

8

Referências Bibliográficas

- ALONSO, E.; **Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays**. Géotechnique, 26(453-472), 1976.
- ANDERSEN, E. D., ROOS, C. & TERLAKY, T.; **On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization**. Mathematical Programming, 95 (2):249–277, 2003.
- ASSADI, A., SLOAN, S. W.; **Undrained stability of a shallow square tunnel**. Journal of the Geotechnical Division, ASCE, 117(8), 1152-1173; 1991.
- BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M.; **Nonlinear Programming – Theory Algorithms**. John Wiley and Sons, Inc., New Jersey, 3rd edition, 2006.
- BAECHER, G. B. and CHRISTIAN, J. T.; **Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering**. John Wiley & Sons Ltd. England, 2003.
- BECK, A. T.; **Apostila do Curso de Confiabilidade Estrutural**, Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos/SP, 2010.
- BISBOS, C. M. and PARDALOS P.M.; **Second-Order Cone and Semidefinite Representations of Material Failure Criteria**. J Optim Theory Appl, 134 (2), pp. 275–301, 2007.
- BISHOP, A. W.; **The Principle of Effective Stress**. Lecture in Oslo, Norway, 1955. Published in Teknisk Ukeblad, 1959, 106(39), p. 859-863
- BORJA, R., WHITE, J. and WU, W.; **Continuum modeling and limit equilibrium analysis of slope movement due to rainfall infiltration**, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12, EGU2010-7373, 2010
- BORJA, R. I., WHITE J. A.; **Conservation laws for coupled hydro-mechanical processes in unsaturated porous media: theory and implementation**. In New Trends in the Mechanics of Geomaterials, Laloui L (ed.), Chapter 8. ALERT O. Zienkiewicz Course. Iste Wiley: New York, 2010.

- BORJA, R. I., WHITE, J. A., LIU, X., WU, W., **Factor of safety in a partially saturated slope inferred from hydro-mechanical continuum modelling**, Int. J. Num. Anal. Methods Geomech., 36, 236–248, 2012
- BOTTERO, A., NEGRE, R., PASTOR, J., TURGEMAN, S.; **Finite Element Method and Limit Analysis Theory for Soil Mechanics Problems**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 22, 131-149, 1980.
- BROOKS, R. H.; COREY, A. T.; **Hydrdraulic properties of porous media Hidrol. Pap. 3**. Fort Collins: Colorado State University, 1964. 180p.
- CARRION, M.; **Análise Limite Tridimensional Determinística e Não Determinística. Dissertação de Mestrado**. Departamento de Engenharia Civil – Pontificia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2004.
- CARRION, M.; **Análise Limite com Otimizador de Grande Escala e Análise de Confiabilidade**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil – Pontificia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2009.
- CÉLIA, M.; BOULOUTAS, E.; ZARBA, R., **A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation**. Water Resources Research 26, pp. 1483-1496. 1990.
- CHAHUA, L. F.; **Determinação do fator de segurança em estabilidade de taludes utilizando análise limite e programação cônica de segunda ordem**. Dissertação de conicMestrado. Departamento de Engenharia Civil – Pontificia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2013.
- CHEN, W. F., and. HAN, D. J.; **Plasticity for Structural Engineers**. New York: Springer-Verlag. 1988.
- CHEN, W. & LIU, X.; **Limit Analysis in Soils Mechanics**. Amsterdam- Oxford-New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1990.
- CHING, J.; PHOON, K.; **Efficient Evaluation of Reliability for Slopes with Circular Slip Surfaces Using Importance Sampling**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 135(6): 768-777, 2009.
- CHRISTIANSEN, E.; **Limit Analysis in Soils Mechanics**. Amsterdam-Oxford-New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1993.
- CHUANG, P. H.; **Stability analysis in geomechanics by linear programming. I: Formulation**. Geotech. Engrg., ASCE 118(11), 1696-1715, 1992.

CIMNE GID 11.0 **User Manual**. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering, 2011.

CIMNE GID 11.0 **Reference Manual**. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering, 2011.

CIRIA, H. S.; **Computation of upper and lower bounds in limit state analysis using second-order cone programming and mesh adaptivity**. PhD thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, MIT, Cambridge, MA, USA, 2004.

DA COSTA PANTOJA, J.; **Geração Automática via Otimização Topológica e Avaliação de Segurança de Modelos de Bielas e Tirantes**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2012.

DARCY, H.; 1856. **Dètermination d'écoulement de l'eau à travers le sable**. p. 590–594. In Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris.

DE CAMPOS, T. M. P. and CARRILLO, C. W.; (1995) **Direct Shear Testing on an Unsaturated Soil from Rio de Janeiro**. Alonso & Delage eds, Unsaturated Soils. Balkema Publishers. ISBN 90 5410 583 6. 1st. International Conference on Unsaturated Soils - Paris - Vol. I, pp.31-38.

DE CAMPOS, T. M. P., **Resistencia ao cisalhamento do solos não saturados**. 3º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados – NSAT'97, vol.2, p.399-418. 1997.

DELGADO, C. W. C., **Resistência ao Cisalhamento dos Solos Coluvionares e Residuais Não Saturados da Vista Chinesa**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1993.

DESAI, C. S.; ABEL, J. F.; **Introduction to the finite element method: a numerical method for engineering analysis**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1972.

DESAI C. and GIODA G.; **Numerical Methods and Constitutive Modeling in Geomechanics**. New York: International Center for Mechanical Sciences, 1990.

DRUCKER, D. C.; GREENBERG H. J. & PRAGER W.; **Extended Limit Design Theorems for continuous Media**. Q. Apply Math., vol 9. 1952.

DRUCKER D. C. & PRAGER W.; **Soils Mechanics and Plastic analysis on Limit Desing**. In Quarterly applied mathematics: vol 10 1952.

FARFAN, A.; **Aplicações da Análise Limite a Problemas Geotécnicos Modelados como Meios Contínuos Convencionais e Meios de Cosserat**. Tese

de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2000.

FINN, W. D. L.; **Application of limit plasticity in soils mechanics**, Journal of soil mechanics and foundation, Division ASCE, 1967.

FISHMAN, G. S.; **Monte Carlo. Concepts, Algorithms and Applications**. New York: Springer Series in Operation Research, 1997.

FREDLUND, D. G., MORGENSTERN, N. R. & WIDGER, R. A.; **The shear strength of unsaturated soils** Canadian Geotechnical Journal 15, No. 3, 313–321, 1978.

FREDLUND, D. G.; **Appropriate Concepts and Technology for Unsaturated Soils**. Canadian Geotechnical Journal, 16(1), p. 121-139, 1979.

FREDLUND, D.G.; XING A.; **Equations for the soil-water characteristic curve**. Canadian Geotechnical Journal, vol.31, n.4, p. 521-532. 1994.

FRIND, E. O., **Groundwater Modelling (Numerical Methods)**. Lecture Notes. Earth 456/656. Department of Earth Sciences. University of Waterloo, pp. 143, 1995.

GARDNER, W. R.; **Some steady state solutions of unsaturated moisture flow equations with applications to evaporation from a water table**. Soil Sci., 85 (4), 228–232, 1958.

GAVIN, K. & XUE, J. F.; **A simple approach to analyze infiltration into unsaturated slopes**. Comput. Geotechnics 35, No.2, 223–230. DOI: 0.1016/j.compgeo.2007.04.002, 2008.

GAVIN, K. & XUE.; J. **Use of a genetic algorithm to perform reliability analysis of unsaturated soil slopes**. Géotechnique, 59, (6), 545-549. DOI 10.1680/geot.8.T.004, 2009.

GERSCOVICH, D. M., **Fluxo em Meios Porosos Saturados e Não Saturados Modelagem Numérica com Aplicações ao Estudo da Estabilidade de Encostas do Rio de Janeiro**. 1994.

GONZAGA L.; **Estudo Numérico de Problemas de Estabilidade em Materiais Geotécnicos Através da Análise Limite**. Tese de Doutorado. Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1997.

GVOZDEV, A. A.; **The determination of the value of the collapse load, of statically indeterminate systems undergoing plastic deformation (in Russian)**,

Proceedings of a Conference on Plastic Deformation, Akad. Nauk, USSR, p. 19; 1938.

GRIFFITHS, D. V., FENTON, G. A.; **Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, vol. 130 n° 5, p. 507-518, 2004.

HALDAR, A. & SANKARAN, M.; **Probability, Reliability, and Statistical Methods for Engineering Design**. John Wiley & Sons, Inc. (2000).

HASOFER, A. M. and LIND, N. C.; **Exact and invariant second moment code format**. Journal of Engineering Mechanics, 100(1):111–121, 1974.

HUYAKORN, P., PINDER, G.; **Computational Methods in Subsurface Flow**. Academic Press. London, pp. 472, 1983.

HUYAKORN, P.; WHITE, H. O.; WADSWORTH, T. D., TRAFRAP W. T.; **A two dimensional finite element code for simulating fluid flow and transport of radionuclides in fractured porous media with water table boundary conditions**. Hydrogeologic Inc. Herndon VA., pp.72, 1987.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY, JCSS: Probabilistic Model Code, 2006.

KIM, J., SALGADO, R., and YU, H. S.; **Limit analysis of soil slopes subjected to pore-water pressure**. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 125(1), 49–58; 1999.

KIM, J., SALGADO, R. and LEE, J.; **Limit Analysis of Complex Soil Slopes**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 128(7), 546-557; 2002.

KRABBENHØFT, K., LYAMIN, A.V. & SLOAN, S. W.; **Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs**. Int. J. Solids Struct. 44, No. 5, 1533–1549, 2007.

KRABBENHØFT K., LYAMIN, A.V., and SLOAN, S.W.; **Three-dimensional Mohr-Coulomb limit analysis using semidefinite programming**. Communications in Numerical Methods in Engineering, 24, 1107-1119. 2008.

LAMBE, T.; WHITMAN, R. V.; **Soil Mechanics**, SI version. New York: Wiley, 1969.

LANCELLOTA, R.; Technical University of Turin. Department of Structural Engineering. **Geotechnical Engineering**. Bologna: Zanichelli Editores S.P.A., 1995.

LI, A. J., MERIFIELD, R. S. & LYAMIN, A. V.; **Stability charts for rock slopes based on the Hoek–Brown failure criterion**. Int.J. Rock Mech. Mining Sci. 45, No. 5, 689–700; 2008.

LI, A. J., MERIFIELD, R. S., AND LYAMIN, A. V.; **Limit analysis solutions for three dimensional undrained slopes**. Computers and Geotechnics, 36(8), 1330-1351, 2009.

LI, A. J., MERIFIELD, R. S., AND LYAMIN, A. V.; **Three-dimensional stability charts for slopes based on limit analysis methods**. Canadian Geotechnical Journal, 47(12), 1316-1334, 2010.

LIBARDI, P. L.; **Dinâmica da água no solo**. São Paulo: EDUSP, 2005.

LYSMER, J.; **Limit Analysis of Plane Problems in Soils Mechanics**. Journal of the American Society of civil Engineers, 1970.

LYAMIN, A. V. & SLOAN S. W.; **A Comparison of linear and nonlinear programming formulation for lower bound limit analysis**. Em Pietruszczak & Pande (eds), Numerical Models in Geomechanics: pp. 367-373. Rotterdam: Balkema. 1997.

LYAMIN, A. V.; **Three-dimensional Lower Bound Limit Analysis**. A Thesis submitted for degree of Doctor of Philosophy at the University of Newcastle. 1999.

LYAMIN A. V., JACK, D. L., SLOAN, S. W., **Collapse Analysis of Square Tunnels in Cohesive-Frictional Soils**, Proceedings of the First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics, Sydney (2001).

LYAMIN, A. V., SLOAN, S. W.; Lower bound limit analysis using nonlinear programming. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 55(5), 573-611, 2002.

LU, N., LIKOS, W. J.; **Unsaturated soil Mechanics**. Jhon Wiley & Sons, 2004.

MATEUS, M. S. C. S., **Discussão sobre a utilização do modelo empírico de van**

Genuchten (1980) para ajuste de curva característica, Salvador, VI Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados, 2007.

MAKRODIMOPOULOS, A., and MARTIN, C.M.; **Lower bound limit analysis of cohesive-frictional materials using second-order cone programming**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 66, 604-634, 2006.

- MELCHERS, R. E.; **Structural Reliability Analysis and Prediction**. 437p. Jhon Wiley & Sons, New York. 2002.
- MILLY, P. C. D.; **A mass-conservative procedure for time-stepping in models of unsaturated flow**. Advances in water resources, vol.8, p.32-36. 1985.
- MOSEK, ApS. **The MOSEK optimization tools manual version 6.0** (Revision 122). Available from <http://www.mosek.com>. (2011).
- NEUMAN, S. P.; **Saturated-unsaturated seepage by finite elements**. Journal of the Hydraulics Division, vol.99, n.12. 1973.
- NIELSEN, D. R.; VAN GENUCHTEN, M. T.; BIGGAR, J. W.; **Water Flow and Solute Transport Processes in the Unsaturated Zone**. Water Resources Research, vol.22, n.9. 1986.
- NIMMO, J.R., **Unsaturated Zone Flow Processes**, in Anderson. M.G., and Bear, J., eds., Encyclopedia of Hydrological Sciences: Chichester, UK, Wiley, p. 2299-2322, 2005.
- MERIFIELD, R. S., SLOAN, S. W. and YU, H. S.; **Rigorous Plasticity Solutions for the Bearing Capacity of Two-layered Clays**. Géotechnique, London, England, vol. 49, no. 4, pp. 471-490, 1999.
- MERIFIELD, R. S., SLOAN, S. W, YU H. S., **Stability of plate anchors in undrained clay**. Géotechnique, 51(2), 141-153, 2001.
- MERIFIELD, R. S., SLOAN S. W., **The ultimate pullout capacity of anchors in frictional soils**. Canadian Geotechnical Journal. 43 (8): 852-868, 2006.
- MUALEM, Y.; **A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media**. Water Resources Research, vol.12, p.513-522. 1976.
- PANICONI, C.; ALDAMA, A. A.; WOOD, E. F.; **Numerical evaluation of iterative and noniterative methods for the solution of the nonlinear Richards equation**. Water Resources Research, vol.27, n.6, p.1147-1163. 1991.
- PANICONI, C.; PUTTI, M.; **A comparison of Picard and Newton iteration in the numerical solution of multidimensional variably saturated flow problems**. Water Resources Research, vol.30, n.12, p.3357-3374. 1994.
- PEREIRA, A.; **Otimização Baseada em Confiabilidade: Aplicação a Trelças Espaciais**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil – Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2007.
- PINTO, C. S.; **Curso Básico de Mecânica dos Solos**, 247 págs, Oficina de textos, São Paulo. POULOS. 2000.

- POTTS, D. M. & ZDRAVKOVIC, L.; **Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory**. Thomas Telford, London. 1999.
- RASSAM, D., SIMUNEK, J., VAN GENUCHTEN, M. TH.; **Modelling Variably Saturated Flow with HYDRUS-2D**, Second edition, 2004.
- REICHARDT, K.; TIMM, L. C.; **Solo, planta e atmosfera: conceitos, processos e aplicações**. São Paulo: Manole, 2004.
- RICHARDS, L. A., **Capillary conduction of liquids in porous media**. Physics I, p.318-333. 1931.
- SAGRILO, L., **Apostila do Curso de Confiabilidade Estrutural**. UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil 2003.
- SALGADO, R., LYAMIN A. V., SLOAN S. W., YU H. S., **Two- And Three-Dimensional Bearing Capacity Of Foundations In Clay**, Géotechnique, Vol. 54 297-306, 2004.
- SHIAU, S. H., LYAMIN, A. V. & SLOAN, S. W.; **Bearing capacity of a sand layer on clay by finite element limit analysis**. Can. Geotech. J. 40, No. 5, 900–915, 2003.
- ŠIMŮNEK, J., VAN GENUCHTEN, M. T., AND ŠEJNA, M.; **The HYDRUS software package for simulating two- and three-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media**. Technical manual, version 1.0, PC Progress, Prague, Czech Republic, 2006.
- SLOAN, S. W.; **Lower Bound Limit Analysis Using Finite Element and Linear Programming**. Research Report No 020.01.87. Australia University of Newcastle, Department of Civil Engineering and Surveying, 1987.
- SLOAN, S. W.; **Upper Bound Limit Analysis Using Finite Element and Linear Programming**. Research Report No 025.09.1987. Australia University of Newcastle, Department of Civil Engineering and Surveying, 1987.
- SLOAN, S.W.; **Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming**, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 12, 61-77, 1988.
- SLOAN, S.W.; **Upper bound limit analysis using finite elements and linear programming**, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 13, 263-282, 1989.

SLOAN, S. W. E ASSADI, A.; **Undrained stability of a square tunnel in a soil whose strength increases linearly with depth.** Computers and Geotechnics 12, 321-346; 1991.

SLOAN, S. W. E ASSADI, A; **The stability of tunnels in soft ground.** Proceedings of Peter Wroth Memorial Symposium on Predictive Soil Mechanics, Oxford, 644-663; 1992.

SLOAN, S.W., KLEEMAN, P.W.; **Upper bound limit analysis using discontinuous velocity fields,** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 127, 293-314, 1995.

SLOAN, S.W.; **Geotechnical stability analysis.** Géotechnique 63, No. 7, 531–572, 2013.

SOARES, A. P.; **Avaliação do Mecanismo de Ruptura da Encosta em Solo Residual Não Saturado da Vista Chinesa.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.

SPRINGMAN, S. M., JOMMI, C. & TEYSSEIRE, P.; **Instability on moraine slopes induced by loss of suction: a case history.** Géotechnique 53, No. 1, 3–10, 2003.

STURM, J. F.; **Using SEDUMI 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones.** Optimization Methods and Software, 11-12:625–653, 1999.

TEIXEIRA, R. S., VILAR, O. M.; (1997). **Resistência ao cisalhamento de um solo compactado não saturado.** In: Simpósio Brasileiro de Solos não Saturados - Ñ SAT' 97, 3, 1997. Rio De Janeiro. Anais...Rio de janeiro Freitas bastos, 1997. v. 1, p.161-169.

TUTUNCU, R. H., TOH K. C., AND TODD M. J.; **Solving semidefinite-quadratic-linear programs using SDPT3,** Mathematical Programming Ser. B, 95, pp. 189--217; 2003.

UKRITCHON, B., WHITTLE, A. J., AND SLOAN, S. W.; **Undrained stability of braced excavations in clay.** J. Geotech. Geoenviron. Eng., 129(8),738–754; 2003.

USACE, ETL 1110-2-556. **Risk-based analysis in geotechnical engineering for support of planning studies,** 691 Appendix A. U.S. Army Corps of Engineers Document, 1999.

VANDENBERGHE, L; BOYD S.; **Convex Optimization,** Cambridge University Press, New York, 1st edition, 2004.

- VANMARCKE, E.H.; **Reliability of earth slopes**. J. Geotech. Eng, ASCE, 103(11):1247–1265, 1977.
- VAN GENUCHTEN, M.TH., **A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils**. Soil.Sci.Soc. Am. J. 44:892-898,1980.
- VAZ, L. E.; **Análise de Confiabilidade** – DME, Escola Politécnica da UFRJ, Notas de Aula, Rio de Janeiro, RJ, 2011.
- VAZ, L. E.; **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**, Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- VELLOSO, R. Q. Comunicação interna. 2007-2013.
- WANG, L. and GRANDHI R.; **Safety Index Calculation Using Intervening Variables for Structural Reliability Analysis**. Department of Mechanical and Materials Engineering, Wright State University, Dayton – U.S.A., 1994.
- WENDLAND, E.; SCHULZ, H. E., **Numerical experiments on mass lumping for the advection-diffusion equation**. Minerva, vol.2, n.2, p.227-233. 2005.
- WU, T. H. AND KRAFT L. M.; **Safety analysis of slope**, J. of soil mechanics and foundations division(ASCE), Vol.96, No.SM2, 609-630; 1970.
- XUE, J. F. AND GAVIN, K.; **Simultaneous determination of critical slip surface and reliability index for slopes**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, No.133, pp: 878-886, 2007.
- YANG, Y. S.; LEE, J. O.; **Importance Sampling Combined with Variance Reduction Techniques and Its Application to Response surface Method**. Internal Working Report – Lecture Notes, INS, NAOE, Seoul National University, Korea, 1999.
- YANG, D.; LI, G.; CHENG, G.; **Convergence analysis of first order reliability method using chaos theory**. Computers & Structures, Vol. 84, No. 8, pp. 563-571, 2006.
- ZHANG, J.; ZHANG L.M.; TANG W.H.; **New methods for system reliability analysis of soil slopes**. Canadian Geotechnical Journal, No.48, pp: 1138-1148, 2011.
- ZIENKIEWICZ, O. C., HUMPHESON C., LEWIS R. W.; **Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics**. Géotechnique 25 (4), 671-689, 1975.

ZOUAIN, N., HERSKOVITS, J., BORGES, L.A., FEIJÓO, R.A.; **An iterative algorithm for limit analysis with nonlinear yield functions**, International Journal of Solids and Structures, 30, 1397-1417, 1993.

A Apêndice

A.1 Fundamentos da Análise de confiabilidade

A.1.1 Variáveis Aleatórias

Dá-se o nome de **variável** a alguma medida que caracteriza o objeto de estudo. As variáveis do presente estudo são os parâmetros de resistência como a coesão, o ângulo de atrito, o peso específico do solo, entre outras.

Os resultados obtidos das medições dos parâmetros citados não possuem um valor único e fixo, mas pode-se assumir um intervalo de valores com qualquer número de valores. Não há maneira de prever exatamente qual é o valor de um destes parâmetros num dado local. Assim, estes parâmetros são descritos como **variáveis aleatórias**.

Os métodos probabilísticos requerem a quantificação estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade da estabilidade de taludes.

A.1.1.1 Características das Variáveis Aleatórias

Os parâmetros estatísticos mais importantes relacionados com os parâmetros da avaliação de estabilidade de taludes são o valor médio, o desvio padrão e a correlação de coeficientes entre as propriedades do solo. Dentre outros, estes são explicados a seguir:

- Valor médio (μ_{x_i}): o valor médio de uma amostra de n valores observados da variável X_i é obtido por:

$$\mu_{x_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n {}^j x_i \quad (\text{A.1})$$

onde ${}^j x_i$ é o j-ésimo valor observado da variável aleatória X_i .

- Valor esperado $E(x_i)$: o valor esperado ou média da variável randômica X é definido na equação:

$$E(X_i) = \mu_{x_i} = \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f(x_i) dx_i \quad (\text{A.2})$$

onde $f(x_i)$ é a função densidade de probabilidade de x_i .

- Variância $Var(x_i)$: a variância da variável aleatória X é o valor esperado da diferença entre o quadrado da variável aleatória e seu valor médio.

$$Var(X_i) = E[(X_i - \mu_{x_i})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu_{x_i})^2 f(x_i) dx_i \quad (\text{A.3})$$

- Desvio padrão (σ_{x_i}): o desvio padrão de X_i é definido como a raiz quadrada da variância, isto é:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{Var(X_i)} \quad (\text{A.4})$$

- Coeficiente de variação (δ_{x_i}): é a relação entre o desvio padrão e o valor médio, dado pela equação:

$$\delta_{x_i} = \frac{\sigma_{x_i}}{\mu_{x_i}} \quad (\text{A.5})$$

- Covariância (COV): Covariância é uma medida de associação (relação) linear entre duas variáveis aleatórias. Se X e Y são duas variáveis aleatórias, a covariância entre elas é definida por:

$$COV(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] \quad (A.6)$$

- Coeficiente de correlação (ρ_{x_i, x_k}): os pares de variáveis aleatórias X_i e X_k podem ser correlacionados ou independentes; se forem correlacionados, o coeficiente de correlação de duas variáveis aleatórias é definido como a covariância das amostras dividida pelo desvio padrão de cada amostra.

$$\rho_{x_i, x_k} = \frac{COV(x_i, x_k)}{\bar{\sigma}_{x_i} \bar{\sigma}_{x_k}} \quad (A.7)$$

A.1.1.2

Função Densidade de Probabilidade

Para as variáveis aleatórias a função matemática contínua que representa a probabilidade de ocorrência de um dado valor da variável é a função densidade de probabilidade (PDF).

A função densidade de probabilidade deve atender as seguintes condições: o PDF é sempre maior ou igual a zero ($f(x) \geq 0$), a área sob uma função densidade de probabilidade é a unidade ($\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ e que a probabilidade de que a variável aleatória x situa-se entre dois valores de x_a e x_b é a integral da função densidade de probabilidade feita entre os dois valores. Assim:

$$F[x_a \leq X \leq x_b] = \int_{x_a}^{x_b} f(x)dx \quad (A.8)$$

onde $P[x_a \leq X \leq x_b]$ é a probabilidade de que a variável X esteja entre x_a e x_b e $f(x)$ é a função densidade de probabilidade.

A função distribuição acumulada CDF ou $F(x)$ é a integral da função densidade de probabilidade entre $-\infty$ a x :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (A.9)$$

Assim, para qualquer valor de x , $F(x)$ é a probabilidade de que a variável aleatória x seja menor que o dado a . Isto deve ser por que o $F(x)$ é uma função não decrescente contínua, com valores no intervalo $[0,1]$.

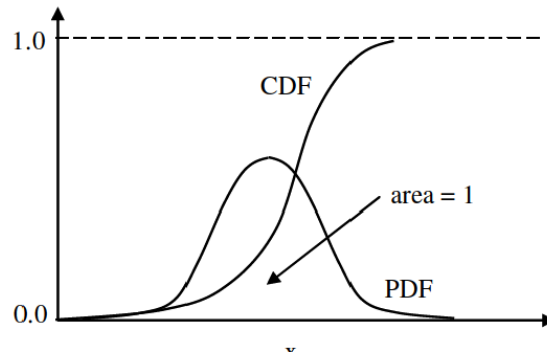


Figura A.1 - CDF e PDF de uma variável randômica.

A.1.1.3 Distribuições de Probabilidades

Variáveis aleatórias contínuas podem seguir a distribuição normal, distribuição lognormal entre outras.

Existem várias funções que são usadas frequentemente como funções de distribuição de probabilidade. Algumas destas funções são apresentadas a seguir:

- **Distribuição Normal ou Gaussiana.** É descrita pela equação (5.10), esta distribuição tem somente como parâmetros a media μ_x e o desvio padrão σ_x . A figura 5.2 apresenta a forma da distribuição.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2} \begin{cases} -\infty \leq x \leq \infty \\ \sigma_x > 0, \quad \mu_x > -\infty \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

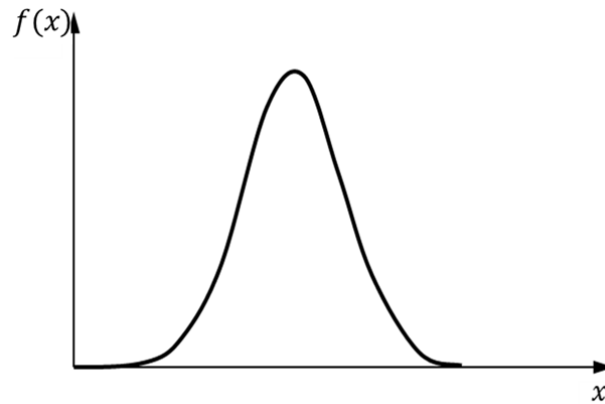


Figura A.2 - Função de distribuição de probabilidade normal.

As propriedades da distribuição normal são: é perfeitamente simétrica em torno da média e os valores da média, mediana e moda são os mesmos.

- **Distribuição Lognormal.** Uma variável tem uma distribuição lognormal quando estatisticamente $\ln(x)$ pode ser representado por uma distribuição normal. A PDF da variável lognormal é definida como:

$$f(x) = \frac{1}{\xi x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi} \right)^2} \quad (\text{A.11})$$

onde λ é o valor esperado de $\ln(x)$ e ξ é o desvio padrão de $\ln(x)$; λ e ξ se relacionam com a média e desvio padrão. A figura 5.3

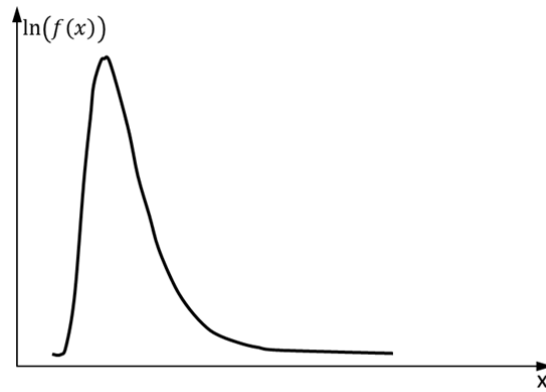


Figura A.3 - Função de distribuição de probabilidade lognormal.