



Marlene Susy Tapia Morales

**Análise de confiabilidade de taludes em condições
saturadas- não saturadas via análise limite
no espaço cônico quadrático**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior
Co-orientador: Prof. Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro
Setembro de 2013



Marlene Susy Tapia Morales

Análise de confiabilidade de taludes em condições saturadas- não saturadas via análise limite no espaço cônico quadrático

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-Orientador

Universidade Federal Fluminense

Prof. Gilson de Farias Neves Gitirana Júnior

Universidade Federal de Goiás

Prof. Tacio Mauro Pereira de Campos

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Doutor Raquel Quadros Velloso

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Doutor. Andre Maues Brabo Pereira

Universidade Federal Fluminense

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 20 de Setembro de 2013

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marlene Susy Tapia Morales

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco (Perú), possui mestrado em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro (PUC-Rio), com ênfase em Geotecnia Ambiental.

Ficha Catalográfica

Tapia Morales, Marlene Susy

Análise de confiabilidade de taludes em condições saturadas – não saturadas via análise limite no espaço cônico quadrático / Marlene Susy Tapia Morales ; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Júnior ; co-orientador: Luiz Eloy Vaz. – 2013.

141 f. : il. (color.) ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2013.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Análise de confiabilidade. 3. Análise limite. 4. Solos não saturados. 5. Estabilidade de taludes. 6. Programação cônica quadrática. I. Vargas Júnior, Eurípedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

A meus queridos e amados pais, Javier e Sabina, minhas irmãs Rosa, Licelly e Thalia pelo que significam, tudo para mim...

Agradecimentos

Ao CNPq e ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, pela ajuda financeira e oportunidade concedida na minha evolução profissional, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À meu orientador Eurípedes do Amaral Vargas Júnior, pela oportunidade, orientação e conhecimentos transmitidos durante a elaboração deste trabalho.

À meu co-orientador Luiz Eloy Vaz pela oportunidade e a paciência em transmitir muito do seu valioso conhecimento durante o desenvolvimento de minha pesquisa.

À Raquel pelas inúmeras respostas que contribuíram para este trabalho.

À minha família pais e irmãs por todo o que passamos juntos para chegar até aqui, obrigado por ser meu porto seguro e a minha torcida oficial.

Ao Paul, por ser minha fonte de admiração, inspiração e por seu apoio incondicional em todos os momentos que passamos nesta árdua jornada; sem você isto não teria se tornado possível.

À Presvitero e Joana, pela sua amizade, apoio e incentivo para terminar este trabalho.

Aos meus amigos Liset, Liliana, Gerado, Jocileia e demais colegas pela amizade e pelos bons momentos compartilhados nestes anos.

Aos funcionários da Secretaria do DEC pela sempre amável atenção.

Resumo

Tapia Morales, Marlene Susy; Eurípedes do Amaral Vargas Júnior; Luiz Eloy Vaz. **Análise de confiabilidade de taludes em condições saturadas-não saturadas via análise limite no espaço cônico quadrático.** Rio de Janeiro, 2013. 141p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho tem por objetivo a avaliação da estabilidade de taludes de solo quando submetidos a processos de infiltração de chuva, utilizando conceitos de Análise Limite e Análise de Confiabilidade. Primeiramente, determina-se a variação da sucção no solo, para isto, emprega-se o Método dos Elementos Finitos e o Método de diferenças finitas na solução da equação de Richards. O modelo de Van Genuchten (1980) é utilizado para a curva característica. Na solução da não-linearidade, emprega-se o método Picard Modificado. A instabilidade de taludes é estudada mediante o método de Análise Limite Numérica com base no Método de Elementos Finitos e o critério de Mohr Coulomb como critério de escoamento. A solução do problema matemático será realizada no espaço cônico quadrático com o objetivo de tornar a solução mais computacionalmente eficiente. Considerando as propriedades do solo como variáveis aleatórias foi incluída a determinação do Índice de Confiabilidade utilizando as formulações dos métodos de Monte Carlo e FORM (first order reliability method). Inicialmente são introduzidos conceitos básicos associados ao fluxo saturado-não saturado. A seguir são apresentados alguns conceitos. Sobre Análise Limite e sua formulação pelo Método de Elementos Finitos. Finalmente são introduzidos os fundamentos da Análise de Confiabilidade. Análises de confiabilidade das encostas de Coos Bay no estado de Oregon nos Estados Unidos e da Vista Chinesa no Rio de Janeiro Brasil, são apresentadas devido a que estes taludes sofreram colapso quando submetidos a processos de infiltração de água de chuva. Os resultados deste trabalho mostram que a falha das encostas ocorre quando o índice de confiabilidade atinge um valor perto de dois.

Palavras-chave

Análise Limite; Confiabilidade; Estabilidade de taludes; Programação cônica quadrática.

Abstract

Tapia Morales, Marlene Susy; Eurípedes do Amaral Vargas Júnior (Advisor); Luiz Eloy Vaz (Co-Advisor). **Reliability Analysis of saturated-unsaturated soil slopes using limit analysis in the conic quadratic space.** Rio de Janeiro, 2013. 141p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This thesis aims to perform a reliability analysis of the stability of 2D soil slopes when they are submitted to water infiltration due to the rains. The time variation of the soil matric suctions is calculated first. The Finite Element Method is used to transform the Richards differential equation into a system of nonlinear first order equations. The nonlinearity of the problem is due to the use of the characteristic curve proposed by van Genuchten (1980). The Modified Picard Method is applied to solve the time-dependent nonlinear equation system. The responses of the flux-problem are transferred to the stability problem in some instants using the same time-interval (normally days). To estimate the stability of the slopes, limit analysis is used. The limit analyses are performed based on the Inferior Limit Theorem of the Plasticity Theory. The problem is defined as an optimization problem where the load factor is maximized. The equilibrium equations are obtained via Finite Element discretization and the strength criterion of Mohr-Coulomb is written in the conic quadratic space. Therefore, a SOCP (Second Order Conic Programming) problem is generated. The problem is solved using an interior point algorithm of the code Mosek. Since the soil properties are random variables a reliability analysis can be performed at each instant of the time-dependent problem. In order to perform the reliability analyses, Response Surfaces for the failure function of the slope are generated. In this work, the Stochastic Collocation Method is used to generate Response Surfaces. The Simulation Monte Carlo Method and the FORM (First Order Reliability Method) are used to obtain both the reliability index and the probability of failure of the slopes. Reliability analyses of the Coos Bay Slope in the state of Oregon in USA and in the Vista Chinesa Slope in Rio de Janeiro, Brazil, are presented because they collapse due to rainfall infiltration. The results show that the soil slope fails when the related reliability index is close to two.

Keywords

Limit analysis; Reliability; Slope stability; Conic quadratic programming.

Sumário

1 Introdução	19
2 Critérios de Resistência	22
2.1. Modelos Constitutivos	22
2.2. Critério de Resistência de Mohr-Coulomb	24
2.3. Critério de Resistência de Drucker-Prager	26
2.4. Critério de Resistência em Solos não Saturados	27
3 Fluxo Saturado e não Saturado	31
3.1. Potencial da Água no Solo	32
3.2. Equação Governante	32
3.3. Propriedades Hidráulicas de Solos Não Saturados	36
3.3.1. Curva Característica	36
3.3.2. Curva de Condutividade Hidráulica	39
3.4. Solução Numérica da Equação de Fluxo	40
3.4.1. Discretização Espacial	43
3.4.2. Discretização no Tempo	45
3.4.3. Método Picard Modificado	46
3.4.4. Critério de Convergência	48
3.4.5. Exemplos de Validação	49
4 Análise Limite	54
4.1. Teoremas de Análise Limite	55
4.1.1. Teorema de Análise Limite Inferior	56
4.1.2. Teorema de Limite Superior	56
4.2. Conceitos Relacionados à Plasticidade	57
4.2.1. Critério de Resistência	57
4.2.2. Lei de Fluxo	58
4.2.3. Princípio do Trabalho Virtual	59
4.3. Formulação da Análise Limite pelo Método dos Elementos Finitos	59
4.4. Formulação da Equação de Equilíbrio	60
4.4.1. Formulação Forte	60

4.4.2. Formulação Fraca	60
4.4.3. Condição de Equilíbrio e Compatibilidade	61
4.4.4. Condições de Contorno	63
4.4.5. Condição de Resistência	63
4.5. Formulação Convencional do Problema de Análise Limite Inferior	64
4.6. Formulação no Espaço Cônico Quadrático da Análise Limite	64
4.6.1. Problema Cônico Quadrático	65
4.6.2. Critério de Resistência de Mohr-Coulomb no Espaço Cônico Quadrático	66
4.7. Elemento Finito Implementado	67
4.8. Exemplos de Validação	69
4.8.1. Talude Infinito Homogêneo	69
4.8.2. Exemplo de Talude 2D	71
5 Análise de Confiabilidade	74
5.1. Fundamentos	75
5.2. Função de Falha	75
5.2.1. Probabilidade de Falha	76
5.2.2. Índice de Confiabilidade	76
5.3. Métodos de Análise de Confiabilidade	80
5.3.1. Método de Simulação de Monte Carlo	80
5.3.2. Método FORM (First Order Reliability Method)	81
5.3.2.1. Transformação de Variáveis para o Espaço Reduzido	83
5.3.2.2. Busca do Ponto de Projeto	83
5.3.2.3. Fator de Importância das Variáveis	83
5.4. Geração da Superfície de Resposta	84
5.4.1. Superfície de Colocação Estocástica	86
5.5. Exemplos de Validação	88
5.5.1. Verificação da Importância das Variáveis	89
5.5.2. Validação do Uso da Superfície de Resposta	90
5.5.3. Análise de Sensibilidade dos Parâmetros de Resistência	94
5.5.4. Análise de Confiabilidade Via Uso do Método de Elementos Finitos e Superfície de Resposta	96
6 Exemplos de Aplicação	100
6.1. Encosta de Coos Bay	100
6.2. Encosta da Vista Chinesa	110

7 Conclusões e Sugestões	122
7.1. Conclusões	122
7.2. Sugestões para futuros trabalhos	124
8 Revisão Bibliográfica	125
A Apêndice	136
A.1 Fundamentos da Análise de confiabilidade	136
A.1.1 Variáveis Aleatórias	136
A.1.1.1 Características das Variáveis Aleatórias	136
A.1.1.2 Função Densidade de Probabilidade	138
A.1.1.3 Distribuições de Probabilidades	139

Lista de figuras

Figura 2.1- Relação tensão deformação para modelo rígido-plástico perfeito (Chen e Han, 1988).	22
Figura 2.2- Superfície de resistência no espaço das tensões principais.	23
Figura 2.3- Critério de escoamento de Mohr-Coulomb no plano (σ , τ).	24
Figura 2.4- Critério de resistência de Mohr-Coulomb com secção em forma de octógono.	25
Figura 2.5- Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb: no espaço das tensões principais ($c=0$).	26
Figura 2.6- Superfície de plastificação de Drucker-Prager.	26
Figura 2.7- Envoltória tridimensional de resistência para solos não saturados (adaptado de Lu e Likos, 2004).	30
Figura 3.1- Área elementar de solo.	34
Figura 3.2- Elemento de solo não saturado (adaptado Fredlund e Rahardjo, 1993).	36
Figura 3.3- Curva Característica.	37
Figura 3.4- Histerese (adaptado, Reichardt e Timm, 2004).	38
Figura 3.5- Função da condutividade hidráulica.	39
Figura 3.6- Geometria e discretização para a validação de fluxo não saturado.	50
Figura 3.7- Curva característica.	50
Figura 3.8- Evolução da carga de pressão no tempo.	51
Figura 3.9- Geometria do exemplo de validação, malha de elementos finitos e condições iniciais.	52
Figura 3.10 – Evolução da carga de pressão no tempo para os nós 1, 2 e 3.	53
Figura 4.1 Superfície de resistência e vetor de deformação plástica (Carrion, 2009).	58
Figura 4.3 Cone quadrático.	64
Figura 4.4 Elemento quadrilateral isoparamétrico.	67
Figura 4.5 – Geometria e malha de elementos finitos do talude infinito.	69
Figura 4.6 – Estimativa do fator de segurança ao colapso mediante redução dos parâmetros de resistência.	71
Figura 4.7 - Geometria do talude 2D.	72
Figura 4.8 - Malha de elementos finitos.	72
Figura 4.9 – Estimativa do fator de segurança ao colapso mediante redução	

dos parâmetros de resistência para o talude 2D.	73
Figura 5.1 - Função de falha.	76
Figura 5.2 - Função densidade de probabilidade de g .	78
Figura 5.3 - Função distribuição acumulada da probabilidade de falha $g(X)$.	79
Figura 5.4 – Pontos na simulação de Monte Carlo (Adaptado de Pereira, 2007).	81
Figura 5.5 - Representação gráfica do método FORM (a) espaço original e (b) espaço normal padrão.	82
Figura 5.6- Interpolação com uso dos polinômios de Lagrange (adaptado de Da Costa Pantoja, 2012).	87
Figura 5.7 - Gráfica da superfície de resposta.	88
Figura 5.8- Modelo do talude infinito.	89
Figura 5.9- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada.	91
Figura 5.10- Índice de confiabilidade, talude infinito unidimensional.	92
Figura 5.11 - Diagrama de fluxo da metodologia aplicada para a determinação do índice de confiabilidade via superfície de resposta.	93
Figura 5.12 - (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias C e ϕ .	94
Figura 5.13- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias C e γ .	95
Figura 5.14 - (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias ϕ e γ .	95
Figura 5.15- Índice de confiabilidade, para diversas combinações na geração da superfície de resposta de duas variáveis aleatórias.	96
Figura 5.16 - Talude infinito modelo bidimensional.	97
Figura 5.17- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; do talude bidimensional na profundidade de 0,4 m da frente de umedecimento.	98
Figura 5.18- Índice de confiabilidade, talude infinito bidimensional.	99
Figura 6.1 – Geometria da encosta Coos Bay.	101
Figura 6.2 – Seção da malha de elementos finitos da encosta Coos Bay.	101
Figura 6.3 – Curvas característica e de condutividade hidráulica.	102
Figura 6.4 – Histograma da precipitação acontecida na encosta CB em 1996 (Adaptado de Borja et al., 2012).	103
Figura 6.5 – Variação da carga de pressão no tempo 24 horas do cenário	

de precipitações 1.	104
Figura 6.6 – Variação da carga de pressão no tempo 25.7 horas do cenário de precipitações 1.	104
Figura 6.7 – Variação da carga de pressão no tempo 13.6 horas do do cenário de precipitações 2.	105
Figura 6.8 – Variação da carga de pressão no tempo 16.1 horas do cenário de precipitações 2.	105
Figura 6.9 – Variação da carga de pressão no tempo 2.5 horas do caso 3.	106
Figura 6.10 – (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias c' e ϕ' .	109
Figura 6.11 – Perfil geotécnico e geométrico da encosta da vista Chinesa.	111
Figura 6.12 – Seção da malha de elementos finitos da encosta da vista Chinesa.	111
Figura 6.14 – Curvas características (a) solo coluvionar e (b) solo residual (Adaptado de Velloso, 2007).	113
Figura 6.15 – Variação da carga de pressão no dia 3 de precipitação.	114
Figura 6.16 – Variação da carga de pressão no dia 5 de precipitação.	114
Figura 6.17 – Variação da carga de pressão no dia 12 de precipitação.	115
Figura 6.18 – Variação da carga de pressão no dia 18 de precipitação.	115
Figura 6.19 – Variação da carga de pressão no dia 22 de precipitação.	116
Figura 6.20 – (a) Resultados do fator de segurança ao colapso (FS) da encosta da Vista Chinesa e (b) variação da carga de pressão no tempo.	118
Figura 6.21- (a) Pontos da superfície de resposta, (b) superfície de resposta aproximada; para as variáveis aleatórias c_1' e c_2' .	119
Figura 6.22 – (a) Resultados do β da encosta da Vista Chinesa comparado com os (b) Fatores de segurança ao colapso (FS) via análise limite e (c) variação da carga de pressão no tempo.	120

Lista de tabelas

Tabela 4.1 – Propriedades do material do talude infinito.	69
Tabela 4.2 – Redução de parâmetros de resistência do talude infinito.	70
Tabela 4.3 – Propriedades do material do exemplo.	72
Tabela 4.4 – Redução de parâmetros de resistência do talude infinito.	73
Tabela – 5.1 Relação do índice de confiabilidade e a probabilidade de falha (USACE, 1999).	80
Tabela 5.2 – Variáveis utilizadas na análise de confiabilidade.	89
Tabela – 5.3 Fator de importância dos parâmetros.	90
Tabela 5.4 – Propriedades das variáveis aleatórias.	98
Tabela 6.1 – Resultados do Análise Limite para o caso 1.	107
Tabela 6.2 – Resultados do Análise Limite para o caso 2.	107
Tabela 6.3 – Resultados do Análise Limite para o caso 3.	107
Tabela 6.4 - Desvios padrões indicativos das propriedades do solo (Adaptado de JCSS, 2006).	108
Tabela 6.5 - Propriedades das variáveis aleatórias da encosta Coos Bay.	108
Tabela-6.6 - Resultado da análise de confiabilidade do caso 1.	109
Tabela-6.7 - Resultado da análise de confiabilidade do caso 2.	110
Tabela-6.8 - Resultado da análise de confiabilidade do caso 3.	110
Tabela 6.9 - Propriedades hidráulicas dos solos da vista Chinesa (Velloso, 2007).	113
Tabela 6.10 - Propriedades de resistência da encosta da Vista Chinesa.	116
Tabela 6.11 - Propriedades das variáveis aleatórias da encosta da Vista Chinesa.	118

Lista de Símbolos

No critério de resistência

c	Coesão	$[MT^2L^{-1}]$
c'	Coesão efetiva	$[MT^2L^{-1}]$
c^*	Coesão aparente	$[MT^2L^{-1}]$
u_a	Porosidade de ar	$[MT^2L^{-1}]$
u_w	Porosidade da água	$[MT^2L^{-1}]$
$F(\sigma_{ij})$	Função de falha	
ϕ	Ângulo de atrito	
ϕ'	Ângulo de atrito efetivo	
ϕ^b	Parâmetro de resistência não saturada	
σ	Tensão normal	$[MT^2L^{-1}]$
σ_1 e σ_3	Tensões normais principais	$[MT^2L^{-1}]$
σ'	Tensão normal efetiva	$[MT^2L^{-1}]$
τ	Resistência ao cisalhamento	$[MT^2L^{-1}]$
χ	Parâmetro de resistência não saturada	$[-]$

No fluxo saturado não saturado

$[B]$	Matriz que relaciona o gradiente hidráulico com a	
$C(h)$	Capacidade de retenção específica	$[L^{-1}]$
C_s	Compressibilidade do solo	$[M^{-1}T^2L]$
C_w	Compressibilidade do fluido	$[M^{-1}T^2L]$
$\{G\}$	Vetor associado aos gradientes de carga de elevação nodais	$[L^3T]$
h	Carga de pressão	$[L]$
$\hat{h}(x, z, t)$	Carga de pressão no interior do elemento finito	$[L]$
H_t	Carga hidráulica total	$[L]$
$[H]$	Matriz de condutividade	$[L^2T^{-1}]$
$[J]$	Matriz Jacobiana dos elementos	$[L]$
$[K]$, $[K(\theta)]$, $[K(h)]$, K_{i2}	Tensor de condutividade hidráulica	$[LT^{-1}]$
k_s	Condutividade hidráulica saturada	$[LT^{-1}]$
n	Parâmetro empírico de Van Genuchten	$[-]$
n_i	Componentes do vetor normal do contorno Γ_n	
n_e	Número de nós do elemento	
N_i	Funções de interpolação	$[-]$
$\{q\}$	Vetor de vazões específicas	$[L^2T^{-1}]$
$\{Q\}$	Vetor de vazões nodais	$[L^3T^{-1}]$
r, s	Coordenadas locais dos elementos	$[-]$

$R(h_I)$	Resíduo do método de Galerkin	$[L^3T^{-1}]$
S	Grau de saturação	$[-]$
S_S	Coeficiente de armazenamento específico	$[L^{-1}]$
$[S]$	Matriz de massa	$[L^2]$
t	Tempo	$[T]$
u_a	Porosidade de ar	$[MT^2L^{-1}]$
u_w	Porosidade da água	$[MT^2L^{-1}]$
V	Volume total	$[L^3]$
V_V	Volume de vazios	$[L^3]$
V_w	Volume de água	$[L^3]$
V_s	Volume de sólidos	$[L^3]$
W_m	Pesos de ponderação na integração de Gauss	$[-]$
x_i	Coordenada global dos nós do elemento	$[L]$
z_i	Coordenada global dos nós do elemento	$[L]$
z_e	Carga de elevação	
α	Parâmetro do modelo de Van Genuchten	$[L^{-1}]$
ξ	Porosidade do solo	$[-]$
ρ_w	Massa específica da água	$[ML^{-3}]$
δ_{ij}	Delta de Kroenecker	
Δt	Tamanho do passo do tempo	$[T]$
Γ	Contorno do modelo	
Γ_D	Contorno com condição de Dirichlet	
Γ_N	Contorno com condição de Neumann	
θ	Umidade volumétrica	$[L^3L^{-3}]$
θ_s	Umidade volumétrica saturada	$[L^3L^{-3}]$
θ_s	Umidade volumétrica saturada	$[L^3L^{-3}]$
θ_r	Umidade volumétrica residual	$[L^3L^{-3}]$
ψ	Potencial total da água	$[ML^2T^{-2}]$
ψ_g	Potencial gravitacional	$[ML^2T^{-2}]$
ψ_m	Potencial matricial	$[ML^2T^{-2}]$
ψ_o	Potencial osmótico	$[ML^2T^{-2}]$
ψ_p	Potencial de pressão	$[ML^2T^{-2}]$
ω	Coeficiente que define o tipo de marcha no tempo	
$\{\nabla H\}$	Vetor gradiente da carga total	$[L]$
Ω	Domínio do modelo	
Ω_e	Subdomínios	

Na análise limite no espaço cônico quadrático

c	Coesão	$[MT^2L^{-1}]$
c_r	Coesão reduzida	
$[B]$	Matriz de compatibilidade cinemática do elemento	
$[B]$	Matriz de equilíbrio	
$\{b\}$	Vetor dos carregamentos nodais	
$[D]$	Matriz de transformação para o espaço	

	cônico quadrático
$\{d\}$	Vetor da transformação para o espaço cônico quadrático
$\{f\}$	Vetor das forças reais
$F(\sigma_{ij})$	Critério de resistência
$[I]$	Matriz de identidade
$[N_u]$	Matriz de interpolação das velocidades
$[N_\sigma]$	Matriz de interpolação das tensões
$\{p\}$	Vetor da carga distribuída na superfície
r, s	Coordenadas paramétricas
$\{\hat{u}\}$	Vetor de velocidade nodal
$\{\delta \dot{\epsilon}\}$	Vetor das velocidades de deformações virtuais
$\{\delta \dot{d}\}$	Vetor dos deslocamentos virtuais
$\dot{\epsilon}_{ij}$	Velocidade de deformação total
$\dot{\epsilon}_{ij}^e$	Velocidade de deformação elástica
$\dot{\epsilon}_{ij}^p$	Velocidade de deformação plástica
ϕ	Ângulo de atrito
ϕ_r	Ângulo de atrito reduzido
γ	Peso específico
λ	Fator de carga
K	Espaço cônico quadrático
ρ_1, ρ_2, ρ_3	Restrição no espaço cônico quadrático
$\{\rho\}$	Vetor da restrição do espaço cônico quadrático
μ	Fator de proporcionalidade (escalar)
ω	Ângulo de inclinação

Na análise de Confiabilidade

$E(g(\mathbf{X}))$	Valor esperado da função de falha
$g(\mathbf{X})$	Função de falha
$f(\mathbf{X})$	Função densidade de probabilidade (PDF)
$P(x)$	Função distribuição acumulada CDF
P_f	Probabilidade de falha
R	Carga de resistência
S	Carga solicitante
$Superf_{(x,y)}$	Superfície de resposta
$Var(g(\mathbf{X}))$	Variância da função de falha
Y^*	Ponto de projeto
z	Profundidade do frente de umedecimento
$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$	Vetor das variáveis aleatórias
β	Índice de confiabilidade
δ_{x_i}	Coeficiente de variação
$\mathcal{L}_i(x)$	Polinômio de Lagrange
ρ_{x_i, x_k}	Coeficiente de correlação

σ_g	Desvio padrão da função de falha
μ_g	Valor médio da função de falha
$\theta(x)$	Função aproximadora do polinômio de Lagrange
ω	Ângulo de inclinação do talude