais

A origem quantitativa da metodologia de Opções Reais teve a sua origem na década de 70, fazendo uso de termos e definições desenvolvidos na Teoria das Opções Financeiras. Em seus artigos seminais, Black e Scholes (1973) e, posteriormente Merton (1973),foram os primeiros responsáveis pela definição das fórmulas de precificação de opções financeiras de compra (*call*) e venda (*put*). Enquanto Black e Scholes desenvolveu um modelo genérico para calcular o preço de opções européias sem pagamento de dividendos, o segundo, contribuiu publicando uma extensão do modelo inicial para opções que pagam dividendos. Ambos os modelos admitem que o ativo subjacente segue um movimento geométrico browniano (MGB), consequentemente os preços futuros do ativo seguem uma distribuição log-normal.

Uma opção confere a seu detentor o direito (mas não a obrigação) de comprar (*call*) ou vender (*put*) um ativo a um preço predeterminado (chamado preço de exercício) por um dado período de tempo (chamado de prazo da opção). O direito de tomar uma atitude se traduz em flexibilidade (COPELAND *et al.*, 2005). As opções podem ser classificadas como americanas ou européias. As *opções americanas* podem ser exercidas a qualquer momento até a data de vencimento, enquanto que as *opções européias* podem ser exercidas apenas na data de vencimento (HULL, 2005).

Em 1977, Stewart C. Myers do MIT estabeleceu o termo "opções reais" definindo que as oportunidades de investimento das firmas em ativos reais (ex.: projetos de investimento) são análogas às opções de compra sobre esses ativos reais. Cox, Ross e Rubinstein (1979) apresentaram uma abordagem binomial que possibilitou uma estimação do preço da opção mais simplificada e em tempo

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

discreto. Ainda na década de 70, o brasileiro Tourinho (1979) foi o primeiro a utilizar a teoria das opções para valoração de reservas de recursos naturais (petróleo) sob condições incertas de mercado.

Posteriormente, artigos acadêmicos passaram a incorporar métodos semelhantes a análise de investimento sob condições de incerteza fazendo analogia entre as teorias de opções financeiras e decisões de projeto, o que levou à aplicação de métodos de precificação de opções ao problema de avaliação de ativos reais.

A crescente evolução do processo de globalização nas décadas de 80 e 90, trouxeram consigo uma gama de alternativas em investimento, mercados potenciais a serem alcançados além de facilitarem o transporte e as transações mundiais. Segundo Trigeorgis (1996), é neste contexto que se reconheceu que os tradicionais métodos de avaliação de investimentos, como o fluxo de caixa descontado (FCD), não eram mais capazes de responder as demandas da alta gerencia visto que não capturam propriamente a flexibilidade gerencial para adaptar e revisar decisões futuras em resposta às mudanças de mercado inesperadas.

A abordagem das opções reais dá grande destaque a identificação e precificação das flexibilidades disponíveis aos gestores nas decisões de investimento. É justamente a diferença do valor de um projeto causada pelas flexibilidades a disposição da alta gerencia em relação ao seu VPL original (sem flexibilidades devido a uma gestão passiva) que se obtém o valor das opções reais daquele projeto.

Para que um projeto apresente alguma flexibilidade, ou seja, uma opção real, é necessário que três condições sejam atendidas (DIXIT e PINDYCK, 1994): (i) deve haver irreversibilidade do investimento, total ou parcial, isto é, a firma não pode desinvestir e, por isso, os gastos são custos afundados (irrecuperáveis); (ii) Dever haver flexibilidade de decisão suficiente para que o projeto seja gerenciado de forma ativa; (iii) Deve haver incerteza sobre os fluxos de caixa futuros a serem gerados pelo projeto.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

2.1.2.
Identificando as flexibilidades: os tipos de Opções Reais

A evolução da teoria das opções reais ocorreu em parte como resposta a insatisfação dos administradores, estrategistas e alguns acadêmicos com as técnicas tradicionais de avaliação de alocação dos recursos das empresas. Dean (1951), Hayes e Abernathy (1980), Hayes e Garvin (1982) reconheceram que o método do fluxo de caixa subestima as oportunidades de investimento, ocasionando decisões míopes, pois ele ignora considerações estratégicas e outras flexibilidades. Trigeorgis (1996) listou diversas flexibilidades relacionadas a decisões de investimento, tais como: opção de postergar, abandonar, expandir, interromper ou reiniciar as operações, contrair, investimento em estágios, flexibilidade operacional (*switch*), opções de crescimento e com múltiplas fontes de incerteza.

As opções de postergação de investimentos ocorrem quando um gerente arrenda (ou possui uma opção de compra) uma terra valiosa ou área com fonte de recursos naturais, tais como minas, e decide esperar alguns anos até que o preço do seu produto (*output*) justifique uma construção de planta ou o desenvolvimento do campo em questão. Nesta situação, visto que os preços de mercados são incertos e oscilam ao longo do tempo, o gestor possui uma opção de adiamento do investimento, e consequentemente da produção, até que esta compense o desembolso inicial. Esta opção de espera é comumente utilizada em análise de recursos naturais, tais como petróleo, carvão e metais, típicos das indústrias de extração, setor de produção agrícola, setor de papel e celulose e setor imobiliário. Esta flexibilidade é caracterizada como uma opção de compra (*call*) americana. A opção real de postergação foi analisada nos trabalhos pioneiros de Tourinho (1979), McDonald e Siegel (1986), Paddock *et al*. (1988), Titmam (1985) e Ingersoll e Ross (1992).

A opção de investimento em estágios (*time-to-build*) concede ao detentor a possibilidade de interromper um investimento em um dos estágios do ciclo de vida projeto. Como a maioria dos investimentos na vida real não requer um único desembolso, mas sim uma série de desembolsos a medida que os projetos avançam de estágios. Estes estágios podem ser planejados originalmente no projeto, como por exemplo, um condomínio residencial com várias torres, ou

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

simplesmente ser da natureza do setor ou projeto como ocorre nos setores intensivos em P&D, em especial as indústrias farmacêuticas, empresas startups, ou em projetos intensivos em capital de desenvolvimento de longo, tais quais mega projetos ou plantas de geração de energia. Este tipo de flexibilidade gerencial é definido como uma opção composta. Neste contexto, Majd e Pindyck (1987) abordaram o efeito do tempo de construção (*time-to-build*) e das opções sequenciais nas decisões de investimento.

A opção de expansão ocorre quando as condições de mercado estão acima das esperadas e a empresa tem a alternativa de ampliar a escala de produção ou acelerar a extração de recursos naturais. Da mesma forma, quando as condições de mercado são menos favoráveis do que o planejado, pode-se contrair ou reduzir a escala de operação. Em condições extremas, a produção pode ainda ser interrompida, ou mesmo reiniciada. Muitos casos de opções de alteração de capacidade de produção ocorrem nas indústrias de recursos naturais, como por exemplo, na análise de investimento em minas. Brennan & Schwartz (1985) valoraram uma mina de cobre considerando a interação entre as essas opções reais. Indústrias cíclicas (sazonais), como por exemplo, os setores de moda e alimentos, são ótimas alternativas para a aplicação dessas opções. Pindyck (1988) estudou a escolha de capacidade, enquanto que Trigeorgis & Mason (1987) estudaram o valor da flexibilidade gerencial.

A opção de abandono pode ser uma alternativa considerada por um gestor quando as condições de mercado caem drasticamente gerando a necessidade de suspensão definitiva das operações e consequente venda dos ativos (bens de capitais, dentre outros) para a obtenção do valor residual do capital investido. Esta flexibilidade gerencial pode ser avaliada como uma opção de venda (*put*) americana e é usualmente relacionada às indústrias de capital intensivo como empresas de transportes aéreo e ferroviário, e no caso de lançamento de novos produtos em mercados incertos. Os principais modelos de opção de abandono foram apresentados por Myers & Majd (1990), que explora a analogia entre opção de abandono e opção financeira de venda, e os modelos de histerese descritos no capítulo 7 de Dixit & Pindyck (1994), que considera a interação de outras opções como a de interrupção e retomada das operações, considerando os seus respectivos custos (DIAS, 2005).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

A opção de crescimento corporativo concede a seu detentor oportunidade de negócios futuros que grande importância estratégica para a empresa. Investimentos prévios em P&D, plantas ou projetos pilotos, em arrendamento de terras ou áreas com reservas de petróleo, em aquisições estratégicas ou numa setor de alta tecnologia, são considerados pré-requisitos numa rede de projetos interligados. O valor desses projetos não está no cálculo direto do fluxo de caixa que eles podem gerar, mas sim das possibilidades de crescimento que eles podem criar para a empresa, tais como uma nova geração de produto ou processo, reservas de petróleo comerciais, acesso a novos mercados ou em última instancia, fortalecer as competências centrais da empresa e sua posição estratégica. A oportunidade de investir num produto na primeira geração de um produto de alta tecnologia é análoga a uma opção de uma opção, ou seja, uma opção composta entre projetos. Os setores onde podemos encontrar este tipo de opção são: setores de infraestrutura ou indústrias estratégicas, em indústrias com produtos com múltiplas aplicações ou gerações (semicondutores, computadores, farmacêuticas) ou em empresas multinacionais.

A opção de flexibilidade operacional (switch) ocorre quando uma unidade industrial possui a flexibilidade de utilizar diversos insumos para, por exemplo, o fornecimento de energia. Pode ocorrer também quando uma planta multipropósito possui flexibilidade de produzir um *mix* de produtos, como ocorrem nos casos de refinarias. Desta forma, as unidades industriais adquirem a flexibilidade de mudar o insumo atual por um mais barato no futuro ou a sua atual produção por um *mix* de produto mais lucrativo, de acordo com as futuras condições mercadológicas. Os gestores dessas unidades industriais estarão, portanto dispostos a pagar um prêmio por tecnologias que forneçam flexibilidades aos seus processos. A flexibilidade de processo tem grande valor quando há forte dependência de matéria prima, como ocorre nos setores de petróleo, energia elétrica, químico e agrícola (troca de cultura). A flexibilidade de produto, que possibilita a mudança do *mix* de produtos, tem grande valor nas indústrias automobilística, de eletrônicos, brinquedos e farmacêutica, onde a diferenciação e variedade de produtos são importantes ou a demanda é volátil.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

A revisão de literatura deste capitula irá aborda com mais detalhes este tipo de opção, visto que o problema apresentado nesta dissertação se enquadra em uma flexibilidade operacional de insumo, ou seja, um "switch de input". Como poderá ser verificado no Capítulo 5, o modelo apresentado analisa a flexibilidade de insumo de uma planta de fertilizante em um ambiente de incerteza de fornecimento de gás natural e avalia a flexibilidade de importação de GNL nos casos de escassez de gás natural no mercado nacional em função da intensa utilização deste insumo para a geração de energia elétrica.

2.1.3. Métodos de precificação das Opções Reais

Os primeiros modelos utilizados na precificação de opções reais foram baseado nas teorias das opções financeiras. No entanto, devido às limitações existentes na analogia entre essas duas teorias, acadêmicos passaram a desenvolver metodologias diferentes das aplicadas nas opções financeiras na busca de solucionar problemas mais complexos, como o de múltiplas interações entre opções reais.

Trigeorgis (1996) afirma que existem dois tipos de técnicas numéricas utilizadas no cálculo de opções reais:

i. As que são uma aproximação direta do processo estocástico, que são geralmente mais intuitivas;
ii. As que a aproximação se realiza através de equações diferenciais parciais.

A primeira categoria inclui modelos, tais como, as árvores binomiais de Cox, Ross, & Rubinstein (1979) e o método binomial logarítmico de Trigeorgis (1996), que são adequados para avaliar projetos complexos com múltiplas opções reais. Apesar das técnicas de aproximação direta usualmente utilizarem arvores de decisão, a técnica de simulação de Monte Carlo, inicialmente utilizada por Boyle (1977), também se enquadra nesta categoria. Maior ênfase será dada ao método binomial e à simulação de Monte Carlos devido ao seu caráter popular e de relevância para esta dissertação, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

Exemplos da segunda categoria incluem o método de integração numérica (Parkinson 1997), utilizado na valoração de uma opção de venda americana, método das diferenças finitas, utilizada por Schwartz (1977) para avaliação de garantias (warrants), Brennan e Schwartz (1978) para valoração de opções de venda americanas. Majd&Pindyck (1987).

O modelo binomial (chamado de *lattice*, em inglês, ou malha binomial) é considerado o mais intuitivo de todos os métodos numéricos. Além da sua simplicidade, é flexível, e pode ser aplicado tanto para opções européias como para americanas, que pagam ou não dividendos, e também para as opções exóticas.

O método binomial se popularizou através do artigo de Cox & Ross & Rubinstein (1979). Esse modelo é baseado no conceito de neutralidade ao risco e apresenta uma generalização para múltiplos períodos, através de fatores de subida e descida u (*up*) e d (*down*), de forma que a árvore binomial com n períodos seja uma aproximação discreta do processo estocástico em tempo contínuo utilizado no modelo de Black-Scholes. Através das equações abaixo, u e d são definidos de forma que, no limite ($\Delta t \rightarrow 0$), os valores do ativo subjacente na maturidade (i. e. o último período da árvore binomial) formem uma distribuição log-normal.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \qquad \textbf{(0.1)}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1/u \qquad \textbf{(0.2)}$$

Onde σ é a volatilidade do valor do ativo e Δt é o intervalo entre nós da árvore binomial. A **Figura** exemplifica o modelo binomial de Cox & Ross & Rubinstein, para três períodos (n = 3), usando as probabilidades neutras ao risco *p,* definidapor $p = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} - d/u - d$. O modelo é resolvido de trás pra frente (*backward*), utilizando a probabilidade neutra a risco *p* (ou *1-p*), descontando pela taxa livre de risco *r*, e considerando que a distribuição de retornos é normal.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

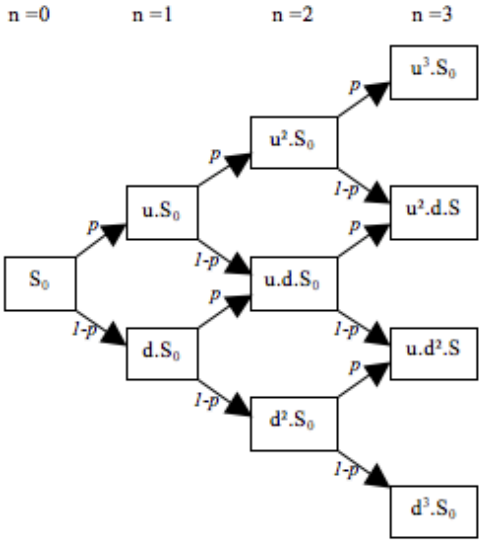

Figura 3: Árvore Binomial com Três Períodos
Fonte: Própria

A precificação de opções através da Simulação de Monte Carlo foi introduzida por Boyle (1977), que apresentou um método alternativo para se calcular o preço de opções de compra européias que pagam dividendos. Boyle (1977) concluiu que a abordagem de Monte Carlo é um método rápido, flexível e confiável para a valoração de opções de compra européias, principalmente quando se utilizam diferentes processos estocásticos.

A simulação de Monte Carlo é baseada na medida de probabilidade neutra ao risco, e se difundiu com o advento do desenvolvimento computacional e popularização dos computadores domésticos. Dentre as vantagens apresentadas por este modelo é a sua grande flexibilidade, a possibilidade de se realizar analises com diversos intervalos de confiança, e possui ótimo desempenho quando há diversas fontes de incerteza ou quando a fonte de incerteza segue uma distribuição empírica. Além disso, a obtenção da equação diferencial da opção real é dispensável, uma vez que este método resolve o problema simulando diretamente o processo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

Essencialmente, o método utiliza uma distribuição que é determinada pelo processo estocástico do ativo analisado, que gera uma série de preços futuros do ativo em questão. Este processo é simulado computacionalmente, através de centenas ou milhares de iterações, que gera diversas séries de preços do ativo. Estas séries determinam um conjunto de valores que podem ser usados para obter a estimativa do valor da opção. Além disso, o desvio padrão do conjunto de valores pode ser obtido, de modo que a precisão dos resultados pode ser estabelecida, através do intervalo de confiança fornecido.

Trigeorgis (1996) reforça que o método de simulação de Monte Carlo é relativamente simples e flexível, permitindo a geração de processos estocásticos neutros ao risco. Possui vantagens na valoração de opções européias quando os *payoffs* são complexos e são ainda mais vantajosos quando se estuda várias fontes de incerteza. Entretanto, o autor desaconselhava o uso deste método para a solução de opções americanas que envolvem antecipação de exercício ou qualquer outro tipo de decisões intermediarias.

O problema de usar a simulação de Monte Carlo para precificar opções americanas decorria da dificuldade de se aplicar um processo, por natureza *forward* (solucionado do início para o fim), a um problema que requer um procedimento *backward* (BROADIE e GLASSERMAN, 1997), o que causava uma incompatibilidade na resolução matemática do problema. O primeiro a acadêmico a solucionar esta foi Tilley (1993) que, ao apresentar um algoritmo geral para estimar o valor de opções americanas em uma arbitragem livre, dissipou a crença de que as opções americanas não podem ser avaliados de forma eficiente através da simulação de Monte Carlo. Posteriormente outros acadêmicos publicaram estudos sobre o tema tais como Carriere (1996), Bararaquand e Martineau (1995), Gant, Vora e Week (1996), Broadie e Glasserman (1997), Longstaff & Schwartz (2001), dentre outros, consolidando a utilização deste método também para a avaliação de opções americanas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

Todavia, existem algumas preocupações quanto a utilização deste método para precificação de opções reais referentes a complexidade de desenvolvimento do modelo. Em geral, o método de simulação Monte Carlo fornece o mesmo resultado que os modelos mais complexos de avaliação de opção, como a equação de Black-Scholes e o modelo de avaliação de opções binomial, se forem executados corretamente, com base na simulação neutra a risco. A neutralidade considera que ao penalizar o valor esperado futuro de um ativo pelo seu prêmio de risco se pode utilizar a taxa livre de risco, como taxa de desconto, para calcular o valor presente do ativo e de qualquer derivativo a ele relacionado. No entanto, a introdução da dinâmica de risco neutro para o método de simulação de Monte Carlo reduz a simplicidade e a transparência do modelo (KAYSERILIOĞLU e TOLGA, 2013).

Além disso, este método é computacionalmente intensivo, requerendo desenvolvimento de uma programação própria para cada caso analisado, o que pode incorporar certo grau de complexidade principalmente nos casos em que diversas opções concorrentes são analisadas, como é frequentemente ocorre nas aplicações envolvendo opções reais.

Portanto, apesar do método binomial ser popular e mais intuitivo do que as abordagens em tempo contínuo, este método não é indicado para todo tipo de aplicação, como é o caso em que se tem a necessidade de se analisar diversos processos estocásticos em um só modelo. Porém para estes casos, em que se analisam diversas fontes de incertezas, como será apresentado ao longo deste estudo, o método mais indicado é a simulação de Monte Carlo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

2.1.4. Processos estocásticos: MAB, MGB e MRM

Processo estocástico é uma variável aleatória indexada ao tempo, ou seja, que varia ao longo do tempo, podendo ser classificado como contínuo ou discreto. Em relação às suas propriedades estatísticas, um processo estocástico pode ser considerado estacionário, quando as mesmas propriedades são mantidas ao longo do tempo, ou não estacionário, quando elas mudam (ARAÚJO, 2004).

Neste referencial teórico, se dará ênfase a um tipo especial de processo estocástico denominado Processo de Wiener (caso especial do Processo de Markov), também conhecido como movimento Browniano (*Brownianmotion*), uma vez que representa a base matemática para o cálculo das opções.

O processo de Wiener é um processo estocástico em tempo contínuo. Uma variável x segue um processo de Wiener quando ela apresenta três propriedades:

i. Segue um processo de Markov, ou seja, a distribuição de probabilidades de x_{t+1} depende somente de x_t. Em outras palavras, a estimativa para o instante seguinte é feita exclusivamente com base na última informação disponível, e não no histórico;
ii. Tem incrementos independentes, ou seja, a variação num determinado intervalo de tempo é independente das variações em outros intervalos de tempo;
iii. As variações no processo seguem uma distribuição normal, com a variância aumentando linearmente com o intervalo de tempo.

Se z(t) é um processo de Wiener, então qualquer incremento Δz (*dz*, para tempo contínuo) em um intervalo de tempo Δt (*dt*) satisfaz as seguintes condições:

- $\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$ onde $\varepsilon_t \sim$ Normal (0,1);
- $E[\varepsilon_t \varepsilon_S]=0$, $\forall$ t $\neq$ s. Desta maneira, os valores de Δz para dois intervalos de tempo diferentes são independentes.

Após a apresentação do Processo de Wiener, serão descritos alguns casos particulares de processos estocásticos brownianos: o aritmético, o geométrico (MAB, MGB), que possuem, cada um, um único modelo estocástico, e os processos regressivos conhecidos como movimentos de Reversão à Média (MRM), que por sua vez apresentam diversos modelos variando o seu grau de complexidade.

O movimento aritmético Browniano (MAB) é processo de Wiener com uma tendência, que tem a seguinte representação matemática:

$$dx = \alpha\, dt + \sigma\, dz \qquad \textbf{(0.3)}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

O MAB também é conhecido como o modelo aditivo porque a variável cresce um valor constante em cada período de tempo. A evolução de um MAB é a combinação de duas parcelas: α (tendência) responsável pelo crescimento linear; e σ (desvio padrão) que promove um crescimento aleatório, onde o MAB segue uma distribuição normal $N(\alpha dt;\sigma^2 dt)$.

No entanto, o MAB apresenta algumas limitações para a modelagem de ativos financeiros. Como o termo aleatório é uma variável normalmente distribuída, o valor da variável pode, eventualmente, se tornar negativo, o que, na prática, não ocorre com preços de ativos. Quando se modela uma ação que não paga dividendos utilizando o MAB, a taxa de retorno desta ação se reduz à medida que o valor da ação aumenta. No entanto, na realidade os investidores exigem uma taxa de retorno constante, independente do preço da ação. No MAB o desvio padrão é constante ao longo do tempo, entretanto, a modelagem de ativos financeiros requer que o desvio padrão seja proporcional ao valor do ativo. Esses motivos fazem com que o MAB não seja o processo mais indicado para modelar preços de ações ou ativos em geral.

O segundo movimento que será descrito é o movimento geométrico Browniano, também conhecido como o modelo Multiplicativo. O MGB corresponde a um caso especial do processo de Ito onde, $\alpha(x,t)=\alpha x$ e $b(x,t)=\sigma x$. Assim, o MGB pode ser representado pela seguinte equação:

$$dx=\alpha x dt+\sigma x dz \quad \therefore \quad \frac{dx}{x}=\alpha dt+\sigma dz \tag{0.4}$$

Observe que dx/x é o retorno sobre o ativo x e tem distribuição normal, pois é um MAB. Em tempo contínuo, o retorno do preço do ativo x é dado por $\ln(x_1/x_0)$.Como os retornos de x tem distribuição normal, então a distribuição de preços do ativo x tem distribuição log-normal. Por esta razão o movimento browniano geométrico (MGB) é extensamente utilizado para modelar preços de ações, taxas de juros, preços de produtos, dentre outras variáveis financeiras e econômicas. Além disto, o MGB permite crescimento exponencial, ideal para

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

atender os casos de modelagem de juros compostos, uma vez o ativo x segue uma distribuição normal $N(x_0 e^{\alpha t}; x_0^2 e^{2\alpha t}(e^{\sigma^2 t} - 1))$.

Por fim, será abordado o modelo de reversão à média ou MRM. Este modelo difere do modelo anterior, uma vez que o modelo de reversão à media converge no longo prazo. Apesar do MGB possuir uma modelagem matemática mais simples que o MRM, esta simplificação em determinados casos pode levar a erros de superestimação do valor das opções reais, gerando uma decisão de investimento equivocada. De fato, quando o tempo tende ao infinito os modelos apresentam uma tendência bem diferente: enquanto o MGB caminha para o infinito ou para zero, o MRM caminha em direção à média de longo prazo. A lógica que rege a modelagem de preços com reversão à media vem da microeconomia, determinando que quando os preços encontram-se abaixo da média de longo prazo, a demanda por este produto tende a aumentar, ao passo que sua produção tende a diminuir, e vice-versa, causando o equilíbrio dos preços no longo prazo (BASTIAN-PINTO, BRANDAO e HAHN, 2009).

Os modelos MRM são amplamente aplicados no meio acadêmico nos estudos cujas fontes de incertezas envolvem preço de *commodities*, ou seja, preço de petróleo, energia elétrica, óleo combustível, gás natural, dentre outras. Diferentemente dos modelos MAB e MGB, o MRM apresenta diversos modelos matemáticos, com grau de complexidade variado. O mais simples é o processo de fator único de Ornstein-Uhlenbeck (DIXIT e PINDYCK, 1994), conhecido também como MRM Aritmético, e pode ser caracterizado pela seguinte formulação matemática:

$$dx = \eta\left(\overline{x} - x\right)dt + \sigma\, dz \tag{0.5}$$

Onde:

- x é a variável estocástica;
- $\overline{x}$ é a média de longo prazo da variável estocástica;
- η é a velocidade de reversão;
- σ é a volatilidade do processo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

O processo de Ornstein-Uhlenbeck tem o valor esperado e a variância conhecidos e são apresentados nas equações abaixo:

$$\mathrm{E}[x_t] = \overline{x} + (x_0 - \overline{x})e^{(-\eta t)} \tag{0.6}$$

$$Var[x_t] = \sigma^2 / 2\eta(1 - e^{-2\eta t}) \tag{0.7}$$

Neste trabalho será utilizado o modelo de um fator de Schwartz (1997), que utiliza um MRM geométrico devido a vantagem de se trabalhar com o logaritmo natural (*ln*) dos preços, ao invés dos preços dos ativos diretamente. O modelo 1 Schwartz (1997) adota a premissa de que os preços das commodities seguem uma distribuição log-normal, convenientemente, uma vez que os preços não podem ser negativos. O modelo de um fator de Schwartz (1997) é representado pela seguinte equação:

$$dx = \eta\left(\alpha - \ln(x)\right)xdt + \sigma xdz \tag{0.8}$$

Onde:

- x é a variável estocástica;
- α é a média de longo prazo da variável estocástica;
- η é a velocidade de reversão;
- σ é a volatilidade do processo.

O modelo de um fator de Schwartz (1997) será melhor detalhado no Capítulo 5 deste trabalho, onde será descrito com maiores detalhes o modelo utilizado, bem como os parâmetros calculados e premissas assumidas. Além destes dois processos de reversão à média, existem diversos acadêmicos que desenvolveram outros modelos de dois ou mais fatores, como os de Gibson e Schwartz (1990), ainda Schwartz (1997), Baker, Mayfield e Parsons (1998) e Schwartz e Smith (2000) com o objetivo de aproximar de forma mais realista o comportamento de diversas variáveis incertas, em especial as *commodities*.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

2.2.
Revisão de literatura de estudos aplicados às commodities

Nesta seção é apresentada uma breve revisão de literatura reunindo estudos que tratam de avaliação de investimentos, opções reais aplicada a flexibilidade operacional e às commodities. Foi dada ênfase a autores consagrados nestas áreas de conhecimento e estudos acadêmicos tradicionais e mais recentes, principalmente na forma de artigos relacionados ao tema da dissertação.

Os problemas de opções de *switch* estão intimamente relacionados com a melhoria da competitividade do setor industrial. Esta flexibilidade é comumente aplicada na escolha do *mix* de produtos ótimo que uma unidade industrial deve produzir com o objetivo de aumentar seu lucro elevando a sua receita, ou na escolha o insumo mais barato (matéria-prima) que reduza os custos de produção, aumentando, portanto, o lucro da unidade produtiva. Além disso, outra possibilidade de opção de *switch* está relacionada às flexibilidades contratuais que permitam o acompanhamento dos preços concorrentes, de modo que seja avaliada a possibilidade de compra com aquele fornecedor que produza o insumo com o menor preço.

Muitos autores dedicam ênfase ao estudo dos preços das fontes de energia (petróleo, gás natural, eletricidade, bioenergia, dentre outras) e os preços das commodities, aplicando a teoria das opções reais, devido à importância estratégica econômica e dependência mundial. A relevância deste tema se deve às elevadas incertezas acerca dos preços de energia, que possuem distribuições empíricas muito complexas, com padrões de alta volatilidade, assimetria ou distribuição de cauda pesada (*heavy tail*), o que ocasionam a adoção de modelos estocásticos sofisticados para a previsão de preços no futuro.

Bastian-Pinto, Brandao e Hahn (2009) abordaram as flexibilidades existentes na produção brasileira de etanol, combustível utilizado em substituição a gasolina, que utiliza a cana de açúcar como matéria prima básica para a obtenção de açúcar e etanol. Neste estudo os preços das duas *commodities* produzidas, alimentícia e energética, foram modelados como processo de reversão a média, permitindo a análise da melhor proporção da produção de açúcar e etanol de acordo com os preços projetados. Foi utilizado um modelo de árvore binomial em tempo discreto para a análise da flexibilidade de produção com base nos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

preços dos produtos, sem considerar o custo de troca. Concluiu-se que a flexibilidade agrega valor ao projeto ainda que as commodities sejam modeladas como reversão a média.

Dockendorf e Paxson (2011) também analisaram a flexibilidade de produção de duas *commodities* de uma planta de fertilizantes nitrogenados: amônia e ureia. Ambas as commodities foram modeladas como movimento browniano geométrico, considerando os custos de troca de produção e de operação. A análise constatou que a opções de se adotar uma tecnologia flexível gera um valor significativo para o investidor apesar da alta correlação entre as duas commodities no longo prazo.

O artigo de Dockendorf e Paxson (2011) salientado que o gás natural é a matéria prima principal utilizada na produção de fertilizantes nitrogenados, sendo responsável por até 90% dos custos operacionais, como ocorreu nos Estados Unidos no período inicial da crise econômica de 2008. Apesar de não contemplado no estudo, o preço do gás natural pode ser modelado por um processo estocástico e espera-se que haja uma correlação positiva com o preço dos fertilizantes, o que afetaria o cálculo da opção.

Wang e Li (2010) avaliaram a flexibilidade de alteração na configuração de uma planta de ureia, localizada na china, de modo a viabilizar a possibilidade de troca entre os insumos energéticos, quais sejam, óleo combustível e gás natural. As variáveis analisadas foram modeladas como reversão a media, utilizando dados de mercado do mercado americano, e posteriormente submetidas a simulação de Monte Carlos para a valoração das opções *"input switch"*. Os resultados mostram que o método de opção real pode ser aplicado com sucesso para avaliar a flexibilidade de reconfiguração das instalações de uma planta de fertilizantes, bem como para outras plantas industriais que optem pela mesma flexibilidade.

O estudo apresentado nesta dissertação se assemelha em muitos pontos com o estudo desenvolvido por Wang e Li (2010), visto que são analisados insumos energéticos para uma unidade de produção de fertilizantes, no qual ambos os insumos serão modelados com processo de reversão a média e o método de precificação da opção também é a simulação de Monte Carlo. Entretanto, as maiores diferenças estão nas fontes energéticas analisadas (gás natural e GNL importado) e na origem da fonte de dados, pois foram utilizados dados de preço

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA

de gás natural da indústria brasileira, e dados mundiais de GNL. Adicionalmente, não há necessidade de reconfiguração da planta industrial para a utilização de GNL ou se gás natural.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1012783/CA