

EQUIVALENTE WARD: MODELO NÃO LINEAR

Cirus Tavares Teles Araujo



EQUIVALENTE WARD: MODELO NÃO LINEAR

Aluno: Cirus Tavares Teles Araujo

Orientador: Eduardo J. S. Pires de Souza

Trabalho apresentado como requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.



Agradecimentos

Agradeço a meus pais e meus amigos, sem o apoio dos quais esse trabalho não teria sido realizado. E em especial a minha vó.

Resumo

Este trabalho utiliza equivalentes Ward na resolução do problema de fluxo de carga de sistemas de energia elétrica para estudos da operação e do planejamento do sistema. A utilização de equivalentes se deve basicamente à necessidade de diminuir o esforço computacional no cálculo do fluxo de potência e à falta de informações completas e atualizadas de toda a rede de transmissão.

Um programa no Matlab foi desenvolvido para o cálculo do equivalente Ward: modelo não linear. Esse mesmo programa também realiza o cálculo do fluxo de potência utilizando o método desacoplado rápido, que possui uma eficiência computacional melhor que outros métodos tradicionais. O desempenho do equivalente foi avaliado nas análises de contingências de linhas de transmissão e variação de carga.

Palavras-chave: Equivalente Ward; Modelo não Linear; Fluxo de Potência; Sistemas de Energia Elétrica; Método Desacoplado Rápido; Análise de Contingências.

Ward equivalent: nonlinear model

Abstract

This work uses Ward equivalents to solve load flow problems in planning and operation of electric power systems. The use of equivalents is mainly due to the necessity to reduce computational effort on power flow problems and the lack of complete and updated information of the transmission network.

A Matlab program was developed to calculate the Ward equivalent: nonlinear model. The same program also calculates the power flow solution using the fast decoupled method, which has better computational efficiency than other traditional methods. The performance of the equivalent was evaluated in contingency analysis of transmission lines and loads.

Keywords: Ward Equivalent; Nonlinear Model; Power Flow; Electric Power Systems; Fast Decoupled Method; Contingency Analysis.

1. Introdução	1
2. Fluxo de Potência	2
2.1. Formulação do Problema	2
2.2. Métodos de Cálculo	4
2.2.1. Método de Gauss	4
2.2.2. Método de Gauss-Seidel	5
2.2.3. Método de Newton-Raphson	5
2.2.4. Método Desacoplado Rápido	8
2.2.5. Fluxo de Potência Ativa Linear	11
3. Equivalentes Externos	13
3.1. Equivalente Ward: modelo linear	14
3.2. Equivalente Ward: modelo não linear	15
4. Estudo de Casos	16
4.1. Análise de Contingências	17
4.1.1. Caso 1 - Perda da linha de transmissão 8-9	18
4.1.2. Caso 2 - Variação de carga na barra 8	19
4.1.3. Caso 3 - Perda da linha 8-9 e variação de carga na barra 8	20
5. Conclusão	21
6. Referências Bibliográficas	22
Apêndice A - Dados do sistema Cigré de 10 barras	23
Apêndice B - Código Desenvolvido no Matlab para o Cálculo de Fluxo de Potência e Equivalente Externo – Modelo Ward Não Linear	24

1. Introdução

Em razão da alta complexidade e grande porte dos sistemas interligados de energia, apesar de nos últimos anos a capacidade de memória dos computadores ter crescido significativamente, fez-se necessária a utilização de equivalentes nos estudos de planejamento e operação do sistema como uma forma de simplificar as redes de transmissão e dessa maneira minimizar o esforço computacional. Outra razão que justifica o seu uso é a falta de informações completas e em tempo real de toda a rede nos centros de operação. Os centros regionais, por exemplo, só dispõem de informações completas e atualizadas da parte da rede que é por eles monitorada, deixando a desejar a visão sobre o estado atualizado de toda a rede de transmissão. Por esta razão é importante a representação aproximada das regiões não monitoradas através dos métodos de redes equivalentes [1].

A rede externa, que varia lentamente, é então substituída pelo seu equivalente, o que contribui para manter as informações nos centros de operação. Para a utilização do equivalente, o sistema elétrico é dividido em três partes: rede interna, fronteira e rede externa. A área de interesse de cada centro de controle e operação é a região na qual se possui informações da rede, e é composta pela rede interna juntamente com a fronteira. Uma perturbação na área de interesse provoca alterações nos fluxos de potência nas linhas que ligam a fronteira às barras externas. Se substituíssemos essas ligações por injeções equivalentes, obteríamos um resultado em que o intercâmbio entre a fronteira e a rede externa seria considerada constante e a reação do sistema externo não seria considerada.

Um estudo de redes equivalentes será detalhado no desenvolvimento desse trabalho que vai abordar o Equivalente Ward utilizando o modelo não linear. Para o cálculo de fluxo de potência foi escolhido o método desacoplado rápido, que também será explicado com mais detalhes.

2. Fluxo de Potência

2.1. Formulação do Problema

O cálculo do fluxo de potência em um sistema de energia elétrica consiste na determinação do estado da rede, ou seja, na determinação do módulo e ângulo das tensões nas barras de tal sistema, e na distribuição dos fluxos de potência ativa e reativa que fluem pelas linhas de transmissão e transformadores, através de um conjunto de equações e inequações algébricas.

Para este tipo de problema, a modelagem do sistema é estática, ou seja, as variações dos parâmetros da rede com o tempo são consideradas lentas o suficiente para que os efeitos transitórios sejam ignorados.

As equações básicas do fluxo de potência são formuladas de acordo com a primeira lei de Kirchhoff, que enuncia que a potência líquida injetada em cada nó da rede elétrica deve ser igual à soma das potências injetadas por todos os componentes ligados a este nó. Tais componentes podem ser linhas de transmissão, transformadores, capacitores, reatores, geradores ou a carga.

Na formulação mais simples do problema, cada barra da rede é representada por quatro variáveis [1][2]:

P_i : potência ativa líquida injetada na barra i

Q_i : potência reativa líquida injetada na barra i

V_i : magnitude da tensão na barra i

θ_i : ângulo da tensão na barra i

Das quatro variáveis presentes no problema e citadas acima, duas delas são previamente conhecidas e as outras duas são incógnitas. A partir da especificação destas variáveis são definidos três tipos de barras:

a) Barra de referência ou *swing*

Geralmente, só existe uma barra desse tipo no sistema, e esta é responsável por fornecer a referência de tensão do sistema e por suprir as perdas do sistema que não são representadas nas equações do fluxo de potência. As variáveis conhecidas são V_i e θ_i e as variáveis calculadas são P_i e Q_i .

b) Barra PQ ou de carga

São barras que não apresentam qualquer controle de tensão. Estão em maioria no sistema. Suas variáveis conhecidas são P_i e Q_i e as variáveis calculadas são V_i e θ_i .

c) Barra PV ou de tensão controlada

São barras em que o módulo da tensão e a injeção de potência ativa são fixados, como geradores e compensadores síncronos. Suas variáveis conhecidas são P_i e V_i e as variáveis calculadas são Q_i e θ_i .

As equações na forma polar do fluxo de potência ativa e reativa para uma barra genérica i de um sistema com n barras são apresentadas abaixo [2]:

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (1)$$

$$Q_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2)$$

Em que:

V_i : módulo da tensão na barra i

V_k : módulo da tensão na barra k

G_{ik} e B_{ik} : condutância e susceptância do elemento i - k da matriz Y_{barra}

θ_{ik} : diferença entre as fases das tensões nas barras i e k

O conjunto de inequações algébricas que representa a rede é proveniente das restrições operacionais das tensões nodais e das restrições de injeção de potência ativa e reativa no sistema, conforme apresentado a seguir [2]:

$$V_i^{\min} < V_i < V_i^{\max} \quad (3)$$

$$|\theta_i - \theta_j| < \theta_{ij}^{\max} \quad (4)$$

$$0 < P_{Gi} < P_{Gi}^{\max} \quad (5)$$

$$Q_{Gi}^{\min} < Q_{Gi} < Q_{Gi}^{\max} \quad (6)$$

Um sistema de grande porte apresenta um alto número de equações para solucionar o problema do fluxo de potência. Em virtude disso, são utilizados diversos algoritmos, cada um com suas particularidades, para resolver essa matemática complexa, entre os quais se destacam: Gauss, Gauss-Seidel, Newton-Raphson, Métodos Desacoplados e Fluxo de Potência Ativa Linear, sendo o Método Desacoplado Rápido utilizado neste trabalho.

2.2.1. Método de Gauss

O método de Gauss fornece uma solução para o problema do fluxo de carga baseada na Y_{barra} . Isto torna a formulação do problema mais simples e com pouca necessidade de memória devido a elevada esparsidade da matriz Y_{barra} . Porém a solução do problema torna-se mais lenta devido ao fraco acoplamento entre variáveis, sendo necessário um número elevado de iterações para chegar a uma solução em um sistema com muitas barras.

O método de Gauss, assim como alguns outros métodos, estima uma solução inicial e utiliza esta solução para calcular a estimativa seguinte e assim por diante, até que o processo iterativo possa convergir para uma solução.

Pelo método de Gauss, uma equação não linear da forma $y=f(x)$ pode ser escrita na forma $x=F(x)$. Baseado nesta equação, obtem-se o seguinte algoritmo para o processo iterativo de cálculo da solução do problema do fluxo de carga [2]:

$$x^{(\mu+1)} = F(x^{(\mu)}) \quad (7)$$

A solução então será obtida quando o erro de duas iterações consecutivas for menor que um valor especificado, ou seja:

$$|x^{(\mu+1)} - x^{(\mu)}| < \varepsilon \quad (8)$$

O método de Gauss pode ser modelado a partir das equações estáticas de fluxo de carga conforme indicado a seguir:

$$P_i - jQ_i - Y_{i1}\dot{V}_1\dot{V}_i^* - Y_{i2}\dot{V}_2\dot{V}_i^* - \dots - Y_{in}\dot{V}_n\dot{V}_i^* = 0 \quad (9)$$

Reescrevendo a equação acima na forma $x=F(x)$, obtem-se:

$$\frac{P_i - jQ_i}{\dot{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik}\dot{V}_k = Y_{ii}\dot{V}_i \therefore \dot{V}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{\dot{V}_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik}\dot{V}_k \right] \quad (10)$$

Supondo a barra 1 como a barra *swing* do sistema, é possível obter o algoritmo para o método de Gauss, sendo μ o número da iteração, conforme indicado a seguir:

$$\dot{V}_i^{(\mu+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(\dot{V}_i^{(\mu)})^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} \dot{V}_k^{(\mu)} \right] \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

Para a aplicação direta do algoritmo descrito acima, é necessário que a barra i em questão seja do tipo PQ, pois assim são conhecidos os valores de P_i e Q_i . Quando a barra i em questão é do tipo PV, torna-se necessário estimar um valor de Q_i a partir das equações estáticas de fluxo de carga, conforme descrito a seguir:

$$Q_i = -\text{Im}\{Y_{i1}\dot{V}_1\dot{V}_i^* + Y_{i2}\dot{V}_2\dot{V}_i^* + \dots + Y_{ii}\dot{V}_i\dot{V}_i^* + \dots + Y_{in}\dot{V}_n\dot{V}_i^*\} \quad (12)$$

Para a equação acima, deve-se considerar o valor de V_i especificado para a barra PV em questão. Se o valor de Q_i obtido estiver dentro de uma faixa de valores (Q_{imin} e Q_{imax}), pode-se utilizar o valor de Q_i obtido da equação acima, assim como o valor de V_i especificado.

Se o valor de Q_i obtido for maior do que o Q_{imax} , não é possível utilizar o valor especificado de V_i , sendo assim necessária a utilização do valor de V_i obtido no processo iterativo, e o valor de Q_i a ser considerado é o Q_{imax} . A mesma ideia deve ser seguida para o caso em que Q_i for menor do que Q_{imin} . Em ambos os casos a barra i é convertida para PQ.

2.2.2. Método de Gauss-Seidel

O método de Gauss-Seidel utiliza o mesmo algoritmo do método de Gauss. Entretanto, a sua principal característica é a utilização dos valores atualizados das variáveis assim que estiverem disponíveis [2].

2.2.3. Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson também utiliza a matriz Y_{barra} (no cálculo da matriz Jacobiana) na solução do problema de fluxo de carga. É um dos métodos mais utilizados, pois sua convergência não depende da estimativa inicial.

Este método também caracteriza-se por ser um processo iterativo, e por utilizar uma estimativa para a solução inicial, sendo descrito pelas equações a seguir [2]:

$$\begin{cases} \Delta X^{(\mu)} = [J(X^{(\mu)})]^{-1} [Y - f(X^{(\mu)})] \\ X^{(\mu+1)} = X^{(\mu)} + \Delta X^{(\mu)} \end{cases} \quad (13)$$

Onde:

$$[Y - f(X^{(\mu)})] \triangleq \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_i^{esp} - P_i^{calc} ; & i \neq swing \\ \Delta Q_i &= Q_i^{esp} - Q_i^{calc} ; & i \text{ tipo PQ} \end{aligned}$$

$$\Delta X \triangleq \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Logo,

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (15)$$

Os elementos da matriz Jacobiana são calculados da seguinte forma, considerando as equações (1) e (2) na forma abaixo:

$$P_i = G_{ii}V_i^2 + V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})$$

$$Q_i = -B_{ii}V_i^2 + V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})$$

$$\text{- Elementos de } J_1 = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_j}$$

$$j = k \Rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (i \neq k) \quad (16)$$

$$j = i \Rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (-G_{ik} \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (17)$$

- Elementos de $J_2 = \frac{\partial P_i}{\partial V_j}$

$$j = k \Rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial V_k} = V_i (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (i \neq k) \quad (18)$$

$$j = i \Rightarrow \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2G_{ii}V_i + \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (19)$$

- Elementos de $J_3 = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j}$

$$j = k \Rightarrow \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (-G_{ik} \cos \theta_{ik} - B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (i \neq k) \quad (20)$$

$$j = i \Rightarrow \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (21)$$

- Elementos de $J_4 = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$

$$j = k \Rightarrow \frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = V_i (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (i \neq k) \quad (22)$$

$$j = i \Rightarrow \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2B_{ii}V_i + \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (23)$$

As etapas para obter a solução do fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson consistem basicamente em calcular os valores de P_i e Q_i , calcular o ΔY , calcular a matriz jacobiana e a sua inversa e por fim obter os valores de $\Delta X^{(\mu)}$ e $X^{(\mu+1)}$ até que o caso possa convergir.

2.2.4. Método Desacoplado Rápido

Antes da explicação deste método, é interessante entender a motivação de sua invenção. No uso do método de Newton-Raphson, a matriz jacobiana é calculada novamente para cada iteração, porém para grandes sistemas esse processo exige um esforço computacional muito grande. Contudo, existe o método desacoplado, que se propõe a aumentar a eficiência computacional do Newton-Raphson, e por esta razão, foi o escolhido para o estudo de casos deste trabalho.

A principal ideia por trás desse método vem de duas observações, para redes de transmissão em extra-alta tensão (maior que 230kV) e ultra-alta tensão (maior que 750kV) [3]:

- 1) A variação do ângulo θ na voltagem da linha afeta principalmente o fluxo de potência ativa (P).
- 2) A variação da magnitude de V afeta principalmente o fluxo de potência reativa da linha (Q).

Considerando essas características temos que [2]:

$$\Delta P \approx J_1 \Delta \theta \quad \text{e} \quad \Delta Q \approx J_4 \Delta V$$

Os elementos de J_1 e J_4 são dados por:

○ J_1

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}); \quad (i \neq k) \rightarrow \text{elementos fora da diagonal}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (-G_{ik} \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) \rightarrow \text{elementos da diagonal}$$

○ J_4

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = V_i (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}); \quad (i \neq k) \rightarrow \text{elementos fora da diagonal}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2B_{ii}V_i + \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \rightarrow \text{elementos da diagonal}$$

Se multiplicarmos os elementos de J_4 por V_j ($j=k$ e $j=i$), verifica-se que as expressões dos elementos fora da diagonal de J_1 e J_4 tornam-se iguais, e as dos elementos diagonais semelhantes [2]. Assim,

$$\Delta P \approx J_1 \Delta \theta \triangleq H \Delta \theta \quad \text{e} \quad \Delta Q \approx J'_4 \frac{\Delta V}{V} \triangleq L \frac{\Delta V}{V}$$

$$H_{ik} = V_i V_k (G_{ik} \sen \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}); \quad (i \neq k) \quad (24)$$

$$H_{ii} = V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (-G_{ik} \sen \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (25)$$

$$L_{ik} = V_i V_k (G_{ik} \sen \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}); \quad (i \neq k) \quad (26)$$

$$L_{ii} = -2B_{ii}V_i^2 + V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sen \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (27)$$

Considerando que Q_i pode ser expressa como:

$$Q_i = -B_{ii} \cdot V_i^2 + \underbrace{V_i \sum_{k=1 \neq i}^n V_k (G_{ik} \sen \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})}_{(I)} \quad (28)$$

Substituindo (I) nas expressões de H_{ii} e L_{ii} , temos:

$$H_{ii} = -B_{ii}V_i^2 - Q_i \quad (29)$$

$$L_{ii} = -B_{ii}V_i^2 + Q_i \quad (30)$$

Para obter o método desacoplado rápido devemos ainda introduzir as seguintes aproximações [3]:

- As diferenças angulares entre nós são geralmente pequenas. Logo:

$$\cos \theta_{ik} \approx 1$$

- A susceptância da linha é muitas vezes maior que a condutância.

Logo, $G_{ij} \ll B_{ik}$.

E como $\sen \theta_{ik} \ll \cos \theta_{ik}$, temos:

$$G_{ij} \cdot \sen \theta_{ik} \ll B_{ik} \cdot \cos \theta_{ik}$$

- Aplicando as duas aproximações acima na equação (28) e considerando $V_k \approx V_i$, temos:

$$Q_i + B_{ii} \cdot V_i^2 = V_i^2 \sum_{k=1 \neq i} -B_{ik} \quad (31)$$

E como $B_{ii} \approx \sum_{k=1 \neq i} -B_{ik}$, temos:

$$Q_i \ll V_i^2 \cdot B_{ii}$$

Aplicando as aproximações às fórmulas, teremos os seguintes resultados [2]:

$$H_{ik} = L_{ik} = -B_{ik} V_i V_k; \quad \forall i, k \quad (32)$$

Assim,

$$\Delta P = (VB'V)\Delta\theta \quad (33)$$

$$\Delta Q = (VB''V)\frac{\Delta V}{V} \quad (34)$$

Os termos B' e B'' são iguais a $-B_{ik}$.

Dividindo ambas equações por V e aproximando $V_k=1$ em ΔP , temos:

$$\frac{\Delta P}{V} = B' \cdot \Delta\theta \quad (35)$$

$$\frac{\Delta Q}{V} = B'' \cdot \Delta V \quad (36)$$

Para uma melhoria de desempenho deve-se ainda [4]:

- Omitir reatâncias shunt e desprezar resistências ligadas em série no cálculo de B' .
- Omitir o efeito de transformadores defasadores no cálculo de B'' .

Resumindo, os elementos das matrizes B' e B'' são dados por [1]:

$$B'_{ik} = -x_{ik}^{-1} \quad (37)$$

$$B'_{ii} = \sum_{k=1:n} x_{ik}^{-1} \quad (38)$$

$$B''_{ik} = -B_{ik} \quad (39)$$

$$B''_{ii} = -B_{ii} \quad (40)$$

Onde x_{ik} é a reatância série de uma linha ou transformador.

Com o desacoplamento, pode-se utilizar valores atualizados a cada 1/2 iteração, e utilizar testes de convergência independentes para as partes ativa e reativa [2]:

$$\max |\Delta P| \leq C_p$$

$$\max |\Delta Q| \leq C_q$$

2.2.5. Fluxo de Potência Ativa Linear

O fluxo de potência ativa linear, diferentemente dos outros métodos, não é um processo iterativo, e sempre fornece uma solução para o problema do fluxo de carga. Além disso, este modelo permite estimar a distribuição dos fluxos de potência ativa nas linhas de transmissão e transformadores com um baixo custo computacional.

É um método baseado no forte acoplamento entre as variáveis P e θ , e não leva em consideração as magnitudes de tensão nas barras do sistema e as potências reativas. Portanto, não é um método adequado para substituir os métodos não lineares.

A solução computacional para o fluxo de potência ativa linear é obtida das equações algébricas não lineares para o fluxo de carga, descrita pela equação abaixo:

$$S_i^* = P_i - jQ_i = Y_{i1}\dot{V}_1\dot{V}_i^* + Y_{i2}\dot{V}_2\dot{V}_i^* + \dots + Y_{in}\dot{V}_n\dot{V}_i^* \quad (41)$$

A equação acima pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_i - jQ_i = \dot{V}_i^* \sum_{k=1}^n Y_{ik}\dot{V}_k \quad (42)$$

E considerando as seguintes substituições:

$$\begin{cases} Y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik} \\ \dot{V}_i = V_i e^{j\theta_i} \\ \dot{V}_k = V_k e^{j\theta_k} \end{cases}$$

Encontra-se a seguinte expressão para P_i , conforme descrita na página 3:

$$P_i = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})$$

Considerando algumas hipóteses simplificadoras, tais como $G_{ik} \ll B_{ik}$, $\cos \theta_{ik} \approx 1$, $\sin \theta_{ik} \approx \theta_{ik}$ e $V_i = V_k \approx 1$, e após diversas manipulações algébricas, o fluxo de potência ativa linear pode ser resumido pela equação a seguir na sua forma matricial [2]:

$$P = B' \theta \quad (43)$$

Os elementos da matriz B' são dados por:

$$B'_{ik} = -B_{ik} = -\frac{1}{x_{ik}} \quad \text{para } i \neq k$$

$$B'_{ii} = -B_{ii} = \sum_{k=1 \neq i}^n \frac{1}{x_{ik}} \quad \text{para } i \neq k$$

Portanto, a equação do fluxo de potência ativa linear é dada por:

$$\theta = XP \quad (44)$$

Onde:

$$X = [B']^{-1} \quad (45)$$

Como as perdas do sistema foram desprezadas, a equação relativa à barra swing é irrelevante. Portanto deve-se retirar de B' a linha e a coluna referentes a barra *swing*.

Após os ângulos das tensões serem calculados para cada barra do sistema, o fluxo de potência ativa nas linhas de transmissão e transformadores é dado pela seguinte equação:

$$P_{ik} = \frac{\theta_i - \theta_k}{x_{ik}} \quad (46)$$

3. Equivalentes Externos

As análises em sistemas de energia geralmente exigem um grande esforço computacional. Para diminuir esse esforço, é possível reduzir as dimensões do sistema representando partes da rede por equivalentes externos.

Na análise de contingências, por exemplo, para cada caso estudado é necessário determinar um novo fluxo de carga. Para essa situação, em que os problemas são semelhantes, é interessante utilizar o método de equivalentes e obter ganhos computacionais significativos.

Uma outra situação que necessita do uso de equivalentes ocorre quando não possuímos dados sobre alguma parte da rede. Nesse caso é essencial a representação desta parte da rede por um equivalente aproximado, que é calculado utilizando-se informações sobre o estado e configuração da rede.

Uma rede pode ser decomposta em rede interna, fronteira e rede externa [1]:

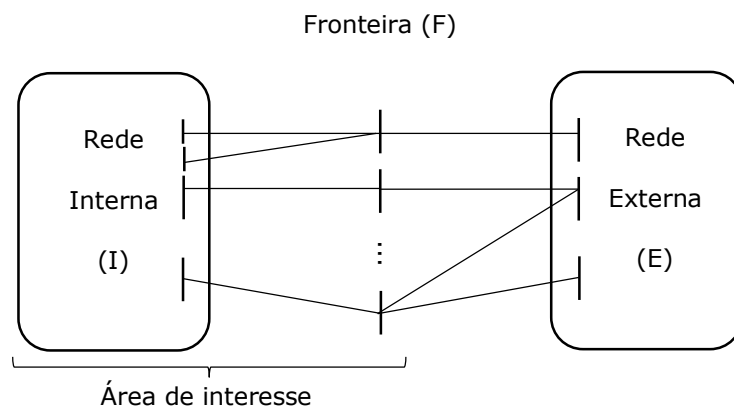


Figura 1

Temos uma rede na qual queremos realizar análise de contingências. Essa rede chamamos de Rede Interna.

As barras que se conectam diretamente a Rede Interna são chamadas de Fronteira.

E o sistema fora da Rede Interna e Fronteira é chamado de Rede Externa.

Nesse caso, o procedimento adotado é o seguinte:

- 1) Parte-se de uma solução inicial para a rede completa (caso base).
- 2) Calcula-se uma rede reduzida, com o sistema que nos interessa mais o equivalente externo.
- 3) Realiza-se as análises com a rede reduzida.

O objetivo básico do equivalente externo é simular reações da rede externa quando ocorrem alterações na rede interna.

Como parte-se de um caso base para a obtenção desses equivalentes, o cálculo de fluxo desse caso utilizando equivalentes deve ser exatamente igual ao obtido utilizando a rede completa.

Um dos métodos para obtenção de equivalentes é o desenvolvido por Ward [5]. Dois modelos deste método (Linear e Não linear) são apresentados. Posteriormente, realizaremos um estudo de caso utilizando o modelo não linear.

3.1. Equivalente Ward: modelo linear

Qualquer rede pode ser representada por um modelo linear em forma matricial [1]:

$$Y \cdot \dot{E} = \dot{I}$$

Seguindo a divisão da rede apresentada na Fig. 1, a equação pode ser escrita na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} Y_{EE} & Y_{EF} & 0 \\ Y_{FE} & Y_{FF} & Y_{FI} \\ 0 & Y_{IF} & Y_{II} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_E \\ E_F \\ E_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_E \\ I_F \\ I_I \end{pmatrix} \quad (47)$$

Explicitando E_E a partir da primeira equação do sistema:

$$E_E = Y_{EE}^{-1} (I_E - Y_{EF} E_F) \quad (48)$$

Agora podemos introduzir E_E na segunda equação do sistema para obter:

$$\begin{pmatrix} Y_{FF}^{eq} & Y_{FI} \\ Y_{IF} & Y_{II} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_F \\ E_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_F^{eq} \\ I_I \end{pmatrix} \quad (49)$$

Onde:

$$Y_{FF}^{eq} = Y_{FF} - Y_{FE} \cdot Y_{EE}^{-1} \cdot Y_{EF} \quad (50)$$

$$I_F^{eq} = I_F - Y_{FE} \cdot Y_{EE}^{-1} \cdot I_E \quad (51)$$

Com isso reduzimos a rede externa a admitâncias equivalentes na fronteira (Y_{FF}^{eq}) e a injeções de corrente na fronteira (I_F^{eq}). Para sistemas com um grande número de barras, torna-se necessário utilizar a eliminação gaussiana para o cálculo de Y_{FF}^{eq} e I_F^{eq} .

3.2. Equivalente Ward: modelo não linear

No modelo não linear, ao invés de injeções de corrente usa-se injeções de potência equivalente. Os resultados obtidos são aproximados, mas aceitáveis para a maioria das aplicações práticas.

A obtenção do equivalente Ward pode ser feita em duas etapas:

- 1) Determinar a rede equivalente (admitâncias equivalentes na fronteira). Este cálculo é exatamente igual ao apresentado no modelo linear (seção 3.1.).
- 2) Calcular as injeções de potência ativa e reativa equivalentes nas barras de fronteira. Para isso é necessário somar os fluxos de potência (caso base) entre a barra k e suas barras vizinhas (pertencentes à rede interna e à fronteira), incluindo o elemento shunt.

Essas injeções são dadas por:

$$P_k^{eq} = V_k^0 \sum_{m \in K} V_m^0 (G_{km}^{eq} \cos \theta_{km}^0 + B_{km}^{eq} \sin \theta_{km}^0) \quad (52)$$

$$Q_k^{eq} = V_k^0 \sum_{m \in K} V_m^0 (G_{km}^{eq} \sin \theta_{km}^0 - B_{km}^{eq} \cos \theta_{km}^0) \quad (53)$$

Onde:

- V^0 e θ^0 são os valores do caso base.
- $G_{km}^{eq} + jB_{km}^{eq}$ são elementos de Y^{eq} .
- K é o conjunto de barras da fronteira e da rede interna vizinhas à barra k.

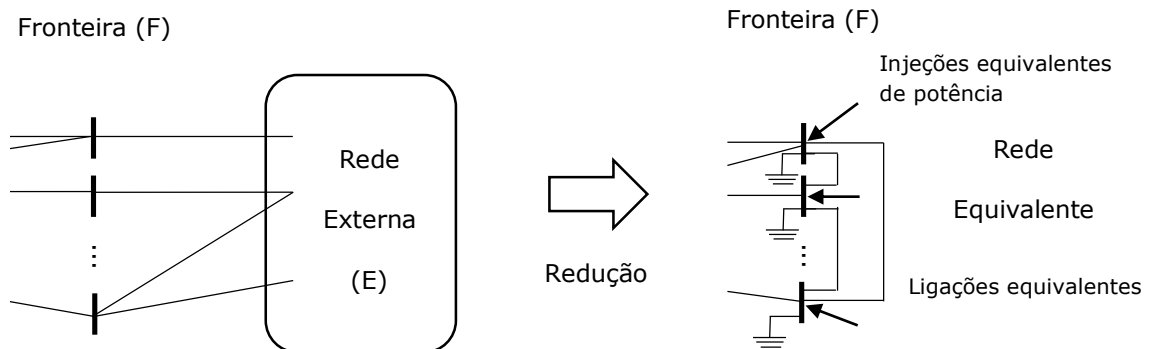


Figura 2 – Redução da rede externa

Um estudo de casos será feito a seguir, utilizando o modelo não linear.

4. Estudo de Casos

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos no cálculo do fluxo de potência utilizando o método desacoplado rápido. Com o intuito de mensurar o desempenho do equivalente, primeiramente é calculado o fluxo para a rede completa do sistema e posteriormente para a rede equivalente. Para tanto, foi desenvolvido um programa no Matlab [6] que lê os dados de entrada diretamente do Excel [7].

O sistema Cigré de 10 barras (figura 3) foi escolhido para o estudo e está representado abaixo.

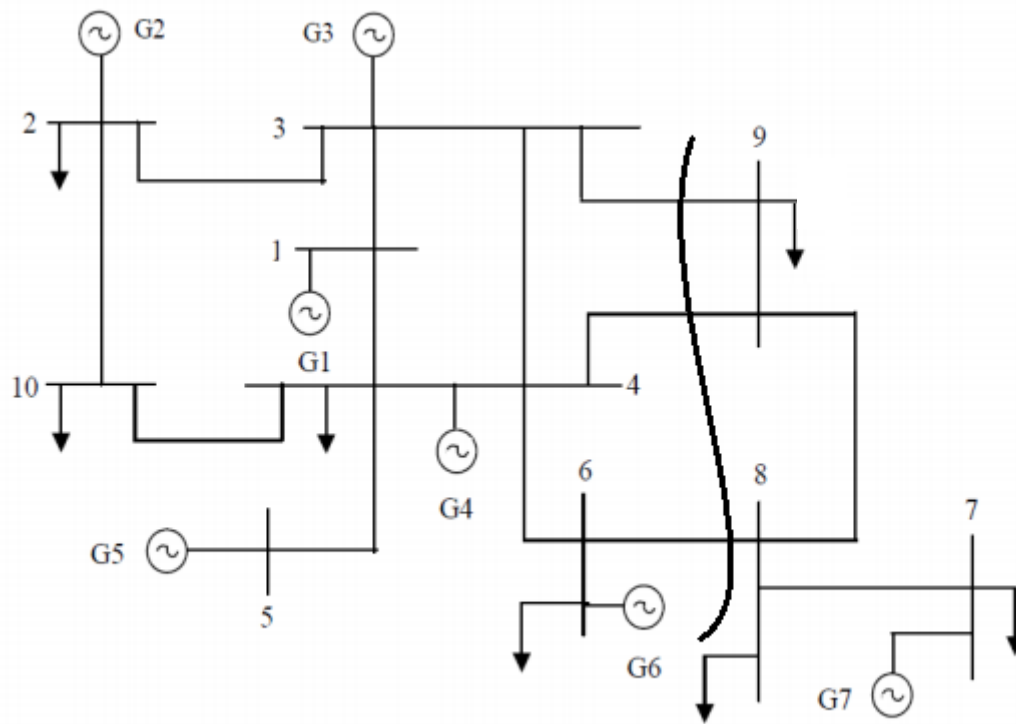


Figura 3 – Sistema Cigré de 10 Barras

As barras 8 e 9 foram definidas como fronteira e a barra 7 como rede interna.

Nos apêndices podem ser encontrados os dados do sistema Cigré e o código escrito no Matlab.

4.1. Análise de Contingências

Com o objetivo de analisar o desempenho do equivalente (fig. 4) foram analisados três casos de contingências do sistema Cigré. O primeiro caso trata da perda da linha de transmissão 8-9, o segundo da variação de carga, e o terceiro aborda os dois primeiros casos em conjunto.

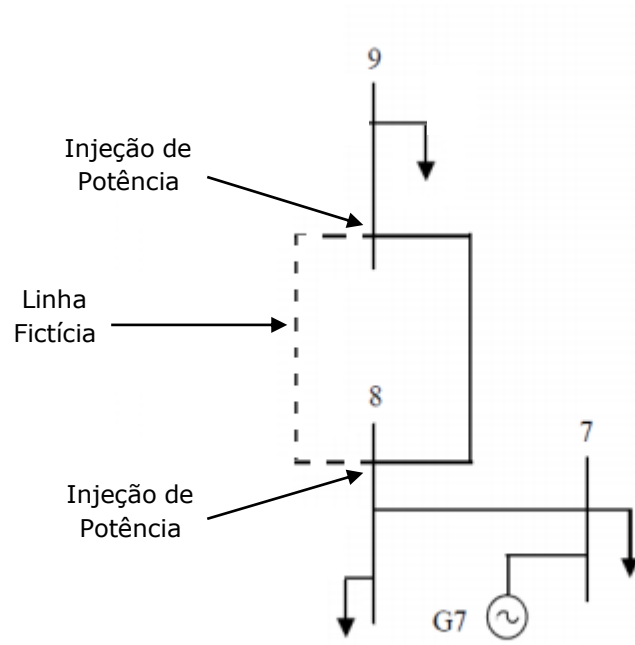


Figura 4 – Sistema Equivalente

Para cada caso foi calculado o fluxo de carga para o sistema completo e equivalente. Posteriormente os resultados foram analisados.

4.1.1.1. Caso 1 - Perda da linha de transmissão 8-9

Neste caso a barra 9 não ficará ilhada devido à presença da linha fictícia (Fig. 4). Abaixo são apresentados os resultados de tensão (módulo e ângulo) nas barras e fluxo de potência nas linhas.

Tabela 1 – Caso 1: Módulo e ângulo das tensões

Barra	Sistema completo		Equivalente	
	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)
1	1.062	-1.41	-	-
2	1.017	-8.41	-	-
3	1.049	-3.08	-	-
4	1.027	-4.88	-	-
5	1.051	-2.65	-	-
6	1.033	-4.22	-	-
7	1.020	-0.60	1.020	-0.60
8	1.003	-4.28	0.996	-4.23
9	0.955	-8.41	0.963	-6.48
10	0.999	-8.08	-	-

Tabela 2 – Caso 1: Fluxos de potência

Linha	Sistema completo		Equivalente	
	MW	MVAr	MW	MVAr
1 - 3	70.3	15.2	-	-
1 - 4	146.7	51.1	-	-
2 - 3	-78.0	5.8	-	-
2 - 10	-2.0	28.7	-	-
3 - 4	46.8	23.2	-	-
3 - 9	198.3	145.1	-	-
4 - 5	-227.8	-75.3	-	-
4 - 6	-64.5	-6.6	-	-
4 - 9	39.1	29.6	-	-
4 - 10	93.5	22.5	-	-
6 - 8	15.3	45.0	-	-
7 - 8	86.0	12.0	85.4	20.7

Verifica-se que no sistema equivalente os resultados de módulo de tensão e fluxo de potência ativa apresentam valores muito próximos ao do sistema completo. O erro obtido foi menor que 1%.

A linha fictícia que surgiu nas barras de fronteira (8-9) durante o processo de redução tem admitância igual a $-1.77 + 6.42i$ (pu). O fluxo de potência ativa e reativa nesta linha são, respectivamente, 30.2 MW e 14.8 MVAr.

4.1.2. Caso 2 - Variação de carga na barra 8

No caso 2 foi simulado o aumento de carga de 30% na barra 8. Como esta é uma barra de fronteira, no cálculo de injeção de potência equivalente deve-se subtrair o aumento de carga, neste caso 30 MW e 15 MVar.

Tabela 3 – Caso 2: Módulo e ângulo das tensões

Barra	Sistema completo		Equivalente	
	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)
1	1.062	-1.58	-	-
2	1.017	-8.59	-	-
3	1.049	-3.09	-	-
4	1.027	-5.22	-	-
5	1.051	-2.98	-	-
6	1.033	-4.84	-	-
7	1.020	-0.60	1.020	-0.60
8	0.989	-5.58	0.978	-5.53
9	0.962	-7.95	0.945	-7.88
10	0.999	-8.33	-	-

Tabela 4 – Caso 2: Fluxos de potência

Linha	Sistema completo		Equivalente	
	MW	MVar	MW	MVar
1 - 3	64.0	16.3	-	-
1 - 4	153.0	50.2	-	-
2 - 3	-80.1	6.8	-	-
2 - 10	0.1	28.1	-	-
3 - 4	54.5	22.3	-	-
3 - 9	182.1	133.9	-	-
4 - 5	-227.8	-75.3	-	-
4 - 6	-41.0	-15.7	-	-
4 - 9	31.5	27.4	-	-
4 - 10	91.4	22.9	-	-
6 - 8	38.9	60.3	-	-
7 - 8	116.4	27.2	116.3	41.5
8 - 9	22.8	8.8	22.8	11.7

Novamente o fluxo de potência ativa apresenta resultados muito próximos ao sistema completo, com erro menor que 0.1%.

A admitância na linha fictícia não se alterou. O fluxo de potência ativa e reativa nesta linha são, respectivamente, 53.0 MW e 26.6 MVar.

4.1.3. Caso 3 – Perda da linha 8-9 e variação de carga na barra 8

O caso 3 é o mais severo dos casos propostos e considera a perda da linha 8-9 junto com o aumento de 30% de carga na barra 8.

Tabela 5 – Caso 3: Módulo e ângulo das tensões

Barra	Sistema completo		Equivalente	
	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)	Tensão (p.u.)	Ângulo (graus)
1	1.062	-2.89	-	-
2	1.017	-9.89	-	-
3	1.049	-4.56	-	-
4	1.027	-6.36	-	-
5	1.051	-4.13	-	-
6	1.033	-5.70	-	-
7	1.020	-0.60	1.020	-0.6
8	0.995	-5.63	0.978	-5.53
9	0.955	-9.89	0.945	-7.88
10	0.999	-9.56	-	-

Tabela 6 – Caso 3: Fluxos de potência

Linha	Sistema completo		Equivalente	
	MW	MVAr	MW	MVAr
1 - 3	70.3	15.2	-	-
1 - 4	146.7	51.1	-	-
2 - 3	-78.0	5.8	-	-
2 - 10	-2.0	28.7	-	-
3 - 4	46.8	23.2	-	-
3 - 9	198.3	145.1	-	-
4 - 5	-227.8	-75.3	-	-
4 - 6	-64.5	-6.6	-	-
4 - 9	39.1	29.6	-	-
4 - 10	93.5	22.5	-	-
6 - 8	15.3	57.8	-	-
7 - 8	117.0	19.8	116.2	41.4

Verifica-se que mesmo no caso mais severo, o erro de potência ativa se manteve abaixo de 0.1%.

O fluxo de potência ativa e reativa na linha fictícia são, respectivamente, 30.2 MW e 14.9 MVAr.

5. Conclusão

O principal objetivo desse trabalho foi comparar os fluxos de potência e tensões de uma rede completa com uma rede equivalente (modelo não linear) de um sistema de energia elétrica. Para tal foi desenvolvido um programa no Matlab [6] que calculasse os dois casos utilizando o método desacoplado rápido.

Os resultados obtidos no sistema Cigré mostram que o equivalente Ward não linear apresenta boa precisão para os fluxos de potência ativa e resultados piores para os fluxos de potência reativa.

6. Referências Bibliográficas

- [1] A. J. Monticelli. Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica, Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [2] E. J. S. Pires de Souza. Análise de Sistemas de Energia Elétrica II, Apostila do curso, Coleção Didática em Engenharia Elétrica, <http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br>, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.
- [3] W. D. Stevenson, Jr.; J. J. Grainger. Power System Analysis, Editora McGraw-Hill Inc, Singapore, 1994.
- [4] B. Stott, O. Alsac, "Fast Decoupled Load Flow", IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-93, p. 859-869, May/June 1974.
- [5] J. B. Ward. "Equivalent Circuits for Power-Flow Studies". AIEE Transactions, volume 68, 1949, p. 373-382.
- [6] MATLAB, versao R2010 b, Classroom Licence of Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro – PUC - Rio, 2010.
- [7] EXCEL, Microsoft Office 2007.

Apêndice A - Dados do sistema Cigré de 10 barras

Tabela A.1: Dados de Barras do Sistema Cigré

Barra	Tipo	Geração		Carga		Tensão	
		MW	MVAr	MW	MVAr	V (pu)	θ (graus)
1	PV	217.0	0.0	0.0	0.0	1.062	0
2	PV	120.0	0.0	200.0	120.0	1.017	0
3	PV	256.0	0.0	0.0	0.0	1.049	0
4	PV	299.2	0.0	650.0	405.0	1.027	0
5	PV	230.0	0.0	0.0	0.0	1.051	0
6	PV	160.0	0.0	80.0	30.0	1.033	0
7	Swing	174.0	0.0	90.0	40.0	1.020	-0.6
8	PQ	0.0	0.0	100.0	50.0	1	0
9	PQ	0.0	0.0	230.0	140.0	1	0
10	PQ	0.0	0.0	90.0	45.0	1	0

Tabela A.2: Dados de Linha do Sistema Cigré sem capacitância shunt

Linhas de Transmissão		R (pu)	X (pu)	Cshunt
De	Para			
1	3	0.009877	0.048395	0
1	4	0.009877	0.048395	0
2	3	0.045040	0.123650	0
2	10	0.016390	0.063802	0
3	4	0.011850	0.078025	0
3	9	0.011450	0.055309	0
4	5	0.003950	0.019753	0
4	6	0.007500	0.019753	0
4	9	0.048790	0.191600	0
4	10	0.016390	0.065185	0
6	8	0.018760	0.062815	0
7	8	0.011850	0.078025	0
8	9	0.048790	0.191600	0

Apêndice B - Código Desenvolvido no Matlab para o Cálculo de Fluxo de Potência e Equivalente Externo – Modelo Ward Não Linear

```

clear all;
clc;

data=xlsread('Dados4.xlsm');

Base=100;
tam=data(1,14);
GeracaoMW=data(1:10,3)/Base;
GeracaoMVAR=data(1:10,4)/Base;
CargaMW=data(1:10,5)/Base;
CargaMVAR=data(1:10,6)/Base;
Rz=data(1:tam,10);
Xz=data(1:tam,11);
Csh=data(1:tam,12);
Tipo=data(1:10,2);
Sw=data(1,15);
noi=data(1:tam,8);
nof=data(1:tam,9);
Ylz=zeros(1,10);
Ybarraz=zeros(10,10);
Zz=Rz+1j*Xz;

cont=1;

tol=0.001;

for(e=1:1:tam)
    Ylz(e)=1/Zz(e);
end

%-----Ybarra-----

for (l=1:1:10)
    for (c=1:1:10)
        if(l~=c)
            for (k=1:1:tam)
                if (noi(k)==1)
                    if(nof(k)==c)
                        Ybarraz(l,c)=-Ylz(k);
                    end
                end
            end
        end
    end
    if(l==c)

```

```

        for(k=1:1:tam)
            if(noi(k)==1)
                Ybarraz(l,c)=Ybarraz(l,c)+Ylz(k);
            end
        end
        for(k=1:1:tam)
            if(nof(k)==c)
                Ybarraz(l,c)=Ybarraz(l,c)+Ylz(k);
            end
        end
    end
end

for (i=1:1:10)
    for (j=1:1:10)
        if (i~=j && j<i)
            Ybarraz(i,j)=Ybarraz(j,i);
        end
    end
end

%-----Ybarrax-----

Ybarrax=zeros(10,10);

for (l=1:1:10)
    for (c=1:1:10)
        if(l~=c)
            for (k=1:1:tam)
                if (noi(k)==1)
                    if(nof(k)==c)
                        Ybarrax(l,c)=-1/(1j*Xz(k));
                    end
                end
            end
        end
        if(l==c)
            for(k=1:1:tam)
                if(noi(k)==1)
                    Ybarrax(l,c)=Ybarrax(l,c)+1/(1j*Xz(k));
                end
            end
        end
    end
end

```

```
Ybarrax(1,c)=Ybarrax(1,c)+1/(1j*Xz(k));  
    end  
end  
  
end  
  
end  
  
for (i=1:1:10)  
    for (j=1:1:10)  
        if (i~=j && j<i)  
            Ybarrax(i,j)=Ybarrax(j,i);  
        end  
    end  
end  
  
%----- Adicionando CShunt ----- %  
for (i=1:1:10)  
    for (j=1:1:10)  
        if (i==j)  
            for (k=1:1:tam)  
                if (noi(k)==i || nof(k)==i)  
                    Ybarraz(i,j)=Ybarraz(i,j)+1i*Csh(k)/2;  
                end  
            end  
        end  
    end  
end  
  
%-----Fim ybarra----- %  
  
%-----Bij----- %  
for (i=1:1:10)  
    for (j=1:1:10)  
        B(i,j)=-1*imag(Ybarrax(i,j));  
        B2(i,j)=-1*imag(Ybarraz(i,j));  
    end  
end  
  
for (i=1:1:Sw-1)  
    for (j=1:1:Sw-1)  
        Blinha(i,j)=B(i,j);  
    end  
end  
  
for (i=1:1:Sw-1)  
    for (j=Sw+1:1:10)  
        Blinha(i,j-1)=B(i,j);
```

```

    end
end

for (i=Sw+1:1:10)
    for (j=1:1:Sw-1)
        Blinha(i-1,j)=B(i,j);
    end
end

for (i=Sw+1:1:10)
    for (j=Sw+1:1:10)
        Blinha(i-1,j-1)=B(i,j);
    end
end

for (i=1:1:3)
    for (j=1:1:3)
        B2linha(i,j)=B2(i+7,j+7);
    end
end

%-----Fluxo de Potência-----%

V=ones(10,1);
V(4)= 1.027*(0.9981 - 0.0610i);
V(1)=1.062;
V(2)=1.017;
V(3)=1.049;
V(5)=1.051;
V(6)=1.033;
V(7)=1.020*(cos(-0.6*pi/180)+1j*sin(-0.6*pi/180));

P=GeracaoMW-CargaMW;
Q=-CargaMVAR;

% -----Mismatch-----%
Pcalc=zeros(10,1);
Qcalc=zeros(10,1);
cont=0;

while (max(abs(P(1:Sw-1)-Pcalc(1:Sw-1)))>tol || max(abs(P(Sw+1:length(P))-Pcalc(Sw+1:length(P))))>tol ||
abs(Q(8)-Qcalc(8))>tol || abs(Q(9)-Qcalc(9))>tol || abs(Q(10)-Qcalc(10))>tol)
    Pcalc=zeros(10,1);
    Qcalc=zeros(10,1);
    for (i=1:1:10)
        for (j=1:1:10)

Pcalc(i)=Pcalc(i)+real(Ybarraz(i,j)*conj(V(i))*V(j));

```

```

        end
    end

%----- delta P -----

for (i=1:1:Sw-1)
DeltaP(i)=(P(i)-Pcalc(i))/abs(V(i));
end

for (i=Sw+1:1:10)
DeltaP(i-1)=(P(i)-Pcalc(i))/abs(V(i));
end

%-----Novos angulos-----

Deltateta=inv(Blinha)*transpose(DeltaP);
for (i=1:1:Sw-1)
V(i)=abs(V(i))*(cos(angle(V(i))+Deltateta(i))+1j*sin(angle(V(i))+
Deltateta(i)));
end

for (i=Sw+1:1:10)
V(i)=abs(V(i))*(cos(angle(V(i))+Deltateta(i-
1))+1j*sin(angle(V(i))+Deltateta(i-1)));
end

%----- Mismatch Q -----
----

for(i=8:1:10)
    for(j=1:1:10)
        Qcalc(i)=-
imag(Ybarraz(i,j)*conj(V(i))*V(j))+Qcalc(i);
    end
end

%----- delta Q -----

for (i=8:1:10)
DeltaQ(i-7)=(Q(i)-Qcalc(i))/abs(V(i));
end

DeltaV=inv(B2linha)*transpose(DeltaQ);
for (i=8:1:10)
V(i)=(abs(V(i))+DeltaV(i-
7))*(cos(angle(V(i)))+1j*sin(angle(V(i))));

```

```

cont=cont+1;
end

%-----Resultados-----

for(i=1:1:10)
    for(j=1:1:10)
        S(i,j)=V(i)*conj((V(i)-V(j))*(-Ybarraz(i,j)));
    end
end

Tensao=abs(V);
Angulo=angle(V)*180/pi;
MW=real([S(1,3);S(1,4);S(2,3);S(2,10);S(3,4);S(3,9);S(4,5);S(4,6);
;S(4,9);S(4,10);S(6,8);S(7,8);S(8,9)])*Base;
MVAR=imag([S(1,3);S(1,4);S(2,3);S(2,10);S(3,4);S(3,9);S(4,5);S(4,6);
;S(4,9);S(4,10);S(6,8);S(7,8);S(8,9)])*Base;

Potencia_Ativa_Gerada=zeros(10,1);
Potencia_Reat_Gerada=zeros(10,1);

for(i=1:1:10)
    for(j=1:1:10)

Potencia_Ativa_Gerada(i)=Potencia_Ativa_Gerada(i)+real(Ybarraz(i,
j)*conj(V(i))*V(j))*Base;
        Potencia_Reat_Gerada(i)=-
imag(Ybarraz(i,j)*conj(V(i))*V(j))*Base+Potencia_Reat_Gerada(i);
    end
end

Potencia_Ativa_Gerada=Potencia_Ativa_Gerada+CargaMW*Base;
Potencia_Reat_Gerada=Potencia_Reat_Gerada+CargaMVAR*Base;

%-----Cálculo de Equivalente-----

YEE=[Ybarraz(1:6,1:6),Ybarraz(1:6,10);Ybarraz(10,1:6),Ybarraz(10,
10)];
YEF=[Ybarraz(1:6,8:9);Ybarraz(10,8:9)];
YFF=Ybarraz(8:9,8:9);
YFE=transpose(YEF);

YeqFF=YFF-YFE/YEE*YEF;

```

```
Ybarraeq=[Ybarraz(7,7) Ybarraz(7,8) Ybarraz(7,9); Ybarraz(8,7)
YeqFF(1,1) YeqFF(2,1);Ybarraz(9,7) YeqFF(2,1) YeqFF(2,2)];
```

```
%----- Auxilio calculo Blinha-----
```

```
YEEq=[Ybarrax(1:6,1:6),Ybarrax(1:6,10);Ybarrax(10,1:6),Ybarrax(10
,10)];
YEFq=[Ybarrax(1:6,8:9);Ybarrax(10,8:9)];
YFFq=Ybarrax(8:9,8:9);
YFEq=transpose(YEFq);
```

```
YeqFFq=YFFq-YFEq/YEEq*YEFq;
```

```
Ybarrab=[Ybarrax(7,7) Ybarrax(7,8) Ybarrax(7,9); Ybarrax(8,7)
YeqFFq(1,1) YeqFFq(2,1);Ybarrax(9,7) YeqFFq(2,1) YeqFFq(2,2)];
```

```
%----- Injeção de Potência Equivalente-----
```

```
Vbase=[1.06196101726972 + 0.00909932961588329i;1.01043418813945 -
0.115376563646951i;1.04883414598166 -
0.0186529950118592i;1.02541783394476 -
0.0562827665339837i;1.05086749101868 -
0.0166888082287358i;1.03179380574467 -
0.0499053346539472i;1.02000000000000 +
0.000000000000000i;0.994221938384094 -
0.0628903435997728i;0.958268571442335 -
0.0987384940038347i;0.993393231759328 - 0.108954929003309i];
```

```
Peq=zeros(2,1);
```

```
Qeq=zeros(2,1);
```

```
for (i=1:1:2)
```

```
    for (j=7:1:9)
```

```
        Peq(i)=Peq(i)+real(Ybarraeq(i+1,j-
6)*conj(Vbase(i+7))*Vbase(j));
```

```
        Qeq(i)=Qeq(i)-imag(Ybarraeq(i+1,j-
6)*conj(Vbase(i+7))*Vbase(j));
```

```
    end
```

```
end
```

```
Peq(1)=Peq(1)+(GeracaoMW(8)-CargaMW(8)+1);
```

```
Qeq(1)=Qeq(1)+(GeracaoMVAR(8)-CargaMVAR(8)+0.5);
```

```
%----- Fluxo de carga do Sistema Equivalente -----
```

```
Veq=[1.01994407275282 - 0.0106812197985707i;1;1];
```

```
B2linhaeq=-imag(Ybarraeq(2:3,2:3));
Blinhaeq=-imag(Ybarrab(2:3,2:3));
```

```
% -----Mismatch-----%

Pcalceq=zeros(2,1);
Qcalceq=zeros(2,1);
coneq=0;
while (abs(Peq(1)-Pcalceq(1))>tol || abs(Peq(2)-
Pcalceq(2))>tol || abs(Qeq(1)-Qcalceq(1))>tol || abs(Qeq(2)-
Qcalceq(2))>tol)
```

```
Pcalceq=zeros(2,1);
Qcalceq=zeros(2,1);
for (i=2:1:3)
    for(j=1:1:3)
        Pcalceq(i-1)=Pcalceq(i-
1)+real(Ybarraeq(i,j)*conj(Veq(i))*Veq(j));
    end
end
```

```
%-----Delta P -----

for (i=1:1:2)
DeltaPeq(i)=(Peq(i)-Pcalceq(i))/abs(Veq(i+1));

end
```

```
%-----Novos angulos-----

Deltatetaeq=Blinhaeq\transpose(DeltaPeq);

for (i=2:1:3)
Veq(i)=abs(Veq(i))*(cos(angle(Veq(i))+Deltatetaeq(i-
1))+1j*sin(angle(Veq(i))+Deltatetaeq(i-1)));

end
```

```
%-----Delta Q -----

for(i=2:1:3)
    for(j=1:1:3)
```

```

                Qcalceq(i-1)=Qcalceq(i-1)-
imag(Ybarraeq(i,j)*conj(Veq(i))*Veq(j));
            end
        end
    end

```

```

%----- delta Q -----

```

```

for (i=1:1:2)
DeltaQeq(i)=(Qeq(i)-Qcalceq(i))/abs(Veq(i+1));
end

DeltaVeq=B2linhaeq\transpose(DeltaQeq);
for (i=2:1:3)
Veq(i)=(abs(Veq(i))+DeltaVeq(i-
1))*(cos(angle(Veq(i)))+1j*sin(angle(Veq(i))));
end

conteq=conteq+1;
    end

```

```

Tensaoeq=abs(Veq);
Anguloeq=angle(Veq)*180/pi;

```

```

Seq(1,2)=Veq(1)*conj((Veq(1)-Veq(2))*-Ybarraeq(1,2));
Seq(2,3)=Veq(2)*conj((Veq(2)-Veq(3))*-Ybarraz(8,9));
a=Veq(2)*conj((Veq(2)-Veq(3))*-Ybarraeq(2,3));

```

```

MWeq=real([Seq(1,2);Seq(2,3)])*Base;
MVAreq=imag([Seq(1,2);Seq(2,3);a])*Base;

```