# 4 Simulação

Inicialmente, o trabalho de simulação é orientado para o projeto de dimensionamento dos componentes básicos da bancada de testes. Posteriormente, é utilizado para atribuir uma parametrização dos pontos de operação, de forma a se atingir a melhor condição de controle e possibilitar a determinação dos valores limites das principais variáveis envolvidas no desempenho do sistema.

#### 4.1. Modelo matemático

O modelo matemático é constituído por aplicação direta dos princípios de conservação da massa e da energia para cada componente da bancada e também de relações particulares, que permitem descrever seu comportamento operacional. Essas correlações contemplam: a efetividade térmica de cada trocador de calor, temperaturas de saída e entrada dos trocadores de calor e eficiências volumétricas e isentrópicas do compressor, dentre outras.

A formulação do modelo considera as seguintes hipóteses:

- Regime permanente;

- As taxas de transferência de calor nos condensadores e evaporador são controladas pelos seus correspondentes coeficientes de transferência de calor no lado da água;

- O tanque inercial térmico tem uma grande capacidade térmica e uma distribuição uniforme de temperatura ao longo do seu volume.

O coeficiente de troca de calor predominante nos condensadores e no evaporador corresponde ao lado da água, em virtude dos comumente elevados valores dos coeficientes de transferência de calor do lado do refrigerante, como consequência da mudança de fase. O coeficiente de transferência de calor do lado da água (líquido sem mudança de fase) pode-se relacionar com a vazão mássica, segundo a relação de proporcionalidade ( $h \propto \dot{m}^n$ ) (Shah e Sekulić, 2007). Sendo este o coeficiente controlador, assume-se que o coeficiente global de transferência de calor (estimado) se relaciona à condição de projeto mediante uma expressão do tipo

$$U = U^* \left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}\right)^n,\tag{1}$$

Esta expressão é utilizada na modelagem da troca de calor nos trocadores de tipo placa plana, que são utilizados nos processos de condensação e de evaporação. Na expressão, o expoente (*n*) depende do angulo de Chevron das placas. Os valores de (*U*) e ( $\dot{m}$ ), marcados por (\*), são valores de referência (valores de projeto) para o coeficiente de transferência total e para a taxa de vazão mássica, respectivamente. Um valor para (n) igual a 0,3 é adotado, permitindo estimar o coeficiente total de transferência de calor.

De forma análoga, utiliza-se para o caso do condensador de rejeito, trocador do tipo tubo duplo, a seguinte relação;

$$U = U^* \left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*}\right)^{0.8} \tag{2}$$

Em todos os três trocadores de calor, (PC, RC, EVP), a transferência de calor é modelada utilizando o método  $\wp - NTU - R$ , como apresentado em (Shah e Sekulić, 2007). Os parâmetros adimensionais (reduzidos) dos trocadores,  $\wp$  e NTU, são definidos pelo lado da água. A temperatura de saída do fluido monofásico pode ser expressa em termos da efetividade de temperatura ( $\wp$ ) do trocador de calor, da temperatura de entrada do fluido monofásico ( $T_{inlet}$ ) e da temperatura de mudança de fase ( $T_{ph-c}$ ), de acordo com a equação (1).

$$T_{Outlet} = (1 - \wp)T_{Inlet} + \wp T_{ph-c}$$
(3)

onde

$$\mathcal{O} = \frac{T_{Outlet} - T_{Inlet}}{T_{ph-c} - T_{Inlet}} = \mathcal{O}_{(NTU, R, Aranjo \ de \ fluxos)}$$
(4)

A razão das taxas de capacidades térmicas (R) é zero ou infinita para qualquer trocador de calor com mudança de fase e, independente do arranjo de fluxos, a efetividade de temperatura pode ser calculada pela equação (5), na qual se considera que o de-superaquecimento e sub-resfriamento no condensador e superaquecimento no evaporador, não afeta a efetividade dos trocadores de calor;

$$\wp = 1 - \exp(-NTU) \tag{5}$$

com,

$$NTU = \frac{UA}{\dot{C}},\tag{6}$$

$$e \dot{C} = \dot{m} c_p \tag{7}$$

A efetividade de temperatura do método  $\wp - NTU - R$  coincide com a definição de efetividade térmica ( $\varepsilon$ ) do método  $\varepsilon - NTU - C_r$  no caso em que a corrente escolhida seja a corrente fraca, isto é, aquela com capacidade calórica mínima e, portanto, a que experimenta a maior mudança de temperatura no trocador. Tem-se, então, que  $\wp = \varepsilon$  e  $R = C_r$ , (Shah e Sekulić, 2007).

### 4.2. Modelo matemático (Regime permanente)

### 4.2.1. Evaporador de placas (EVP)

A capacidade de resfriamento nominal do evaporador (EVP) pode ser calculada a partir do balanço de energia no volume de controle apresentado na Figura 12 e pelas equações (8) e (9):



Figura 12. Volume de controle do evaporador.

- Balanço de energia pelo lado da água

$$\dot{Q}_{evp} = \dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,evp}} \left( T_g - T_h \right) \tag{8}$$

- Balanço de energia pelo lado do refrigerante

$$\dot{Q}_{evp} = \dot{m}_r (h_1 - h_9) \tag{9}$$

De acordo com a equação (3), a temperatura de saída da água pode ser expressa em termos da temperatura de evaporação, da temperatura de entrada de água do evaporador e da efetividade de temperatura, conforme equação (10).

$$T_{h} = (1 - \wp_{w,evp})T_{g} + \wp_{w,evp} T_{evp}$$
<sup>(10)</sup>

A efetividade de temperatura do evaporador é definida ao longo do caminho da água pela expressão na forma da equação (11)

$$\wp_{w,evp} = 1 - \exp\left(-NTU_{evp}\right) \tag{11}$$

As propriedades termodinâmicas nos estados definidos são determinadas de acordo com um conjunto de equações representadas pelas expressões de (12) a (17), abaixo:

$$h_9 = h_8 \tag{12}$$

$$h_8 = h_{(T_8, P_8)} \tag{13}$$

$$h_1 = h_{(T_1, P_1)} \tag{14}$$

$$T_1 = T_{(P_{evp}, x=1)} + \Delta T_{sa} \tag{15}$$

$$P_1 = P_{evp} \tag{16}$$

$$x_{9} = \frac{h_{9} - h_{f(P_{9}, x=0)}}{h_{g(P_{9}, x=1)} - h_{f(P_{9}, x=0)}}$$
(17)

As funções de entalpia e pressão de saturação foram executadas com as subrotinas de propriedades constantes da plataforma EES.

#### 4.2.2. Condensador de placas (PC)

A capacidade térmica do condensador pode ser calculada a partir do balanço de energia no volume de controle apresentado na Figura 13 e pelas eqs. (18) e (19):



Figura 13. Volume de controle do condensador de processo.

- Balanço de energia pelo lado da água

$$\dot{Q}_{cnd} = \dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,cnd}} \left( T_c - T_b \right) \tag{18}$$

- Lado do refrigerante

$$\dot{Q}_{cnd} = \dot{m}_{r,cnd} (h_3 - h_4)$$
 (19)

A temperatura de saída de água é calculada pela equação (20)

$$T_{c} = \left(1 - \wp_{w,cnd}\right)T_{b} + \wp_{w,cnd} T_{cnd}$$

$$\tag{20}$$

de onde a efetividade é definida pelo lado da água, segundo a equação (21),

$$\mathcal{O}_{w,cnd} = 1 - \exp(-NTU_{cnd}) \tag{21}$$

O conjunto de equações de (22) a (26) permite determinar as propriedades termodinâmicas dos estados termodinâmicos, envolvidos com o condensador de processo (CP), conforme a seguir:

 $h_3 = h_{(T_3, P_3)} \tag{22}$ 

$$h_4 = h_{(T_1, P_4)} \tag{23}$$

$$T_4 = T_{(P_{out}, x=0)} - \Delta T_{sr}$$
(24)

$$P_3 = P_{cnd} \tag{25}$$

$$P_4 = P_3 - \Delta P_{cnd} \tag{26}$$

### 4.2.3. Compressor (CP)

A potência consumida pelo compressor é calculada a partir do balanço de energia no volume de controle apresentado na Figura 14 e pela eq. (27);

$$\dot{W}_{cp} = \dot{m}_r \frac{(h_{2s} - h_1)}{\eta_s}$$
 (27)



Figura 14. Volume de controle do compressor.

onde a eficiência isoentrópica (Sanaye e Chahartaghi, 2010) é dada por

$$\eta_{s} = B_{o} + B_{1} \frac{P_{2}}{P_{1}} + B_{2} \left(\frac{P_{2}}{P_{1}}\right)^{2}$$
(28)

e a eficiência volumétrica (Sanaye e Chahartaghi, 2010), por

$$\eta_s = A_1 + A_2 \frac{P_2}{P_1} \tag{29}$$

A vazão mássica (Jabardo et al., 2002) é calculada pela eq. (30)

$$\dot{m}_r = \eta_v \rho_1 \frac{\Psi_C N_C}{60} \tag{30}$$

A determinação das propriedades dos estados termodinâmicos, via EES, é conforme eqs. (31) a (34),

$$h_2 = h_{(T_2, P_2)} \tag{31}$$

$$h_2 = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_s}$$
(32)

$$h_{2s} = h_{(P_2, s_1)} \tag{33}$$

$$\rho_1 = \rho_{(T_1, P_1)} \tag{34}$$

### 4.2.4. Condensador modelo tubo duplo (RC)

Assume-se a hipótese de que o calor rejeitado pelo condensador de rejeito seja numericamente equivalente à potência do compressor (supondo que a taxa de troca de calor do condensador de processo é igual à do evaporador). A partir do balanço de energia no volume de controle apresentado na Figura 15, equações (36) e (37), chega-se a:

$$Q_{rc} = W_{cp} \tag{35}$$

$$\dot{Q}_{rc} = \dot{W}_{cp} \tag{35}$$



Figura 15. Volume de controle do condensador de rejeito.

- Balanço de energia pelo lado da água:

、

.

,

$$\dot{Q}_{rc} = \dot{m}_{w,rc} c_{p_{w,rc}} (T_n - T_m)$$
 (36)

- Balanço de energia pelo lado do refrigerante:

$$\dot{Q}_{rc} = \dot{m}_{r,rc} (h_5 - h_6) \tag{37}$$

A temperatura de saída de água é calculada pela equação (38),

$$T_n = \left(1 - \wp_{w,rc}\right) T_m + \wp_{w,rc} T_{cnd}$$
(38)

A efetividade de temperatura do condensador de rejeito é definida ao longo do caminho da água pela expressão na forma da equação (39), considerando as mesmas restrições descritas acima para o condensador de processo,

$$\wp_{w,rc} = 1 - \exp(-NTU_{rc}) \tag{39}$$

As propriedades termodinâmicas nos estados definidos são determinadas de acordo com um conjunto de equações representadas pelas equações de (40) a (43),

$$h_5 = h_3 = h_2 \tag{40}$$

$$h_6 = h_{(P_e, T_e)} \tag{41}$$

$$T_6 = T_{(P_6, x=0)} - \Delta T_{scr}$$
(42)

$$P_6 = P_{cnd} \tag{43}$$

#### 4.2.5. Balanço de massa e energia para a válvula (W3VG)

A razão das vazões mássicas de recirculação de água no circuito do evaporador é definida pela equação (44),

$$y = \frac{\dot{m}_{w,evp(k)}}{\dot{m}_{w,evp}} \tag{44}$$

O balanço de massa da válvula (W3VG) é representado no volume de controle apresentado na Figura 16 e descrito pelas equações (45) e (46);



$$\dot{m}_{w,evp(k)} + \dot{m}_{w,evp(f)} = \dot{m}_{w,evp} \tag{45}$$

$$\dot{m}_{w,evp(l)} = \dot{m}_{w,evp(f)} \tag{46}$$

O balanço de energia é descrito pelas eqs. (47) e (48),

$$yc_{p_{w,k}}T_{k} + (1 - y)c_{p_{w,f}}T_{f} = c_{p_{w,g}}T_{g}$$
(47)



52

$$T_k = T_h \tag{48}$$

A igualdade de temperaturas na equação (48) é feita sob a consideração de que os ganhos e perdas de calor nas tubulações de água são desprezíveis.

### 4.2.6. Balanços de massa e energia para a válvula (W3VC)

A razão das vazões mássicas de recirculação de água no circuito do condensador é definida pela equação (49),

$$x = \frac{m_{w,cnd(d)}}{\dot{m}_{w,cnd}} \tag{49}$$

O balanço de massa da válvula (W3VC) é representado no volume de controle apresentado na Figura 17 e descrito pelas eqs. (50) e (51);



Figura 17. Volume de controle da válvula de três vias de água de condensação.

$$\dot{m}_{w,cnd(d)} + \dot{m}_{w,cnd(e)} = \dot{m}_{w,cnd} \tag{50}$$

$$\dot{m}_{w,cnd(a)} = \dot{m}_{w,cnd(e)} \tag{51}$$

O balanço de energia é descrito pelas eqs. (52) e (53),

$$x c_{p,w,a} T_d + (1 - x) c_{p,w,a} T_a = c_{p,w,b} T_b$$
(52)

$$T_d = T_e \tag{53}$$

A formulação da eq. (53) é feita sob uma hipótese similar à usada para apresentar a eq. (48).

#### 4.2.7. Válvula eletrônica de expansão (EEV)

O modelo não linear (Li et al., 2004), obtido a partir de dados de desempenho fornecidos pelo fabricante, é utilizado para determinar a taxa de vazão mássica através da válvula, representado no volume de controle apresentado na Figura 18 e representado pela equação (54),



Figura 18. Volume de controle da válvula expansora eletrônica.

$$\dot{m}_{r} = C_{o} \left[ 2 \left( \frac{\Delta T_{sa}}{\Delta T_{sa,\max}} \right) - \left( \frac{\Delta T_{sa}}{\Delta T_{sa,\max}} \right)^{2} \right] \sqrt{\rho_{8} (P_{8} - P_{9})}$$
(54)

Na eq. (54), a constante  $C_o$ , depende da geometria da válvula e da reserva de capacidade. O valor máximo de superaquecimento de abertura de 8K é assumido no modelo da válvula (Li et al., 2004).

#### 4.2.8. Aquecedor elétrico (EH)

Os graus de sub-resfriamento do fluxo de refrigerante saindo dos condensadores de processo e de rejeito diferem entre si e, eventualmente, pode ocorrer um excesso de sub-resfriamento nos fluxos que se misturam no estado (7). Um aquecedor elétrico é montado no sistema para ajustar o grau de sub-resfriamento do refrigerante entrando nos dispositivos de expansão. A potência do aquecedor elétrico é representada por um balanço de energia no volume de controle da Figura 19, e calculado pela eq. (55).



Figura 19. Volume de controle da resistência elétrica.

$$\dot{W}_{el} = \dot{m}_r [h_8 - h_7] \tag{55}$$

#### 4.2.9. Válvula de três vias de refrigerante (R3V)

Na consideração que todos os fluxos de refrigerante escoam pelas válvulas podem ser considerados isentálpicos (não há trabalho e o calor trocado pode ser considerado desprezível), as entalpias dos fluxos nos estados (2), (3) e (5) são iguais conforme volume de controle apresentado na Figura 20 e calculado pela eq. (56);



Figura 20. Volume de controle da válvula de três vias de refrigerante.

- Balanço de massa

$$\dot{m}_r = \dot{m}_{r,cnd} + \dot{m}_{r,rc} \tag{56}$$

- Balanço de energia

$$h_2 = h_3 = h_5 \tag{57}$$

### 4.2.10. Balanço de energia para o tanque inercial térmico (TIT) - Regime permanente

O balanço de energia no tanque inercial térmico é representado no volume de controle apresentado na Figura 2. São utilizadas as equações (57) e (58);

$$(1-y)\dot{m}_{w,evp}c_{p_{w,l}}T_l + (1-x)\dot{m}_{w,cnd}c_{p_{w,e}}T_e = [(1-y)\dot{m}_{w,evp} + (1-x)\dot{m}_{w,cnd}]c_{p_{w,TIT}}T_{TIT}$$
(58)



Figura 21. Volume de controle do tanque inercial térmico.

Supondo que a água no tanque está completamente misturada, tem-se:  $T_a = T_f = T_{TTT}$ (59)

## 4.3. Análise Transiente do Tanque Inercial Térmico (TIT)

O TIT, como anteriormente apresentado, tem a função de garantir a estabilidade no sistema por conta de sua capacitância térmica, o qual é convenientemente aproveitado para justificar e desenvolver a modelagem e simulação do sistema em regime permanente. Serão simuladas várias condições de operação em regime permanente, alterando as variáveis de entrada do modelo geral, tais como: temperaturas de água de condensação e graus de superaquecimento e sub-resfriamento.

#### 4.3.1. Modelo matemático

Considere o volume de controle do TIT, no qual se identificam os fluxos de massa e energia, por meio de suas fronteiras e impondo-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a. A troca de calor com o meio ambiente é desprezível;
- b. Existe uma mistura perfeita dentro do tanque, o que permite uma distribuição uniforme de temperatura da água através de seu volume (isto é, uma temperatura uniformemente distribuída, chamada temperatura de mistura).

A equação de balanço de energia de regime transiente, para um volume de controle genérico, pode ser escrita na forma da eq. (60), abaixo:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{VC} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum \left(\dot{m} h\right)_{lnlet} - \sum \left(\dot{m} h\right)_{Outlet}$$
(60)

Onde, *E* representa a energia instantânea no volume de controle e  $\dot{Q}$  e  $\dot{W}$ são as taxas de fornecimento de calor ao sistema e de realização de trabalho do sistema sobre a vizinhança respectivamente. Os termos  $\sum (\dot{m}h)_{Inlet}$  e  $\sum (\dot{m}h)_{Outlet}$  representam os fluxos de energia acompanhando os fluxos de massa que atravessam as fronteiras do volume de controle, respectivamente. Para o volume de controle representado na Figura 22, podem-se expressar as seguintes relações:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{TIT} = \rho \Psi_{\overline{T}IT} c_{pw,TIT} \left(\frac{dT_{TIT}}{dt}\right)$$
(61)

$$\sum (\dot{m} h)_{lnlet} = (1 - x)\dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,e}} T_e + (1 - y)\dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,l}} T_l$$
(62)

$$\sum (\dot{m} h)_{Outlet} = (1 - x)\dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,a}} T_a + (1 - y)\dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,f}} T_f$$
(63)

$$T_e = T_d = T_c \tag{64}$$

$$c_{p_{w,e}} = c_{p_{w,c}} \tag{65}$$

$$T_{TTT} = T_a = T_f \tag{66}$$

$$T_l = T_k = T_h \tag{67}$$

$$c_{p_{w,l}} = c_{p_{w,h}} \tag{68}$$

$$(1-x)\dot{m}_{w,e}cp_{w,e}Te \qquad (1-y)\dot{m}_{w,I}cp_{w,I}TI$$

$$(1-x)\dot{m}_{w,a}cp_{w,a}Ta \qquad (1-y)\dot{m}_{w,f}cp_{w,f}Tf$$

Figura 22. Volume de controle do tanque inercial térmico.

O balanço de energia fica então:

$$\rho \Psi_{TTT} c_{p_{w,TTT}} \left( \frac{dT_{TTT}}{dt} \right) = (1 - x) \dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,c}} T_c + (1 - y) \dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,h}} T_h - \left[ (1 - x) \dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,TTT}} T_{TTT} + (1 - y) \dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,TTT}} T_{TTT} \right]$$
(69)

Da equação (47),

$$yc_{p_{w,k}}T_{k} + (1-y)c_{p_{w,f}}T_{f} = c_{p_{w,g}}T_{g}$$

E então,

$$(1 - y)c_{p_{w,TIT}}T_{TIT} = c_{p_{w,g}}T_g - yc_{p_{w,h}}T_h$$
(70)

Da equação (52),

$$xc_{p_{w,d}}T_d + (1-x)c_{p_{w,a}}T_a = c_{p_{w,b}}T_b$$

E então,

$$(1-x)c_{p_{w,TTT}}T_{TTT} = c_{p_{w,b}}T_b - xc_{p_{w,c}}T_c$$
(71)

Substituindo as equações (70) e (71) na equação (69), chega-se a:

$$\rho \Psi_{TTT} c_{p_{w,TTT}} \left( \frac{dT_{TTT}}{dt} \right) = (1 - x) \dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,c}} T_c + (1 - y) \dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,h}} T_h - \dot{m}_{w,cnd} \left( c_{p_{w,b}} T_b - x c_{p_{w,c}} T_c \right) - \dot{m}_{w,evp} \left( c_{p_{w,s}} T_g - x c_{p_{w,h}} T_h \right)$$
(72)

Assim, simplificando a equação (72), tem-se:

$$\rho \mathcal{V}_{TIT} c_{p_{w,TIT}} \left( \frac{dT_{TTT}}{dt} \right) = \dot{m}_{w,cnd} \left( c_{p_{w,c}} T_c - c_{p_{w,b}} T_b \right) - \dot{m}_{w,evp} \left( c_{p_{w,g}} T_g - c_{p_{w,h}} T_h \right)$$

$$\tag{73}$$

Considerando os valores médios de  $c_p$  entre os estados (b) e (c) e os pontos (b) e (h), pode-se reescrever a equação (73) em termos dos  $c_p$  médios, como se expressa na equação (72):

$$\rho \mathcal{V}_{TIT} c_{p_{w,TIT}} \left( \frac{dT_{TIT}}{dt} \right) = \dot{m}_{w,cnd} c_{p_{w,cnd}} \left( T_c - T_b \right) - \dot{m}_{w,evp} c_{p_{w,evp}} \left( T_g - T_h \right)$$
(74)

Das equações (8) e (18), se obtém,

$$\rho \Psi_{TIT} c_{p_{w,TIT}} \left( \frac{dT_{TT}}{dt} \right) = \dot{Q}_{cnd} - \dot{Q}_{evp}$$
(75)

### 4.3.2. Solução numérica

Tem-se a condição inicial:

.

$$T_{TTT}(0) = T_{TTT,i}$$

A diferença  $(\dot{Q}_{end} - \dot{Q}_{evp})$  representa o desequilíbrio entre os circuitos do evaporador e do condensador de processo. Os resultados de simulação em regime permanente demonstraram que  $(\dot{Q}_{end} - \dot{Q}_{evp})$  independe de  $T_{TIT}$ . Logo, para condições operacionais fixas, nas quais  $(\dot{Q}_{end} - \dot{Q}_{evp}) > 0$ , a temperatura de mistura do TIT crescerá linearmente a uma taxa constante dada pela equação (75);

$$\left(\frac{dT_{TIT}}{dt}\right) = \frac{Q_{cnd} - Q_{evp}}{\rho V_{TIT} c_{p_{w,TIT}}}$$
(77)

Portanto, a taxa de variação de  $T_{TIT}$  com o tempo é aproximadamente constante e igual a,

$$\left(\frac{dT_{TTT}}{dt}\right) = \frac{\dot{Q}_{cnd} - \dot{Q}_{evp}}{\rho V c_{p_{w,TTT}}}$$
(78)

A variação com o tempo da temperatura de mistura é representada pela equação (79);

$$T_{TIT}(t) = T_{TIT,i} + \frac{\dot{Q}_{cnd} - \dot{Q}_{evp}}{\rho V c_{p_{w,TIT}}} t$$
(79)