



**Nathalia Christina de Souza Tavares Passos**

**Análise de procedimentos numéricos para simulação de  
fluxo bifásico em meios porosos heterogêneos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.  
Co-Orientador: Dr. Alonso Joaquin Juvinao Carbono

Rio de Janeiro, março de 2013



**Nathalia Christina de Souza Tavares Passos**

**Análise de procedimentos numéricos para simulação de  
fluxo bifásico em meios porosos heterogêneos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil do Departamento de  
Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-  
Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo  
assinada.

**Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Dr. Alonso Joaquin Juvinao Carbono**

Co-Orientador

EDCTC – PUC-Rio

**Dr. André Luis Müller**

TECGRAF – PUC-Rio

**Prof. Luiz Eloy Vaz**

Universidade Federal Fluminense

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 07 março de 2013

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Nathalia Christina de Souza Tavares Passos**

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidade Federal do Paraná (UFPR), em Curitiba - Paraná - Brasil, em 2011.

#### Ficha Catalográfica

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares

Análise de procedimentos numéricos para simulação de fluxo bifásico em meios porosos heterogêneos / Nathalia Christina de Souza Tavares Passos; orientadores: Eurípedes do Amaral Vargas Jr. , Alonso Joaquin Juvinao Carbono – 2013.

135 f. il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2013.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Fluxo bifásico. 3. Meios porosos heterogêneos. 4. Meios fraturados. 5. Análise numérica. 6. Elementos finitos. 7. Elementos finitos descontínuos. 8. Elementos de Raviart-Thomas. 9. Elementos finitos mistos e híbridos. I. Vargas Jr, Eurípedes do Amaral. II. Juvinao Carbono, Alonso Joaquin. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus pais, Regina Helena e Jair  
Antonio, por sonharem meus sonhos.

## Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida, saúde e proteção. Pela grande generosidade para comigo, permitindo-me realizar meus sonhos e por sempre colocar em meu caminho “anjos” maravilhosos.

Agradeço a meu orientador Professor Eurípedes do Amaral Vargas Jr. pelo apoio, orientação, por compartilhar seu grande conhecimento e por mostrar o “caminho das pedras”. Obrigada por me proporcionar estar junto a seu grupo de pesquisa, que enormemente contribuiu com meu aprendizado.

Agradeço, de maneira especial, a meu orientador Alonso Joaquin Juvinao Carbono, pela generosa orientação e pelo apoio nas horas mais difíceis desse trabalho. E não somente pelos ensinamentos de programação computacional, mas também por mostrar que a perseverança é essencial a um grande Engenheiro. Agradeço muito a Deus por ter te colocado como um verdadeiro anjo em meu caminho. Obrigada pelos ensinamentos e dedicação ilimitados.

Agradeço aos amigos que conquistei no decorrer do curso, especialmente a: Ingrid Magalhães, Mariana Benessiuti, Manuella Galindo e Roberta Soares. Agradeço também aos meus amigos da sala de estudos 610: Elvis Yuri Vargas, Jorge Raúl Bobadilla, Miguel Maturano, Graciele Tanaka e Sergio Orozco. E agradeço também aos amigos da equipe do Laboratório de Geoanálises pelos incentivos: Raquel Velloso, Luis Camones, Flávia Falcão e Júlia Camargo.

Agradeço, com um carinho especial, a minha grande amiga e parceira de todas as horas, a amiga que conquistei desde o primeiro dia de PUC, Bianca Fernandes Lima. Obrigada, querida amiga, por ser minha dupla em todos os momentos, por mostrar que temos que ter fé e foco para realizarmos nossos objetivos e por confirmar a teoria que Deus sempre coloca “pessoas anjos” em nosso caminho.

Agradeço a meus amigos, que mesmo de longe torcem pelo meu sucesso: Carlos Amarante, Elda Conceição, Denise Silva, Stenio Barboza, Ana Paula Bassan e

Mariluz Slezinski.

Eu não poderia deixar de agradecer a duas outras pessoas que tiveram participação especial na conquista desse objetivo. Obrigada Professor Eduardo Parente Ribeiro e minha querida Professora Andrea Sell Dyminski por apoiarem meus sonhos e por me conduzirem a esta grande oportunidade. Obrigada pela imensa confiança, generosidade e pelo exemplo de vida e superação. Vocês são grandes anjos!

Agradeço a todos os meus familiares, em especial as minhas avós Erany de S. Tavares e Elza de S. Medeiros, pelas palavras de apoio e pelo grande carinho.

Agradeço a minha tia Maria de Fátima S. A. Passos, por exercer com muito amor e carinho as atividades de uma madrinha perfeita.

Agradeço aos sensatos conselhos e incentivo de Carlos Eduardo B. de S. Abreu.

Agradeço a família Saraiva pelo apoio e amizade de longa data.

Agradeço, com todo o meu amor, a meus pais, Regina Helena de S. T. Passos e Jair Antonio S. A. Passos, por serem meus exemplos de grandes guerreiros, de fé e de coragem. Agradeço pela amizade e amor incondicional que nos une, pelo árduo investimento na minha formação e por sempre acreditarem que podemos ser mais! Obrigada pela bela história que construímos todos os dias, repleta de amor, saudades e sorrisos!

Agradeço as minhas irmãs, Thereza Raquel e Martha Beatriz, pela compreensão com respeito a minha ausência e por todo o amor que nos une. Amo vocês!

Agradeço ao querido Hyllttonn Bazan por sua alegria e amizade. Obrigada pelo companheirismo, principalmente nos momentos mais difíceis desse curso.

Agradeço a secretária da pós-graduação Rita N. Leite pela dedicação e ajuda. Agradeço ao CNPq pela bolsa de estudos concedida.

## Resumo

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Carbone, Alonso Joaquin Juvinao. **Análise de procedimentos numéricos para simulação de fluxo bifásico em meios porosos heterogêneos**. Rio de Janeiro, 2013. 135p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A modelagem numérica precisa de reservatórios de petróleo ainda é um desafio, devido às heterogeneidades do meio poroso e à existência de estruturas geológicas com geometrias complexas, tais como: fraturas, estratificações e heterogeneidades, que influenciam decisivamente o escoamento dos fluidos através dessas formações. O presente trabalho analisa a implementação de duas formulações numéricas aplicadas ao fluxo bifásico em meios porosos em que se procura contornar as dificuldades mencionadas acima. Inicialmente, avalia-se uma formulação numérica que emprega um processo em três passos: o método dos elementos finitos, EF, para a solução da equação da pressão, intermediariamente, utiliza-se o método de Raviart-Thomas de mais baixa ordem,  $RT_0$ , para melhor aproximação da velocidade, e a resolução da equação da saturação pelo método dos elementos finitos descontínuos, MEFD. Também é avaliada uma formulação na qual se utiliza o método dos elementos finitos mistos e híbridos, EFH, para aproximar a equação da pressão, e o método MEFD para aproximar somente a equação de saturação. O estudo dessas formulações busca avaliar a conservação de massa e analisar o esforço computacional despendido. São apresentados exemplos que avaliam cada uma das formulações em comparação com resultados da literatura.

## Palavras chave

Fluxo bifásico; Meios porosos heterogêneos; Meios fraturados; Análise numérica; Elementos finitos; Elementos finitos descontínuos; Elementos de Raviart-Thomas, Elementos finitos mistos e híbridos.

## Abstract

Passos, Nathalia Christina de Souza Tavares; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Carbone, Alonso Joaquin Juvinao. **Numerical procedures for the analysis of two phase flow in heterogeneous porous media.** Rio de Janeiro, 2013. 135p. M.Sc. Thesis – Departament of Civil Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Accurate numerical modeling of oil reservoirs is still a challenge due to heterogeneity of the porous medium and the existence of geological structures with complex geometries, such as fractures, stratifications and heterogeneities that decisively influence the flow of fluids through these formations. This paper analyzes two numerical formulations of two-phase flow that seek to circumvent the difficulties mentioned. Initially, it evaluates a numerical formulation that employs a three step process: the finite element method, for solving the pressure equation, intermediately, it uses the lowest-order Raviart-Thomas,  $RT_0$ , to the best approximation of the flow velocities, and finally the solution of the saturation equation by discontinuous finite element method (MEFD). Additionally, a formulation which utilizes the mixed and hybrid finite element method (EFH), to approximate the pressure equation, and uses MEFD to approximate the saturation equation. Both implemented formulations aim to assess the mass conservation and to analyze the necessary computational effort. Examples are presented which evaluate each of the formulations as compared with results existing in literature.

## Keywords

Two phase flow; Heterogeneous porous media; Fractured media; Numerical analysis; Finite elements; Discontinuous finite elements; Raviart-Thomas elements; Mixed and hybrid finite element method.



## Sumário

1 Introdução	16
1.1. Considerações gerais	16
1.2. Revisão bibliográfica	17
1.3. Objetivos	20
1.4. Escopo do trabalho	21
2 Conceitos iniciais e mecanismo de produção	22
2.1. Considerações gerais	22
2.2. Injeção de água	22
2.3. Campo potencial e linhas de fluxo	23
2.4. Molhabilidade	25
2.5. Porosidade e permeabilidade	26
2.6. Mobilidade e razão de mobilidades	29
2.7. Pressão capilar	30
2.8. Eficiência do varrido horizontal	32
2.9. Modelo de Buckley-Leverett	32
2.10. Reservatórios naturalmente fraturados	33
3 Formulação de problemas acoplados fluido mecânicos mecânico para fluxo em reservatórios	35
3.1. Introdução	35
3.2. Conceitos iniciais	35
3.3. Equação de equilíbrio	39
3.4. Análise de fluxo em meios porosos	41
3.4.1. Equação do balanço de massa	41
3.4.2. Formulações para fluxo bifásico	46
4 Formulação para Simulação de Fluxo Bifásico em Meios Porosos via Métodos Numéricos	52
4.1. Introdução	52

4.2. Método dos elementos finitos	53
4.2.1. Formulação desacoplada	53
4.2.2. Discretização no tempo	57
4.3. Pós-processamento da velocidade	58
4.3.1. Elemento quadrilateral bi-linear	59
4.3.2. Elemento triangular	65
4.4. Método dos elementos finitos mistos e híbridos	66
4.4.1. Formulação matemática	67
4.4.2. Aproximação do fluxo	69
4.5. Método dos elementos finitos descontínuos	75
4.5.1. Considerações iniciais	75
4.5.2. Aproximação da equação da saturação	76
 5 Modelo computacional	 80
5.1. Considerações gerais	80
5.2. Modelagem da superfície	80
5.3. Modelagem da fratura	81
5.4. Procedimentos gerais utilizados no algoritmo do Método EF-GD	82
5.5. Procedimentos gerais utilizados no algoritmo do Método EFH-GD	84
5.6. Condições da aproximação temporal	86
5.7. Reconstrução de dados da saturação	87
 6 Exemplos para avaliação das Formulações para Simulação de Fluxo em Meios Porosos	 89
6.1. Considerações gerais	89
6.2. Exemplo 1 - Fluxo Bifásico Unidimensional (BL)	89
6.2.1. Discussão dos resultados	91
6.3. Exemplo 2 - Fluxo Bifásico Bidimensional em reservatório estratificado	95
6.3.1. Discussão dos resultados	97
6.4. Exemplo 3 - Fluxo Bifásico Bidimensional - problema dos cinco poços em meio homogêneo	101
6.4.1. Caso 1	103
6.4.2. Caso 2	104
6.4.3. Caso 3	104

6.4.4. Discussão dos resultados	105
6.5. Exemplo 4 - Fluxo Bifásico Bidimensional - Meios porosos heterogêneos	114
6.5.1. Caso 1	114
6.5.2. Caso 2	115
6.5.3. Discussão dos resultados	117
6.6. Exemplo 5 - Fluxo Bifásico Bidimensional - problema dos cinco poços em meio com fratura	124
6.6.1. Discussão dos resultados	126
7 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	129
7.1. Conclusões	129
7.2. Sugestões para trabalhos futuros	131
Referências Bibliográficas	132

## Lista de figuras

Figura 1 - Curvas de permeabilidade relativa e de pressão capilar do modelo de Brooks e Corey. (Nahas, 2011).....	29
Figura 2 - Volume de controle para balanço de massa do fluido. (Müller, 2007). 42	
Figura 3 - Elemento $E$ e as funções que geram o espaço de Raviart-Thomas neste elemento (Galdino (2009)). ....	60
Figura 4 - Elemento quadrilateral $K$ . ....	61
Figura 5 - Elemento triangular e respectivas funções de <b>RT0</b> . ....	65
Figura 6 - Modelagem da fratura. ....	81
Figura 7 - Fluxograma do algoritmo do Método EF-GD. ....	83
Figura 8 - Fluxograma do algoritmo do Método EFH-GD. ....	85
Figura 9 - Representação esquemática da reconstrução da saturação nodal. ....	88
Figura 10 - Representação esquemática do avanço do fluido a cada célula (Rosa et al (2006)). ....	90
Figura 11 - Frente de saturação - Caso 1.....	92
Figura 12 - Frente de saturação - Caso 2.....	92
Figura 13 - Frente de saturação - $m=1$ - Caso 3. ....	92
Figura 14 - Frente de saturação- $m=2$ - Caso 3. ....	93
Figura 15 - Influência da relação da permeabilidade relativa na frente de saturação - Método EF-GD - Caso 3. ....	94
Figura 16 - Influência da razão de viscosidades na frente de saturação- Método EF-GD- Caso 1 e 2.....	95
Figura 17 - Domínio 2D heterogêneo com permeabilidades distintas. (Hoteit e Firoozabadi (2008)). ....	96
Figura 18 - Perfil de saturação obtido pelo Método EF-GD. ....	97
Figura 19 - Perfil de saturação obtido pelo Método EFH-GD. ....	98
Figura 20 - Perfil de saturação apresentado em Hoteit e Firoozabadi (2008). ....	98
Figura 21 - Superfícies de saturação obtidas pelo Método EF-GD. ....	99
Figura 22 - Superfícies de saturação obtidas pelo Método EFH-GD. ....	99
Figura 23 - Balanço de massa obtido pelo Método EF-GD. ....	100
Figura 24 - Balanço de massa obtido pelo Método EFH-GD. ....	100

Figura 25 - Representação esquemática das malhas do Casos 1 (superior) e 3 (inferior) – Exemplo 3.....	102
Figura 26 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 1.....	105
Figura 27 - Varredura calculada pelo Método EFH-GD - Caso 1.....	106
Figura 28 - Varredura calculada em Helmig PG-FE (1997). ....	106
Figura 29 - Avanço da frente de saturação - Método EF-GD - Caso 1.....	107
Figura 30 - Avanço da frente de saturação - Método EFH-GD - Caso 1.....	107
Figura 31 - Balanço de massa - Método EF-GD- Caso 1. ....	108
Figura 32 - Balanço de massa - Método EFH-GD- Caso 1.....	108
Figura 33 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 2.....	109
Figura 34 - Avanço da frente de saturação - Método EF-GD - Caso 2.....	110
Figura 35 - Balanço de massa - Método EF-GD- Caso 2. ....	110
Figura 36 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 2.....	111
Figura 37 - Varredura calculada em Helmig (1997).....	112
Figura 38 - Avanço da frente de saturação - Método EF-GD - Caso 3.....	112
Figura 39 - Campo de pressões inicial - Método EF-GD - Caso 3.....	113
Figura 40 - Balanço de massa - Método EF-GD - Caso 1.....	113
Figura 41 - Distribuição de permeabilidades - Caso 2A.....	116
Figura 42 - Distribuição de permeabilidades - Caso 2B. ....	116
Figura 43 - Distribuição de permeabilidades em malha não-estruturada (Hoteit e Firoozabadi (2005)).....	117
Figura 44 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 1.....	118
Figura 45 - Varredura calculada em Hoteit e Firoozabadi (2005) pelo método EFH-GD.....	118
Figura 46 - Avanço da frente de saturação - Método EF-GD - Caso 1.....	119
Figura 47 - Balanço de massa - Método EF-GD- Caso 1. ....	119
Figura 48 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 2A.....	120
Figura 49 - Varredura calculada pelo Método EF-GD - Caso 2B. ....	121
Figura 50 - Fração molar de metano e campo de velocidades (mostrado pelos triângulos) - Método EFH-GD (Hoteit e Firoozabadi (2005)). ....	121
Figura 51 - Avanço da frente de saturação pelo Método EF-GD - Caso 2A. ....	122
Figura 52 - Avanço da frente de saturação pelo Método EF-GD - Caso 2B.....	122
Figura 53 - Balanço de massa - Método EF-GD- Caso 2A.....	123

Figura 54 - Balanço de massa - Método EF-GD- Caso 2B.....	123
Figura 55 - Representação esquemática (adaptada de Hoteit e Firoozabadi (2008)). .....	125
Figura 56 - Perfil de saturação.....	126
Figura 57 - Perfil de saturação (Hoteit e Firoozabadi (2008)). .....	127
Figura 58 - Diferentes ângulos do avanço da frente de saturação. ....	127
Figura 59 - Balanço de massa - Método EF-GD. ....	128

## Lista de tabelas

Tabela 1 - Dados relevantes do Exemplo 1. ....	91
Tabela 2 - Tempo de processamento para diferentes métodos - Caso 1. ....	93
Tabela 3 - Tempo de processamento para diferentes métodos - Caso 2. ....	94
Tabela 4 - Tempo de processamento para diferentes métodos - Caso 3. ....	94
Tabela 5 - Dados relevantes do Exemplo 2. ....	96
Tabela 6 - Tempo de processamento para diferentes métodos - Exemplo 2. ....	101
Tabela 7 - Propriedades e relações constitutivas da matriz porosa - Exemplo 3. ....	102
Tabela 8 - Parâmetros dos fluidos - Exemplo 3. ....	103
Tabela 9 - Parâmetros de simulação - Exemplo 3. ....	103
Tabela 10 - Dados relevantes do Exemplo 2 - Caso 1. ....	104
Tabela 11 - Dados relevantes do Exemplo 2 - Caso 3. ....	105
Tabela 12 - Relação tempo computacional - Exemplo 3. ....	109
Tabela 13 - Relação tempo computacional - Exemplo 3. ....	110
Tabela 14 - Relação tempo computacional - Exemplo 3. ....	114
Tabela 15 - Propriedades e relações constitutivas da matriz porosa. ....	114
Tabela 16 - Relação tempo computacional - Caso 1. ....	119
Tabela 17 - Relação tempo computacional - Caso 2. ....	124
Tabela 18 - Dados relevantes. ....	125
Tabela 19 - Relação tempo computacional. ....	128