



Caroline Xavier de Abreu Rodrigues

**O Valor da Flexibilidade aplicando TOR e MRM com Saltos
de Poisson: o Caso do Carro *Flex-Fuel***

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Carlos Patrício Samanez

Rio de Janeiro
Dezembro de 2012



Caroline Xavier de Abreu Rodrigues

**O Valor da Flexibilidade aplicando TOR e MRM com Saltos
de Poisson: o Caso do Carro *Flex-Fuel***

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Carlos Patrício Samanez

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Fabio Rodrigo Siqueira Batista

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

Letícia de Almeida Costa

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de dezembro de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da autora, do orientador e da universidade.

Caroline Xavier de Abreu Rodrigues

Graduou-se em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro em Dezembro de 2010. É Engenheira de Produção na Petrobras na área de Avaliação de Oportunidades de Investimentos.

Ficha Catalográfica

Rodrigues, Caroline Xavier de Abreu

O Valor da Flexibilidade aplicando TOR e MRM com Saltos de Poisson: o Caso do Carro Flex-Fuel / Caroline Xavier de Abreu Rodrigues; orientador: Carlos Patrício Samanez. – 2012.

119p. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2012.

Inclui Referências Bibliográficas

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Opções Reais. 3. Carro *flex-fuel*. 4. Processos Estocásticos. 5. Reversão a média. 6. Saltos de Poisson. 7. Simulação de Monte Carlo. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD 658.5

Para meus pais, meu irmão e meus avós,
pela confiança e incentivo.

Agradecimentos

A CAPES, pelo auxílio financeiro durante o primeiro ano do mestrado.

Ao meu orientador, professor Carlos Patrício Samanez, pelos ensinamentos transmitidos, pela orientação ao longo da dissertação, disponibilidade para tirar dúvidas e pelas contribuições para esse trabalho.

A todos da secretaria do Departamento de Engenharia Industrial, principalmente à Cláudia que sempre foi solícita e sempre se mostrou disposta a ajudar da melhor forma possível.

Aos meus amigos, pelos momentos de descontração, pelas palavras de carinho, compreensão e incentivo e por me ajudarem a sempre seguir em frente.

Ao meu cachorro, Spock, por estar ao meu lado sempre, me dando alegria nos momentos mais tensos com suas brincadeiras e sua fidelidade imensa.

A minha família, pelo apoio e incentivo que sempre me deram, pela dedicação, compreensão e amor. Por acreditarem nos meus sonhos e mais, por fazerem dos meus sonhos, os sonhos deles. Em especial, agradeço a minha mãe, meu pai, meu irmão, minha avó e ao meu avô Abel, que sei que de onde estiver sempre estará me ajudando e iluminando.

A Deus, porque sei que tudo acontece por Sua vontade. Por me ajudar sempre no meu caminho.

Resumo

Rodrigues, Caroline Xavier de Abreu; Samanez, Carlos Patrício. **O Valor da Flexibilidade aplicando TOR e MRM com Saltos de Poisson: o Caso do Carro *Flex-Fuel***. Rio de Janeiro, 2012. 119 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Com a entrada no mercado automobilístico brasileiro, em 2003, dos carros *flex-fuel*, que podem ser abastecidos tanto com gasolina C quanto com álcool hidratado, o proprietário do veículo passou a poder escolher na hora do abastecimento que combustível colocar visando ter um menor custo. Essa dissertação aplica Teoria de Opções Reais para analisar o valor que a flexibilidade de escolha do combustível proporciona ao proprietário. Tal flexibilidade pode ser entendida como uma opção real de troca de insumo (*input switch*) em que os insumos são os dois combustíveis acima mencionados. Além disso, esse estudo levará em conta as diversidades e peculiaridades de cada região do Brasil, ou seja, buscar-se-á valorar a opção para cada uma das cinco regiões do país: sul, sudeste, centro-oeste, norte e nordeste. A escolha do modelo estocástico pode influenciar de forma determinante o valor da opção real avaliada. Sendo assim, nesse trabalho, a opção de conversão será modelada de acordo com o Movimento de Reversão à Média com saltos de Poisson. Foi escolhido o Movimento de Reversão à Média com saltos de Poisson, pois apesar de os preços de *commodities* serem relativamente bem modelados pelo Movimento de Reversão à Média, o preço da gasolina e do etanol sofrem variações bruscas (saltos) em intervalos curtos de tempo. Assim, procura-se verificar se a sofisticação do modelo tem um impacto significativo no valor da opção por meio da comparação do presente estudo com o trabalho de Nascimento (2012). A previsão dos preços e o valor da opção serão gerados através da Simulação de Monte Carlo.

Palavras-chave

Opções reais; modelo de reversão a média com saltos de Poisson; simulação de Monte Carlo; carro *flex-fuel*.

Abstract

Rodrigues, Caroline Xavier de Abreu; Samanez, Carlos Patrício (Advisor). **The Flexibility Value applying TOR and MRM with Poisson Jumps: The Case of the Flex-Fuel Car.** Rio de Janeiro, 2012. 119 p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In 2003, the flex-fuel car, which can be fueled with either gas or hydrated alcohol, was introduced in the Brazilian market. So, the vehicle owner has to choose at the gas station which fuel he prefers in order to have a lower cost. This thesis applies the Real Options Theory to analyze the flexibility value that choice of fuel generates for the owner. Such flexibility can be seen as a real option of input switch when the inputs are the two fuels mentioned above. Furthermore, this study will take into account the diversity of each region of Brazil, or seek will value the option to each of the five regions: South, Southeast, Central-West, North and Northeast. The choice of the stochastic model can have greater influence on the value of the real option. Therefore, in this study, the conversion option will be modeled following the Mean Reversion process with Poisson jumps. The Mean Reversion process with Poisson jumps was chosen because although *commodity* prices are relatively well modeled by Mean Reversion process, the price of gasoline and ethanol suffer abrupt changes (jumps) in short intervals of time. Thus, the purpose of this study is to verify that the sophistication of the model has a significant impact on the value of the option by comparing the present study with the work of Nascimento (2012). The forecast prices and the option value will be provide applying the Monte Carlo simulation.

Keywords

Real Options; Mean Reversion Process with Poisson Jumps; Monte Carlo Simulation; Flex-fuel car.

Sumário

1	Introdução	14
1.1	O Problema	18
1.2	Objetivos	19
1.3	Posicionamento da Dissertação e Estado da Arte.....	20
1.4	Estrutura da Dissertação	21
2	Processos Estocásticos.....	25
2.1	Processos de Markov	25
2.2	Processo de Wiener e Lema De Itô.....	26
2.2.1	Processo de Wiener	26
2.2.2	Lema de Ito	28
2.3	Movimento Aritmético Browniano	28
2.4	Movimento Geométrico Browniano.....	29
2.5	Movimento de Reversão a Média.....	30
2.5.1	Discretização e estimação dos parâmetros.....	34
2.6	Movimento de Reversão à Média com Saltos de Poisson.....	37
2.6.1	Discretização do MRM com Saltos de Poisson.....39
3	Teoria de Opções Reais.....	41
3.1	Introdução	41
3.2	Comparação entre Opções Reais e Opções Financeiras.....	43
3.3	Tipos de Opções Reais	45
3.3.1	Opção de Espera.....	46
3.3.2	Opção de Abandono.....	47
3.3.2.1	Opção de desistir quando a construção estiver em curso	47
3.3.2.2	Opção de abandonar pelo valor residual.....	47
3.3.3	Opção de fechamento temporário	48
3.3.4	Opção de contrair	48
3.3.5	Opção de expandir	49

3.3.6	Opção de crescimento futuro	49
3.3.7	Opção de Troca.....	50
4	Simulação de Monte Carlo	52
4.1	O Método de Simulação	54
5	A Indústria Brasileira Automobilística	55
5.1	A Trajetória do Álcool Combustível no Brasil	55
5.2	A Inovação do Carro Flex.....	59
5.3	Preços da Gasolina e do Etanol	62
6	Metodologia e Validação dos Processos.....	68
6.1	Premissas.....	68
6.2	Levantamento de Dados	71
6.3	Limitações Metodológicas	75
6.4	Opção Associada ao Carro Flex Fuel.....	73
6.5	Validação do Processo Estocástico.....	77
6.5.1	Teste de Dickey-Fuller.....	77
6.5.2	Teste da Razão da Variância	80
7	Cálculo e Análise dos Resultados	83
7.1	Aplicação do Modelo de Reversão a Média com Saltos.....	83
7.1.1	Estimação dos Parâmetros do MRM com Saltos de Poisson.....	83
7.1.2	Equação Discretizada do MRM com Saltos para os Preços de Etanol e Gasolina.....	86
7.1.2	Simulação dos Preços dos Combustíveis	88
7.2	Cálculo da Opção de Troca.....	88
7.2.1	Cálculo do Fluxo de Caixa com e sem Opção de Troca.....	88
7.2.2	Cálculo do Valor Presente dos Gastos.....	90
7.2.3	Cálculo da Opção de Troca de Combustível	91
7.3	Análise dos Resultados e Comparação entre Modelos Estocásticos.....	..92
7.4	Análise de Sensibilidade	96

8	Conclusão	101
9	Referências Bibliográficas	106
	ANEXOS.....	111

Lista de Figuras

Figura 1 - Distribuição aleatória do tamanho dos Saltos	39
Figura 2 - Esquema dos tipos de opções	48
Figura 3 - Passos da Simulação de Monte Carlo	55
Figura 4 - Gráfico de carros produzidos a álcool.....	60
Figura 5 - Produção interna de carros por tipo de combustível	63
Figura 6 - Evolução do Licenciamento de carros Flex-fuel.....	63
Figura 7 - Consumo Brasileiro de etanol - em milhões de litros	64
Figura 8 - Composição do preço da gasolina ao consumidor (R\$/litro e %): 26/08/12 a 01/09/12.....	66
Figura 9- Mapa dos Estados Brasileiros com maior ICMS	67
Figura 10 - Relação de preço ao consumidor entre etanol hidratado e gasolina C.	68
Figura 11 - Evolução dos preços médios de etanol hidratado nas capitais	69
Figura 12 - Paridade de preço do etanol hidratado por região do Brasil	69
Figura 13 - Preços médios do etanol e gasolina deflacionados pelo IGP-DI por região geográfica do Brasil,base jul-01	74
Figura 14 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Centro- Oeste.....	76
Figura 15 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Norte.....	77
Figura 16 – Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Nordeste	77
Figura 17 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Sudeste	78
Figura 18 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Sul.....	78
Figura 19 - Teste da razão da variância para o ln do preço da gasolina por região geográfica	83

Figura 20 - Teste da razão da variância para o ln do preço do etanol por região geográfica	84
Figura 21 - Preços projetados do Álcool para as cinco regiões.....	98
Figura 22 - Análise de Sensibilidade para a frequência da gasolina	98
Figura 23 - Análise de Sensibilidade para a frequência do álcool	99
Figura 24 - Análise de sensibilidade para o tamanho do jump up - Gasolina	100
Figura 25 - Análise de Sensibilidade para o tamanho do jump down - Gasolina.....	100
Figura 26 - Análise de Sensibilidade do tamanho do jump up – Álcool	101
Figura 27 - Análise de Sensibilidade do tamanho do jump down - Álcool	101

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Unidades produzidas de carro a etanol e sua participação na produção total de carros.....	59
Tabela 2 - Alíquota do ICMS sobre o etanol por Estado	67
Tabela 3 - Modelos de carros mais vendidos em 2012 (acumulado até agosto de 2012) por região geográfica.....	71
Tabela 4 - Características dos veículos selecionados.....	72
Tabela 5- Valores críticos assintóticos de teste da raiz unitária (Dickey-Fuller) com uma constante e sem tendência temporal.....	80
Tabela 6 - Resultados da regressão linear para o ln dos preços dos combustíveis por região geográfica.....	81
Tabela 7 - Parâmetros estimados do MRM com saltos para o preço do etanol e gasolina deflacionados por região geográfica	86
Tabela 8 - Resultado dos Valores Presentes para o VW Gol.....	93
Tabela 9 - Resultado dos Valores Presentes para o Fiat Uno.....	93
Tabela 10 - Valor da Opção para o VW Gol.....	94
Tabela 11 - Valor da Opção para o Fiat Uno.....	94
Tabela 12 - Diferença entre os trabalhos para o VW Gol.....	96
Tabela 13 - Diferença entre os trabalhos para o Fiat Uno.....	96
Tabela 14 - Preços de etanol deflacionados por região geográfica.....	115
Tabela 15 - preços da gasolina deflacionados por região geográfica	119

Lista de Quadros

Quadro 1 - Resumo para a estimação de parâmetros do MRM.....	37
Quadro 2 - Comparação entre Opções Financeiras e Opção Real.....	47
Quadro 3 - Resumo para a estimação de parâmetros do MRM.....	86

Lista de Siglas e Abreviaturas

ANP	–	Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis
AR(1)	–	Auto Regressivo de primeira ordem
CIDE	–	Contribuição Social de Intervenção no Domínio Econômico
CONFINS	–	Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social
IAA	–	Instituto do Açúcar e Alcool
ICMS	–	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços
IGP-DI	–	Índice Geral De Preços – Disponibilidade Interna
IPI	–	Imposto sobre Produto Industrializado
MGB	–	Movimento Geométrico Browniano
MME	–	Ministério de Minas e Energia
MRM	–	Movimento de Reversão à Média
PIS/PASEP	–	Programa de Integração Social
SMC	–	Simulação de Monte Carlo
TOR	–	Teoria de Opções Reais
UNICA	–	União da Indústria de Cana-de-Açúcar
VP	–	Valor Presente
VPL	–	Valor Presente Líquido

1

Introdução

Com a introdução do carro *flex-fuel* no mercado automobilístico brasileiro, em março de 2003, os proprietários de veículos passaram a poder escolher na hora de abastecer qual combustível colocar. Isso porque esse tipo de automóvel funciona tanto com gasolina C, que tem 20% de álcool anidro em sua composição, quanto com álcool hidratado (etanol) ou ainda uma mistura desses dois combustíveis em qualquer proporção. A diferença entre o álcool anidro e o hidratado é o teor de água, sendo que o anidro é o combustível desidratado. A tecnologia do carro *flex* foi desenvolvida pelo Centro de Pesquisas da Bosch do Brasil e, em 2003, houve o primeiro lançamento comercial no país com o carro Gol Total Flex da Volkswagen.

Nos últimos anos, tem sido crescente a demanda por álcool combustível, em especial após 2003. Esse fato se deve a busca por combustíveis renováveis em substituição aos combustíveis fósseis como a gasolina. O etanol é visto como uma alternativa devido à preocupação com o preço e também disponibilidade da gasolina, além de preocupações ambientais. Recentemente, vive-se uma preocupação com a disponibilidade porque o aumento da frota de veículos não é acompanhado pelo aumento da produção de gasolina nacional na mesma proporção e assim cresce a necessidade de importação. Soma-se a isso, o aumento do dólar frente ao real que torna a importação desse produto mais cara. Nesse cenário, o etanol tende a ganhar mais espaço desde que os produtores também consigam atender ao mercado.

O etanol tem como matérias-primas vegetais tipo a mandioca, milho, beterraba, madeira, além da cana-de-açúcar. No Brasil, utiliza-se a cana-de-açúcar para obter etanol, enquanto que, por exemplo, nos Estados Unidos utilizam-se o milho. O mercado de etanol como *commodity* data de maio de 2004 na Bolsa de Mercadorias de Nova York, e o volume negociado vem aumentando paulatinamente.

Pode-se dizer que o carro *flex* oferece flexibilidade ao seu proprietário já que esse escolhe no abastecimento o combustível que minimiza seus custos. O valor dessa flexibilidade pode ser mensurado utilizando-se a teoria de opções reais, já que há um ambiente de incerteza em que os preços flutuam livremente.

Essa opção de escolha do combustível pode ser modelada como uma opção de troca de insumo (*Switch Input*), onde os insumos são a gasolina C e o etanol. No início do lançamento desta tecnologia, o valor desta flexibilidade não era cobrado pelas montadoras, que comercializavam o automóvel *flex* ao mesmo preço que o carro a gasolina. Dessa forma, a opção inerente ao veículo *flex* era cedida gratuitamente para o comprador, com o intuito de atrair os consumidores para esta tecnologia nova e ainda pouco conhecida na época. A partir de 2006, no entanto, as montadoras passaram a cobrar um prêmio por esta opção, comercializando os automóveis *flex-fuel* por um valor maior do que o mesmo modelo movido apenas a gasolina.

Gonçalves, Souza Neto e Brasil (2006) e Bastian-Pinto e Brandão (2007) analisam a flexibilidade de uma usina de cana de açúcar como uma opção de conversão, usando modelagem estocástica, onde a produção da usina pode ser convertida para açúcar ou álcool dependendo de qual alternativa é a mais vantajosa economicamente. Copeland e Antikarov (2001) propõe uma metodologia discreta para a solução de problemas de opções de conversão e apresentam alguns exemplos. Pessoa (2011) utiliza um modelo estocástico de reversão a média com saltos de Poisson para calcular o valor da opção de conversão entre açúcar e álcool em uma usina.

Nascimento (2012) propõe um estudo sobre o valor da flexibilidade que o carro *flex* atribui ao seu proprietário utilizando o processo estocástico de reversão a média aritmético e considerando as preferências regionais para o cálculo do valor da opção por região geográfica. Para efeito comparativo, no presente trabalho serão utilizadas as mesmas premissas, só alterando-se o processo estocástico para um processo de reversão a média com saltos de Poisson e ampliando a quantidade de dados dos preços de combustíveis já que os preços aqui utilizados são de julho de 2001 a agosto de 2012.

Segundo Dias (1996), para que uma opção tenha valor são necessárias três condições: irreversibilidade, incerteza e flexibilidade. A irreversibilidade diz respeito ao custo do investimento inicial, que é ao menos parcialmente perdido caso haja mudança de ideia quanto à decisão de investir. No caso do veículo *flex fuel*, o conceito de irreversibilidade se aplica à compra do automóvel, onde o consumidor tem um custo inicial, o valor do veículo, que é parcialmente perdido

no caso do consumidor desistir do carro, uma vez que o preço de revenda do automóvel é sempre menor que o preço de compra. A incerteza do carro *flex* é em relação à evolução dos preços futuros do combustível, uma vez que o proprietário do veículo não sabe que níveis de preços de gasolina e álcool irão vigorar ao longo do tempo. Por fim, existe a flexibilidade de escolher o tipo de combustível que apresenta a melhor relação custo-benefício cada vez que o veículo é abastecido.

No presente estudo, será calculado o valor da flexibilidade que o automóvel *flex* adiciona ao seu proprietário quando comparado ao carro movido somente à gasolina. Com esse objetivo, será considerado que os preços dos combustíveis seguem o movimento de reversão a média com saltos de Poisson, ou seja, os preços tendem para uma média de longo prazo, porém, devido a alguma informação ou medida política, esses preços sofrem saltos para cima ou para baixo seguindo uma distribuição de Poisson. Além disso, será utilizada a simulação de Monte Carlo (SMC) para a previsão de preços futuros e também para o cálculo da opção. Para usar a simulação será necessário discretizar o processo estocástico. No mais, será realizado o cálculo da opção por região geográfica do Brasil sendo atendidas as preferências regionais do consumidor no momento da compra do automóvel (tomando como exemplos de veículos *flex* o VW Gol e o Fiat Uno), o qual se supõe ter uma vida útil de cinco anos.

1.1 O Problema

Conforme dito anteriormente, o carro *flex* pode utilizar como combustível a gasolina C, o etanol ou mistura dos dois em qualquer proporção. O lançamento desse tipo de carro proporcionou ao proprietário a possibilidade de escolher no momento do abastecimento qual o combustível mais econômico. Essa flexibilidade apresenta um valor para o dono do carro que pode ser mensurado aplicando a teoria de opções reais (TOR).

O sucesso do automóvel *flex-fuel* no mercado brasileiro e a sua participação cada vez maior nas vendas criam um estímulo para a reflexão sobre o tema. Assim, esse estudo pretende responder a seguinte pergunta: Qual o valor que a flexibilidade do carro agrega ao seu proprietário para cada região geográfica

do Brasil? Para isto, as séries de preços das respectivas *commodities* energéticas serão modeladas com o processo estocástico que melhor se adequa, para que assim seja possível fazer uma simulação destes preços e determinar o valor da opção.

Este estudo comparará o resultado encontrado no trabalho previamente realizado por Nascimento (2012), utilizando o movimento de reversão à média com saltos de Poisson como processo estocástico dos preços. A modelagem utiliza ainda a SMC para a valoração da opção.

1.2 Objetivos

Neste trabalho analisa-se o valor da flexibilidade proporcionada por um automóvel *flex-fuel* do ponto de vista do seu proprietário nas diferentes regiões do Brasil: sul, sudeste, centro-oeste, norte e nordeste. Com esse objetivo, será considerado que os preços dos combustíveis seguem o movimento de reversão a média com saltos de Poisson e será utilizada a simulação, considerando a incerteza dos preços da gasolina e do álcool e levando em conta a flexibilidade que o consumidor tem para escolher o combustível mais barato a cada reabastecimento. Serão computados os valores dos custos de abastecer os automóveis *flex-fuel* e à gasolina a fim de estabelecer o valor da flexibilidade da opção real de troca de insumo. Serão determinados o valor presente do custo do carro *flex* e o valor da opção desse tipo de veículo, ambos por região geográfica; e também em qual das cinco regiões encontra-se o proprietário que possui maiores benefícios advindos da flexibilidade do veículo *flex*.

Além disso, será considerado que o proprietário do automóvel *flex-fuel* tentará sempre maximizar a sua riqueza e o rendimento do automóvel, ou seja, ele sempre irá escolher o combustível mais barato respeitando a regra de não abastecer com etanol sempre que seu custo de abastecimento for maior que o da gasolina. Considera-se que a opção expira no final de cada mês após percorridos 1.500 km, como sucessivos vencimentos de opções européias até o final da vida útil do veículo.

Pode-se dizer que o principal objetivo deste trabalho é verificar se a sofisticação do modelo de reversão a média com a inclusão de saltos de Poisson

leva a mudanças significativas dos resultados obtidos em comparação com os resultados do estudo recente de Nascimento (2012) em que foi utilizado o movimento de reversão a média aritmético.

1.3 Posicionamento da Dissertação e Estado da Arte

No mundo acadêmico há muitos trabalhos que tratam sobre o tema de modelagem do preço de *commodities* utilizando processos estocásticos como o Movimento Geométrico Browniano (MGB) e o Movimento de Reversão à Média (MRM). Já os trabalhos que modelam segundo um processo de reversão a média com saltos são mais escassos.

Schwartz (1997) utiliza dados semanais de cinco contratos futuros para três *commodities*: petróleo, cobre e ouro. O autor compara três modelos estocásticos para preços de *commodities* que levam em consideração a reversão à média: o primeiro modelo é o do tipo Ornstein-Uhlenbeck, o segundo uma variação do modelo de dois fatores de Gibson e Schwartz (1990) e o terceiro é uma versão estendida de Gibson e Schwartz (1990) com a inclusão de um fator novo. O estudo revela uma forte reversão à média no preço das *commodities* comerciais que não ocorre para o metal precioso. O autor utiliza os parâmetros estimados para analisar as implicações do modelo para a estrutura a termo dos preços futuros, para a volatilidade por trás dos contratos observados e para o *hedging* de contratos de entrega futura. Além disso, o autor analisa a implicação dos modelos nas decisões de orçamentação de capital.

Dias e Rocha (1999), seguem a ideia de Merton (1976) sobre as oscilações dos preços, e modelam o preço da *commodity* petróleo utilizando um processo de difusão combinado com saltos para calcular a opção de extensão aplicada aos contratos de concessão do setor de exploração e produção de petróleo. De acordo com Merton (1976), a chegada de informação normal durante um intervalo de tempo infinitesimal gera apenas um ajustamento marginal dos preços, o qual é modelado por um processo de difusão contínua, enquanto que a chegada da informação anormal gera um choque estocástico discreto que é modelado como um processo de Poisson. Esse modelo que combina ambos é chamado de processo de difusão com saltos.

Em Merton (1976), o processo de difusão utilizado é o Movimento Geométrico Browniano e para o tamanho dos saltos utiliza-se a distribuição lognormal. Já em Dias e Rocha (1999) o processo utilizado é o movimento de reversão à média, pois a modelagem é feita para *commodities* e não ativos financeiros, além de utilizar duas distribuições normais truncadas para o tamanho dos saltos. A utilização do movimento de reversão à média como o processo de difusão se deve ao fato de que embora o preço do petróleo tenha oscilações aleatórias no curto prazo, ele tende a voltar ao preço de equilíbrio no longo prazo, principalmente devido ao fato da existência de um cartel de produtores. No trabalho de Dias e Rocha (1999), é também feita uma comparação entre o modelo de reversão à média com saltos e o movimento geométrico browniano, verificando-se que um maior valor para a opção é obtido com o modelo de reversão à média com saltos.

Já no que diz respeito a opções de troca, destaca-se o estudo de Kulatilaka (1993) em que se analisa o valor da flexibilidade no uso de uma caldeira de vapor industrial bicomustível que pode ser alimentada utilizando óleo combustível residual ou gás natural. Com essa caldeira, escolhe-se em que momento é melhor alimentá-la com óleo combustível residual ou em que momento alimentá-la com gás natural é mais vantajoso. Tem-se então uma opção de troca de *input* para produzir um único *output*, o vapor.

Para o cálculo da opção de troca, o autor compara o investimento em uma caldeira que recebe um tipo de combustível exclusivamente e uma caldeira onde há flexibilidade, ou seja, que pode ser alimentada com os dois tipos de combustíveis. O valor da opção de troca está no fato de que, quando o preço de uma das possibilidades de *input* está alto, é possível comprar a que está com menor preço. Isso faz com que a empresa economize, se houver sempre uma inversão de patamar entre o preço de uma das entradas e o preço de outra. Assim, esta economia feita durante um tempo pode ser superior ao valor incremental que foi investido na compra da máquina bicomustível e pode fazer com que valha a pena comprar a máquina flexível embora essa seja mais cara.

Cabe destacar que a existência deste tipo de opção regula o preço dos produtos substitutos, influenciando no equilíbrio do mercado. No entanto, a presença deste tipo de flexibilidade pode conectar os mercados e reduzir a

volatilidade das mudanças de preço relativas, reduzindo potencialmente o valor futuro desta flexibilidade.

Outro autor que aborda a questão da opção de troca é Bastian-Pinto (2009), modelando as séries de etanol e açúcar conforme o movimento de reversão à média e movimento geométrico browniano e realizando comparação entre as duas abordagens. Para o cálculo do valor da opção, além de utilizar esses processos estocásticos, o autor utiliza árvores bi-variáveis. Nesse estudo são calculadas dois tipos de opções em que uma é a opção hipotética de expansão de uma usina de açúcar em uma planta flexível de etanol e a outra é uma opção de conversão entre a produção de açúcar e etanol em usinas flexíveis. O autor conclui que a flexibilidade adiciona valor substancial ao negócio e sugere a inclusão de saltos na modelagem de opções reais.

Seguindo essa recomendação de Bastian-Pinto (2009), Pessoa (2011) estuda a flexibilidade existente em uma usina de açúcar calculando o valor da opção de conversão da cana-de-açúcar em açúcar e/ou etanol utilizando como processo estocástico para modelar os preços o MRM com saltos de *Poisson*. Como ferramenta também é utilizada a SMC para estimar os parâmetros. Novamente, é concluído que a flexibilidade da planta adiciona valor ao usineiro.

Destacam-se agora os trabalhos relacionados ao tema do valor da flexibilidade proporcionada pelo carro *flex* ao seu proprietário. Bastian-Pinto, Brandão e Alves (2008) aplicam a TOR para analisar o valor da opção de escolher o insumo no automóvel *flex-fuel* utilizando os processos estocásticos de MGB e o MRM, além de utilizar a SMC como ferramenta para projeção de preços futuros. Os resultados obtidos indicam que o valor da opção é significativo pelos dois processos estocásticos, representando uma economia para os proprietários de cerca de 15% em relação a um carro movido exclusivamente a gasolina durante os 10 anos de vida útil do veículo. Além disso, os autores concluem que o valor da flexibilidade calculado aplicando o MGB é 24,4% maior que o valor encontrado utilizando o MRM.

Esse assunto da flexibilidade associada ao carro *flex* ainda é abordado por Alves (2007) e Camargo Jr *et al.*(2011), aplicando o MGB para modelar os preços dos combustíveis. Alves (2007) calcula o valor da opção para um automóvel com vida econômica de 10 anos utilizando a série de preços ao consumidor do

mercado brasileiro para a estimação dos parâmetros do modelo. O resultado obtido por meio do método de SMC com fluxos de caixa dinâmicos, aplicando também a teoria de opções reais, indica que a flexibilidade atribuída ao veículo *flex* aumenta o seu valor, se comparado com um automóvel sem essa tecnologia.

Camargo Junior *et al.*(2011) calculam o valor da opção para dois modelos de automóveis, Fiat Palio *Flex* e Volkswagen Gol City *Flex* em um período de vida útil de 5 e 10 anos. Para isso também utilizam os preços ao consumidor e a SMC para representar a evolução dos preços. Esses autores concluem que para uma vida útil de 5 e 10 anos, a economia gerada para os proprietários de ambos os veículos está entre 10% e 20%, respectivamente.

Nascimento (2012) também calcula a opção de troca oferecida pelo carro *flex*, modelando os preços dos combustíveis segundo um processo de reversão a média. Uma distinção desse trabalho é o fato dos cálculos serem feitos levando em consideração as particularidades de preços de cada região geográfica do Brasil bem como a preferência regional do consumidor quanto ao modelo de automóvel utilizado, VW Gol e Fiat Uno. A autora sugere a utilização do Movimento de Reversão à Média com saltos, em vez do Movimento de Reversão à Média Aritmético, para modelar os preços e verificar o impacto no valor da opção do veículo *flex*.

De acordo com essa recomendação de Nascimento (2012), no presente estudo será analisado o valor da flexibilidade associada ao carro *flex* considerando que os preços das *commodities*, etanol e gasolina C, seguem o Movimento de Reversão a Média com Saltos de Poisson. Com o objetivo de conferir o impacto da mudança do processo estocástico, os cálculos também serão feitos atendendo as particularidades de preços de cada região do Brasil assim como a preferência regional do consumidor quanto ao modelo de carro utilizado, VW Gol e Fiat Uno, que foram os modelos mais vendidos no ano de 2011, de acordo com a Fenabrave (2012).

1.4 Estrutura da Dissertação

Nesse primeiro capítulo foi apresentada a introdução, foram identificados o problema e os objetivos e também se abordou o estado da arte e o posicionamento

da dissertação, além da estrutura do trabalho. O segundo capítulo apresenta os principais processos estocásticos existentes, com as descrições e suas características. Já no terceiro capítulo é feita uma descrição conceitual sobre a teoria de opções reais e apresentam-se os principais tipos de opções. No quarto capítulo é dada a base teórica sobre simulação de Monte Carlo, sua origem e como ela é utilizada. O quinto capítulo trata da indústria automobilística brasileira, dando um breve histórico sobre o álcool combustível no Brasil e também sobre a inovação do veículo *flex*. Além disso, é apresentada a estrutura de preços do etanol e da gasolina no país. No sexto capítulo são abordadas as premissas consideradas, as limitações metodológicas, além de ser feito o levantamento de dados, a validação dos processos estocásticos e escolha daquele que melhor se adéqua ao presente estudo. No sétimo capítulo, o modelo de reversão a média com saltos é aplicado e calcula-se o valor da opção de troca. Após isso, no mesmo capítulo os resultados são comentados e é feita a comparação com os resultados do MRM aritmético e também a análise de sensibilidade. Por último, no oitavo capítulo, é feita a conclusão sobre os resultados e sugeridos estudos futuros. No final, após todos esses capítulos, encontram-se as fontes e referências bibliográficas.

2 Processos Estocásticos

Um processo estocástico é uma coleção de variáveis aleatórias geralmente indexadas pelo tempo. É usado para modelar variável cuja evolução ao longo do tempo é, em parte, aleatória. Ou seja, a variação ao longo do tempo tem um componente determinístico e outro aleatório e imprevisível, sendo muito usado em finanças e economia, principalmente para modelar a evolução de preços (Dixit; Pindyck, 1994; Hull, 2001). Processos estocásticos podem ser divididos em discretos e contínuos, onde o primeiro estabelece os valores das variáveis apenas em determinados instantes no tempo, enquanto o segundo permite que as oscilações ocorram em qualquer instante do tempo. Existem vários processos estocásticos usados para modelar os preços das *commodities*; a seguir serão descritos os processos estocásticos mais usados.

2.1 Processos de Markov

O processo de Markov é um tipo específico de processo estocástico onde apenas o valor corrente de uma variável é relevante para se prever o futuro. O histórico de uma variável e a maneira como o presente emergiu do passado são irrelevantes, ou seja, o valor atual da variável encerra todas as informações contidas em seu histórico de valores passados. Com isso, em um processo de Markov a evolução de uma variável independe do seu passado, desde que se saiba o valor corrente. Esta propriedade é importante porque simplifica a análise do processo estocástico.

Pode-se dizer também, segundo Hull (2001), que o processo de Markov é consistente com a forma fraca de eficiência de mercado, na qual o preço atual de uma ação encerra todas as informações contidas em seu histórico de preços. Além disso, nessa forma fraca de eficiência de mercado, a análise de informações de balanço ou informações privadas não é requerida.

Um exemplo típico de preços que seguem o processo de Markov são os preços de ações. Se esses preços pudessem ser previstos por seu histórico, seria possível obter excesso de retorno na compra de ações somente pela interpretação e

análise do gráfico do histórico de preços. Entretanto, a informação pública é rapidamente incorporada ao preço corrente do ativo e os preços antigos não possuem nenhum valor de previsão.

2.2 Processo de Wiener e Lema De Itô

2.2.1 Processo de Wiener

O processo estocástico mais usado e conhecido em Finanças é o processo de Wiener, ou movimento browniano, que é contínuo e possui três importantes propriedades citadas por Lazo (2004):

1. É um processo de Markov já que a distribuição de probabilidade dos valores futuros não é afetada pelos valores passados ou por qualquer outra informação, sendo somente dependente do seu valor atual.

2. Possui incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidades da variação do processo em um intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo;

3. As variações de um processo, em um intervalo de tempo finito, seguem uma distribuição Normal, com variância que cresce linearmente com o intervalo de tempo.

Se uma variável aleatória z segue um processo de Wiener, esta possui as seguintes propriedades:

- uma variação Δz durante um pequeno intervalo de tempo Δt é dado por:

$$\Delta z = \varepsilon \Delta t$$

ou fazendo $\Delta t \rightarrow 0$ tem-se: $dz = \varepsilon dt$

onde ε é uma variável aleatória sorteada de uma distribuição $N \sim (0,1)$.

Assim, Δz também segue uma distribuição normal $N \sim (0, \Delta t)$.

- Os valores de Δz para dois intervalos de tempo diferentes devem ser independentes.

Uma variável x que segue um processo de Wiener generalizado pode ser definida em termos de dz como:

$$dx = \alpha dt + b dz$$

onde α e b são constantes. O termo α representa o *drift* do processo e b sua variação. Já o termo diferencial dz é uma variável aleatória sorteada de uma distribuição $N \sim (0, dt)$. Os valores de dx para diferentes intervalos de tempo devem ser independentes.

Muitos instrumentos financeiros são representados por um processo onde os parâmetros α e b não são necessariamente constantes. Nesse caso, o processo estocástico passa a ser denominado processo de Itô.

$$dx = \alpha(x,t)dt + b(x,t)dz$$

Assim, considerando a variável x representativa do preço de um ativo, temos que seu processo estocástico pode ser definido como um passeio aleatório lognormal. Nesse caso, a equação acima assume os valores $\alpha(x,t) = \mu x$ e $b(x,t) = \sigma x$. Consequentemente, temos que:

$$dx = \mu x dt + \sigma x dz \quad (2.1)$$

onde μ (*drift*) e σ (volatilidade) são constantes.

Considerando a hipótese de neutralidade ao risco, a taxa de retorno ou *drift* (μ) da equação acima pode ser substituída pela taxa livre de risco.

$$dx = r x dt + \sigma x dz \quad (2.2)$$

Assumindo que o ativo x paga uma taxa contínua de dividendos q , o *drift* deve então ser reduzido dessa mesma quantidade.

$$dx = (r - q)x dt + \sigma x dz \quad (2.3)$$

As propriedades estatísticas desse processo serão analisadas nas seções seguintes 2.3 e 2.4.

2.2.2 Lema de Ito

O preço de uma opção é função do preço da ação objeto e do tempo. Genericamente, pode-se dizer que o preço de qualquer derivativo é uma função de suas variáveis estocásticas e do tempo. Portanto, no estudo de derivativos, é essencial compreender um pouco do comportamento das funções de variáveis estocásticas. Um resultado importante nessa área é conhecido como o lema de Itô.

Supondo que o valor de uma variável x siga o processo de Itô anteriormente mencionado e considerando a existência de um derivativo G em função de x e t , ou seja,

$$G = f(x,t)$$

O lema de Itô define o processo seguido por G como:

$$dG = \left[\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right] dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (2.4)$$

2.3 Movimento Aritmético Browniano

O modelo mais simples de equações estocásticas ocorre quando os coeficientes de tendência e difusão são constantes. Esse é o caso do Movimento Aritmético Browniano (MAB). Sua equação estocástica é dada por Dixit e Pindyck (1994):

$$dX = \alpha dt + \sigma dz \quad (2.5)$$

Onde:

α = tendência da variável estocástica;

σ = volatilidade da variável estocástica (coeficiente de difusão);

dz = incremento ou diferencial de Wiener.

Para esse processo tem-se:

$$E(dX) = \alpha dt$$

$$\text{Var}(dX) = \sigma^2 dt$$

Este modelo é adequado para ativos que apresentam tendência linear, cujas flutuações não dependam do nível de preços e também não apresente saltos.

Outro ponto a destacar é que o modelo permite que a variável assuma valores negativos. Consequentemente, o modelo aritmético não é muito adequado para representar a dinâmica de ativos como a taxa de juros e preço de ações.

2.4 Movimento Geométrico Browniano

O movimento geométrico browniano é um caso particular do movimento browniano que, ao contrário do MAB, não admite valores negativos e por isso é o processo mais popular para modelar preços de ações e ativos financeiros, porém não é muito eficiente para preços de *commodities*.

O MGB é um processo estocástico, no qual o logaritmo da variável subjacente segue um processo generalizado de Wiener e as variações no preço do ativo-objeto, em um determinado espaço de tempo, seguem uma distribuição normal com média e variância proporcionais a variações no tempo.

Assim, a distribuição probabilística dos preços futuros do ativo-objeto se apresenta como uma curva lognormal (por isso não podem ser negativos) e quando se calculam as taxas de retorno de forma contínua, obtêm-se uma distribuição normal:

$$dx = \alpha X dt + \sigma X dz \quad (2.6)$$

Em que:

dx = variação no preço do ativo-objeto

α = parâmetro *drift*

X = preço do ativo-objeto

dt = variação no tempo

σ = variância

dz = incremento do Processo de Wiener

O valor esperado e a variância para uma variável X que segue o MGB e possui uma distribuição lognormal são dadas por:

$$E[X(t)] = X_0 e^{\alpha t}$$

$$Var[X(t)] = X_0^2 e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1)$$

Três importantes características desse processo são citadas por Pessoa (2011):

1. Se X começa sendo positivo, ele sempre será positivo, ou seja, ele não varia de positivo a negativo;
2. X tem uma barreira absorvente em zero, ou seja, se X chega a zero (um evento com probabilidade zero), então X permanece nesse valor;
3. A variância da previsão de X_u tende a infinito quando u tende a infinito.

Segundo Bastian-Pinto (2009), o MGB não deve ser utilizado quando os fluxos de caixa de um projeto são dependentes de preços que dependem de uma média de longo prazo, como é o caso de *commodities* não financeiras. A modelagem por um MGB pode resultar em valores excessivamente altos quando este não é o método mais realista de aproximação de determinados processos de difusão.

2.5 Movimento de Reversão a Média

O movimento de reversão a média (MRM) é um processo de Markov no qual o sentido e a intensidade do desvio são dependentes no preço corrente, e devem reverter a uma média de equilíbrio de mercado que é assumida como sendo o preço médio de longo prazo.

Este processo pode ser explicado pela microeconomia, porque se o preço de uma *commodity* estiver muito abaixo da média de longo prazo, a demanda por esse produto aumentará enquanto que a oferta irá diminuir já que várias firmas deixarão de produzi-la, fazendo com que seu preço suba devido à queda da oferta global do produto. Este mesmo raciocínio é válido em sentido oposto, isto é, se os preços estiverem muito acima da média de longo prazo a demanda por esse produto diminuirá, e a tendência é que tenha queda nos preços causada pela concorrência com a entrada de novos produtores ou pela entrada de produtos substitutos. Assim, em uma economia competitiva, não há espaço nem para ganhos elevadíssimos durante muito tempo, e nem para perdas substanciais por um período muito longo, devido às próprias forças do mercado. Com isso, o preço tende a reverter para uma média de longo prazo.

Embora o MRM pressuponha a livre entrada de firmas no mercado, a distribuição de gasolina no Brasil é um oligopólio e a venda para as distribuidoras é um monopólio da empresa BR Distribuidora. Com isso, apesar do MRM ser o mais indicado para modelar esse tipo de *commodity*, há ressalvas ao aplicá-lo nesse setor.

De acordo com Pindyck e Rubinfeld (1991), o processo de reversão à média é tipicamente lento, sendo difícil a sua identificação em séries temporais de curta duração. Sendo assim, não é fácil rejeitar a hipótese que os preços seguem um processo de MGB e testes estatísticos somente rejeitam esse modelo para séries extremamente longas.

A forma mais simples de MRM é o processo de fator único de *Ornstein-Uhlenbeck*, também chamado de MRM Aritmético, o qual é definido pela equação:

$$dX = \eta(\bar{X} - X) dt + \sigma dz \quad (2.7)$$

Em que X é a variável estocástica, \bar{X} é a média de longo prazo da variável estocástica, x é o preço da *commodity*, η é a velocidade de reversão e \bar{x} é a média de longo prazo, que é o nível ao qual x tende a reverter. Caso x seja uma

commodity, \bar{x} representa o custo marginal médio da *commodity*, incluída a remuneração ao capital de risco.

Analicamente, na fórmula do processo de *Ornstein-Uhlenbeck*, sabendo que variação esperada de x depende da diferença entre x e \bar{x} , se x estiver acima de \bar{x} é mais provável que x caia no próximo intervalo de tempo. Caso esteja abaixo, a tendência é de subida. Assim, esse processo não possui incrementos independentes, apesar de satisfazer a propriedade de Markov.

Como se assume que os preços de *commodities* (x) são distribuídos segundo uma lognormal e sendo $X = \ln(x) \Rightarrow x = e^X$, mantém-se o preço da *commodity* x sempre positivo por mais que o valor de X possa ser negativo, pois não teria sentido, por exemplo, uma série de preços de combustíveis com valores negativos.

O valor esperado e a variância do processo de *Ornstein-Uhlenbeck* são dados por:

$$E[X_t] = \bar{X} + (X_0 - \bar{X})e^{-\eta t} \quad (2.8)$$

$$Var[X_t] = (1 - e^{-2\eta t}) \frac{\sigma^2}{2\eta} \quad (2.9)$$

Por meio das equações acima, pode-se verificar que fazendo t tender a infinito, $e^{-\eta t}$ vai tender a zero e, conseqüentemente, o valor esperado vai tender a \bar{x} . Enquanto isso, a variância converge em $\frac{\sigma^2}{2\eta}$ quando $t \rightarrow \infty$.

Por outro lado, avaliando as variações de velocidade de reversão à média η , mantendo t constante, quando $\eta \rightarrow \infty$: $e^{-\eta t} \rightarrow 0$ e $\frac{\sigma^2}{2\eta} \rightarrow 0$, e conseqüentemente $E(x_t) \rightarrow \bar{x}$ e $Var(x_t) \rightarrow 0$. Isso mostra que se a velocidade de reversão tende a infinito, o valor de x nunca se desviará de \bar{x} , mesmo que momentaneamente. Agora, se $\eta \rightarrow 0$, sabendo que $dX = \eta(\bar{X} - X) dt + \sigma dz$, com η tendendo a zero, essa fórmula se transformará em $dx = \sigma dz$, o que se resume a um movimento aritmético browniano simples, e, o valor esperado de x_t

passará a ser zero e sua variância $Var(dx) = Var(\sigma dz) = \sigma^2 t$, ou seja, $Var(x_t) \rightarrow \sigma^2 t$. O que significa que um processo de reversão extremamente lento tende a se transformar em um movimento aritmético browniano.

Um conceito importante do processo de reversão à média está na presença de uma medida mais gerencial da velocidade de reversão η . Esta medida é o conceito de *half-life*, ou seja, da meia-vida da reversão, H . Ela nos dá uma medida da lentidão do processo. A meia-vida é o tempo em que a variável estocástica leva para percorrer a metade do caminho entre o seu valor atual e a média de longo prazo. A relação entre η e H para o logaritmo do preço P é dada por:

$$H = \frac{\ln 2}{\eta}$$

Nota-se por meio desta equação que o valor corrente do preço e a média de longo prazo não são importantes para esta medida, sendo necessário somente conhecer a velocidade de reversão.

A seguir, essa equação é demonstrada para um processo de *Ornstein-Uhlenbeck*. A metade do caminho entre o seu valor corrente e a média de longo prazo é dado por: $x_0 + \frac{(\bar{x} - x_0)}{2} = \frac{\bar{x} + x_0}{2}$

De posse desta informação e do valor esperado do processo, podemos encontrar o valor da meia-vida a seguir:

$$E(x_t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta t}$$

$$\frac{\bar{x} + x_0}{2} = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta H}$$

$$\frac{\bar{x} - 2\bar{x} + x_0}{2} = (x_0 - \bar{x})e^{-\eta H}$$

$$\frac{x_0 - \bar{x}}{2} = (x_0 - \bar{x})e^{-\eta H}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\eta H}$$

$$\eta H = \ln 2$$

$$H = \frac{\ln 2}{\eta} \quad (2.10)$$

De acordo com Dias (2005), embora o MGB seja amplamente utilizado para modelagem de ativos financeiros, o MRM é considerado mais adequado para modelagem de preços de *commodities* e taxas de juros. No entanto, não é fácil rejeitar a modelagem por MGB, especialmente para séries curtas de preços. Da mesma forma, o MRM aritmético (ou processo de *Ornstein-Uhlenbeck*) é muito previsível e poderia ser uma escolha de modelagem pior que o MGB. Seria mais realista combinar um processo de MRM com um MGB para o nível de equilíbrio, ou então adicionar um processo de saltos que será visto posteriormente.

2.5.1 Discretização e estimação dos parâmetros

Para realizar simulação é necessária a discretização da equação e também a estimação dos parâmetros. A equação em tempo discreto para X que segue o MRM é dada por:

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1) \quad (2.11)$$

Como citado por Nascimento (2012) para obter valores simulados para x_t que possui distribuição lognormal e $E(x_t) = \exp[E(X_t)]$, combinam-se (2.11) com a equação $x_t = \exp[X_t - 0,5Var(X_t)]$ e a variância (2.9) de X_t :

$$x_t = \exp\left\{\ln(x_{t-1})e^{-\eta\Delta t} + \ln(\bar{x})(1 - e^{-\eta\Delta t}) - \left[(1 - e^{-2\eta\Delta t})\frac{\sigma^2}{4\eta}\right] + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1)\right\} \quad (2.12)$$

Essas discretizações são exatas e independem do tamanho do intervalo de tempo, Δt .

Nascimento (2012) também cita a interpretação para os quatro termos da equação (2.12) anterior, sendo ela:

- a) O primeiro e segundo termos demonstram a tendência, ponderados pelo valor inicial e o equilíbrio ao longo prazo respectivamente;

- b) O terceiro termo é o ajuste de convexidade;
- c) Já o quarto é a parcela estocástica devido a Normal padrão (0,1), através dela a aleatoriedade é introduzida pela Simulação de Monte Carlo.

Outro ponto importante é a estimação dos parâmetros da equação do MRM para que a simulação possa ser realizada. Assim, é necessário estimar os valores da volatilidade, a média de longo prazo da variável estocástica e a velocidade de reversão. Com esse objetivo, utiliza-se a regressão linear sobre os dados históricos dos preços que se supõe seguir o MRM, a fim de reduzir o erro quadrático médio.

Para um intervalo de tempo discreto Δt , os preços que seguem o MRM podem ser escritos a partir da equação da média (2.8) como (Nascimento 2012; Bastian-Pinto, 2009):

$$X_t = \bar{X} + (X_{t-1} - \bar{X})e^{-\eta\Delta t} = \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} \quad (2.13)$$

Subtraindo X_{t-1} de ambos os lados da equação e considerando o erro da série tem-se:

$$X_t - X_{t-1} = \bar{X}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + X_{t-1}(e^{-\eta\Delta t} - 1) + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

Como $X_t = \ln(x_t)$ e $\bar{X} = \ln(\bar{x})$, substitui-se na equação (2.14) acima:

$$\ln(x_t) - \ln(x_{t-1}) = \ln(\bar{x})(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \ln(x_{t-1})(e^{-\eta\Delta t} - 1) + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

Reescrevendo essa equação:

$$\ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) = a + (b - 1)\ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

Para se obter os parâmetros estimados do logaritmo dos preços que segue um MRM, utiliza-se o valor estimado para os coeficientes a e b da regressão (2.16) e também a volatilidade calculada da série de preços das *commodities*.

Por meio da comparação das equações (2.15) e (2.16), é possível obter os parâmetros para a estimação do modelo. A velocidade de reversão pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} b-1 &= e^{-\eta\Delta t} - 1, \text{ então,} \\ \eta &= -\ln(b)/\Delta t \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ainda comparando as equações (2.15) e (2.16), tem-se:

$$a = \ln(\bar{x})(1 - e^{-\eta\Delta t})$$

E como $1-b = 1 - e^{-\eta\Delta t}$, a média de longo prazo da variável estocástica é dada por:

$$\bar{x} = \exp\left(-\frac{a}{(b-1)}\right) \quad (2.18)$$

Já para se obter a volatilidade iguala-se a variância dos erros da regressão, σ_ε^2 , a equação da variância (2.9):

$$\sigma_\varepsilon^2 = (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \frac{\sigma^2}{2\eta}$$

Substituindo na equação anterior o η dado na equação (2.17), e como $b^2 = e^{-2\eta\Delta t}$, então:

$$\sigma_\varepsilon^2 = -(1 - b^2) \left(\frac{\sigma^2 \Delta t}{2 \ln(b)} \right)$$

De onde se tem:

$$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(b)}{(b^2 - 1) \Delta t}} \quad (2.19)$$

Conforme Nascimento (2012), no quadro a seguir encontra-se um resumo dos parâmetros estimados.

Parâmetro estimado	Fórmula
Velocidade de reversão	$\eta = -\ln(b)/\Delta t$
Volatilidade	$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(b)}{(b^2 - 1)\Delta t}}$
Média de longo prazo	$\bar{x} = \exp\left(-\frac{a}{(b-1)}\right)$

Quadro 1- Resumo para a estimação de parâmetros do MRM
 Fonte: Nascimento, (2012).

2.6 Movimento de Reversão à Média com Saltos de Poisson

Sabe-se que a chegada da informação normal durante um intervalo de tempo infinitesimal leva a um ajustamento marginal (pequeno) dos preços, o qual é modelado por um processo de difusão contínuo, enquanto que a chegada da informação anormal gera um choque estocástico discreto (salto) e infrequente no tempo, que é modelado como um processo de Poisson. Os processos de Poisson são markovianos. O modelo que combina ambos é chamado de processo de difusão com saltos, também conhecido como o modelo Poisson-Gaussiano. No presente estudo será utilizado o movimento de reversão à média como processo de difusão.

De acordo com Ozorio (2010), os processos de Poisson podem ser homogêneos, não-homogêneos e compostos. Os homogêneos consistem de processos de Markov com eventos aleatórios e incrementos independentes e estacionários, que somente dependem da variação do tempo. O número de saltos tem distribuição de Poisson e o tempo de ocorrência de eventos em Δt tem distribuição exponencial com média $1/\lambda$. Nos não-homogêneos é dispensada a suposta estacionariedade dos incrementos, sendo ainda a frequência de ocorrência dos saltos uma função do tempo. Já nos processos de Poisson compostos verificam-se a aleatoriedade na ocorrência dos saltos e saltos com tamanho estocástico obedecendo a uma determinada distribuição de probabilidade.

Definição Formal: Seja x um processo estocástico de Poisson, no qual toda a aleatoriedade do processo é concentrada na chegada de saltos que possuem

tamanho determinado pela função $g(x,t)$. O Processo de Poisson pode ser descrito pela equação diferencial:

$$dx = f(x,t)dt + g(x,t)dq$$

Sendo $f(x,t)$ e $g(x,t)$ funções determinísticas e conhecidas.

Os parâmetros típicos do Processo de Poisson são:

- λ que corresponde a taxa média da ocorrência do salto por período de tempo;
- λdt correspondente a probabilidade de ocorrência do salto;
- $1 - \lambda dt$ a probabilidade de não-ocorrência do salto;
- φ indicando o tamanho do salto;
- q representando a aleatoriedade do Processo de Poisson;
- dq um incremento de Poisson

Merton (1976) foi o primeiro a capturar a característica dos saltos nos preços dos ativos no modelo de difusão com saltos. Ele utiliza a distribuição log-normal para o tamanho dos saltos e como processo de difusão adota o movimento geométrico browniano. O autor encontrou uma solução analítica para opções européias considerando um processo de Poisson compensado.

Dias e Rocha (1999), também aplicam um processo de difusão com saltos para modelar preços de petróleo. No entanto, para o tamanho dos saltos utilizam-se duas normal-truncadas e a reversão a média geométrica é utilizada como processo contínuo para modelar os preços de petróleo por se tratar de uma *commodity* não-financeira. O salto nos preços do petróleo é modelado como um processo de Poisson e pode ser para cima (*jump-ups*) ou para baixo (*jump-downs*), dependendo do tipo de notícias anormais, sejam elas políticas ou econômicas. Este aspecto está incorporado ao modelo, que permite que tanto o sentido quanto o tamanho sejam estocásticos. Em caso de ocorrer uma notícia anormal, existe 50% de chance de ocorrer um *jump-up* e 50% de um *jump-down*. Ainda, no caso de *jump-up*, o preço deverá dobrar, enquanto no caso de *jump-down*, o preço deverá cair pela metade, conforme pode ser verificado na figura a seguir:

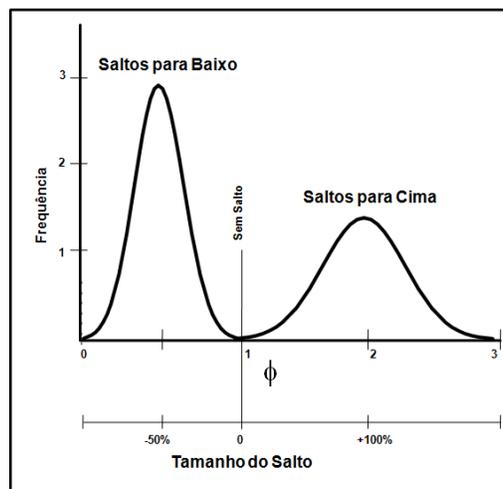


Figura 1 - Distribuição aleatória do tamanho dos Saltos
 Fonte: Dias e Rocha, (1999).

A equação para este modelo de Dias & Rocha (1999), considerando um processo geométrico de reversão a média com saltos é:

$$dx / x = [\eta(x - \bar{x}) - \lambda k]dt + \sigma dz + dq$$

Onde,

$$k = E[u - 1]$$

Com isso,

$$E(dx / x) = \eta(x - \bar{x})$$

A equação acima para a taxa de variação de preços da *commodity* (dx / x) tem três termos do lado direito. O primeiro é o *drift* de reversão à média: o preço tem uma tendência a voltar ao preço de equilíbrio de longo prazo com uma velocidade de reversão η . O segundo termo apresenta a incerteza contínua em tempo representado pela volatilidade σ , onde dz é o incremento de *Wiener*. O último termo é o salto, com o parâmetro de chegada de Poisson.

No presente trabalho, será utilizada a equação para um modelo de *Ornstein-Uhlenbeck* com saltos de Poisson, dada por :

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz + dq \quad (2.20)$$

Essa equação diz que existe uma força de reversão η sobre a variável x , trazendo-a ao equilíbrio \bar{x} e os saltos são, na maioria do tempo, iguais a zero e quando ocorrem são de tamanho fixo ϕ e taxa de ocorrência λ . Esse tamanho do salto será fixo a depender do sentido, ou seja, se é um *jump up* ou *jump down* e do tipo de combustível.

A distribuição de probabilidade do termo dq é:

$$\begin{cases} dq = 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt \\ dq = \phi, & \text{com probabilidade } \lambda dt \end{cases}$$

Essa distribuição de probabilidade representa uma distribuição de Poisson, onde esses saltos são chamados de “eventos”. Sendo λ a frequência com que um evento pode ocorrer durante um intervalo de tempo infinitesimal dt , a probabilidade de ocorrer um evento é dada por λdt e a probabilidade deste evento não ocorrer será $1 - \lambda dt$.

As equações do valor esperado e da variância são:

$$E(x_t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta t} \quad (2.21)$$

$$Var[x(t)] = (1 - e^{-2\eta t}) \frac{(\sigma^2 + \lambda E[\phi^2])}{2\eta} \quad (2.22)$$

Observa-se que não há o termo de saltos aleatórios na equação de valor esperado, o que representa o resultado de uma distribuição simétrica dos saltos e probabilidade de 50% para a ocorrência dos eventos, tanto para cima quanto para baixo.

Já na equação de variância, tem-se a presença do termo de saltos aleatórios, aumentando o valor da variância quando comparada com a equação do MRM aritmético. É válido observar que o valor da variância deste modelo tende ao mesmo valor (e características) da variância do processo estocástico de reversão à média, caso não ocorram esses eventos aleatórios.

Wilmott (1998) cita três motivos pelos quais, apesar de representar um fenômeno observável, modelos do tipo salto-difusão são raramente utilizados na prática. Estas razões seriam: dificuldade em estimar os parâmetros do modelo, solução e impossibilidade do *hedge* perfeito.

No entanto, o modelo de reversão com saltos tem um forte apelo econômico e representa um bom mapeamento para a distribuição de probabilidade ao longo do tempo para os preços de petróleo. Esse modelo é mais realístico e evita o excesso de previsibilidade quando combinado com um processo de reversão a média. Porém, este modelo necessita que sejam estimados parâmetros adicionais quando comparado a um modelo mais simples como o MGB e também por se caracterizarem como eventos raros, é difícil obter informações. Outra desvantagem, é que a existência de saltos teoricamente impossibilita a construção de um portfólio sem risco, a não ser que os saltos sejam descorrelacionados com a economia como suposto por Merton (1976).

2.6.1. Discretização do MRM com Saltos De Poisson

Segundo Dias (1999), um processo estocástico de *Ornstein-Uhlenbeck* combinado com saltos de Poisson é também conhecido como modelo de Marlim, em referência ao campo de petróleo de maior produtividade do Brasil. Abaixo é mostrada a discretização desse processo conforme Pessoa (2011).

Considerando o processo de reversão a média com saltos discretos, modelados como um processo de Poisson, para uma variável estocástica $x(t)$ tem-se:

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz + dq \quad (2.23)$$

A discretização para a utilização de simulação neutra ao risco seguirá a equação a seguir:

$$X_t = X_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln(\bar{x}) - \frac{\mu - r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} N(0,1) + jumps \quad (2.24)$$

Onde:

$\bar{X} = \ln(\bar{x})$, sendo \bar{x} o preço de equilíbrio de longo prazo e $x_t = \exp[X_t - 0,5Var(X_t)]$

Em termos práticos, faz-se $jumps = jump-up + jump-down$ e tem-se dois somatórios, um para saltos para cima e outro para saltos para baixo, cada um com taxa de chegada de $\lambda/2$ (em caso de salto, há 50% de chance de ocorrer $jump-up$ e $jump-down$ cada um) e com distribuições ϕ_{up} e ϕ_{down} , respectivamente, dentro do somatório.

Se o intervalo de tempo Δt é suficientemente pequeno, como é o caso no presente trabalho em que Δt é igual a um mês, a probabilidade de ocorrência de dois saltos é desprezível. No entanto, para Δt grande, isso não é verdade e seria necessário considerar mais de um salto, fazendo com que o termo $jumps$ nas equações fosse dado por:

$$jumps = \sum_{i=1}^{J(\Delta t)} \phi_i \quad (2.25)$$

Sendo $J(\Delta t) \sim \text{Poisson}(\lambda \Delta t)$ e ϕ_i a distribuição do tamanho do salto.

A partir da amostragem da normal padrão $N(0,1)$ pode-se obter o caminho para $x(t)$ e assim é possível simulá-lo.

Lembrando que a equação da variância neste caso é:

$$\text{Var}[x(t)] = (1 - e^{-2\eta \Delta t}) \frac{(\sigma^2 + \lambda E[\phi^2])}{2\eta}$$

E também que $E[\phi^2] \neq E[\phi]^2$ e $E[\phi^2] = \int \phi^2 \cdot f(\phi) d\phi$.

Onde $f(\phi)$ é a função de densidade de probabilidade, neste caso duas normais.

Esta integral depende da distribuição de ϕ , mas não do parâmetro λ . Sendo assim, pode-se calcular a integral se a distribuição do tamanho dos saltos for fixa.

Além disso, cabe ressaltar que caso ocorra um salto, este tem a mesma probabilidade de ser para cima ou para baixo, isto é, ambos tem probabilidade de ocorrência de 50%.

3

Teoria de Opções Reais

3.1

Introdução

A avaliação pelo método tradicional, que pode ser por fluxo de caixa descontado, valor presente líquido ou taxa interna de retorno, não contempla a flexibilidade disponível à empresa de adaptar ou abandonar uma decisão em um momento posterior no tempo, tendo em vista os fatos que foram ocorrendo após a decisão de investir. Sendo assim, a irreversibilidade considerada pelo fluxo de caixa descontado não representa a realidade dos tomadores de decisão. Essas técnicas tradicionais são baseadas no retorno financeiro: usam somente fatores tangíveis e não levam em consideração os fatores intangíveis, como futura vantagem competitiva, futuras oportunidades, flexibilidade gerencial. Nesse contexto, surge a teoria de opções reais para complementar essa análise tradicional.

A Teoria das Opções Reais (TOR) é utilizada para a avaliação de ativos reais, ou seja, aqueles que não são negociados no mercado. Projetos de investimento de capital, avaliação de propriedades intelectuais, avaliação de terras, avaliação de imóveis, de fontes de recursos naturais (minas, poços de petróleo etc.) e avaliação de projetos de pesquisa e desenvolvimento são exemplos de ativos reais que podem ser avaliados utilizando essa teoria.

Uma opção real é a flexibilidade que um gestor possui para tomar decisões a respeito de ativos reais de forma a influenciarem positivamente o valor final de um projeto. À medida que novas informações vão surgindo e as incertezas sobre o fluxo de caixa vão se revelando, os administradores podem tomar decisões que venham a influenciar positivamente no valor final de um projeto (Dixit; Pindyck, 1994). As decisões com as quais os administradores freqüentemente se deparam são: Qual o momento certo de investir, abandonar ou parar temporariamente um projeto, de modificar as características operacionais do projeto ou, ainda, de trocar um ativo por outro? Dessa forma, um projeto de investimento de capital pode ser considerado como um conjunto de opções reais sobre um ativo real, o projeto.

Trigeorgis (1996) argumenta em favor de um critério estratégico, que reflita dois componentes de valor: o valor presente líquido (VPL) tradicional de fluxos de caixa descontados (estático) e o valor da opção da flexibilidade (interações estratégicas). Assim, $VPL_{\text{expandido}} = VPL_{\text{estático}} + \text{Valor da opção}$

Segundo Copeland e Antikarov (2001), o uso das opções reais torna-se mais interessante dentro de um projeto quando:

- O investimento em análise admite revisões durante sua vida útil;
- As oportunidades estratégicas são mais importantes do que o fluxo de caixa em si;
- Existem decisões contingenciais;
- For interessante esperar por mais informações;
- A flexibilidade gerencial é evidente, numa condição altamente incerta.

Ainda de acordo com Copeland e Antikarov (2001), o valor da opção real depende de cinco variáveis básicas e uma sexta variável, também importante, que são:

- Valor do ativo subjacente sujeito a risco. No caso de opções reais, trata-se de um projeto, um investimento ou uma aquisição;
- O preço de exercício. É o montante monetário investido para exercer a opção, se for uma opção de compra, ou o montante recebido, se for uma opção de venda;
- Prazo de vencimento da opção. Com o aumento do prazo de expiração, o valor da opção aumenta;
- Desvio padrão do valor do ativo subjacente sujeito a risco;
- Taxa de juros livre de risco ao longo da vida da opção.

A sexta variável refere-se aos dividendos que podem ser pagos pelo ativo subjacente: as saídas ou entradas de caixa ao longo de sua vida.

Conforme Dixit e Pindyck (1994), são necessárias três condições básicas para que um ativo ou projeto possa ser avaliado pela TOR: seu valor futuro é incerto, o investimento uma vez realizado é pelo menos parcialmente irreversível, e existe flexibilidade gerencial para alterar o valor do projeto no futuro na medida em que as incertezas são resolvidas.

Outra forma de ver as opções reais é como um problema de otimização. Assim, considera-se como um problema de maximização do VPL através do gerenciamento ótimo das opções relevantes e flexibilidades gerenciais. Neste caso, a função objetivo estaria sujeita às incertezas de mercado, incertezas técnicas, incerteza na ação dos outros *players* e restrições físicas, ambientais, legais, éticas, gerenciais, dentre outras.

A primeira publicação do modelo de precificação de opções financeiras foi feita por Black Fisher e Scholes Myron (1972) e desde então os modelos matemáticos da teoria financeira passaram a influenciar as práticas corporativas. A publicação do modelo de Black e Scholes (1972) disseminou os fundamentos da teoria de precificação de opções, sendo considerado ímpar no desenvolvimento e sofisticação de finanças corporativas. Merton (1973), ao solucionar o modelo proposto por Black e Scholes (1972), viabilizou a aplicação deste, e por isso alguns autores consideram correto nomear o modelo de Black e Scholes (1972) e Merton (1973).

Nos dias atuais, a teoria de opções reais é amplamente utilizada por empresas de diversos ramos porque complementa a análise tradicional dada pelo fluxo de caixa descontado, VPL ou taxa interna de retorno já que considera as flexibilidades gerenciais e também as incertezas presentes nos projetos.

3.2

Comparação entre Opções Reais e Opções Financeiras

As opções reais podem ser precificadas de maneira análoga às opções financeiras, porém existem diferenças importantes entre elas que são mencionadas a seguir na presente seção.

Enquanto nas opções financeiras os ativos subjacentes são ativos financeiros, por exemplo, ações, nas opções reais eles são ativos reais, como projetos e máquinas, cujo preço é arbitrado pelo valor presente dos fluxos de caixa operacionais.

Sabe-se também que ativo financeiro não pode ter valor negativo, já no caso de opções reais, pode acontecer de determinado projeto assumir VPL negativo.

Além disso, os ativos subjacentes de opções financeiras são comercializados em vários mercados e, como seus preços nunca serão negativos, a escolha dos processos aleatórios para a precificação do ativo objeto é mais limitada. Em opções reais, o ativo subjacente, ou seja, o projeto, geralmente não é comercializado e nada garante que seu valor não se torne negativo, o que pode implicar trabalhar-se com uma maior gama de processos aleatórios para o valor do ativo-objeto.

Recorrentemente as opções financeiras são de curto prazo, quase sempre no prazo inferior a um ano, enquanto as opções reais são de longo prazo e, alguns casos, podem ser perpétuas. Esta característica de longo prazo remete ao maior rigor no critério de análise do método estocástico a ser utilizado.

Apesar de opções financeiras poderem ser exercidas antecipadamente, isto é, antes do vencimento, a análise desse exercício é secundária, pois dada a vida curta da opção, o custo de não exercê-la no momento ótimo não é significativo. Em opções reais, no entanto, a decisão de exercer antecipadamente uma opção ou de se adotar um projeto é crítica.

Ressalta-se também que opções financeiras têm um preço de exercício determinado e único, enquanto que o preço de exercício de opções reais, geralmente o valor do investimento no projeto, pode variar ao longo do tempo, podendo até variar de maneira estocástica.

Também se pode dizer que opções financeiras geralmente envolvem uma única opção. Opções reais geralmente são compostas sendo que o valor de opções múltiplas é diferente da soma dos valores individuais das opções, porque opções reais interagem entre si. Um modelo indicado para se avaliar opções compostas é o modelo binomial logarítmico transformado de Trigeorgis (1991).

Por fim, em determinada opção financeira a volatilidade do modelo refere-se ao desvio padrão dos retornos dos preços do ativo-base, enquanto nas opções reais a volatilidade será a dos fluxos de caixa do projeto.

Em resumo, o quadro 3 mostra a correspondência entre as variáveis das opções financeiras e das opções reais, de acordo com Rigolon (1999).

Opção Financeira	Opção Real
Preço da Ação	Valor do Projeto
Preço de Exercício da Opção	Valor do Investimento no Projeto
Taxa de Dividendos da Ação	Fluxo de Caixa gerado pelo Projeto
Taxa Livre de Risco	Taxa livre de Risco
Volatilidade dos Retornos da Ação	Volatilidade do Valor do Projeto
Tempo de Expiração da Opção	Tempo de Expiração da Oportunidade de Investimento

Quadro 2 - Comparação entre Opções Financeiras e Opção Real
 Fonte: Rigolon, (1999).

3.3 Tipos de Opções Reais

As opções reais são classificadas de acordo com o tipo de flexibilidade que oferecem. Abaixo, segue a lista dos tipos de opções que serão detalhadas nas próximas seções desse trabalho.

1. Opção de espera
2. Opção de abandono
3. Opção de fechamento temporário
4. Opção de contrair
5. Opção de Expandir
6. Opção de crescimento futuro
7. Opção de troca

Outra classificação possível dos tipos de opções reais é apresentada por Pessoa (2011), segundo esquema:

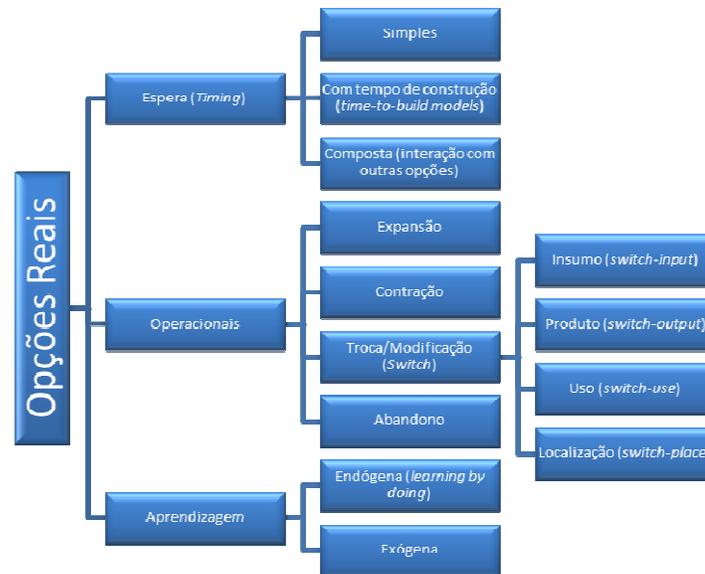


Figura 2 - Esquema dos tipos de opções
Fonte: Pessoa, (2011).

3.3.1 Opção de Espera

A opção de esperar ou de adiar um projeto por um período dá ao gestor o direito, mas não a obrigação, de efetuar o investimento no próximo período. Esperar constitui-se, muitas vezes, uma alternativa estratégica na presença de incertezas quanto aos futuros fluxos de caixa de determinado projeto. Pode ocorrer de projetos considerados inviáveis em determinada época se tornarem atrativos em momento posterior, caso as condições do mercado apresentem-se mais favoráveis. Assim, a gerência esperará e só realizará o investimento se o valor do projeto no próximo período exceder o investimento necessário nessa data, isto é, a opção de espera pode ser vista como uma opção de compra americana. É especialmente valiosa em ambientes de alta incerteza e projetos de longo prazo. De fato, uma opção é muito mais valiosa quando o risco ou incerteza sobre o futuro é maior.

3.3.2 Opção de Abandono

Trigeorgis (1987) divide esse tipo de opção em duas classes: opção para desistir quando a construção estiver em curso e opção para abandonar pelo valor residual.

3.3.2.1 Opção de desistir quando a construção estiver em curso

Na maioria dos projetos, o investimento necessário não se concentra em um único desembolso inicial, sendo normalmente fracionado. Nesta situação, os investimentos são sequenciais. Esses projetos com investimento fracionado ao longo do horizonte temporal criam valiosas opções para desistência em qualquer fase já que ao final de cada fase o gestor tem a opção de continuar ou abandonar o projeto.

Desta forma, cada fase do investimento em questão pode ser vista como uma opção sobre o valor das fases subseqüentes, ao requerer a despesa necessária para prosseguir para a etapa seguinte. Assim, cada fase do investimento pode ser avaliada de forma similar às opções sobre opções.

3.3.2.2 Opção de abandonar pelo valor residual

Quando o funcionamento do projeto se torna desfavorável por qualquer motivo, a gerência não precisa continuar a incorrer com os custos fixos desse investimento. Nesta situação, o gestor poderá possuir uma valiosa opção de abandono por completo do investimento, em troca do seu valor residual, ou de liquidação, encontrado no mercado secundário. Esse valor de segunda mão consiste no preço de revenda dos equipamentos e outros ativos do investimento. Este tipo de opção é análogo a uma opção de venda americana.

No entanto, como ressaltou Pessoa (2011), há que se ter cuidado ao exercer esse tipo de opção, porque esse exercício pode levar a uma eventual perda

de conhecimentos e capacidades organizacionais que poderiam ser aplicados em outros projetos e sua perda pode significar até mesmo atraso de evolução tecnológica.

3.3.3 Opção de fechamento temporário

A flexibilidade de parar a produção temporariamente torna-se valiosa se as receitas não forem suficientes para cobrir os custos variáveis de funcionamento nesse período. Em certo momento, o gestor pode decidir entre continuar com a produção e obter a diferença entre as receitas e o total de custos de funcionamento ou então fechar e somente incorrer em custos fixos associados ao projeto.

Deste modo, a flexibilidade de funcionar pode ser vista como uma opção de compra da receita do ano, ao pagar os custos variáveis como preço de exercício.

A situação de parar e reiniciar as operações pode ser devido a vários fatores, como, por exemplo, a sazonalidade de vendas do produto.

Assim, às vezes pode ser mais econômico para a empresa fechar durante os períodos não favoráveis do que continuar a produzir nessas épocas. E ao parar temporariamente as operações, ainda existe a opção de retornar quando o mercado melhorar, não sendo assim uma decisão definitiva como é a opção de contrair.

3.3.4 Opção de contrair

A opção de contrair dá ao gestor a possibilidade de funcionar abaixo da capacidade ou mesmo reduzir a sua escala de operações quando as condições de mercado se tornam desfavoráveis e assim pode guardar parte das despesas do investimento planejado. Este tipo de flexibilidade reduz perdas e é análoga a uma opção de venda do tipo americana sobre parte do projeto, sendo o preço de exercício igual aos potenciais custos poupados.

3.3.5 Opção de expandir

A opção de expandir dá ao gerente a possibilidade de ampliar sua capacidade ou escala de operações em momento favorável.

Pode-se comparar esta opção a uma opção de compra do tipo americano para adquirir uma parte adicional do projeto, sendo o preço de exercício igual ao custo de expansão.

Além disso, a opção de expansão pode ter importância estratégica, especialmente se permite à empresa explorar oportunidades futuras de crescimento. Destaca-se também que esta opção, que será exercida somente se desenvolvimentos futuros do mercado se tornarem favoráveis, pode tornar um investimento inicial, aparentemente não lucrativo considerando apenas o método do VPL estático, em um investimento que valha a pena ser realizado.

3.3.6 Opção de crescimento futuro

No momento em que se faz um investimento inicial, há a possibilidade de se desencadear oportunidades futuras que podem ter importância estratégica. Esse investimento inicial, que pode ser, por exemplo, em pesquisa e desenvolvimento ou potenciais reservas de petróleo, pode ser visto como pré-requisito ou elo em cadeias de projetos inter-relacionados que podem gerar oportunidade de crescimento futuro.

Apesar de um aparente VPL negativo, a infraestrutura, experiência e conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento do produto de primeira geração, podem servir como uma alavanca para impulsionar o desenvolvimento de novos produtos, com custos mais reduzidos ou qualidade mais elevada, ou ainda para criar aplicações totalmente novas. Esses novos produtos ou novas aplicações só podem ser tornar viáveis caso a empresa efetue esse investimento inicial. Assim, pode-se dizer que o investimento inicial é o investimento necessário para se abrir novos horizontes para a empresa, como a entrada em um novo mercado, lançamento de novos produtos ou desenvolvimento de processos mais modernos.

De fato, as decisões de investimento hoje podem criar a base para decisões de investimento amanhã, sendo as alterações de capital efetuadas em qualquer ano são passos vitais na realização dos objetivos estratégicos.

Conforme Pessoa (2011), este tipo de opção pode ser uma opção seqüencial, já que à medida que os investimentos são realizados, a opção vai se desdobrando e novos investimentos são feitos.

3.3.7 Opção de Troca

A opção de troca (*switch option*) existe quando o ativo aceita vários insumos (*inputs*) ou pode produzir vários produtos (*outputs*), com um custo de conversão que não seja proibitivo. Assim, essa opção dá a flexibilidade de mudar de matéria-prima caso seu custo tenha aumentado, passando a ter uma produção mais econômica; ou também alterar o *mix* de *outputs* para produtos que sejam mais lucrativos de acordo com as flutuações de seus preços no mercado.

Pode-se dizer que a opção de troca de *output* é conhecida como mudança de uso (*switch use*), enquanto que em relação aos insumos é conhecida como troca de insumos (*switch input*). Na opção de troca, caso o preço ou a demanda pelo produto sejam alterados, o *mix* de *output* pode ser modificado através da flexibilidade do produto. Alternativamente, os mesmos *outputs* podem ser produzidos utilizando diferentes tipos de *inputs* por meio da flexibilidade de produção.

O tratamento específico da opção de troca teve início com Kulatilaka e Trigeorgis (1994).

Um exemplo de *switch input* é a operação de uma termoelétrica, que pode ser movida a gás, óleo ou carvão. Já como exemplo de *switch use* há o caso sucroalcooleiro onde a cana de açúcar pode dar origem a dois tipos de subprodutos: o álcool e o açúcar.

A opção que é estudada no presente trabalho é uma opção de *switch input* em que há troca de combustível em um carro *flex* de acordo com a flutuação do preço da gasolina C e do etanol visando ter uma economia de custo. O valor da opção real de troca entre os combustíveis é dado pela diferença entre o valor do

fluxo de caixa rígido (utilizando apenas gasolina) e o valor do fluxo de caixa flexível (possibilidade de escolha entre gasolina C e álcool).

Cabe destacar ainda que a opção de mudança de uso é interessante pra empresas cujos produtos apresentem demanda volátil como, por exemplo, brinquedos, eletrônicos de consumo e automóveis. Já para empresas de energia elétrica, indústria química, entre outras, a opção de troca de insumo tem bastante valor já que são instalações dependentes de matéria-prima.

4 Simulação de Monte Carlo

4.1 O Método de Simulação

A ideia e o nome Monte Carlo são atribuídos a S. Ulam e N. Metropolis no Projeto Manhattan durante o tempo da Segunda Guerra Mundial. O primeiro artigo sobre o assunto, “*The Monte Carlo Method*”, escrito por Metropolis & Ulam, foi publicado em 1949 no *Journal of the American Statistical Association*.

Simulação é um método para reproduzir os possíveis desempenhos de um sistema da vida real. A Simulação de Monte Carlo (SMC) é um método numérico computacional baseado na amostragem probabilística repetida das variáveis de entrada, *inputs*, que geram repetidos resultados, os *outputs*, os quais podem ser representados por distribuições de probabilidades.

Basicamente, a SMC é baseada na geração de números aleatórios, que são utilizados como parâmetros de entrada para se extraírem valores de uma distribuição acumulada de uma variável qualquer, que pode ser, por exemplo, receitas, custos ou investimentos. É uma técnica de análise de risco que pode ser utilizada com o auxílio de um *software* para simular prováveis eventos futuros.

Inicialmente, cria-se uma tabela de distribuição de probabilidades das variáveis que serão simuladas. Em seguida, o *software* de simulação gera um número aleatório para cada variável simulada, buscando na tabela feita inicialmente qual valor da variável corresponde ao número aleatório gerado. Desse modo, obtém-se um cenário inicial de variáveis que é utilizado para encontrar um primeiro valor presente esperado do investimento. São feitas várias simulações e no final são obtidos o valor presente esperado médio e o desvio padrão do valor presente. Após a simulação, calculam-se as médias e outros momentos probabilísticos das distribuições de resultados. Nesse trabalho, o *software* utilizado para realizar a simulação é o *@risk*.

Resumidamente, o método de Simulação de Monte Carlo possui as seguintes etapas, de acordo com Nascimento (2012):

1. Especificar as distribuições das variáveis de entrada, incluindo sequências temporais de distribuições, ou seja, processos estocásticos e suas correlações/dependências;
2. Fazer amostragem das distribuições de dados de entradas (*inputs*);
3. Realizar operações matemáticas com as amostras dos *inputs* para calcular o resultado (*output*) gerado por essas amostras;
4. Repetir os passos anteriores N vezes, gerando N *outputs*;
5. Calcular a média e outras propriedades probabilísticas da resultante distribuição de *outputs*.

Esses passos são mostrados na figura abaixo:

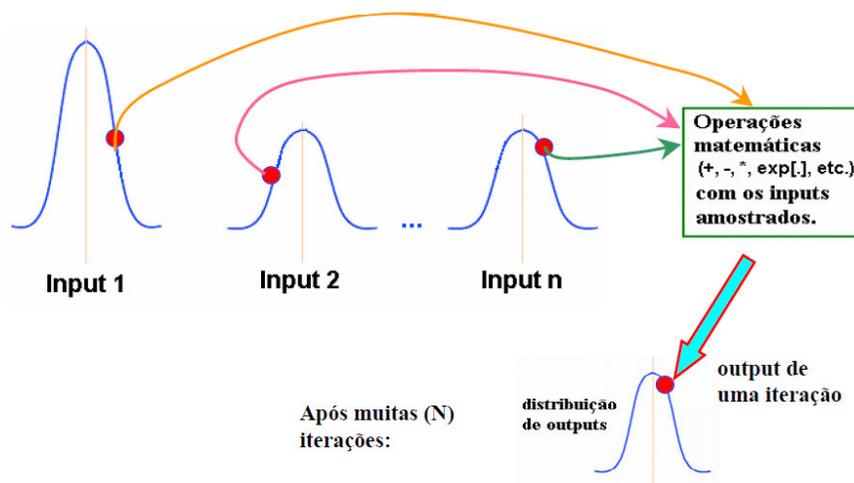


Figura 3 - Passos da Simulação de Monte Carlo
Fonte: Dias, (2012).

Na SMC não há necessidade de escrever as equações diferenciais já que há simulação direta do processo estocástico de várias fontes de incerteza simultaneamente. Com isso, ela se torna muito útil em problemas de grande complexidade com muitas variáveis e fatores de risco.

Além disso, em uma simulação pode-se dizer que quanto mais iterações forem realizadas, menor será o erro já que, segundo a lei dos grandes números, se o número de iterações for grande, a média da distribuição obtida na simulação convergirá para a média teórica correta.

Destaca-se também que existem dois tipos de simulação: a simulação neutra ao risco e a simulação real. A simulação neutra ao risco é utilizada para valoração de opções reais e derivativos, enquanto que a simulação real é aplicada

em *value-at-risk*, simulações para *hedge*, estimativa de probabilidades de exercício de opção e tempo esperado para o exercício, entre outras aplicações. Na simulação neutra ao risco, usa-se a taxa livre de risco enquanto que na simulação real, o ativo básico terá que utilizar uma simulação real com taxa ajustada ao risco. Para opção real, deve-se utilizar a simulação neutra ao risco mais a taxa livre de risco porque a princípio não é possível saber qual a taxa ajustada ao risco da opção.

Cabe ressaltar que antes de realizar a simulação é necessário obter a equação de discretização do processo estocástico, o que significa fazer $P(t) =$ função de $P(t-1)$, sendo que cada processo estocástico possui a sua própria discretização. Nesse trabalho será aplicada a simulação de Monte Carlo com o objetivo de modelar os preços da gasolina e do álcool de acordo com o processo estocástico de reversão à média com saltos de Poisson e será utilizada a equação de discretização obtida na seção 2.6.1.

5

A Indústria Brasileira Automobilística

5.1

A Trajetória do Álcool Combustível no Brasil

Pode-se dizer que o uso de álcool na matriz energética brasileira é destaque mundial pelo pioneirismo e pelos volumes produzidos e consumidos no país. Nessa seção será apresentado um breve histórico da trajetória pela qual passou o álcool.

De acordo com Marcoccia (2007), o emprego do etanol no Brasil teve início no começo do século XX, quando as primeiras tentativas para uso de álcool em veículos foram realizadas pela Sociedade Nacional de Agricultura. Com a Primeira Guerra Mundial e a ocorrência do desabastecimento de combustível, houve motivação para a realização, a partir de 1920, de várias experiências por usinas nordestinas através de utilização de misturas de combustíveis com álcool. Com um decreto em fevereiro de 1931, o uso obrigatório de 5% de álcool misturado com a gasolina importada tornou-se realidade.

Em 1933, houve a criação do Instituto do Açúcar e Álcool (IAA) que possibilitou a organização dos produtores, meios e recursos para financiamento das lavouras e usinas. Em 1938, estendeu-se a mistura de 5% de álcool à gasolina produzida em território nacional, pela primeira refinaria brasileira de petróleo, a Destilaria Rio-Grandense de Petróleo. Com o agravamento dos problemas de abastecimento de petróleo decorrentes da Segunda Guerra, a mistura chegou a ter 42% de álcool a gasolina.

Já em 1948, foram estabelecidos incentivos à produção do álcool com fins carburantes. Entretanto, com o fim do conflito mundial e a busca por petróleo em território nacional, o uso do etanol ficou restrito ao uso industrial e farmacêutico. Na década de 1960, o álcool com fins carburantes ainda era utilizado em pequenas porcentagens.

Com a primeira crise do petróleo, houve aumento dos preços e elevação das contas de importação e isso levou o governo a buscar alternativas, entre as quais estava o Programa Nacional do Álcool. Esse programa, também conhecido

como Proálcool, foi criado em 1975, no governo do presidente Ernesto Geisel e tinha como objetivo inicial expandir a produção de etanol anidro para uso como insumo industrial e em adição à gasolina, reduzindo a dependência por petróleo importado. Somando-se a isso, a indústria sucroalcooleira passava por dificuldades econômicas, decorrentes do declínio dos preços do açúcar no mercado mundial e apresentava capacidade ociosa de produção de etanol.

O Proálcool instituiu condições de incentivos e subsídios fortemente favoráveis à instalação de plantas produtoras de etanol no Brasil nos primeiros anos de sua implantação, intensificados a partir de 1979. De acordo com Leite (2007), os subsídios podem ter atingido em torno de 96% do financiamento concedido para a construção de novos empreendimentos.

Já a segunda fase do programa, que ocorreu entre 1980 e 1986, foi marcada pelo desenvolvimento de veículos movidos a etanol, nesse caso hidratado, sob impacto do segundo choque de petróleo que triplicou o preço barril de petróleo, da precedente elevação acentuada dos preços da gasolina e também do excesso de oferta de etanol anidro no mercado nacional.

Contudo, a expansão das vendas de veículos movidos a etanol e o consequente aumento de seu consumo para fins automotivos, não foi acompanhada do aumento da oferta desse combustível levando a uma forte crise no seu abastecimento. Isso ocorreu porque, no final da década de 1980 e no início da década de 1990, os preços do petróleo caíram e estabilizaram-se, o governo brasileiro promoveu a desregulamentação do setor, encerrando subsídios e facilidades de crédito e as usinas de produção de açúcar e etanol focaram sua produção no primeiro devido à atratividade de seu preço. Com isso, a produção nacional de combustível não foi capaz de suprir toda a demanda interna. Como consequência, ocorreram importações de álcool e montadoras voltaram a produzir carros movidos à gasolina.

Em 1989 foi determinada pelo governo a redução do teor de etanol anidro adicionado à gasolina de 18 para 13%, em virtude de quebra na safra de 1989-90, reduzindo intensamente a oferta de etanol. Os preços do etanol subiram, os estoques reguladores foram consumidos e os consumidores enfrentaram a falta do biocombustível, que ruiu a confiança no setor, e a conseqüente desvalorização de seus veículos. Desde então, as vendas de automóveis novos movidos a etanol

combustível declinaram ano após ano, sendo encerrada a produção desse tipo de automóvel em 2007.

A tabela abaixo apresenta o número de unidades de carro movido a álcool produzidas desde o lançamento em 1979 até 2007 quando se encerrou a produção desse tipo de veículo. Pode-se observar também a porcentagem da participação desse tipo de automóvel na produção total de carros que inclui os carros a gasolina, a diesel e também os carros *flex* a partir de 2003.

Ano	Unidades produzidas de carro a álcool	Participação na produção total de carros
1979	3.328	0,36%
1980	239.251	25,64%
1981	120.934	20,64%
1982	214.406	31,88%
1983	549.550	73,43%
1984	496.653	73,10%
1985	573.383	75,53%
1986	619.854	76,04%
1987	388.321	56,82%
1988	492.967	63,01%
1989	345.605	47,28%
1990	71.523	10,79%
1991	128.857	18,27%
1992	163.127	19,99%
1993	227.684	20,69%
1994	120.177	9,62%
1995	32.628	2,51%
1996	6.373	0,44%
1997	1.075	0,06%
1998	1.188	0,09%
1999	10.197	0,92%
2000	9.428	0,69%
2001	15.406	1,03%
2002	48.022	3,16%
2003	31.728	2,11%
2004	49.796	2,67%
2005	43.278	2,15%
2006	758	0,04%
2007	3	0,00%

Tabela 1 - Unidades produzidas de carro a etanol e sua participação na produção total de carros
Fonte: Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores, (2012).

No gráfico abaixo, consegue-se observar que o pico da produção de carros movidos a álcool foi em 1986 e que após esse ano a produção começou a cair.



Figura 4 - Gráfico de carros produzidos a álcool

Fonte: Adaptado de Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores, (2012).

A partir de 2001, acontece uma nova expansão de canaviais além de áreas tradicionais do interior paulista com o objetivo de fornecer álcool em grande escala. Entretanto, diferentemente do ocorrido nas décadas de 70 e 80 com o programa Proálcool, não há intervenção subsidiada do governo. Dessa vez, a decisão foi da iniciativa privada que acredita na expansão do álcool combustível, no Brasil e no mundo. Isso está muito relacionado à ideia de expansão de fontes de energia renováveis e menos poluentes em contraposição aos combustíveis fósseis.

Somado a isso, com o surgimento do automóvel *flex*, em 2003, que pode ser abastecido tanto por gasolina como por álcool, houve aumento da demanda por etanol.

Passando por crise de confiança junto aos consumidores, o etanol hidratado voltou a ser tema de políticas públicas de abastecimento e em abril de 2011, através da publicação da Medida Provisória nº 532, a produção de etanol e toda sua cadeia até o posto revendedor de combustível passou a ser regulada pela ANP. Assim, cabe a Agência atualmente editar regulamentos focados em garantia de abastecimento. Isso é importante para garantir que a flexibilidade dada pelo carro *flex* tenha valor.

5.2 A Inovação do Carro Flex

Os veículos *flex-fuel* são tipicamente automóveis que operam com gasolina C, etanol ou quaisquer misturas destes combustíveis. A escolha do combustível é feita pelo consumidor no momento do abastecimento, levando-se em consideração a disponibilidade e o preço do combustível, assim como o desempenho do veículo. A diferença entre carros comuns e os *flex-fuel* existentes no Brasil é que nestes o sistema de gerenciamento eletrônico da injeção e da ignição é capaz de identificar, indiretamente, o combustível ou mistura utilizada e ajustar sua operação adequadamente a estes.

Sabe-se que a tecnologia conhecida como *flex-fuel* originou-se de pesquisas realizadas nos Estados Unidos, Europa e Japão no final da década de 1980. Essa tecnologia se baseia no reconhecimento, por meio de sensores, do teor de álcool em mistura com a gasolina e no ajuste automático da operação do motor para as condições mais favoráveis de uso da mistura em questão. Em 1992, a General Motors introduziu a tecnologia *flex-fuel* no mercado norte-americano, principalmente para frotas cativas.

Entretanto, no Brasil, os estudos para a aplicação dessa tecnologia foram iniciados na Bosch, em 1994, que vislumbrou a possibilidade de veículos *flex* substituírem os carros exclusivamente a etanol. Em 1999, outra importante empresa de tecnologia automobilística, a Magneti Marelli, anunciou também dispor de tecnologia para desenvolver o *software* que, acoplado ao sistema de gerenciamento do motor, identifica qual combustível está sendo usado, faz a adaptação e possibilita o funcionamento normal do veículo. O primeiro modelo *flex* introduzido no mercado automobilístico brasileiro foi o Gol Total *Flex*, da Volkswagen, em março de 2003.

Segundo Fonseca (2004), o motor *flex* funciona de maneira semelhante a um motor a álcool convencional. O que o diferencia é a central eletrônica que gerencia o funcionamento. Essa central identifica a proporção da mistura álcool-gasolina e ajusta o funcionamento do motor, alterando o ponto de ignição e o tempo de injeção de combustível. O sinal recebido é o da composição dos gases resultantes da combustão, através da sonda *lambda*, permitindo o ajuste a ser feito para o melhor funcionamento do motor. Para tirar proveito da maior octanagem

do etanol, a unidade de comando eletrônico adianta o ponto de ignição. A central memoriza a última proporção utilizada e se encarrega, quando necessário, de acionar a partida a frio.

Vale mencionar que o fato de o Brasil possuir uma ampla infraestrutura de abastecimento de etanol e a sensação de segurança associada à possibilidade de escolha pelo consumidor representam um fator de atratividade e diferenciação no mercado consumidor. Isso foi importante para afastar de vez o fantasma do desabastecimento de etanol vivenciado na década de 90. Além disso, o automóvel *flex* apresenta vantagens como economia para as montadoras, que não precisam mais desenvolver projetos em duplicata para veículos a etanol e a gasolina; e para os produtores de etanol, significa maior flexibilidade na oferta do combustível em função de variações da safra e de oportunidades no mercado de açúcar.

Outro incentivo para a compra do veículo *flex*, foi concedido pelo Governo Federal, em agosto de 2002, que na reclassificação de IPI para veículos, definiu que automóveis *flex-fuel* teriam o mesmo tratamento fiscal que os veículos a álcool. Sendo assim, as montadoras passaram a identificar mais vantagens nesta nova opção do mercado. O sucesso dos automóveis bicomcombustíveis trouxe benefícios não só para os consumidores, mas também para a economia brasileira, tanto na geração de empregos quanto na economia dos gastos com combustíveis fósseis.

Desde sua introdução no mercado, em 2003, a participação de veículos *flex-fuel* na produção nacional de automóveis tem aumentado. Em 2003 essa participação foi de 2,9% enquanto que em 2011 os carros *flex* representaram 86% da produção total de automóveis, conforme pode ser observado na figura 5.



Figura 5 - Produção interna de carros por tipo de combustível
 Fonte: Associação Nacional de Fabricantes de Veículos Automotores, (2012).

Além disso, de acordo com o Ministério de Minas e Energia (Brasil, 2012), o número de licenciamento de veículos leves em julho de 2012 foi de 351,2 mil, apresentando um aumento de 22% em relação a julho de 2011. Desse total, os carros *flex-fuel* representaram 88,4%. Em julho de 2012, o setor automotivo alcançou a marca de 17 milhões de veículos *flex-fuel* licenciados desde 2003 e a sua participação estimada na frota total de veículos leves é de 50%. A Figura 6 apresenta a evolução do número de carros *flex* licenciados desde janeiro de 2003 até janeiro de 2012.

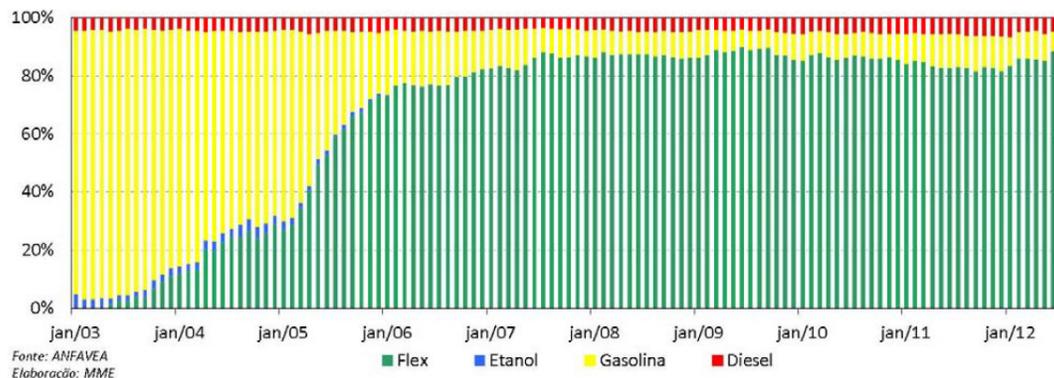


Figura 6 - Evolução do Licenciamento de carros Flex-fuel
 Fonte: Brasil, (2012).

Outro ponto a observar é que a entrada do carro *flex* no mercado estimulou o consumo do álcool hidratado no Brasil. O consumo passou de 3,7 bilhões de litros em 2003 para mais de 16 bilhões em 2009, como pode ser visto na figura 7.

Desse modo, esse tipo de veículo possibilitou a competição entre álcool e a gasolina C em todo o Brasil, dando ao consumidor a opção de migrar para gasolina caso o preço do litro do álcool nos postos revendedores ultrapasse cerca de 70% (Valor sugerido pelo Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada, CEPEA-USP) do litro da gasolina. Essa relação de escolha é muito importante para se calcular o valor da flexibilidade que o carro *flex* possibilita ao seu proprietário.

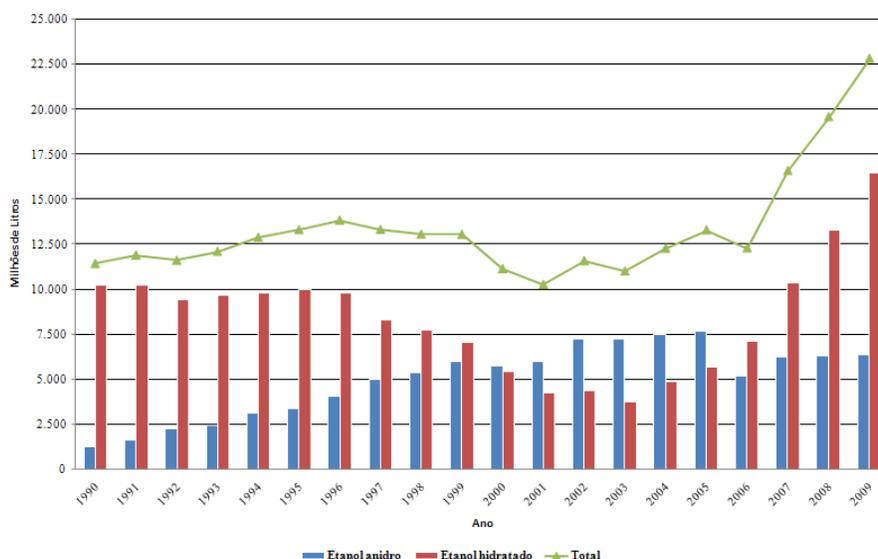


Figura 7 - Consumo Brasileiro de etanol - em milhões de litros
Fonte: Brasil, (2012).

5.3 Preços da Gasolina e do Etanol

Ao longo da década de 1990, teve início a desregulamentação do setor promovida pelo Estado. Até então os preços eram controlados, tanto para a gasolina quanto para o etanol.

Das principais ações envolvidas, destaca-se que o Instituto do Açúcar e do Alcool, órgão criado em 1933 e que atribuía cotas de produção e preços para o etanol e para o açúcar, foi extinto em 1990, segundo Marjotta-Maistro (2002).

De acordo com Barros (2007), os preços do etanol anidro foram liberados

em 1997 e os do açúcar, do etanol hidratado e do etanol para fins não automotivos em 1999.

Nesse cenário de desregulamentação, outro fato importante foi a criação da Agência Nacional do Petróleo (ANP) em 1997. Dentre as atribuições da agência, foram incorporadas as atividades de regulação de distribuição e revenda de derivados do então extinto Departamento Nacional de Combustíveis – DNC (Scandiffio, 2005). A ANP teve sua nomenclatura alterada para Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, em 2005. No entanto somente a produção de biodiesel foi definida como atividade regulada, enquanto a produção de etanol permanece sem regulamentação.

É importante destacar que desde 2002, vigora o regime de liberdade de preços dos combustíveis no Brasil. Assim, na cadeia de fabricação e venda não há tabelamento, participação governamental na formação dos preços ou autorização prévia para o ajuste de combustíveis.

Segundo Nascimento (2012), pode-se dividir o preço dos combustíveis na bomba em quatro componentes: preço de realização, impostos, logística e margem. O preço de realização é o preço de venda da mercadoria na usina ou refinaria sem impostos e fretes às distribuidoras de combustíveis. Os impostos são referentes ao imposto federal, PIS/PASEP¹ e COFINS², e ao estadual, ICMS³, que incide sobre o produtor e a distribuidora, e a CIDE⁴, de competência exclusiva da União, que incide somente sobre o produtor. Já a logística é composta pelo frete da usina/refinaria ao distribuidor e do distribuidor ao posto de revenda do combustível. E, por último, a margem, que é formada por uma parcela do distribuidor e outra do revendedor.

A figura 8 a seguir mostra a composição do preço da gasolina nas regiões do Brasil no período de 26 de agosto de 2012 a 01 de setembro de 2012.

¹ O PIS/PASEP (Programa de Integração Social) foi instituído em 1970 é uma contribuição das pessoas jurídicas com o objetivo de financiar o pagamento do seguro-desemprego e do abono para os trabalhadores que ganham até dois salários mínimos.

² A Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (COFINS) foi instituída em 1991 e incide sobre a receita bruta das empresas, é destinada a financiar a seguridade social.

³ O ICMS (Imposto sobre circulação de Mercadorias e Serviços) é um imposto que cada um dos Estados e o Distrito Federal podem instituir, como determina a Constituição Federal de 1988.

⁴ A Contribuição Social de Intervenção no Domínio Econômico (CIDE) foi instituída em 2003, incide sobre a importação e comercialização de petróleo e seus derivados, gás natural e seus derivados e álcool etílico combustível ou etanol combustível.

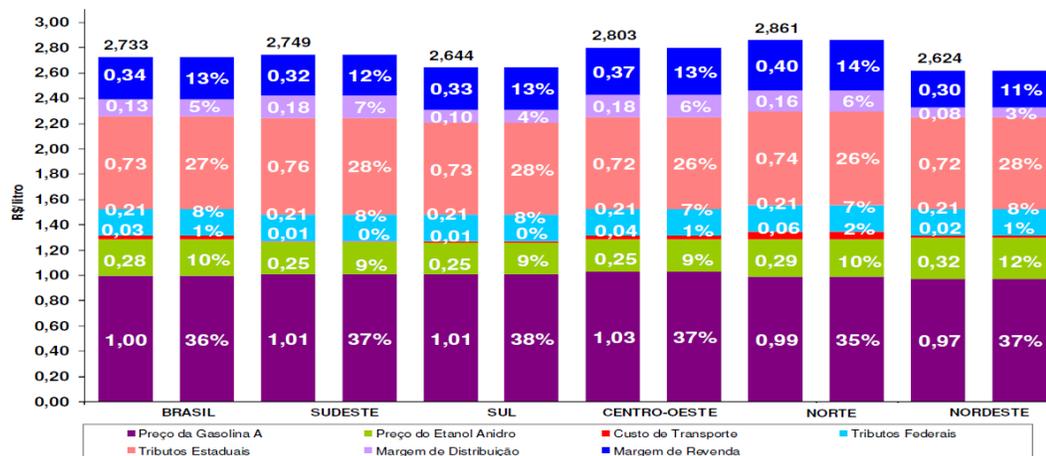


Figura 8 - Composição do preço da gasolina ao consumidor (R\$/litro e %): 26/08/12 a 01/09/12
Fonte: Brasil, (2012).

Dentre os impostos, o Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços, o ICMS, merece destaque importante porque possui alíquota diferente a depender do estado e também do combustível. No estado de São Paulo, por exemplo, a alíquota do imposto sobre o etanol é 12%⁵ e da gasolina 25%, enquanto que no estado do Paraná, a tributação sobre o álcool é de 18% e sobre o combustível fóssil é 28%. O estado do Pará possui a maior ICMS sobre o biocombustível, chegando a 30%. Nos estados em que a alíquota desse imposto é mais alta, o preço do etanol torna-se menos atraente para os consumidores. A figura 9 apresenta, em cinza, os estados possuem maiores alíquotas de ICMS sobre o álcool, de acordo com a União da Indústria de Cana-de-açúcar (2012).

⁵ Para maiores informações de tributação de ICMS por estado brasileiro consulte o Mapa do Consumidor da ÚNICA (2008), disponível em: <<http://english.unica.com.br/dadosCotacao/mapaConsumidor/>>.

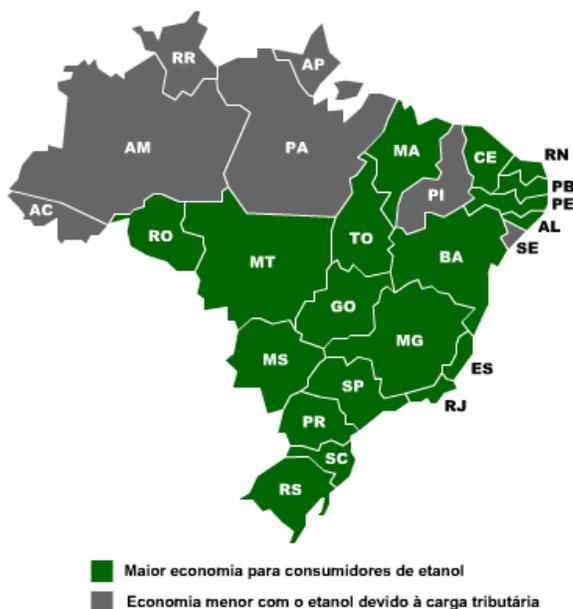


Figura 9- Mapa dos Estados Brasileiros com maior ICMS
 Fonte: União da Indústria da Cana-de-açúcar, (2012).

Estado	ICMS sobre o etanol (%)	Estado	ICMS sobre o etanol (%)
Rio Grande do Sul (RS)	25	Ceará (CE)	25
Santa Catarina (SC)	25	Piauí (PI)	25
Paraná (PR)	18	Maranhão (MA)	25
São Paulo (SP)	12	Tocantins (TO)	25
Minas Gerais (MG)	19	Goiás (GO)	20
Rio de Janeiro (RJ)	24	Mato Grosso (MT)	25
Espírito Santo (ES)	27	Mato Grosso do Sul (MS)	25
Bahia (BA)	19	Roraima (RR)	25
Sergipe (SE)	27	Pará (PA)	30
Alagoas (AL)	27	Amapá (AP)	25
Pernambuco (PE)	25	Amazonas (AM)	25
Paraíba (PB)	25	Rondônia (RO)	25
Rio Grande do Norte (RN)	25	Acre (AC)	25

Tabela 2 - Alíquota do ICMS sobre o etanol por Estado
 Fonte: União da Indústria da Cana-de-açúcar, (2012).

Como pode ser observado na Tabela 2, os estados das regiões Sul e Sudeste apresentam as menores tributações sobre o etanol enquanto que os estados das regiões Norte e Nordeste possuem as maiores alíquotas de ICMS sobre o biocombustível. Essa diferença de tributação reflete-se diretamente nos preços do etanol e por consequência no valor da opção. Por isso, essa distinção de

imposto é uma motivação para que se calcule o valor da opção por região geográfica.

Em relação aos impostos, cabe mencionar que em 2012, o Governo Federal zerou a CIDE que incide sobre os combustíveis.

A regra prática adotada pela maioria dos consumidores, baseada na relação do poder calorífico do etanol e da gasolina, consiste na análise da paridade de preços, ou seja, quando financeiramente se torna indiferente utilizar etanol ou gasolina. Assim, quando a razão entre o preço do etanol hidratado e o preço da gasolina C for acima de 70%, é mais vantajoso consumir gasolina C.

A Figura 10 ilustra essa relação de preços e paridade. Destaca-se que o preço em São Paulo é inferior ao preço médio do etanol nas capitais brasileiras, fato muito relacionado a esse estado ser um dos grandes produtores de etanol.

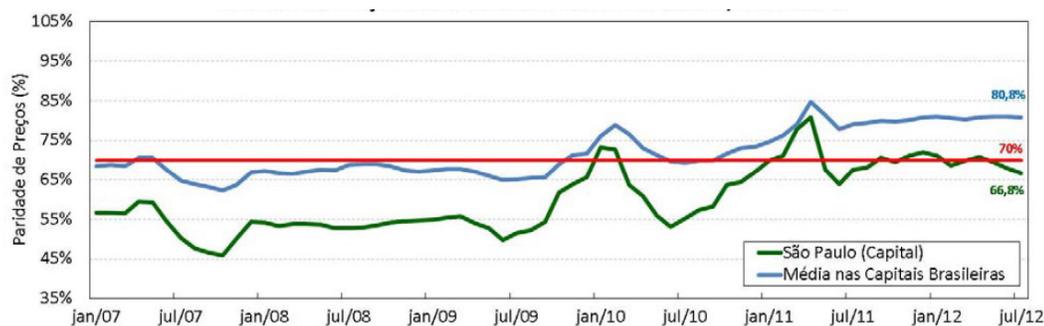


Figura 10 - Relação de preço ao consumidor entre etanol hidratado e gasolina C.
Fonte: Brasil, (2012).

Conforme se pode observar na Figura 10, as entressafras da região centro-sul nos anos de 2010 e 2011 afetaram fortemente os preços do etanol e a relação mesmo em São Paulo, que não apresentava momentos de desvantagem ao consumidor desde 2006, aproximou-se bastante da condição das demais capitais brasileiras, especialmente em 2011. Nesse ano, a paridade de preço álcool/gasolina se tornou desfavorável ao consumo do etanol devido à alta de seu preço e, em decorrência desse fato, a gasolina C conseguiu mais espaço. Assim, usuários do carro *flex* migraram para a gasolina e, o aumento da demanda da gasolina C, provocou o aumento do preço do etanol anidro.

Na Figura 11 é mostrado o comportamento dos preços aos consumidores, considerando as médias entre as capitais brasileiras, para os anos mencionados.

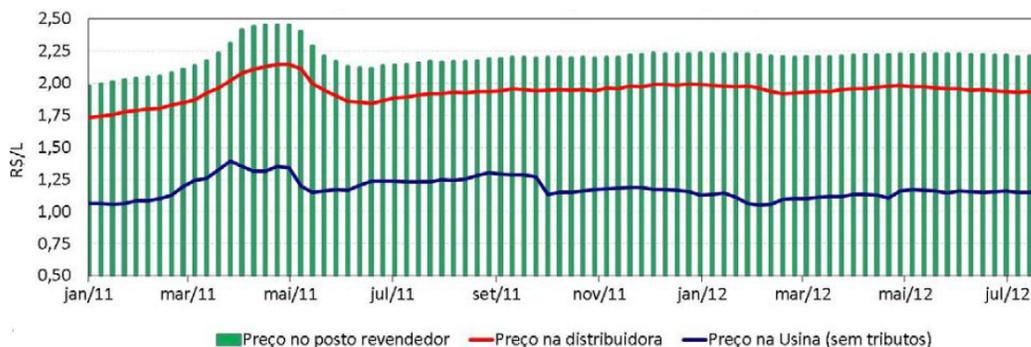


Figura 11 - Evolução dos preços médios de etanol hidratado nas capitais
Fonte: Brasil, (2012).

Já a Figura 12, apresenta a paridade de preço por região geográfica. Observa-se que, em média, as regiões que apresentam paridade inferior a 70%, sendo mais atrativo abastecer com álcool, são o Centro-oeste e o Sudeste. Entretanto, isso não significa que seja mais vantajoso abastecer com etanol em todos os estados dessas duas regiões. Já nas demais regiões a paridade favorece o abastecimento com a gasolina.

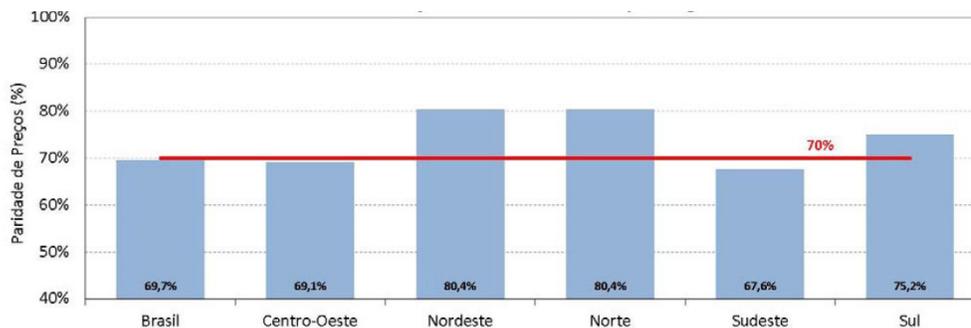


Figura 12 - Paridade de preço do etanol hidratado por região do Brasil
Fonte: Brasil, (2012).

Cabe ressaltar a importância de se adotarem políticas para assegurar o desenvolvimento de um mercado competitivo entre o etanol e a gasolina, já que a falta de competitividade pode ocasionar o consumo de somente um combustível e com isso a opção de troca de insumo deixaria de ser valiosa. Conseqüentemente, com o tempo a procura por carros *flex* pode vir a diminuir, já que veículos movidos a um só combustível tendem a ser mais eficientes, provocando o fracasso dos automóveis *flex-fuel*.

6 Metodologia e Validação dos Processos

Nesse capítulo serão apresentadas as premissas que foram adotadas no trabalho, os dados utilizados para o cálculo da opção e as limitações metodológicas. Além disso, também serão tratadas no presente capítulo a opção associada ao veículo *flex*, a validação dos processos estocásticos e determinação do processo que melhor se ajusta ao caso da opção de troca de combustível.

6.1 Premissas

Como o presente estudo tem como objetivo a comparação com os resultados encontrados por Nascimento (2012), as premissas aqui adotadas serão as mesmas que foram utilizadas no trabalho citado. Dentre essas premissas, encontram-se os padrões de consumo por parte do dono do automóvel *flex-fuel*, a vida útil do carro, a taxa livre de risco e o prêmio de risco que deve ser adotado.

Sendo assim, serão considerados para o cálculo da opção de troca de combustível: vida útil do carro de cinco anos, sendo percorridos 90.000 quilômetros em 60 meses; taxa livre de risco de 6% ao ano, equivalente a 0,49% ao mês e prêmio de risco de 6% ao ano, equivalente a 0,49% ao mês. Essas taxas são reais, ou seja, sem a inflação. Embora sejam elevadas, foram adotadas para efeito comparativo.

Além disso, a versão de carro a ser adotado será a 1.0. De acordo com a FENABRAVE (Federação Nacional de Veículos Automotores), os dois modelos mais vendidos no mercado nacional em 2012 (acumulado até agosto) foram VW Gol e Fiat Uno. Na tabela a seguir são apresentadas as quantidades vendidas dos dois tipos de automóvel por região geográfica do Brasil.

Região	Quantidade de carros vendidos por modelo	
	VW Gol	Fiat Uno
Centro - Oeste	19521	17071
Nordeste	29304	35396
Norte	8926	7805
Sudeste	98420	94941
Sul	44745	32924

Tabela 3 - Modelos de carros mais vendidos em 2012 (acumulado até agosto de 2012) por região geográfica

Fonte: Federação Nacional de Distribuição de Veículos Automotores, (2012).

Como pode ser observado na tabela 3, em quase todas as regiões geográficas o veículo líder de vendas é o VW Gol, a única exceção são os consumidores do Nordeste que preferem o Fiat Uno. Essa diferença é importante e será levada em conta no momento da análise do cálculo do valor da flexibilidade para o comprador de cada região.

Também é necessário especificar que versão dos veículos se deseja analisar. Para efeito comparativo, nesta dissertação foram utilizadas as mesmas versões e características de carros adotadas por Nascimento (2012), sendo eles o Gol 1.0 *Ecomotion* 2011 *flex* básico com 2 portas e o Mille *Fire Economy* 1.0 2011 *flex* básico com 2 portas como representantes do VW Gol e da Fiat Uno, respectivamente. Na tabela 4 a seguir, são apresentadas as características desses dois modelos assim como se pode observar a quantidade mensal de combustível necessária para percorrer mensalmente 1.500⁶ km (50 km diários) em território urbano por tipo de automóvel:

⁶ Mesmo valor utilizado em Nascimento (2012).

Características dos veículos	Gol 1.0 Ecomotion (G4) 2011	Mille Fire Economy 1.0 2011
Valor de venda (R\$) *	R\$ 26.160,00	R\$ 23.220,00
Consumo\rendimento urbano de gasolina (Km/L) **	10,5	12,7
Consumo\rendimento urbano de etanol (Km/L) **	7,4	8,9
Máxima relação entre os preços dos combustíveis (etanol/ gasolina)	0,705	0,701
Gasto mensal de gasolina (L)	142,86	118,11
Gasto mensal de etanol (L)	202,70	168,54
Tanque (L)	51	50
Quilômetros rodados por mês (Km)	1.500	1.500
Potência Máxima gasolina (cv)	72	65
Potência Máxima etanol (cv)	76	66

* Valor sugerido pelo fabricante em setembro de 2011 e mantido para efeito comparativo.

** Fonte: INMETRO.

Tabela 4 - Características dos veículos selecionados
Fonte: Nascimento, (2012).

Uma questão importante que cerca o tema dos carros *flex fuel* é o *trade-off* no uso dos combustíveis. Apesar de o álcool proporcionar um melhor desempenho aos veículos, já que no Brasil os carros *flex* foram criados a partir de carros movidos a etanol e assim os motores de automóveis *flex-fuel* normalmente são mais potentes quando se utiliza etanol hidratado, e também esse combustível ter um preço por litro menor que a gasolina, nem sempre essa diferença é vantajosa para o cliente, pois o etanol possui um menor rendimento quando comparado à gasolina, o que faz com que o veículo a álcool rode menos quilômetros que um veículo a gasolina com um mesmo volume de combustível.

Diante do exposto, o CEPEA-USP (Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada), recomenda ao motorista não abastecer o veículo *flex-fuel* com álcool sempre que o preço do litro superar 70% do valor da gasolina. Assim, nesse estudo foi considerado que o cliente sempre escolhe o melhor preço levando em conta a relação de rendimento de 70%, toda vez em que abastece. Sendo assim, o etanol nunca será escolhido quando seu preço superar 70% do preço da gasolina. Essa percentagem pode sofrer variações dependendo do tipo de automóvel (como pode ser visto na Tabela 4), mas como a diferença da relação de preços dos combustíveis entre os dois tipos de carros selecionados é menor que 0,6%, será mantida a porcentagem de 70% sugerida pela CEPEA-USP.

Na medida em que o exercício da opção de troca é possível em cada período sem custos e é independente de qualquer decisão tomada até então e qualquer outra que vier a ser tomada depois, essa opção particular também pode ser modelada como um conjunto de opções europeias até o final da vida útil do automóvel. O dono do veículo *flex-fuel* fará uma escolha ótima no momento do abastecimento, optando pelo menor fluxo de caixa mensal de forma a minimizar os seus custos durante a vida útil do automóvel.

Por fim, cabe mencionar que a SMC será aplicada considerando que a opção de troca expira a cada 1.500 km rodados em um mês, isto é, o consumidor escolhe um único combustível em todos os momentos de reabastecimento até que sejam percorridos 1.500 km mensais.

6.2 Levantamento de Dados

Os dados aqui utilizados para o cálculo da opção de troca de insumo são as series históricas dos preços (dados em reais por litro) da gasolina C e do etanol para as cinco regiões do Brasil no período de julho de 2001 a agosto de 2012. Esses dados foram obtidos no site da ANP (2012) e totalizam 134 informações para cada combustível por região geográfica brasileira.

Essas séries de preços são deflacionadas pelo índice geral de preços, IGP-DI, tendo como base o mês de julho de 2001. O IGP-DI é o Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna, calculado pela Fundação Getúlio Vargas e Conjuntura Econômica, tendo periodicidade mensal. Esse índice compreende o

período entre o primeiro e o último dia do mês de referência e reflete a evolução dos preços captada pelo Índice de Preços por Atacado (IPA), Índice de Preços ao Consumidor (IPC-FGV) e Índice Nacional de Preços da Construção Civil (INCC).

É importante ressaltar que para a estimação dos parâmetros do modelo de reversão a média com saltos de Poisson serão utilizadas as séries de preços deflacionadas (base julho de 2001) por região geográfica. A figura 13 a seguir mostra essas séries:

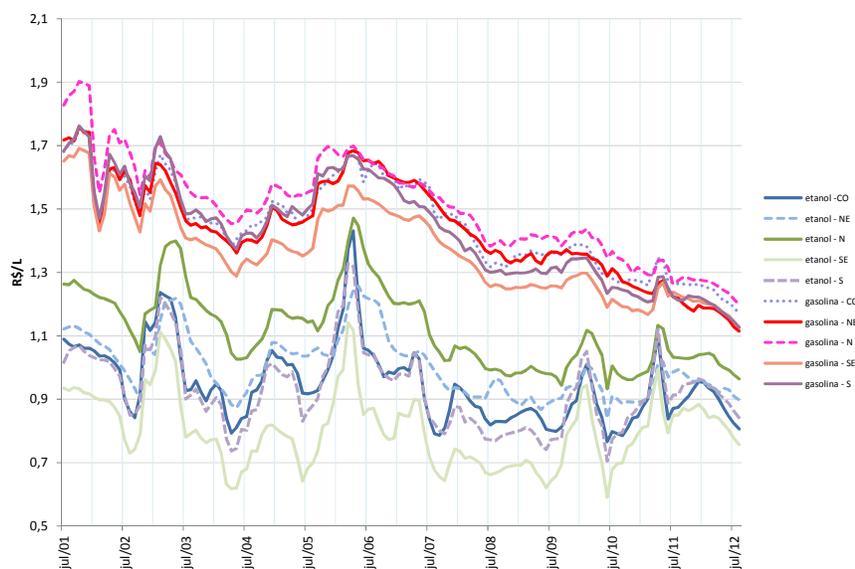


Figura 13 - Preços médios do etanol e gasolina deflacionados pelo IGP-DI por região geográfica do Brasil, base jul-01

Observando a figura 13, pode-se notar que os preços dos combustíveis tendem a um preço médio de longo prazo, porém apresentam choques estocásticos discretos (saltos) tanto para cima quanto para baixo, como o que ocorre em maio de 2002, maio de 2004, junho de 2005 e maio de 2006, entre outros. Assim, essa análise gráfica corrobora com a aplicação do MRM com saltos de Poisson. Na seção 6.4 será validada a aplicação desse modelo por meio de testes estatísticos.

6.3 Limitações Metodológicas

Como mencionado anteriormente, os saltos são eventos raros, que ocorrem com baixíssima frequência, sendo difícil extrair informações sobre esses eventos, além da escassez de trabalhos na literatura sobre o MRM com saltos. Isso, somado ao fato de não terem sido encontradas informações dos preços de gasolina C e etanol hidratado, por região geográfica, nos períodos anteriores a julho de 2001, possuindo apenas 134 dados dos preços dos combustíveis, tornam mais complicada a obtenção dos parâmetros do MRM com saltos de Poisson.

Entretanto, no que diz respeito aos preços do etanol, Bastian-Pinto (2009) argumenta que os preços relativos a esse combustível só se tornam significativos para análise após 2001, já que antes disso o mercado de etanol era muito reduzido e, principalmente, porque até aquele momento existia uma forte influência do preço da gasolina no preço do álcool devido à regulamentação de preços vigente no Brasil.

6.4 Opção Associada ao Carro Flex Fuel

Ao analisar uma possibilidade de investimento, o investidor se depara com três fatores que determinam a natureza do investimento: irreversibilidade, incerteza e o momento de investir. Segundo Dixit e Pindyck (1994), a irreversibilidade pode ser definida como o custo inicial do investimento, que é ao menos parcialmente perdido e não se pode recuperar caso haja mudança de ideia quanto à decisão de investir. No caso do carro *flex-fuel*, o conceito de irreversibilidade se aplica à compra do automóvel. O consumidor tem um investimento inicial, o valor do veículo, que é parcialmente perdido no caso do consumidor desistir do carro. O preço de revenda do veículo é sempre menor que o preço de compra, ou seja, o consumidor não consegue recuperar integralmente o investimento feito.

Já a incerteza é referente aos benefícios futuros do investimento. No caso do comprador, a incerteza de um automóvel está no preço do combustível. O dono do veículo não sabe como vai variar o preço da gasolina ou do álcool ao longo do

tempo. Por fim, há flexibilidade de escolher o combustível com a melhor relação custo benefício cada vez que o veículo é abastecido.

Como exposto na seção 6.2, considerar-se-á a relação de 70% entre os preços dos combustíveis no momento de abastecer, sendo este o limite para exercício da flexibilidade associada ao veículo *flex*. Com isso, conforme Nascimento (2012), ajusta-se um fator de 1/0,70 ao preço deflacionado do etanol hidratado e compara-se a evolução de seu preço ao da gasolina também deflacionada, ambos com base em julho de 2001. Por meio dessa comparação é possível verificar em quais períodos deixa de ser vantajoso o consumo do etanol. Nas figuras 14, 15, 16, 17 e 18 podem ser observadas as comparações da evolução dos preços dos combustíveis por região geográfica para o período de análise.



Figura 14 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Centro-Oeste

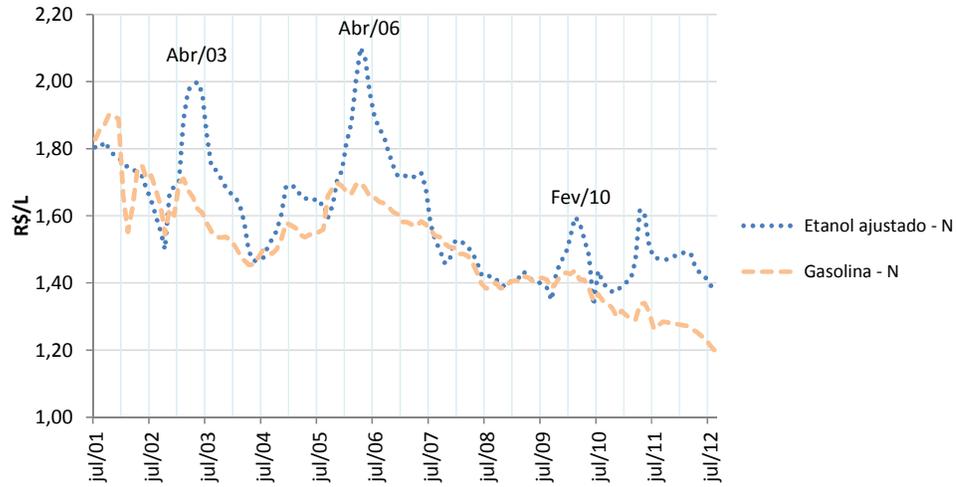


Figura 15 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Norte

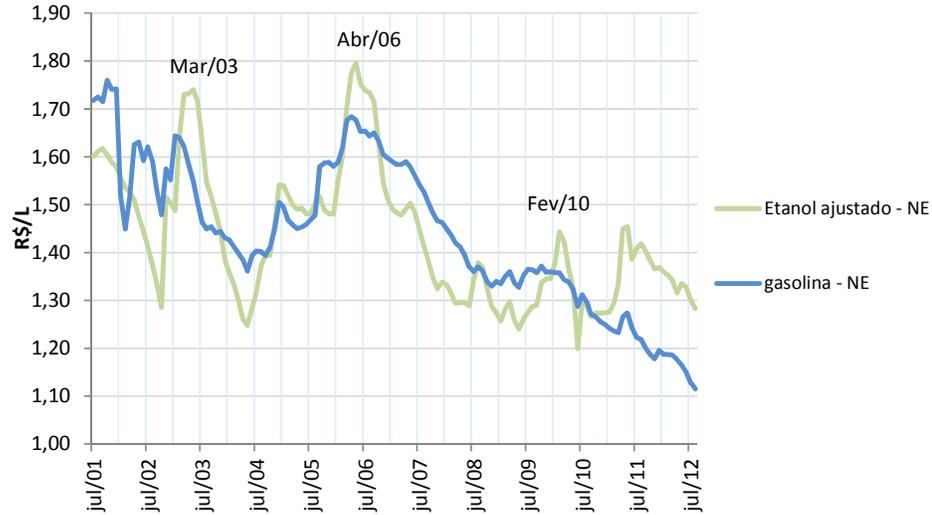


Figura 16 – Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Nordeste

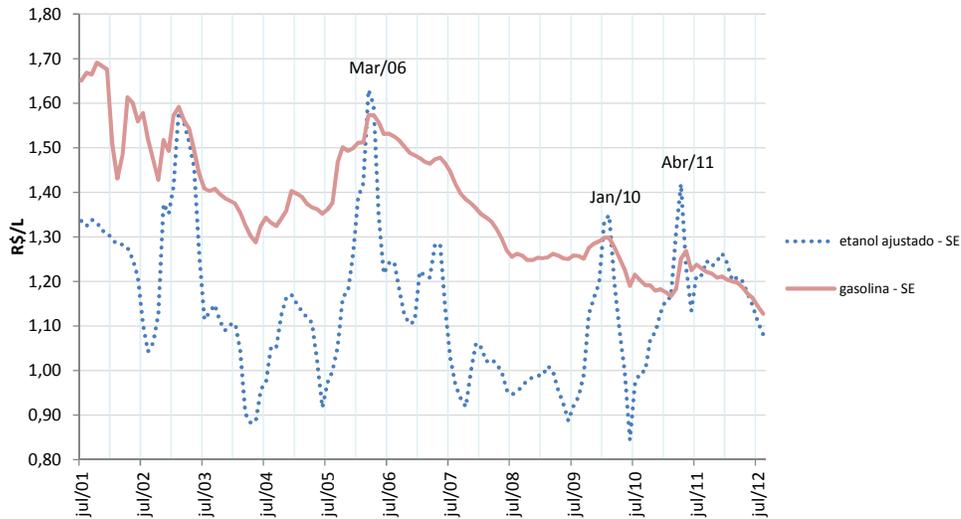


Figura 17 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Sudeste

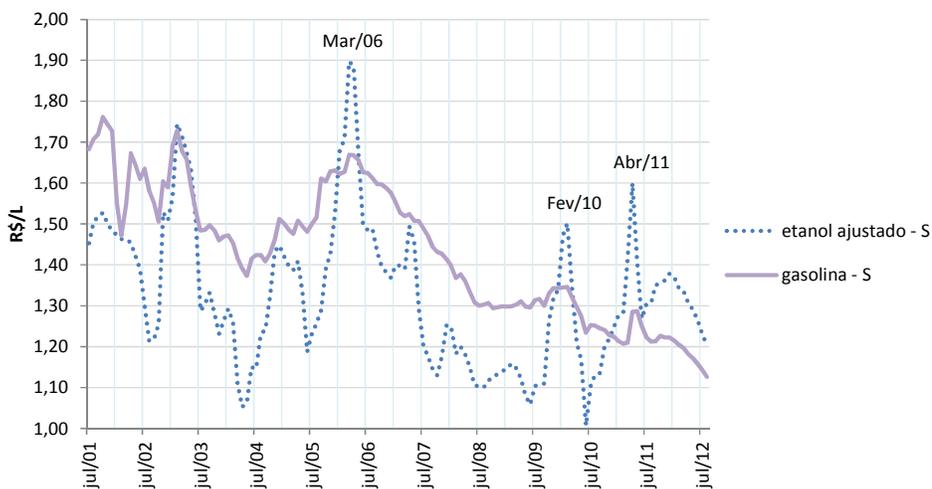


Figura 18 - Evolução dos preços do etanol ajustado e gasolina deflacionados na região Sul

Os períodos em que se verifica que se torna mais custoso, portanto menos vantajoso, abastecer com o biocombustível pode estar relacionado aos períodos de entressafra da produção de cana.

De acordo com as figuras acima, é possível observar que a flexibilidade associada ao carro *flex-fuel* tem valor e a opção de troca pode ser exercida pelo proprietário, já que os preços dos combustíveis flutuam, ora a gasolina é mais econômica, ora é o etanol. É essa flutuação, ou volatilidade, que permite que a opção seja valorada usando TOR. Assim, visando ter gastos mensais mais

econômicos, o consumidor tem a opção de abastecer com o combustível mais barato, configurando dessa maneira uma opção de troca de insumo (*switch input*).

6.5 Validação do Processo Estocástico

Para saber qual é o processo estocástico, dentre MGB, MRM ou MRM com saltos de Poisson, que melhor modela os preços dos combustíveis são realizados dois testes estatísticos: o teste da raiz unitária de Dickey-Fuller e o teste razão da variância.

6.5.1 Teste de Dickey-Fuller

O teste de raiz unitária de Dickey-Fuller é realizado para verificar se a hipótese que as séries de preços deflacionadas seguem o MGB é rejeitada.

Este teste examina a hipótese nula de presença de raiz unitária contra a hipótese alternativa de que a série é estacionária. Nele, a presença de uma ou mais raízes unitárias indica não-estacionaridade no comportamento de uma série histórica, isto é, os valores tendem a aumentar com o transcorrer do tempo. Ele tem sido muito aplicado porque o processo gerador da série segue o modelo:

$$x_t = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t, \text{ onde } \varepsilon_t \text{ é um ruído branco}^7.$$

Por razões teóricas subtrai-se x_{t-1} de ambos os lados, de forma que essa série possa ser escrita como um modelo AR(1):

$$x_t - x_{t-1} = a + (b-1)x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (6.1)$$

Assim, o teste da raiz unitária para esse modelo consiste em testar as seguintes hipóteses:

$$H_0: b-1=0$$

$$H_1: b<1$$

⁷ Normalmente independente, com média 0 e variância σ^2 .

Caso a hipótese nula não seja rejeitada, a série terá raiz unitária e seguirá um caminho aleatório, podendo ser modelada segundo o MGB. Caso contrário, se rejeita a existência desse movimento. Assim, a não existência de raízes unitárias indica a ocorrência do MRM. Além disso, a inclinação negativa também um indício da existência de um MRM.

Para o teste, é feita uma análise da estatística τ obtida na regressão linear do logaritmo natural da série de preços do etanol (e_t) e gasolina (g_t) que seguem o modelo (6.1):

$$\ln[e_t] - \ln[e_{t-1}] = a_{\ln[e]} + (b_{\ln[e]} - 1)\ln[e_t] + \varepsilon_t \quad (6.2)$$

$$\ln[g_t] - \ln[g_{t-1}] = a_{\ln[g]} + (b_{\ln[g]} - 1)\ln[g_t] + \varepsilon_t \quad (6.3)$$

Após a obtenção da estatística τ , é feita uma comparação entre o valor dessa estatística e os valores críticos. Se τ é menor que o valor crítico, a hipótese nula é rejeitada e, portanto, a série é estacionária.

Para que essa análise possa ser realizada, os valores críticos do teste τ da raiz unitária (Dickey-Fuller) com uma constante e sem tendência podem ser vistos na Tabela 5 que segue:

Tamanho da Amostra	Nível de Confiança	
	1%	5%
50	-3,58	-2,93
100	-3,51	-2,89
250	-3,46	-2,88
∞	-3,43	-2,86

Tabela 5- Valores críticos assintóticos de teste da raiz unitária (Dickey-Fuller) com uma constante e sem tendência temporal

Fonte: Gujarati (2004), p. 975.

Quando esse teste é realizado sobre o preço de *commodities* não financeiras, a hipótese nula da raiz unitária dificilmente é rejeitada, ou seja, é muito difícil rejeitar que a série não segue o MGB. Dixit e Pindyck (1994) e Pindyck (1999) só conseguem comprovar que os preços do petróleo não seguem o MGB para uma série de dados de 120 anos. Em série de dados menores, 30 e 40

anos, os autores não conseguem rejeitar a hipótese nula. Apesar disso, Bastian-Pinto (2009) defendem que mesmo não sendo rejeitada a hipótese nula, quando obtido $0 < b < 1$, há indícios de reversão à média.

A seguir, apresentam-se os resultados com os parâmetros da regressão linear simples do logaritmo natural da série de preços deflacionada realizada usando o *software* Excel e a estatística τ por região geográfica.

Parâmetro	CO		NE		N		SE		S	
	ln etanol	ln gasolina								
a	-0,008	0,003	-0,002	0,001	0,002	0,004	-0,026	0,004	-0,009	0,001
b	0,900	0,984	0,945	0,989	0,961	0,983	0,895	0,978	0,905	0,989
b-1	-0,100	-0,016	-0,055	-0,011	-0,039	-0,017	-0,105	-0,022	-0,095	-0,011
σ_e	0,053	0,022	0,031	0,022	0,030	0,021	0,061	0,021	0,055	0,022
τ para (b-1)	-2,616	-0,839	-1,951	-0,604	-1,577	-0,970	-2,762	-1,222	-2,559	-0,635

Tabela 6 - Resultados da regressão linear para o ln dos preços dos combustíveis por região geográfica

Fonte: Elaboração Própria

Analisando a tabela acima com os resultados, pode-se observar que o valor de $b-1$ para todas as regiões é menor que zero e também que todas as regiões possuem b positivo. Para a comprovação que as séries são estacionárias e seguem um MRM, esses valores de b tem que ser estatisticamente menores que um. Com o intuito de verificar se isso ocorre, comparam-se os resultados obtidos de τ com os valores críticos, para o nível de significância de 5%, e verifica-se que a hipótese nula, ou seja, de que existe raiz unitária, não é rejeitada para ambos os combustíveis em todas as regiões geográficas. Isso acontece porque o valor crítico de -2,88 (retornado pela Tabela 5) é menor que todas as estatísticas τ calculadas, o que indicaria a adequabilidade do MGB.

Entretanto, a não rejeição da hipótese nula não implica aceitação dela, isso somente deixa a questão em aberto, sendo necessário realizar outro teste estatístico, o teste da razão de variância. Conforme mencionado anteriormente, se $0 < b < 1$, a falha na rejeição dessa hipótese não impede a existência do MRM, e consequentemente do MRM com saltos, na variável de interesse.

6.5.2 Teste da Razão da Variância

Utiliza-se outra alternativa, o teste da razão da variância, R_k , para investigar que modelo estocástico deve ser seguido. Este teste é aplicado, para cada tipo de combustível, e por região geográfica, a fim de verificar se o choque entre os preços de um mesmo combustível é temporário ou permanente e também foi aplicado em Pindyck (1999) e Bastian-Pinto (2009) que argumentam que ele é mais informativo que o da raiz unitária. Neste teste é verificado se os choques nos preços são temporários, ou seja, se eles se dissipam na medida em que o preço reverte à média, ou são permanentes.

O teste da razão da variância é baseado no fato de que se o preço segue um passeio aleatório, ou seja, ele é não estacionário, então a variação das diferenças de k -períodos deve crescer linearmente com o período k .

Esta razão de variância R_k , que segue a fórmula abaixo, representa uma medida da extensão da persistência dos choques de preços, ou ainda, a importância relativa de qualquer componente do preço que siga um passeio aleatório.

$$R_k = \frac{1}{k} \frac{\text{Var}(p_{t+k} - p_t)}{\text{Var}(p_{t+1} - p_t)} \quad (6.4)$$

Sabe-se que em um processo auto-regressivo, os choques de preço tendem a dissipar-se sob a permanente força de reversão, ao contrário do caso de um MGB em que os choques de preço são permanentes. Com isso, no caso de um MGB, na medida em que a variância cresce linearmente com k , a razão R_k deve convergir a 1 quando k cresce. Entretanto, na presença de reversão à média, a variância é delimitada a um determinado nível a medida que k cresce. Ou seja, a razão da variância, R_k , deve cair para valores altos de k , indicando que os choques de preço não são permanentes e que os preços tem reversão a um valor de equilíbrio.

Os resultados para a variação dos *lags* (períodos) de 1 a 132, que também foram aplicados no logaritmo neperiano da série de preços deflacionados, podem ser observados nas Figuras 19 e 20 que seguem:

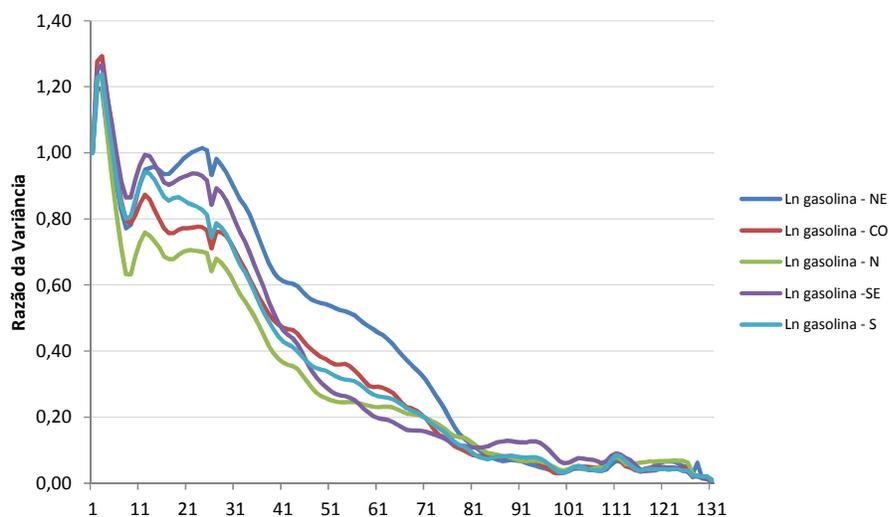


Figura 19 - Teste da razão da variância para o ln do preço da gasolina por região geográfica

Por meio da figura 19 acima, pode-se perceber que a razão da variância para o logaritmo do preço da gasolina deflacionada apresenta inicialmente uma subida, seguida de queda e a partir do *lag* 25 aproximadamente a razão cai de forma lenta, tendendo a uma estabilidade de longo prazo. A razão R_k fica abaixo de 0,01 para as regiões Norte, Centro-Oeste, Sudeste, Sul e Nordeste quando o *lag* atinge 132.

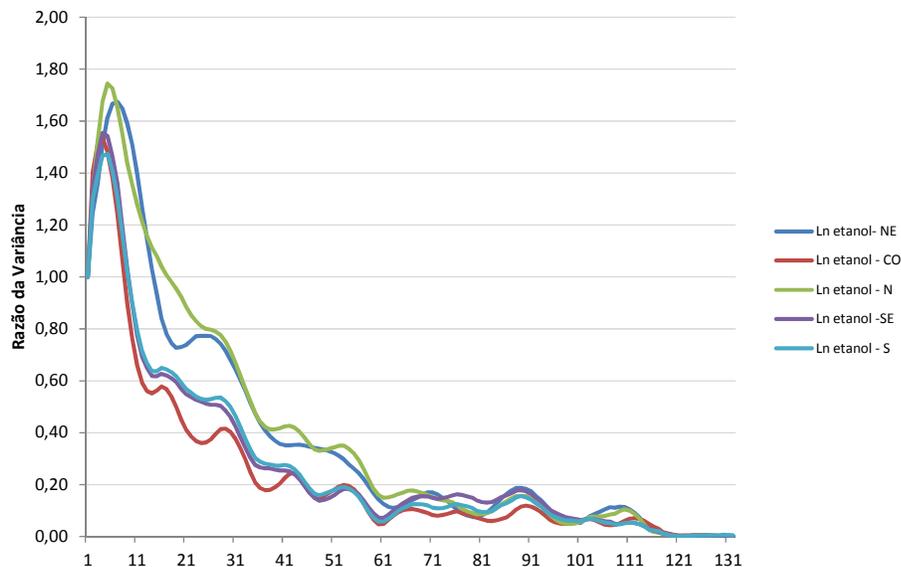


Figura 20 - Teste da razão da variância para o ln do preço do etanol por região geográfica

Já na Figura 20, pode-se notar que em todas as séries, inicialmente, há um aumento da razão da variância, R_k , com o aumento do *lag* k . Este fato é consistente tanto com MGB quanto com o MRM. Pode-se reparar ainda que R_k cresce no início e, quando atinge um máximo, começa a cair. Esta queda é mais acentuada do que a que ocorre com o logaritmo do preço da gasolina. Observa-se ainda que a razão da variância para o logaritmo do preço do etanol hidratado deflacionado decai para abaixo de 0,01 para todas as regiões geográficas do Brasil com o aumento do *lag*, tendendo também para um valor de longo prazo.

Sendo assim, pôde-se verificar que para ambos os combustíveis, a razão da variância apresenta uma queda com o aumento o *lag*, o que é consistente com o modelo no qual o preço é revertido à média, isto é, o MRM. Além de reverter à média, pode-se observar que os preços tanto do etanol como da gasolina, para as regiões Sul, Sudeste, Norte e Nordeste, apresentam saltos e por isso a modelagem seguida é o MRM com saltos de Poisson.

7 Cálculo e Análise dos Resultados

7.1 Aplicação do Modelo de Reversão a Média com Saltos

Para alcançar o objetivo final de obter o valor da opção de um automóvel *flex* é preciso modelar, discretizar e simular os preços de acordo com o MRM com saltos de Poisson. A seguir, apresenta-se uma lista com todos os passos que são necessários:

1. Estimar os parâmetros do MRM com saltos;
2. Obter a equação discretizada do MRM com saltos;
3. Simular os preços futuros para os t períodos desejados;
4. Calcular o Fluxo de Caixa sem e com opção de troca de combustível para cada t ;
5. Calcular o Valor Presente dos custos, sem e com opção de troca de combustível;
6. Calcular o Valor da Opção de troca de combustível.

Os itens 1, 2 e 3 da lista acima são apresentados nas próximas subseções da presente seção, enquanto os demais itens são tratados na seção 7.2.

7.1.1 Estimação dos Parâmetros do MRM com Saltos de Poisson

A regressão linear foi realizada e na seção 6.5.1 foram apresentados os resultados dos parâmetros a , b e σ_ε . Após o cálculo deles, de acordo com o quadro 2 apresentado na seção 2.5.1 e reproduzido novamente a seguir, é possível estimar três parâmetros do movimento de reversão a média com saltos de Poisson: velocidade de reversão a média, volatilidade e média de longo prazo.

Parâmetro estimado	Fórmula
Velocidade de reversão	$\eta = -\ln(b)/\Delta t$
Volatilidade	$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(b)}{(b^2 - 1)\Delta t}}$
Média de longo prazo	$\bar{x} = \exp\left(-\frac{a}{(b-1)}\right)$

Quadro 3 - Resumo para a estimação de parâmetros do MRM
Fonte: Nascimento, (2012).

Então, com a substituição dos valores de a , b e σ_ε encontrados na Tabela 6 e considerando $\Delta t=1$, já que a série histórica e os dados são mensais, consegue-se obter os parâmetros mensais estimados para as séries de preços deflacionados por região geográfica, conforme apresentado na Tabela 7:

Parâmetro Estimado	CO		NE		N		SE		S	
	etanol	gasolina								
Velocidade de reversão	0,105	0,017	0,057	0,011	0,040	0,017	0,111	0,023	0,100	0,011
Volatilidade	0,056	0,022	0,032	0,022	0,031	0,021	0,064	0,021	0,057	0,022
Média de Longo Prazo	0,920	1,226	0,969	1,057	1,058	1,247	0,783	1,201	0,908	1,080
peg	0,501		0,452		0,396		0,481		0,494	

Tabela 7 - Parâmetros estimados do MRM com saltos para o preço do etanol e gasolina deflacionados por região geográfica
Fonte: Elaboração Própria

Observando os parâmetros estimados, nota-se que o preço de etanol reverte a sua média de longo prazo mais rapidamente que o preço da gasolina em todas as regiões geográficas do Brasil e que a volatilidade das séries de preços de etanol é maior que a volatilidade das séries de preços da gasolina. É possível verificar que a volatilidade dos dois combustíveis é pequena, variando entre 3% e 6,5% para o etanol e em torno de 2% para a gasolina. Segundo Kulatilaka (1993), a baixa volatilidade pode reduzir o valor da opção do carro *flex*, já que quanto menor a volatilidade menor é o valor da flexibilidade proporcionada por esse tipo de automóvel.

Além disso, verifica-se que em todas as regiões, a média de longo prazo do preço de etanol é menor que a média de longo prazo do preço da gasolina. Cabe ressaltar a diferença existente entre os preços do etanol nas regiões Norte (R\$1,058/L) e Sudeste (R\$0,783/L), que possuem o maior e menor preço do biocombustível, respectivamente. O preço inferior no sudeste pode estar relacionado ao fato de existir uma grande produção de etanol no estado de São Paulo, e portanto, os custos logísticos nessa região são menores. Essa diferença provavelmente estará refletida na comparação entre os valores da opção por região geográfica.

Por fim, nota-se que a correlação, calculada entre o retorno dos preços dos combustíveis, varia entre valores de 39% a 51%. Conforme Bastian-Pinto (2009), quanto maior for a correlação entre os preços, menor é o valor da flexibilidade.

Geralmente é difícil estimar os parâmetros para a distribuição do tamanho do salto Φ principalmente porque se está interessado em saltos grandes porém raros, então há uma escassez de dados para estimar esses parâmetros e também a frequência dos saltos. Dessa forma, para esses parâmetros do movimento de reversão a média com saltos, serão utilizados valores encontrados na literatura de finanças como referência, já que a série histórica de preços é pequena e se possui pouca informação acerca do modelo.

Sendo assim, utiliza-se como referência para o tamanho dos saltos das séries de preços de gasolina o trabalho de Dias (1999), em que o autor estima o tamanho dos saltos para uma série de preços de petróleo. Com isso, considera-se que para todas as séries de preços de gasolina, o tamanho do *jump up* é igual a 1 enquanto o tamanho do *jump down* é igual a 0,5. Já para as séries de preços do etanol, considera-se que o tamanho do *jump up* é igual a 2 enquanto o tamanho do *jump down* é igual a 0,5, tendo como referência o trabalho de Pessoa (2011).

Já em relação a frequência dos *jumps up* e *jumps down*, como alternativa, considera-se plausível utilizar como frequência de saltos para as séries de etanol, os valores também encontrados por Pessoa (2011). Em seu trabalho, a autora obteve, para uma série semanal de preços de etanol, a frequência de 0,01. Com isso, será utilizado para todas as séries de etanol, como frequência mensal de *jumps-up* e *jumps-down* o valor de 0,04. De acordo com o trabalho de Vieira (2007), que estudou o projeto da planta XTL da Petrobras, a frequência anual para

uma série de preços de petróleo encontrada é de 0,25. Assim, utilizando este trabalho como referência para a gasolina que é um derivado de petróleo, o valor utilizado na presente dissertação para a frequência mensal dos saltos para cima e para baixo para as séries de preços da gasolina é de 0,02.

7.1.2

Equação Discretizada do MRM com Saltos para os Preços de Etanol e Gasolina

Antes de realizar a simulação é necessário encontrar a equação discretizada do modelo para os dois combustíveis. Para isso aplica-se a equação (2.24) de discretização do MRM com saltos para um ambiente neutro ao risco, que foi apresentada na seção 2.6.1, e tem-se as equações discretizadas para o logaritmo dos preços do etanol e gasolina, respectivamente:

$$E_t = E_{t-1} e^{-\eta_E \Delta t} + \left[\bar{E} - \frac{(\mu - r)}{\eta_E} \right] (1 - e^{-\eta_E \Delta t}) + \sigma_E \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta_E \Delta t}}{2\eta_E}} N(0,1) + jumps \quad (7.1)$$

$$G_t = G_{t-1} e^{-\eta_G \Delta t} + \left[\bar{G} - \frac{(\mu - r)}{\eta_G} \right] (1 - e^{-\eta_G \Delta t}) + \sigma_G \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta_G \Delta t}}{2\eta_G}} N(0,1) + jumps \quad (7.2)$$

No processo do preço dos combustíveis se está interessado apenas em grandes e raros saltos e pode-se usar um Δt pequeno pra simplificar o cálculo. No caso do preço da gasolina em que $\lambda = 0,25$ ao ano (espera-se apenas um salto a cada 4 anos) e usando um $\Delta t = 1$ mês (correspondente a oito centésimos do ano), a probabilidade de dois saltos neste período (um mês), é apenas de 0,02%, o qual é desprezível. Cabe ressaltar que essa probabilidade é bem pequena porque os dados das séries históricas são mensais. Entretanto, a probabilidade de um salto ocorrer é maior que 2% e não é negligenciável. Sendo assim, pode-se assumir apenas um salto usando um menor Δt . Da mesma forma, isso também pode ser considerado para a série de preços do álcool combustível.

Então, como mencionado na seção 2.6.1, faz-se $jumps = jump-up + jump-down$ e tem-se dois somatórios, um para saltos para cima e outro para saltos para baixo, cada um com taxa de chegada de $\lambda/2$ (em caso de salto, há 50% de chance

de ocorrer *jump-up* e *jump-down* cada um) e com tamanhos ϕ_{up} e ϕ_{down} , respectivamente, dentro do somatório, como é mostrado na equação (7.3).

$$jumps = \frac{\lambda}{2} (\phi_{up} + \phi_{down}) \quad (7.3)$$

Lembrando que $G_t = \ln[g_t]$ e $E_t = \ln[e_t]$, pois g_t e e_t possuem uma distribuição lognormal e que $\pi = 0,49\%$ a.m.

Para obter os valores de g_t e e_t basta aplicar as seguintes equações no tempo t (que varia entre 1 e 60):

$$e_t = \exp \left\{ E_t - 0,5 \left[(1 - e^{-2\eta_E t}) \left(\frac{\sigma_E^2 + \lambda_E E[\Phi^2]}{2\eta_E} \right) \right] \right\} \quad (7.4)$$

$$g_t = \exp \left\{ G_t - 0,5 \left[(1 - e^{-2\eta_G t}) \left(\frac{\sigma_G^2 + \lambda_G E[\Phi^2]}{2\eta_G} \right) \right] \right\} \quad (7.5)$$

É importante mencionar que como as variáveis aleatórias (preços dos combustíveis) são correlacionadas, deve-se criar um novo fator estocástico, capaz de introduzir essa dependência no modelo. Com isso, conforme Nascimento (2012), aplica-se a decomposição de Cholesky, por meio da qual um fator estocástico é gerado e associado a uma das variáveis (preço do etanol ou da gasolina). Este fator é:

$$\varepsilon_y = \rho \varepsilon_G + \varepsilon_I \sqrt{1 - \rho^2} \quad (7.6)$$

$$\varepsilon_I(t) \sim N(0,1); \quad \varepsilon_G(t) \sim N(0,1); \quad E[\varepsilon_I(t), \varepsilon_G(s)] = 0$$

Onde ρ é o coeficiente de correlação das séries de preços, $\varepsilon_G(t)$ é a distribuição normal padrão para a gasolina e $\varepsilon_I(t)$ é uma distribuição normal padrão independente.

Neste trabalho, associa-se esse novo fator estocástico à variável do etanol (E_t), mantendo-se $N(0,1)$ na geração dos valores simulados para G_t . Ou seja, (7.1) foi transformada em:

$$E_t = E_{t-1} e^{-\eta_E \Delta t} + \left[\bar{E} - \frac{(\mu - r)}{\eta_E} \right] (1 - e^{-\eta_E \Delta t}) + \sigma_E \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta_E \Delta t}}{2\eta_E}} \varepsilon_y + jumps \quad (7.7)$$

Como exemplo, adotando o prêmio de risco mensal (π) de 0.49% e considerando que $X_{t-1} = \ln(x_{t-1})$ e $\bar{X} = \ln(\bar{x})$, para a região sudeste, a equação discreta para os preços de etanol e gasolina no período t pode ser dado por:

$$E_t = \ln(e_{t-1}) \times e^{-0,111 \times t} + \left[\ln(0,783) - \frac{0,0049}{0,111} \right] (1 - e^{-0,111 \times t}) + 0,064 \sqrt{\frac{1 - e^{-2 \times 0,111 \times t}}{2 \times 0,111}} N(0,1) \times 0,481 + jumps \quad (7.8)$$

$$G_t = \ln(g_{t-1}) \times e^{-0,023 \times t} + \left[\ln(1,201) - \frac{0,0049}{0,023} \right] (1 - e^{-0,023 \times t}) + 0,021 \sqrt{\frac{1 - e^{-2 \times 0,023 \times t}}{2 \times 0,023}} N(0,1) + jumps \quad (7.9)$$

7.1.2

Simulação dos Preços dos Combustíveis

No modelo de simulação, considera-se como *inputs* a parte estocástica das equações (7.1) e (7.2) discretizadas, isto é, $N(0,1)$, pois através dela a aleatoriedade é introduzida pela SMC. Como *output* da simulação obtem-se os preços de gasolina e etanol simulados para os 60 meses.

A Simulação de Monte Carlo sobre os preços dos combustíveis discretizados, (7.2) e (7.7), foi realizada utilizando o *software* @Risk com 10.000 iterações.

7.2

Cálculo da Opção de Troca

7.2.1

Cálculo do Fluxo de Caixa com e sem Opção de Troca

Após a obtenção, por meio da simulação, dos preços dos combustíveis para os 60 meses futuros, o passo seguinte é calcular o fluxo de caixa dos gastos de um proprietário que possui um carro movido somente a gasolina, em que não há opção de troca, e também calcular o fluxo de caixa dos gastos do proprietário

de automóvel *flex* em que há opção de escolher o combustível, ambos os cálculos para os dois modelos de veículos, VW Gol e o Fiat Uno.

Assim como a série de preços, o fluxo de caixa calculado será mensal e calculado para 60 meses. Para o fluxo de caixa inicial ($t=0$) será assumido que o consumidor é indiferente ao tipo de combustível consumido. Com isso, mantendo-se a relação entre os preços dos combustíveis de 70% e seguindo o trabalho de Bastian-Pinto, Brandão e Alves (2008) e Nascimento (2012), para fins comparativos, é assumido o valor inicial de R\$ 2,50 para a gasolina e, conseqüentemente, o valor do etanol será de R\$ 1,75. Desta forma, o proprietário possuirá o mesmo rendimento com qualquer um dos combustíveis e se manterá indiferente entre o consumo de etanol e gasolina em $t=0$.

Os demais fluxos de caixa mensais (de $t=1$ a $t=60$) para os dois tipos de automóveis e combustíveis, sendo e_t o preço do etanol e g_t o preço da gasolina, são determinados como segue:

- Para o VW Gol

Fluxo de Caixa gasolina:

$$FCGg_t = g_t \times 142,86 \text{ (Quantidade mensal de gasolina consumida)}$$

Fluxo de Caixa etanol:

$$FCGe_t = e_t \times 202,70 \text{ (Quantidade mensal de etanol consumido)}$$

- Para o Fiat Uno

Fluxo de Caixa gasolina:

$$FCFg_t = g_t \times 118,11 \text{ (Quantidade mensal de gasolina consumida)}$$

Fluxo de Caixa etanol:

$$FCFe_t = e_t \times 168,54 \text{ (Quantidade mensal de etanol consumido)}$$

A opção que o proprietário do veículo *flex* possui de escolher o combustível mais econômico a cada abastecimento está relacionada aos gastos

mensais dos dois tipos de combustíveis, ou seja, está associada ao fluxo de caixa do etanol e fluxo de caixa da gasolina. Para cada mês do tempo de vida útil do ativo (60 meses) e por tipo de automóvel, o menor fluxo de caixa é escolhido porque resulta em menor gastos e mais economia para o proprietário. Assim, tem-se:

- Para o VW Gol:

$$FC_{\text{FinaldoGol}_t} = \text{Min}(FC_{Gg}; FC_{Ge}_t) \quad (7.10)$$

- Para o Fiat Uno:

$$FC_{\text{FinaldoUno}_t} = \text{Min}(FC_{Fg}; FC_{Fe}_t) \quad (7.11)$$

7.2.2

Cálculo do Valor Presente dos Gastos

A etapa seguinte à geração dos fluxos de caixa mensais corresponde ao cálculo do valor presente (VP) desses fluxos que representam os gastos totais com o veículo *flex*. Para isso, usa-se como fator de desconto a taxa livre de risco ($r=0,49\%$ a.m.). O cálculo para os dois tipos de automóveis é feito como apresentado a seguir:

- Para o VW Gol:

$$VP \text{ do gasto total do Gol} = \sum_{i=1}^{60} \frac{\text{Min}(FC_{Gg}; FC_{Ge}_t)}{(1+r)^i} \quad (7.12)$$

- Para o Fiat Uno:

$$VP \text{ do gasto total do Uno} = \sum_{i=1}^{60} \frac{\text{Min}(FC_{Fg}; FC_{Fe}_t)}{(1+r)^i} \quad (7.13)$$

Abaixo encontram-se as tabelas com os resultados dos VPs do carro exclusivamente a gasolina e do carro *flex*, para os dois modelos de veículos analisados neste trabalho, por região geográfica brasileira.

Resultado (R\$)	VW GOL				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
VP Carro a Gasolina	16333,03	18949,32	17798,67	18842,85	17907,75
VP Carro Flex	13476,21	15861,27	15728,21	18842,85	17907,75

Tabela 8 - Resultado dos Valores Presentes para o VW Gol
Fonte: Elaboração Própria

Resultado (R\$)	FIAT UNO				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
VP Carro a Gasolina	13503,39	15666,42	14715,11	15578,39	14805,29
VP Carro Flex	11205,13	13188,25	13077,62	15578,39	14805,29

Tabela 9 - Resultado dos Valores Presentes para o Fiat Uno
Fonte: Elaboração Própria

Observa-se que ao trazer a valor presente os custos de um carro movido exclusivamente a gasolina, o maior resultado, para ambos os modelos, é encontrado na região sul enquanto que o menor resultado é encontrado para a região sudeste. Ou seja, ao longo de 5 anos sai mais caro abastecer à gasolina no sul que no sudeste. Além disso, a maior diferença entre o VP do carro à gasolina e o VP do carro *flex* é encontrada na região sul, fato esse que estará refletido no valor da opção.

7.2.3 Cálculo da Opção de Troca de Combustível

A última etapa é calcular o valor da opção de troca de combustível associada ao carro *flex*. Esse valor da opção de flexibilidade é dado pela diferença entre o valor presente dos gastos do automóvel movido somente a gasolina e o valor presente dos gastos do automóvel *flex*.

Seguem abaixo, as tabelas com o resultado do valor da opção em reais e em percentual (em relação ao preço de venda do veículo apresentado na Tabela 4) para os dois modelos de automóveis em todas as regiões geográficas.

Resultado	VW GOL				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
Valor da Opção (R\$)	2856,82	3088,05	2070,46	0	0
Valor da Opção (%)	10,9%	11,8%	7,9%	0,0%	0,0%

Tabela 10 - Valor da Opção para o VW Gol

Fonte: Elaboração Própria

Resultado	FIAT UNO				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
Valor da Opção (R\$)	2298,25	2478,16	1637,50	0	0
Valor da Opção (%)	9,9%	10,7%	7,1%	0,0%	0,0%

Tabela 11 - Valor da Opção para o Fiat Uno

Fonte: Elaboração Própria

7.3 Análise dos Resultados e Comparação entre Modelos Estocásticos

De acordo com as tabelas 10 e 11, verifica-se que para ambos os modelos de carros, a região Sul é a mais beneficiada pela flexibilidade. Considerando o veículo VW Gol e uma vida útil de cinco anos, nessa região, o valor presente dos custos do carro movido somente a gasolina é R\$18.949 enquanto que o VP dos custos do automóvel *flex* é R\$15.861, o que representa um valor de opção de R\$3.088, ou o equivalente a 11,8% do valor de venda do automóvel. Já para o veículo Fiat Uno, o VP dos custos do carro movido exclusivamente a gasolina é R\$15.666 enquanto que o VP dos custos do automóvel *flex-fuel* é R\$13.188, o que equivale a um valor de opção de R\$2.478, ou o correspondente a 10,7% do preço de venda do automóvel. Essa opção é muito valiosa já que a região Sul é a que apresentou o maior valor presente de custos do carro movido a gasolina.

A segunda região com maior valor de opção é a Sudeste. Nela, levando em conta o veículo VW Gol, a diferença entre o VP dos custos do carro a gasolina e o VP do carro que possui flexibilidade de escolha é de R\$2.857, o que representa uma opção de 10,9% do preço de venda. Em relação ao automóvel Fiat Uno, o valor da opção é R\$2.298, equivalente a 9,9%.

Ainda analisando as tabelas 10 e 11, verifica-se que a região Centro-Oeste apresenta, para os veículos VW Gol e Fiat Uno uma opção de flexibilidade igual a

R\$2.071 e R\$1.638, respectivamente. Considerando o preço de venda do automóvel, as opções são de 7,9% e 7,1%, respectivamente para o Gol e o Uno.

Já para as regiões Norte e Nordeste, dada a vida útil do carro de 5 anos, analisando tanto o VW Gol quanto o Fiat Uno, o VP dos custos do carro movido somente a gasolina é igual ao VP dos custos do automóvel em que há flexibilidade. Ou seja, nessas regiões, para ambos os modelos de veículos analisados, o valor da opção de flexibilidade é nulo e não valeria a pena comprar um automóvel *flex* já que este não adiciona valor para seu proprietário. Um dos fatores que podem explicar o resultado nulo da opção nessas duas regiões é o valor muito alto da média de longo prazo do etanol, ficando próximo do valor da gasolina, como pode ser observado na tabela 7.

Esses resultados podem ser explicados já que a maior produção de etanol é oriunda da região Centro-Sul, especialmente dos estados de São Paulo, Minas Gerais e Paraná e também pelo fato dos estados das regiões Sul e Sudeste possuírem as menores tributações sobre o etanol. Sendo assim, nessas regiões, a proximidade aos centros produtores, a boa infra-estrutura logística, impostos mais baixos, grande volume de venda e alta concorrência, fazem com que o etanol possua um preço mais competitivo. Isso explica o fato dessas regiões terem os maiores valores da opção de flexibilidade, seguidos pela região Centro-Oeste que também está próxima da zona produtora do biocombustível.

No entanto, as regiões Norte e Nordeste, estão localizadas longe dos centros produtores, fazendo com que os custos logísticos sejam maiores, além de possuírem maiores alíquotas de ICMS sobre o etanol. Como consequência, essas regiões possuem um preço de etanol hidratado que não é competitivo com o preço da gasolina, considerando o rendimento dos dois combustíveis e a relação de preços entre os combustíveis de 70% de acordo com o CEPEA-USP. Atualmente, os modelos VW Gol e Fiat Uno só são vendidos na versão *flex*, o que impossibilita que os consumidores dessas regiões optem pelo carro movido somente a gasolina.

Camargo Jr *et al.* (2011), utilizam o MGB para modelar os preços dos combustíveis dos modelos de carro Fiat Palio Flex e Gol City Flex levando em conta uma vida útil de 5 e 10 anos. Considerando uma vida útil de 5 anos, assim como adotado no presente estudo, o valor da opção encontrada para o Fiat Pálio

foi de R\$2.575 ou 9,4% do preço de venda do veículo na época (R\$27.450). Já para o Gol City, o valor da opção encontrada foi R\$3.299 ou 11,3% do valor de venda do carro (R\$29.190). Os valores encontrados no presente trabalho para as regiões Sul e Sudeste encontram-se próximos aos valores encontrados por Camargo Jr *et al.* (2011), já os valores para a região Centro-Oeste são menores.

Bastian-Pinto *et al.* (2008) comparam o resultado encontrado modelando os preços segundo o MGB com o resultado calculado quando utiliza-se o MRM como processo estocástico, considerando uma vida útil de 10 anos para os automóveis. Aplicando o MGB é encontrado o valor da opção de R\$4.288, ao passo que modelando de acordo com o MRM obtém-se o valor de R\$3.402. Os valores da opção encontrados no presente trabalho são menores que os resultados calculados por Bastian-Pinto *et al.* (2008). Porém é preciso notar que naquele utilizou-se vida útil de 10 anos, enquanto que neste usa-se uma vida útil de 5 anos.

As tabelas 12 e 13 abaixo, apresentam para cada modelo de carro, os valores de opção por região geográfica obtidos por Nascimento (2012), que utiliza o MRM aritmético, e os resultados obtidos na presente dissertação com a aplicação do MRM com saltos de Poisson. Também são apresentadas as diferenças percentuais existentes entre os resultados dos dois trabalhos.

Resultado	VW GOL				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
Dissertação atual	2.857	3.088	2.070	0	0
Nascimento (2012)	2.781	2.434	2.020	1.189	448
Diferença (%)	2,7%	26,9%	2,5%	-100,0%	-100,0%

Tabela 12 - Diferença entre os trabalhos para o VW Gol
Fonte: Elaboração Própria

Resultado	FIAT UNO				
	Sudeste	Sul	Centro-Oeste	Nordeste	Norte
Dissertação atual	2.298	2.478	1.637	0	0
Nascimento (2012)	2.258	1.967	1.626	939	343
Diferença (%)	1,8%	26,0%	0,7%	-100,0%	-100,0%

Tabela 13 - Diferença entre os trabalhos para o Fiat Uno
Fonte: Elaboração Própria

Comparando os resultados expostos nas tabelas 12 e 13, verifica-se que para as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste, o valor da opção é maior quando utiliza-se o MRM com saltos de Poisson, sendo que essa diferença é maior para a

região Sul, em torno de 26%, e menor para a região Centro-Oeste (2,5% para o Gol e 0,7% para o Fiat). Era esperado que o resultado do MRM com saltos de Poisson fosse superior ao resultado do MRM aritmético já que o primeiro, ao incluir picos e vales (saltos para cima e para baixo), possui uma maior volatilidade enquanto que o segundo possui uma maior estabilidade em torno da média de longo prazo. De acordo com Kulatilaka (1993), quanto maior a volatilidade, maior o valor da opção de flexibilidade, o que justifica essas diferenças positivas encontradas para as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste.

Ademais, observa-se que para as regiões Sudeste e Centro-Oeste, a sofisticação do modelo com a inclusão de saltos não tem um impacto muito grande no resultado da opção já que a diferença fica entre 0,7% e 2,7%. Já para a região Sul, o impacto do aprimoramento do modelo é maior, em torno de 26%, o que justificaria o uso do MRM com saltos.

Ao avaliar os resultados obtidos para as regiões Norte e Nordeste, nota-se que quando aplica-se o MRM com saltos há uma redução de 100% no valor da opção quando comparado ao valor encontrado com o MRM aritmético, já que o valor da flexibilidade encontrado aplicando o MRM com saltos é nulo. Isso pode estar associado ao fato dessas duas regiões possuírem os maiores valores para o preço de etanol e o modelo com saltos onerar mais o preço do etanol (com frequência e tamanho do *jump up* maiores para preços de etanol que para preços de gasolina). Desse modo, os preços projetados do etanol hidratado não ficaram competitivos com os preços projetados da gasolina. Cabe ressaltar que no trabalho de Nascimento (2012), os valores da opção encontrados para as regiões Norte e Nordeste já eram bem menores quando comparados com as demais, sendo em torno de 1,5% para a região Norte e em torno de 4% para a região Nordeste.

Além disso, ao analisar a figura 21 que apresenta os preços de etanol projetados para as cinco regiões, pode-se perceber que os preços se comportam de uma maneira para as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste, possuindo uma tendência de queda exponencial, enquanto que para as regiões Norte e Nordeste o comportamento é o inverso, com tendência de subida dos preços. Esse comportamento de subida dos preços do álcool tem impacto direto no aumento do VP dos custos do carro *flex* e por conseguinte na redução do valor da opção nas regiões Norte e Nordeste. Observando a tabela 7 e a equação (7.6), percebe-se que

o principal parâmetro responsável por essa distinção nos comportamentos é a velocidade de reversão a média, que para as regiões Norte e Nordeste é quase a metade do valor das outras três regiões.

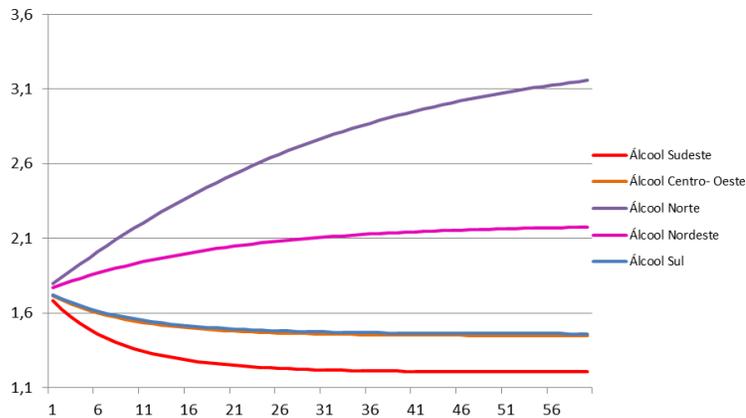


Figura 21 - Preços projetados do Álcool para as cinco regiões

7.4 Análise de Sensibilidade

Com o intuito de analisar como os parâmetros relacionados ao salto influenciam no valor da opção que o veículo *flex* proporciona ao seu proprietário, foram realizadas análises de sensibilidade variando o valor da frequência de saltos, do tamanho do *jump up* e tamanho do *jump down*, para ambos os combustíveis. Foram consideradas para essa análise, a região com maior valor da opção (Sul) e uma das regiões com o menor valor (Norte). Os resultados encontram-se nas figuras a seguir.

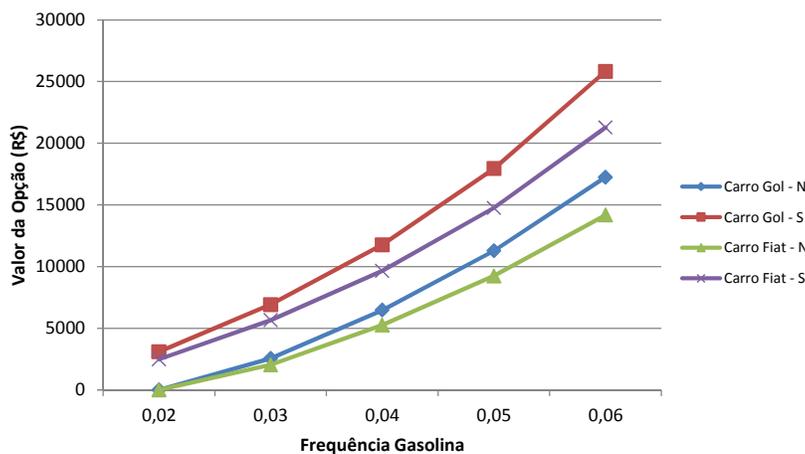


Figura 22 - Análise de Sensibilidade para a frequência da gasolina

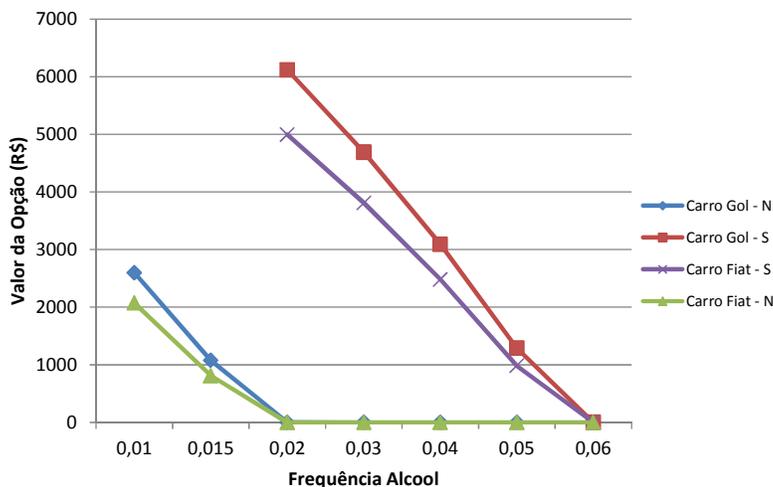


Figura 23 - Análise de Sensibilidade para a frequência do álcool

Primeiramente, analisando a Figura 22 observa-se que, considerando os dois modelos de automóveis, o aumento na frequência dos saltos nos preços da gasolina, mantendo tudo mais constante, leva a um aumento do valor da opção para ambas as regiões. Isso ocorre porque com o aumento da frequência de saltos no preço da gasolina, a volatilidade aumenta, são esperados valores mais altos para a gasolina e conseqüentemente a diferença entre o VP do carro a gasolina e o VP do carro *flex* se amplia, aumentando o valor da opção. Por exemplo, para o carro Gol na região Sul, o valor da opção passa de R\$3.088 (caso base) para R\$25.824 quando a frequência da gasolina atinge 0,06.

Já quando se analisa a figura 23, nota-se que o aumento na frequência de saltos dos preços do etanol ocasiona queda no valor da opção. Isso é explicado pois o aumento na frequência de saltos nos preços do álcool leva a preços projetados de etanol maiores e com isso o VP dos custos do carro *flex* se amplia e por conseqüência o valor da opção diminui, lembrando que valor da opção é igual a diferença entre o VP dos custos do carro movido somente a gasolina e o VP dos custos do carro *flex*. Como exemplo, quando a frequência de etanol cai a 0,02, o valor da opção do Gol Flex na região Sul passa de R\$3.088 (caso base) para R\$6.115. Já quando a frequência aumenta para 0,06, o valor da flexibilidade na região Sul reduz para zero.

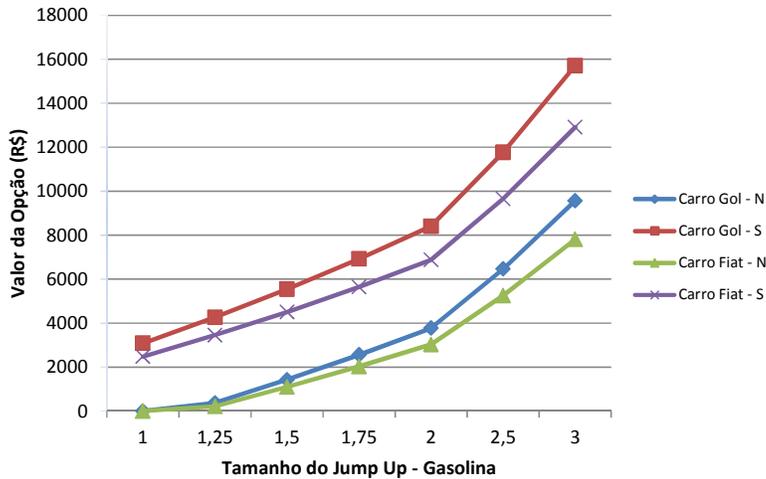


Figura 24 - Análise de sensibilidade para o tamanho do jump up - Gasolina

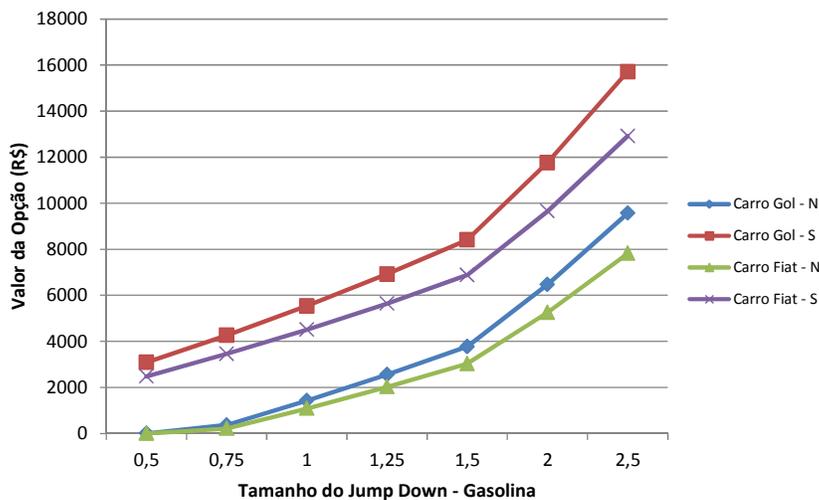


Figura 25 - Análise de Sensibilidade para o tamanho do jump down - Gasolina

Outro parâmetro do salto a ser analisado é o tamanho do salto para cima e salto para baixo nas séries de preços da gasolina. Observando as figuras 24 e 25, verifica-se que o aumento no tamanho do *jump up* ou no tamanho do *jump down* nos preços da gasolina resulta na ampliação do valor da flexibilidade. A explicação é similar a que foi dada no caso do aumento na frequência de saltos nos preços do combustível fóssil. Matematicamente, de acordo com a equação (7.3), isso ocorre porque o aumento no tamanho do salto, independente do sentido, ocasiona um aumento no valor do termo “*jumps*” na equação de discretização do MRM com saltos levando a um crescimento dos preços projetados da gasolina. Consequentemente, o VP dos custos do veículo movido

somente à gasolina aumenta e assim o valor da opção é ampliado. Para o carro Gol na região Norte, quando o *jump up* atinge três, o valor da flexibilidade passa de zero (caso base) para R\$ 9.562. O mesmo resultado pode ser observado quando o valor do *jump down* atinge 2,5.

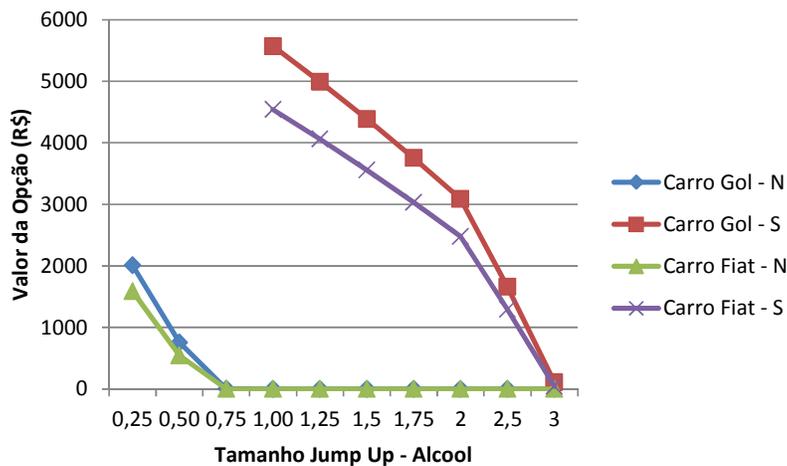


Figura 26 - Análise de Sensibilidade do tamanho do jump up – Álcool

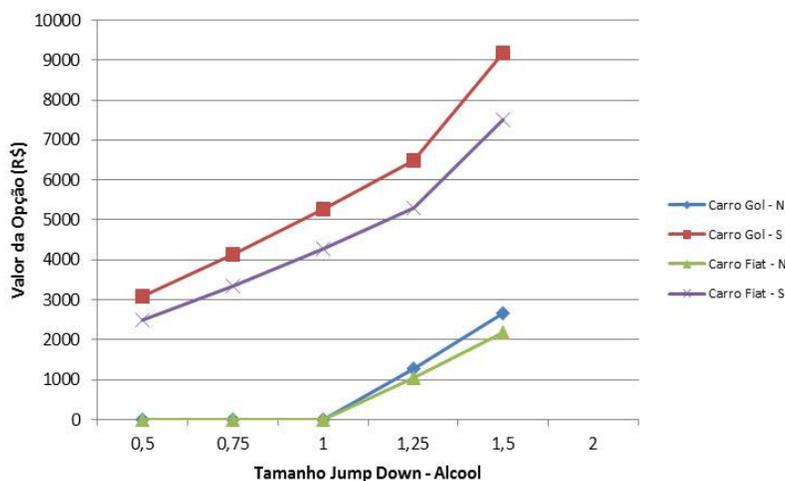


Figura 27 - Análise de Sensibilidade do tamanho do jump down - Álcool

Analisando a figura 26, percebe-se que quando há um aumento no tamanho do *jump up* nos preços do etanol, o valor da flexibilidade diminui. O motivo é que o aumento no tamanho do pulo para cima ocasiona a elevação dos preços projetados do álcool. Assim, o VP dos custos do veículo *flex* cresce, reduzindo o valor da opção. Entretanto, observando a figura 27, verifica-se que o aumento no tamanho do salto para baixo nos preços do etanol leva a elevação do

valor da opção, pois provoca a redução dos preços projetados do álcool e também do VP dos custos do veículo *flex*, aumentando, portanto, o valor da flexibilidade.

8 Conclusão

Nos últimos anos, o etanol tem conquistado espaço como combustível para os carros brasileiros. Isso se deve ao fato de, em 2003, ter sido introduzido o carro *flex* no mercado automobilístico brasileiro. Esse tipo de veículo pode ser abastecido com gasolina C, álcool hidratado ou qualquer mistura desses dois combustíveis.

Assim, o automóvel *flex* permite que seu proprietário escolha no momento de abastecer o combustível mais econômico visando reduzir seus custos. A opção de troca de *input* adiciona valor ao proprietário e deve ser quantificada, por meio da Teoria de Opções Reais, para que seja analisado o real ganho que ele pode adquirir com esta flexibilidade.

A TOR é uma metodologia que considera fatores como a incerteza, irreversibilidade e *timing* dos projetos que não são abordados em métodos tradicionais como o clássico fluxo de caixa descontado. Para a valoração da opção é necessário também utilizar um processo estocástico para modelar as séries de preço de gasolina e etanol. Cabe ressaltar que foram utilizadas as séries de preços deflacionadas visando desconsiderar o efeito da inflação.

Na presente dissertação o modelo estocástico utilizado foi o de Reversão à Média com Saltos de Poisson. Esta modelagem é interessante já que os preços de *commodities* não financeiras têm a tendência de reverter à média de longo prazo. Além disso, os saltos de Poisson dão uma característica mais realística à modelagem visto que os preços de ambas as *commodities* supracitadas sofrem choques discretos devido à interferência de fatores exógenos como o preço do petróleo e ações governamentais.

Para consolidar o modelo estocástico escolhido, foram realizados dois testes estatísticos: o teste de Dickey Fuller e o teste de razão da variância.

Nesse estudo, assim como em Nascimento (2012), aplicando a simulação de Monte Carlo, buscou-se valorar a flexibilidade proporcionada pelo carro *flex* para cada uma das regiões geográficas brasileiras, levando em consideração as especificidades de cada região. Foram também consideradas as preferências do consumidor de cada região no momento da compra do automóvel *Flex* (VW Gol e Fiat Uno) de cinco anos de vida útil.

Os resultados evidenciam que a opção de escolha do combustível mais econômico entre etanol hidratado e gasolina C adiciona valor significativo para o proprietário dos dois tipos de automóvel *flex* das regiões Sudeste, Sul e Centro-Oeste. Dentre essas regiões, a mais beneficiada pela opção de flexibilidade é a Sul que obteve para o VW Gol um valor de opção de R\$3.088, ou o equivalente a 11,8% do valor de venda do automóvel. Já o dono do veículo Fiat Uno nessa região é beneficiado com um valor de opção de R\$2.478, ou o correspondente a 10,7% do preço de venda do veículo.

Os valores da opção de flexibilidade encontrados para as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste podem ser explicados pelo fato dessas regiões estarem mais próximas dos centros produtores de etanol, além de possuírem impostos mais baixos devido a incentivos fiscais.

Já quando se consideram os resultados das regiões Norte e Nordeste, verifica-se que a opção de escolha não agrega valor ao proprietário do carro *flex-fuel*, ou seja, o valor da opção de troca de insumo é nulo. Isso ocorre porque nessas regiões o preço do etanol é mais elevado devido a distância de seus estados de centros produtores, a baixa produção na região e a tributações mais altas sobre o biocombustível. Com isso, economicamente o etanol não é vantajoso quando comparado à gasolina, levando em conta o rendimento de ambos os combustíveis. Assim, o proprietário do veículo *flex* escolhe abastecer sempre à gasolina, embora possua a opção de trocar de combustível no momento do abastecimento.

Destaca-se que no presente trabalho, procurou-se verificar o impacto que a sofisticação do modelo estocástico, por meio do uso do processo de reversão a média com saltos em vez do processo de reversão a média aritmético, tem no resultado do valor da opção de troca de insumo para cada uma das regiões.

Dessa forma, observa-se que para as regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste, o valor da opção é maior quando utiliza-se o MRM com saltos de Poisson, sendo que essa diferença é maior para a região Sul, em torno de 26%, e menor para a região Centro-Oeste (2,5% para o Gol e 0,7% para o Fiat). Já era esperado que o resultado obtido com o MRM com saltos de Poisson fosse superior ao resultado do MRM aritmético já que o primeiro, ao incluir picos e vales (saltos para cima e para baixo), possui uma maior volatilidade enquanto que o segundo apresenta uma maior estabilidade. De acordo com Kulatilaka (1993), quanto maior a volatilidade,

maior o valor da opção de flexibilidade, o que justifica os valores superiores encontrados ao aplicar o MRM com saltos.

No entanto, analisando os resultados obtidos para as regiões Norte e Nordeste, nota-se que quando aplica-se o MRM com saltos há uma redução de 100% no valor da opção quando comparado ao valor encontrado com o MRM aritmético, já que o valor da flexibilidade calculado com a aplicação do MRM com saltos é nulo.

Além disso, verifica-se que para as regiões Sudeste e Centro-Oeste, a sofisticação do modelo com a inclusão de saltos não tem um impacto muito grande no resultado da opção já que a diferença fica entre 0,7% e 2,7%. Já para a região Sul, o impacto do aprimoramento do modelo é maior, em torno de 26%, o que justificaria o uso do MRM com saltos.

Com o objetivo de verificar como os parâmetros relacionados ao salto impactam no valor da opção de flexibilidade, foi realizada a análise de sensibilidade considerando os fatores: frequência e tamanho dos saltos. Pôde-se perceber que o aumento na frequência de saltos nos preços da gasolina ocasionam o aumento no valor da opção, enquanto que o aumento na frequência de saltos nos preços do etanol levam a uma diminuição do valor da opção.

Ademais, observou-se que a ampliação do tamanho do *jump up* nos preços do etanol tem como consequência a redução do valor da opção de flexibilidade. Entretanto, quando ocorre o aumento do tamanho dos saltos para baixo nas séries de preços do álcool, a opção de escolha tem seu valor elevado.

Por fim, como sugestões para trabalhos futuros pode-se propor: a utilização da simulação de árvores ao invés da simulação de Monte Carlo e também a utilização do filtro de Kalman para uma melhor parametrização dos saltos. Também pode-se propor desenvolver um estudo em que no processo de reversão a média, a média de longo prazo seja estocástica em vez de ser uma constante. Além disso, sugere-se adotar preços de venda de automóveis diferentes de acordo com a região geográfica. Nesse trabalho optou-se por utilizar um valor único para efeito comparativo.

9

Referências Bibliográficas

ALVES, M. L. **Carro Flex Fuel: uma avaliação por opções reais**. 2007. 94f. Dissertação (Mestrado em Administração)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE FABRICANTES DE VEÍCULOS AUTOMOTORES. **Anuário da Indústria Automobilística Brasileira**. 2012. Disponível em: <<http://anfavea.com.br>>. Acesso em: 28 de julho de 2012.

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO. **Série histórica de preços médios ao consumidor do etanol e gasolina**. 2012. Disponível em: <http://www.anp.gov.br/preco/prc/Resumo_Mensal_Index.asp>. Acesso em: 22 de julho de 2012.

BARROS, M. M. de. **O Uso de Etanol como Fonte de Energia no Século XXI: a importância do Brasil no Comércio Internacional**. 2007. 145f. Dissertação (Mestrado em Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos)-Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

BASTIAN-PINTO, C. L.; BRANDÃO, L. E. T. Modelando Opções de Conversão com Movimento de Reversão a Média. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 5, n.2, p.p. 97-124, Dez, 2007.

BASTIAN-PINTO, C. L.; BRANDÃO, L. E. T; ALVES, M. L. The Ethanol-Gas Flex Fuel car: What is the option value of choosing your own Fuel? 12th Annual Conference on Real Options, 2008.

BASTIAN-PINTO, C. L. Modelagem de opções reais com processos de reversão à média em tempo discreto: uma aplicação na indústria brasileira de etanol. Rio de Janeiro, RJ, Dezembro,2009 .Tese de doutorado. PUC-Rio.

BLACK, Fischer; SHOLES, Myron S. The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency. **Journal of Finance**, [S.l.], v. 27, n. 2, p. 399-417, may 1972.

BRASIL. Ministério da Minas Energia. 2012. Disponível em: <<http://www.mme.gov.br/mme>>. Acesso em: 10 de agosto de 2012.

CAMARGO JUNIOR, A. S. et al. Option value embedded on the Brazilian Flex Fuel vehicles. **International Journal of Social Ecology and Sustainable Development**, [S.l.], v. 2, n. 3, 2011.

CEPEA-USP, **Centro de estudos Avançados em Economia Aplicada**. Disponível em: <<http://CEPEA.esalq.usp.br>>. Acesso em: 7 de agosto de 2012.

COPELAND, Tom; ANTIKAROV, Vladimir. **Opções Reais: Um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos.** Rio de Janeiro: Editora Campus, 2001.

_____. **Investimento sob Incerteza de em Exploração de Petróleo.** 1996. 470f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial, Finanças e Análise de Investimentos)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

_____. **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo.** 2005. 509f. Tese (Doutorado em Engenharia Industrial, Finanças e Análise de Investimentos)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

_____. **Real Options in Petroleum.** 2008. Disponível em: <<http://www.puc-rio.br/marco.ind/main.html#contents>>. Acesso em: 6 de setembro, 2012.

DIAS, Marco Antonio Guimarães; ROCHA, Katia Maria Carlos. Petroleum Concessions With Extendible Options Using Mean Reversion With Jumps To Model Oil Prices. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 3., 1999, Wassenaar/Leiden. **Proceedings..** Wassenaar/Leiden: [s.n.], 1999.

DIXIT, A.; PINDYCK, R. **Investment under Uncertainty.** [S.l.]: Princeton University Press, 1994.

FEDERAÇÃO NACIONAL DE DISTRIBUIÇÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES. Disponível em: <<http://www.fenabrave.org.br>>. Acesso em: 10 de agosto de 2012.

FONSECA, R. G. O veículo flexível e os novos mercados para o setor sucroalcooleiro. In: SEMINÁRIO OS DESAFIOS DO ÁLCOOL COMBUSTÍVEL, 2004, São Paulo. Anais... São Paulo: Valor Econômico, 2004.. Disponível em: <<http://www.valoronline.com.br/seminarios>>. Acesso em: 5 de setembro de 2012.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. S. Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. **Journal of Finance**, [S.l.], v. 45, p. 959-976, 1990.

GONÇALVES, Danilo Sampaio; SOUZA NETO, José Antônio; BRASIL, Haroldo Guimarães. The option of switching an investment project into an agribusiness project. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, 10, 2006, New York. **Proceedings...** New York: [s.n.], 2006.

GUJARATI, D. N. **Basic Econometrics**, 4ª ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 2004.

HULL, John C. **Opções, Futuros e Outros Derivativos.** 3. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2001.

KULATILAKA, N. The Value of Flexibility: the Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler. **Financial Management**, [S.l.], v. 33, p. 255-240, 1993.

KULATILAKA, N.; TRIGEORGIS, L. The general flexibility to switch: Real options revisited. **International Journal of Finance**, [S.l.], v. 6, n. 2, p. 778–796, 1994.

LAZO, J. G. L. **Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos**. 2004. 190f. Tese (Doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

LEITE, A. D. **A Energia do Brasil**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2007.

MARCOCCIA, Renato. **A Participação do etanol brasileiro em uma nova perspectiva na matriz energética mundial**. 2007. 95f. Dissertação (Mestrado – Programa Interunidades de Pós-Graduação em Energia) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2007.

MARJOTTA-MAISTRO, M. C. **Ajustes nos mercados de álcool e gasolina no processo de desregulamentação**. 2002. 180f. Tese (Doutorado em Ciências – Economia Aplicada)-Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

MERTON, R. C. Theory of Rational Options Pricing. **Bell Journal of Economics and Management Science**, [S.l.], n. 4, p.141-183, spring 1973.

MERTON, Robert C. 1976. Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous. **Journal of Financial Economics**, [S.l.], v. 3, p. 125-144, jan./ fev. 1976.

NASCIMENTO, Carolina Caldas. **O valor da opção do carro Flex por região geográfica do Brasil: uma aplicação do TOR com MRM**. 2012. 117f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

OZORIO, L.M. **Opções Reais na Siderurgia: o caso Brasileiro**. 2010. 208f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

PESSOA, Priscilla Figueirêdo Polari. **Opções de Conversão com Movimento de Reversão à Média com Saltos de Poisson: o Caso do Setor Sucroalcooleiro Brasileiro**. 2011. 92f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

PIACENTE, E. A. **Perspectivas do Brasil no Mercado Internacional de Etanol**. 2006. Dissertação (Mestrado em Planejamento de Sistemas Energéticos)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

PINDYCK, R. S. The Long Run Evolution of Energy Prices. **The Energy Journal**, [S.l.], v. 20, n. 2, p. 1-27, 1999.

PINDYCK, R. S., RUBINFELD, D. L., **Econometric Models and Econometric Forecasts**. 3. ed. New York: Mac Graw-Hill, 1991.

RIGOLON, Francisco José Zagari. **Revista do BNDES**, Rio de Janeiro, n. 11, jun.1999.

ROCHA, Ana Maria Côrrea da. **Modelagem e Previsão do Comportamento de Preços da Commodity Café Arábica: uma Abordagem pela Metodologia de Sanjiv Das**. 2008. 91f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Departamento de Engenharia Industrial, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

_____. **Série mensal do IGP-DI**. Disponível em: <<http://www.portalbrasil.net/igp.htm>>. Acesso em: 2 de agosto de 2012.

SCANDIFFIO, M. I. G. **Análise prospectiva do álcool combustível no Brasil – cenários 2004-2024**. Planejamento de Sistemas Energéticos, UNICAMP, Campinas, 2005.

SCHWARTZ, E. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. **Journal of Finance**, [S.l.], v. 52, p. 923-973, 1997.

TRIGEORGIS, L.; MASON, S. P. Valuing Managerial Flexibility, **Midland Corporate Finance Journal**, [S.l.], v. 5, n. 1, p. 14-21, 1987.

TRIGEORGIS, Lenos. Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. [S.l.]: **The MIT Press**, Cambridge, 1996.

TRIGEORGIS, L. A. Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, [S.l.], n. 26, n. 3, p. 309-326, 1991.

UNIÃO DA INDÚSTRIA DE CANA-DE-AÇÚCAR. 2012. Disponível em: <<http://www.unica.com.br/>>. Acesso em: 18 de setembro de 2012.

_____. **Dados e cotações: mapa do consumidor**. 2008. Disponível em: <<http://english.unica.com.br/dadosCotacao/mapaConsumidor/>>. Acesso em: 20 de agosto de 2012.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Centro de estudos Avançados em Economia Aplicada. 2012. Disponível em: < <http://CEPEA.esalq.usp.br>>. Acesso em: 7 de agosto.

VIEIRA, Eduardo Ferraz de Lima. **Avaliação de projetos de investimentos em plantas XTL utilizando a teoria das opções reais**. 2007. 78f. Dissertação

(Mestrado em Engenharia Industrial)- Departamento de Engenharia Industrial, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

WILMOTT, Paul. **Derivatives**: the theory and practice of financial engineering. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998.

ANEXOS

Anexo A - Preços do etanol por região geográfica

Mês	IGP-DI (%)	Número índice mensal	Deflator	Etanol - preço na época					Etanol - preço em julho 2001				
				CO	NE	N	SE	S	CO	NE	N	SE	S
jul/01	1,62	1,016	1	1,089	1,121	1,263	0,935	1,017	1,089	1,121	1,263	0,935	1,017
ago/01	0,9	1,009	1,009	1,084	1,138	1,272	0,935	1,062	1,074	1,128	1,261	0,927	1,053
set/01	0,38	1,004	1,013	1,080	1,147	1,291	0,949	1,077	1,066	1,132	1,275	0,937	1,063
out/01	1,45	1,015	1,028	1,100	1,154	1,295	0,959	1,098	1,071	1,123	1,260	0,933	1,069
nov/01	0,76	1,008	1,035	1,099	1,151	1,291	0,953	1,088	1,061	1,112	1,247	0,920	1,051
dez/01	0,18	1,002	1,037	1,100	1,146	1,288	0,951	1,077	1,061	1,105	1,242	0,917	1,038
jan/02	0,19	1,002	1,039	1,094	1,133	1,278	0,942	1,071	1,053	1,090	1,230	0,906	1,031
fev/02	0,18	1,002	1,041	1,079	1,119	1,271	0,935	1,066	1,036	1,075	1,221	0,898	1,024
mar/02	0,11	1,001	1,042	1,081	1,113	1,269	0,936	1,067	1,037	1,068	1,218	0,898	1,024
abr/02	0,7	1,007	1,050	1,080	1,109	1,271	0,937	1,068	1,029	1,057	1,211	0,893	1,018
mai/02	1,11	1,011	1,061	1,077	1,095	1,277	0,929	1,057	1,015	1,032	1,203	0,875	0,996
jun/02	1,74	1,017	1,080	1,072	1,091	1,270	0,914	1,050	0,993	1,011	1,176	0,847	0,973
jul/02	2,05	1,021	1,102	0,992	1,090	1,269	0,850	1,002	0,900	0,989	1,152	0,772	0,909
ago/02	2,36	1,024	1,128	0,971	1,085	1,262	0,823	0,958	0,861	0,962	1,119	0,730	0,850
set/02	2,64	1,026	1,158	0,975	1,081	1,261	0,860	0,986	0,842	0,934	1,089	0,743	0,852
out/02	4,21	1,042	1,206	1,103	1,086	1,266	0,951	1,062	0,914	0,900	1,050	0,788	0,880
nov/02	5,84	1,058	1,277	1,462	1,354	1,493	1,228	1,366	1,145	1,061	1,169	0,962	1,070
dez/02	2,7	1,027	1,311	1,464	1,379	1,548	1,240	1,384	1,117	1,052	1,181	0,946	1,056
jan/03	2,17	1,022	1,340	1,530	1,394	1,594	1,326	1,468	1,142	1,041	1,190	0,990	1,096
fev/03	1,59	1,016	1,361	1,683	1,565	1,801	1,513	1,661	1,237	1,150	1,323	1,112	1,221
mar/03	1,66	1,017	1,384	1,696	1,676	1,912	1,506	1,661	1,226	1,211	1,382	1,089	1,201
abr/03	0,41	1,004	1,389	1,690	1,683	1,936	1,471	1,631	1,217	1,212	1,394	1,059	1,174
mai/03	-0,67	0,993	1,380	1,599	1,680	1,930	1,406	1,576	1,159	1,218	1,399	1,019	1,142
jun/03	-0,7	0,993	1,370	1,419	1,646	1,885	1,207	1,449	1,036	1,201	1,376	0,881	1,058
jul/03	-0,2	0,998	1,367	1,267	1,563	1,758	1,067	1,232	0,927	1,143	1,286	0,780	0,901
ago/03	0,62	1,006	1,376	1,279	1,490	1,680	1,090	1,256	0,930	1,083	1,221	0,792	0,913
set/03	1,05	1,011	1,390	1,332	1,477	1,689	1,117	1,296	0,958	1,062	1,215	0,803	0,932
out/03	0,44	1,004	1,397	1,290	1,449	1,673	1,087	1,253	0,924	1,038	1,198	0,778	0,897
nov/03	0,48	1,005	1,403	1,256	1,420	1,656	1,070	1,209	0,895	1,012	1,180	0,763	0,862
dez/03	0,6	1,006	1,412	1,312	1,368	1,649	1,090	1,248	0,929	0,969	1,168	0,772	0,884
jan/04	0,8	1,008	1,423	1,349	1,353	1,650	1,102	1,288	0,948	0,951	1,160	0,774	0,905
fev/04	1,08	1,011	1,438	1,333	1,343	1,645	1,051	1,269	0,927	0,934	1,144	0,731	0,882
mar/04	0,93	1,009	1,452	1,221	1,322	1,605	0,917	1,128	0,841	0,911	1,106	0,632	0,777
abr/04	1,15	1,012	1,468	1,165	1,296	1,536	0,908	1,082	0,793	0,883	1,046	0,618	0,737
mai/04	1,46	1,015	1,490	1,208	1,300	1,529	0,923	1,110	0,811	0,873	1,026	0,620	0,745
jun/04	1,29	1,013	1,509	1,266	1,357	1,550	1,012	1,214	0,839	0,899	1,027	0,671	0,805
jul/04	1,14	1,011	1,526	1,290	1,407	1,573	1,038	1,224	0,845	0,922	1,031	0,680	0,802
ago/04	1,31	1,013	1,546	1,426	1,484	1,630	1,140	1,334	0,922	0,960	1,054	0,737	0,863
set/04	0,48	1,005	1,554	1,445	1,514	1,665	1,144	1,349	0,930	0,975	1,072	0,736	0,868

out/04	0,53	1,005	1,562	1,495	1,525	1,701	1,231	1,448	0,957	0,976	1,089	0,788	0,927
nov/04	0,82	1,008	1,575	1,611	1,607	1,772	1,284	1,579	1,023	1,021	1,125	0,815	1,003
dez/04	0,52	1,005	1,583	1,668	1,708	1,872	1,297	1,603	1,054	1,079	1,183	0,819	1,013
jan/05	0,33	1,003	1,588	1,641	1,712	1,877	1,278	1,580	1,033	1,078	1,182	0,805	0,995
fev/05	0,4	1,004	1,594	1,643	1,697	1,882	1,264	1,560	1,030	1,064	1,180	0,793	0,978
mar/05	0,99	1,010	1,610	1,623	1,690	1,872	1,260	1,563	1,008	1,050	1,163	0,783	0,971
abr/05	0,51	1,005	1,618	1,635	1,688	1,870	1,254	1,596	1,010	1,043	1,155	0,775	0,986
mai/05	-0,25	0,998	1,614	1,585	1,687	1,870	1,152	1,501	0,982	1,045	1,158	0,714	0,930
jun/05	-0,45	0,996	1,607	1,477	1,665	1,856	1,031	1,336	0,919	1,036	1,155	0,642	0,831
jul/05	-0,4	0,996	1,601	1,468	1,659	1,830	1,090	1,380	0,917	1,036	1,143	0,681	0,862
ago/05	-0,79	0,992	1,588	1,462	1,671	1,822	1,110	1,398	0,921	1,052	1,147	0,699	0,880
set/05	-0,13	0,999	1,586	1,472	1,684	1,770	1,169	1,430	0,928	1,062	1,116	0,737	0,902
out/05	0,63	1,006	1,596	1,531	1,663	1,822	1,302	1,553	0,959	1,042	1,142	0,816	0,973
nov/05	0,33	1,003	1,601	1,589	1,660	1,913	1,319	1,604	0,992	1,037	1,195	0,824	1,002
dez/05	0,07	1,001	1,602	1,659	1,660	1,945	1,417	1,713	1,035	1,036	1,214	0,884	1,069
jan/06	0,72	1,007	1,614	1,813	1,753	2,058	1,568	1,898	1,123	1,086	1,275	0,972	1,176
fev/06	-0,06	0,999	1,613	1,908	1,804	2,115	1,603	1,928	1,183	1,118	1,311	0,994	1,195
mar/06	-0,45	0,996	1,606	2,208	1,918	2,249	1,832	2,132	1,375	1,195	1,401	1,141	1,328
abr/06	0,02	1,000	1,606	2,298	1,997	2,362	1,794	2,119	1,431	1,243	1,471	1,117	1,319
mai/06	0,38	1,004	1,612	1,952	2,026	2,332	1,524	1,889	1,211	1,257	1,447	0,945	1,172
jun/06	0,67	1,007	1,623	1,722	1,989	2,231	1,383	1,699	1,061	1,226	1,375	0,852	1,047
jul/06	0,17	1,002	1,626	1,713	1,979	2,155	1,413	1,691	1,054	1,217	1,326	0,869	1,040
ago/06	0,41	1,004	1,632	1,694	1,981	2,127	1,422	1,703	1,038	1,214	1,303	0,871	1,043
set/06	0,24	1,002	1,636	1,652	1,965	2,104	1,353	1,641	1,010	1,201	1,286	0,827	1,003
out/06	0,81	1,008	1,650	1,601	1,884	2,067	1,299	1,613	0,971	1,142	1,253	0,788	0,978
nov/06	0,57	1,006	1,659	1,635	1,795	2,030	1,283	1,604	0,986	1,082	1,224	0,773	0,967
dez/06	0,26	1,003	1,663	1,632	1,759	1,999	1,292	1,593	0,981	1,058	1,202	0,777	0,958
jan/07	0,43	1,004	1,670	1,665	1,743	2,006	1,429	1,635	0,997	1,044	1,201	0,856	0,979
fev/07	0,23	1,002	1,674	1,674	1,737	2,017	1,422	1,639	1,000	1,038	1,205	0,849	0,979
mar/07	0,22	1,002	1,678	1,659	1,737	2,014	1,419	1,632	0,989	1,035	1,200	0,846	0,973
abr/07	0,14	1,001	1,680	1,759	1,752	2,022	1,511	1,758	1,047	1,043	1,203	0,899	1,046
mai/07	0,16	1,002	1,683	1,730	1,771	2,037	1,509	1,719	1,028	1,052	1,210	0,897	1,021
jun/07	0,26	1,003	1,687	1,525	1,753	1,986	1,339	1,526	0,904	1,039	1,177	0,794	0,904
jul/07	0,37	1,004	1,694	1,420	1,718	1,869	1,217	1,427	0,838	1,014	1,104	0,719	0,843
ago/07	1,39	1,014	1,717	1,359	1,701	1,836	1,163	1,413	0,791	0,991	1,069	0,677	0,823
set/07	1,17	1,012	1,737	1,366	1,682	1,823	1,139	1,392	0,786	0,968	1,049	0,656	0,801
out/07	0,75	1,008	1,750	1,416	1,650	1,789	1,125	1,384	0,809	0,943	1,022	0,643	0,791
nov/07	1,05	1,011	1,769	1,534	1,639	1,810	1,234	1,457	0,867	0,927	1,023	0,698	0,824
dez/07	1,47	1,015	1,795	1,702	1,682	1,916	1,333	1,573	0,948	0,937	1,068	0,743	0,877
jan/08	0,99	1,010	1,812	1,696	1,691	1,921	1,333	1,584	0,936	0,933	1,060	0,736	0,874
fev/08	0,38	1,004	1,819	1,671	1,677	1,936	1,299	1,506	0,919	0,922	1,064	0,714	0,828
mar/08	0,7	1,007	1,832	1,640	1,660	1,932	1,316	1,539	0,895	0,906	1,055	0,718	0,840
abr/08	1,12	1,011	1,853	1,627	1,681	1,930	1,316	1,532	0,878	0,907	1,042	0,710	0,827
mai/08	1,88	1,019	1,887	1,647	1,711	1,929	1,318	1,519	0,873	0,907	1,022	0,698	0,805
jun/08	1,89	1,019	1,923	1,611	1,735	1,918	1,286	1,488	0,838	0,902	0,997	0,669	0,774
jul/08	1,12	1,011	1,945	1,593	1,828	1,928	1,287	1,502	0,819	0,940	0,992	0,662	0,772

ago/08	-0,38	0,996	1,937	1,608	1,870	1,928	1,293	1,491	0,830	0,965	0,995	0,667	0,770
set/08	0,36	1,004	1,944	1,613	1,862	1,925	1,313	1,521	0,830	0,958	0,990	0,675	0,782
out/08	1,09	1,011	1,965	1,629	1,824	1,918	1,346	1,550	0,829	0,928	0,976	0,685	0,789
nov/08	0,07	1,001	1,967	1,654	1,771	1,914	1,355	1,559	0,841	0,901	0,973	0,689	0,793
dez/08	-0,44	0,996	1,958	1,663	1,747	1,924	1,354	1,563	0,849	0,892	0,983	0,692	0,798
jan/09	0,01	1,000	1,958	1,682	1,724	1,924	1,355	1,570	0,859	0,880	0,983	0,692	0,802
fev/09	-0,13	0,999	1,956	1,693	1,755	1,938	1,383	1,586	0,866	0,897	0,991	0,707	0,811
mar/09	-0,84	0,992	1,939	1,690	1,761	1,947	1,356	1,557	0,871	0,908	1,004	0,699	0,803
abr/09	0,04	1,000	1,940	1,670	1,709	1,924	1,298	1,522	0,861	0,881	0,992	0,669	0,785
mai/09	0,18	1,002	1,944	1,629	1,686	1,914	1,261	1,469	0,838	0,868	0,985	0,649	0,756
jun/09	-0,32	0,997	1,937	1,559	1,710	1,900	1,203	1,435	0,805	0,883	0,981	0,621	0,741
jul/09	-0,64	0,994	1,925	1,542	1,719	1,884	1,239	1,488	0,801	0,893	0,979	0,644	0,773
ago/09	0,09	1,001	1,927	1,539	1,735	1,869	1,270	1,494	0,799	0,901	0,970	0,659	0,775
set/09	0,25	1,003	1,931	1,568	1,744	1,823	1,340	1,500	0,812	0,903	0,944	0,694	0,777
out/09	-0,04	1,000	1,931	1,626	1,807	1,930	1,521	1,704	0,842	0,936	1,000	0,788	0,883
nov/09	0,07	1,001	1,932	1,708	1,820	1,980	1,573	1,782	0,884	0,942	1,025	0,814	0,922
dez/09	-0,11	0,999	1,930	1,730	1,818	2,007	1,615	1,810	0,896	0,942	1,040	0,837	0,938
jan/10	1,01	1,010	1,949	1,893	1,883	2,096	1,822	2,007	0,971	0,966	1,075	0,935	1,030
fev/10	1,09	1,011	1,971	1,991	1,990	2,201	1,860	2,071	1,010	1,010	1,117	0,944	1,051
mar/10	0,63	1,006	1,983	1,888	1,975	2,197	1,662	1,864	0,952	0,996	1,108	0,838	0,940
abr/10	0,72	1,007	1,997	1,764	1,912	2,140	1,522	1,692	0,883	0,957	1,071	0,762	0,847
mai/10	1,57	1,016	2,029	1,709	1,884	2,107	1,414	1,657	0,842	0,929	1,039	0,697	0,817
jun/10	0,34	1,003	2,036	1,559	1,710	1,900	1,203	1,435	0,766	0,840	0,933	0,591	0,705
jul/10	0,22	1,002	2,040	1,627	1,856	2,050	1,383	1,576	0,798	0,910	1,005	0,678	0,773
ago/10	1,1	1,011	2,063	1,631	1,859	2,024	1,437	1,633	0,791	0,901	0,981	0,697	0,792
set/10	1,1	1,011	2,085	1,636	1,848	2,020	1,457	1,657	0,785	0,886	0,969	0,699	0,795
out/10	1,03	1,010	2,107	1,707	1,880	2,026	1,579	1,772	0,810	0,892	0,962	0,750	0,841
nov/10	1,58	1,016	2,140	1,797	1,907	2,059	1,626	1,825	0,840	0,891	0,962	0,760	0,853
dez/10	0,38	1,004	2,148	1,815	1,917	2,092	1,698	1,875	0,845	0,892	0,974	0,790	0,873
jan/11	0,98	1,010	2,169	1,899	1,936	2,127	1,759	1,939	0,875	0,893	0,981	0,811	0,894
fev/11	0,96	1,010	2,190	1,975	1,985	2,163	1,785	1,966	0,902	0,906	0,988	0,815	0,898
mar/11	0,61	1,006	2,203	2,205	2,057	2,264	2,018	2,185	1,001	0,934	1,028	0,916	0,992
abr/11	0,5	1,005	2,214	2,445	2,248	2,509	2,199	2,479	1,104	1,015	1,133	0,993	1,120
mai/11	0,01	1,000	2,215	2,117	2,254	2,486	1,907	2,180	0,956	1,018	1,123	0,861	0,984
jun/11	-0,13	0,999	2,212	1,854	2,145	2,335	1,756	1,964	0,838	0,970	1,056	0,794	0,888
jul/11	-0,05	1,000	2,211	1,926	2,180	2,283	1,880	2,018	0,871	0,986	1,033	0,850	0,913
ago/11	0,61	1,006	2,224	1,947	2,209	2,294	1,891	2,035	0,875	0,993	1,031	0,850	0,915
set/11	0,75	1,008	2,241	1,998	2,203	2,305	1,953	2,118	0,892	0,983	1,029	0,872	0,945
out/11	0,4	1,004	2,250	2,045	2,180	2,314	1,943	2,136	0,909	0,969	1,029	0,864	0,949
nov/11	0,43	1,004	2,259	2,107	2,160	2,332	1,970	2,154	0,933	0,956	1,032	0,872	0,953
dez/11	-0,16	0,998	2,256	2,158	2,162	2,347	1,994	2,176	0,957	0,958	1,040	0,884	0,965
jan/12	0,3	1,003	2,262	2,157	2,153	2,357	1,966	2,170	0,953	0,952	1,042	0,869	0,959
fev/12	0,07	1,001	2,264	2,116	2,143	2,367	1,904	2,128	0,935	0,947	1,045	0,841	0,940
mar/12	0,56	1,006	2,277	2,105	2,138	2,364	1,928	2,131	0,925	0,939	1,038	0,847	0,936
abr/12	1,02	1,010	2,300	2,070	2,118	2,324	1,932	2,104	0,900	0,921	1,010	0,840	0,915
mai/12	0,91	1,009	2,321	2,023	2,170	2,320	1,906	2,096	0,872	0,935	1,000	0,821	0,903

jun/12	0,69	1,007	2,337	1,976	2,172	2,319	1,874	2,071	0,846	0,929	0,992	0,802	0,886
jul/12	1,52	1,015	2,372	1,954	2,158	2,318	1,841	2,046	0,824	0,910	0,977	0,776	0,862
ago/12	1,29	1,013	2,403	1,938	2,158	2,317	1,819	2,023	0,806	0,898	0,964	0,757	0,842

Tabela 14 - Preços de etanol deflacionados por região geográfica

Fonte: Elaboração Própria

ANEXO B – Preços da gasolina C por região geográfica

Mês	IGP-DI (%)	Número índice mensal	Deflator	Gasolina - preço na época					Gasolina - preço em julho 2001				
				CO	NE	N	SE	S	CO	NE	N	SE	S
jul/01	1,62	1,016	1,000	1,681	1,718	1,828	1,651	1,683	1,681	1,718	1,828	1,651	1,683
ago/01	0,9	1,009	1,009	1,721	1,741	1,875	1,683	1,722	1,706	1,725	1,858	1,668	1,707
set/01	0,38	1,004	1,013	1,730	1,737	1,895	1,685	1,742	1,708	1,715	1,871	1,664	1,720
out/01	1,45	1,015	1,028	1,802	1,808	1,954	1,738	1,811	1,754	1,760	1,902	1,691	1,762
nov/01	0,76	1,008	1,035	1,811	1,803	1,964	1,743	1,806	1,749	1,741	1,897	1,684	1,744
dez/01	0,18	1,002	1,037	1,803	1,807	1,959	1,738	1,791	1,738	1,742	1,889	1,676	1,727
jan/02	0,19	1,002	1,039	1,604	1,578	1,726	1,567	1,613	1,544	1,519	1,661	1,508	1,552
fev/02	0,18	1,002	1,041	1,525	1,508	1,616	1,490	1,531	1,465	1,449	1,552	1,431	1,471
mar/02	0,11	1,001	1,042	1,575	1,581	1,694	1,548	1,613	1,511	1,517	1,625	1,485	1,548
abr/02	0,7	1,007	1,050	1,707	1,706	1,819	1,693	1,756	1,627	1,626	1,733	1,613	1,673
mai/02	1,11	1,011	1,061	1,720	1,731	1,858	1,699	1,747	1,621	1,631	1,751	1,601	1,646
jun/02	1,74	1,017	1,080	1,739	1,719	1,845	1,683	1,738	1,611	1,592	1,709	1,559	1,610
jul/02	2,05	1,021	1,102	1,765	1,786	1,895	1,739	1,801	1,602	1,621	1,720	1,578	1,635
ago/02	2,36	1,024	1,128	1,775	1,795	1,892	1,713	1,783	1,574	1,592	1,678	1,519	1,581
set/02	2,64	1,026	1,158	1,760	1,770	1,889	1,705	1,796	1,521	1,529	1,632	1,473	1,552
out/02	4,21	1,042	1,206	1,802	1,784	1,864	1,722	1,817	1,494	1,479	1,545	1,428	1,506
nov/02	5,84	1,058	1,277	1,998	2,011	2,069	1,937	2,048	1,565	1,575	1,621	1,517	1,604
dez/02	2,7	1,027	1,311	2,008	2,035	2,099	1,957	2,083	1,531	1,552	1,601	1,493	1,589
jan/03	2,17	1,022	1,340	2,168	2,202	2,275	2,107	2,265	1,618	1,644	1,698	1,573	1,691
fev/03	1,59	1,016	1,361	2,274	2,232	2,327	2,167	2,352	1,671	1,640	1,710	1,592	1,728
mar/03	1,66	1,017	1,384	2,271	2,243	2,317	2,159	2,324	1,642	1,621	1,675	1,561	1,680
abr/03	0,41	1,004	1,389	2,254	2,201	2,299	2,144	2,305	1,623	1,584	1,655	1,543	1,659
mai/03	-0,67	0,993	1,380	2,185	2,139	2,235	2,062	2,195	1,584	1,550	1,620	1,494	1,591
jun/03	-0,7	0,993	1,370	2,070	2,061	2,205	1,975	2,096	1,511	1,504	1,609	1,441	1,530
jul/03	-0,2	0,998	1,367	2,007	2,001	2,157	1,925	2,029	1,468	1,463	1,577	1,408	1,484
ago/03	0,62	1,006	1,376	2,020	1,994	2,136	1,930	2,044	1,468	1,449	1,552	1,403	1,486
set/03	1,05	1,011	1,390	2,048	2,021	2,138	1,958	2,081	1,473	1,454	1,538	1,408	1,497
out/03	0,44	1,004	1,397	2,060	2,012	2,143	1,951	2,073	1,475	1,441	1,535	1,397	1,484
nov/03	0,48	1,005	1,403	2,055	2,026	2,157	1,946	2,049	1,465	1,444	1,537	1,387	1,460
dez/03	0,6	1,006	1,412	2,055	2,020	2,159	1,949	2,074	1,456	1,431	1,529	1,381	1,469
jan/04	0,8	1,008	1,423	2,070	2,031	2,149	1,955	2,094	1,455	1,427	1,510	1,374	1,472
fev/04	1,08	1,011	1,438	2,078	2,032	2,137	1,947	2,090	1,445	1,413	1,486	1,354	1,453
mar/04	0,93	1,009	1,452	2,040	2,031	2,129	1,925	2,056	1,405	1,399	1,467	1,326	1,416
abr/04	1,15	1,012	1,468	2,029	2,034	2,135	1,912	2,043	1,382	1,385	1,454	1,302	1,391
mai/04	1,46	1,015	1,490	2,093	2,027	2,167	1,919	2,045	1,405	1,361	1,455	1,288	1,373
jun/04	1,29	1,013	1,509	2,149	2,103	2,228	2,000	2,135	1,424	1,394	1,476	1,325	1,415
jul/04	1,14	1,011	1,526	2,185	2,142	2,285	2,049	2,174	1,432	1,403	1,497	1,343	1,424
ago/04	1,31	1,013	1,546	2,242	2,168	2,310	2,059	2,202	1,450	1,402	1,494	1,332	1,424
set/04	0,48	1,005	1,554	2,251	2,165	2,310	2,057	2,189	1,449	1,394	1,487	1,324	1,409
out/04	0,53	1,005	1,562	2,283	2,204	2,345	2,094	2,231	1,462	1,411	1,501	1,341	1,428

nov/04	0,82	1,008	1,575	2,321	2,282	2,413	2,140	2,302	1,474	1,449	1,532	1,359	1,462
dez/04	0,52	1,005	1,583	2,413	2,382	2,499	2,221	2,393	1,524	1,505	1,579	1,403	1,512
jan/05	0,33	1,003	1,588	2,409	2,374	2,496	2,219	2,383	1,517	1,495	1,572	1,397	1,501
fev/05	0,4	1,004	1,594	2,413	2,340	2,494	2,216	2,369	1,513	1,468	1,564	1,390	1,486
mar/05	0,99	1,01	1,610	2,395	2,348	2,486	2,212	2,377	1,487	1,458	1,544	1,374	1,476
abr/05	0,51	1,005	1,618	2,409	2,346	2,486	2,210	2,440	1,488	1,450	1,536	1,366	1,508
mai/05	-0,25	0,998	1,614	2,354	2,346	2,492	2,199	2,412	1,458	1,453	1,544	1,362	1,494
jun/05	-0,45	0,996	1,607	2,343	2,344	2,479	2,172	2,380	1,458	1,459	1,543	1,352	1,481
jul/05	-0,4	0,996	1,601	2,367	2,351	2,484	2,179	2,401	1,479	1,469	1,552	1,361	1,500
ago/05	-0,79	0,992	1,588	2,380	2,347	2,476	2,185	2,407	1,499	1,478	1,559	1,376	1,516
set/05	-0,13	0,999	1,586	2,472	2,506	2,633	2,326	2,555	1,559	1,580	1,660	1,467	1,611
out/05	0,63	1,006	1,596	2,504	2,532	2,684	2,395	2,560	1,569	1,587	1,682	1,501	1,604
nov/05	0,33	1,003	1,601	2,551	2,542	2,717	2,391	2,608	1,593	1,588	1,697	1,493	1,629
dez/05	0,07	1,001	1,602	2,573	2,532	2,707	2,402	2,613	1,606	1,580	1,689	1,499	1,631
jan/06	0,72	1,007	1,614	2,609	2,563	2,698	2,438	2,618	1,617	1,588	1,672	1,511	1,622
fev/06	-0,06	0,999	1,613	2,632	2,610	2,686	2,439	2,624	1,632	1,618	1,665	1,512	1,627
mar/06	-0,45	0,996	1,606	2,668	2,692	2,716	2,526	2,680	1,662	1,677	1,692	1,573	1,669
abr/06	0,02	1	1,606	2,713	2,704	2,728	2,527	2,679	1,689	1,684	1,699	1,573	1,668
mai/06	0,38	1,004	1,612	2,678	2,704	2,711	2,510	2,672	1,661	1,677	1,682	1,557	1,657
jun/06	0,67	1,007	1,623	2,573	2,682	2,687	2,484	2,638	1,585	1,653	1,656	1,531	1,626
jul/06	0,17	1,002	1,626	2,639	2,689	2,688	2,490	2,641	1,623	1,654	1,654	1,532	1,625
ago/06	0,41	1,004	1,632	2,685	2,682	2,681	2,489	2,632	1,645	1,643	1,642	1,525	1,612
set/06	0,24	1,002	1,636	2,682	2,699	2,679	2,481	2,615	1,639	1,650	1,637	1,516	1,598
out/06	0,81	1,008	1,650	2,645	2,694	2,684	2,479	2,634	1,604	1,633	1,627	1,503	1,597
nov/06	0,57	1,006	1,659	2,668	2,663	2,672	2,470	2,635	1,608	1,605	1,611	1,489	1,588
dez/06	0,26	1,003	1,663	2,662	2,658	2,667	2,466	2,621	1,601	1,598	1,604	1,483	1,576
jan/07	0,43	1,004	1,670	2,607	2,656	2,642	2,467	2,595	1,561	1,590	1,582	1,477	1,554
fev/07	0,23	1,002	1,674	2,640	2,652	2,647	2,457	2,556	1,577	1,584	1,581	1,468	1,527
mar/07	0,22	1,002	1,678	2,633	2,657	2,640	2,456	2,549	1,569	1,584	1,573	1,464	1,519
abr/07	0,14	1,001	1,680	2,634	2,671	2,636	2,476	2,560	1,568	1,590	1,569	1,474	1,524
mai/07	0,16	1,002	1,683	2,682	2,657	2,664	2,487	2,538	1,594	1,579	1,583	1,478	1,508
jun/07	0,26	1,003	1,687	2,675	2,634	2,655	2,470	2,542	1,585	1,561	1,574	1,464	1,507
jul/07	0,37	1,004	1,694	2,656	2,611	2,639	2,448	2,524	1,568	1,542	1,558	1,446	1,490
ago/07	1,39	1,014	1,717	2,547	2,622	2,644	2,434	2,526	1,483	1,527	1,540	1,418	1,471
set/07	1,17	1,012	1,737	2,549	2,615	2,669	2,426	2,506	1,467	1,505	1,536	1,397	1,443
out/07	0,75	1,008	1,750	2,603	2,595	2,655	2,423	2,506	1,487	1,483	1,517	1,384	1,432
nov/07	1,05	1,011	1,769	2,624	2,592	2,665	2,431	2,524	1,484	1,466	1,507	1,375	1,427
dez/07	1,47	1,015	1,795	2,660	2,625	2,701	2,447	2,538	1,482	1,463	1,505	1,364	1,414
jan/08	0,99	1,01	1,812	2,642	2,628	2,694	2,448	2,533	1,458	1,450	1,486	1,351	1,398
fev/08	0,38	1,004	1,819	2,644	2,615	2,703	2,443	2,489	1,453	1,437	1,486	1,343	1,368
mar/08	0,7	1,007	1,832	2,599	2,602	2,712	2,443	2,523	1,419	1,420	1,480	1,334	1,377
abr/08	1,12	1,011	1,853	2,580	2,616	2,704	2,441	2,521	1,393	1,412	1,460	1,318	1,361
mai/08	1,88	1,019	1,887	2,573	2,633	2,697	2,445	2,517	1,363	1,395	1,429	1,296	1,334
jun/08	1,89	1,019	1,923	2,564	2,635	2,686	2,440	2,515	1,333	1,370	1,397	1,269	1,308
jul/08	1,12	1,011	1,945	2,563	2,645	2,689	2,441	2,527	1,318	1,360	1,383	1,255	1,300
ago/08	-0,38	0,996	1,937	2,575	2,654	2,697	2,444	2,524	1,329	1,370	1,392	1,262	1,303

set/08	0,36	1,004	1,944	2,578	2,647	2,722	2,445	2,540	1,326	1,362	1,400	1,258	1,307
out/08	1,09	1,011	1,965	2,588	2,632	2,721	2,452	2,543	1,317	1,339	1,385	1,248	1,294
nov/08	0,07	1,001	1,967	2,621	2,616	2,724	2,454	2,548	1,333	1,330	1,385	1,248	1,296
dez/08	-0,44	0,996	1,958	2,654	2,623	2,746	2,454	2,543	1,355	1,340	1,402	1,253	1,299
jan/09	0,01	1	1,958	2,658	2,614	2,753	2,452	2,542	1,357	1,335	1,406	1,252	1,298
fev/09	-0,13	0,999	1,956	2,651	2,641	2,747	2,453	2,541	1,356	1,350	1,405	1,254	1,299
mar/09	-0,84	0,992	1,939	2,652	2,637	2,751	2,448	2,527	1,368	1,360	1,419	1,262	1,303
abr/09	0,04	1	1,940	2,643	2,594	2,747	2,440	2,543	1,362	1,337	1,416	1,258	1,311
mai/09	0,18	1,002	1,944	2,633	2,579	2,731	2,434	2,523	1,355	1,327	1,405	1,252	1,298
jun/09	-0,32	0,997	1,937	2,635	2,621	2,739	2,422	2,511	1,360	1,353	1,414	1,250	1,296
jul/09	-0,64	0,994	1,925	2,622	2,628	2,723	2,422	2,530	1,362	1,365	1,415	1,258	1,314
ago/09	0,09	1,001	1,927	2,622	2,628	2,715	2,422	2,538	1,361	1,364	1,409	1,257	1,317
set/09	0,25	1,003	1,931	2,618	2,623	2,674	2,417	2,510	1,355	1,358	1,384	1,251	1,300
out/09	-0,04	1	1,931	2,640	2,648	2,704	2,461	2,567	1,367	1,372	1,401	1,275	1,330
nov/09	0,07	1,001	1,932	2,676	2,625	2,749	2,483	2,594	1,385	1,359	1,423	1,285	1,343
dez/09	-0,11	0,999	1,930	2,679	2,624	2,760	2,489	2,592	1,388	1,360	1,430	1,290	1,343
jan/10	1,01	1,01	1,949	2,703	2,647	2,779	2,530	2,621	1,387	1,358	1,426	1,298	1,345
fev/10	1,09	1,011	1,971	2,721	2,677	2,831	2,557	2,653	1,381	1,358	1,437	1,298	1,346
mar/10	0,63	1,006	1,983	2,690	2,664	2,796	2,530	2,617	1,357	1,343	1,410	1,276	1,320
abr/10	0,72	1,007	1,997	2,638	2,675	2,815	2,501	2,589	1,321	1,339	1,409	1,252	1,296
mai/10	1,57	1,016	2,029	2,629	2,683	2,809	2,488	2,585	1,296	1,323	1,385	1,226	1,274
jun/10	0,34	1,003	2,036	2,635	2,621	2,739	2,422	2,511	1,294	1,288	1,346	1,190	1,234
jul/10	0,22	1,002	2,040	2,614	2,677	2,786	2,479	2,556	1,281	1,312	1,366	1,215	1,253
ago/10	1,1	1,011	2,063	2,621	2,674	2,779	2,482	2,580	1,271	1,297	1,347	1,203	1,251
set/10	1,1	1,011	2,085	2,638	2,651	2,794	2,486	2,596	1,265	1,271	1,340	1,192	1,245
out/10	1,03	1,01	2,107	2,689	2,667	2,792	2,509	2,614	1,276	1,266	1,325	1,191	1,241
nov/10	1,58	1,016	2,140	2,732	2,688	2,779	2,524	2,629	1,277	1,256	1,299	1,179	1,229
dez/10	0,38	1,004	2,148	2,737	2,686	2,826	2,539	2,629	1,274	1,250	1,316	1,182	1,224
jan/11	0,98	1,01	2,169	2,752	2,695	2,829	2,550	2,633	1,269	1,242	1,304	1,176	1,214
fev/11	0,96	1,01	2,190	2,758	2,706	2,831	2,555	2,643	1,259	1,236	1,293	1,167	1,207
mar/11	0,61	1,006	2,203	2,866	2,716	2,843	2,606	2,667	1,301	1,233	1,290	1,183	1,210
abr/11	0,5	1,005	2,214	2,976	2,803	2,961	2,770	2,845	1,344	1,266	1,337	1,251	1,285
mai/11	0,01	1	2,215	2,970	2,821	2,966	2,807	2,850	1,341	1,274	1,339	1,268	1,287
jun/11	-0,13	0,999	2,212	2,808	2,750	2,907	2,709	2,767	1,270	1,243	1,314	1,225	1,251
jul/11	-0,05	1	2,211	2,804	2,703	2,792	2,736	2,704	1,268	1,223	1,263	1,238	1,223
ago/11	0,61	1,006	2,224	2,812	2,712	2,834	2,733	2,696	1,264	1,219	1,274	1,229	1,212
set/11	0,75	1,008	2,241	2,831	2,691	2,879	2,735	2,718	1,263	1,201	1,285	1,221	1,213
out/11	0,4	1,004	2,250	2,838	2,673	2,885	2,739	2,759	1,262	1,188	1,282	1,218	1,226
nov/11	0,43	1,004	2,259	2,848	2,661	2,883	2,731	2,762	1,261	1,178	1,276	1,209	1,222
dez/11	-0,16	0,998	2,256	2,848	2,698	2,880	2,732	2,757	1,263	1,196	1,277	1,211	1,222
jan/12	0,3	1,003	2,262	2,842	2,687	2,883	2,724	2,748	1,256	1,188	1,274	1,204	1,215
fev/12	0,07	1,001	2,264	2,832	2,688	2,880	2,717	2,728	1,251	1,187	1,272	1,200	1,205
mar/12	0,56	1,006	2,277	2,834	2,700	2,878	2,726	2,726	1,245	1,186	1,264	1,197	1,197
abr/12	1,02	1,010	2,300	2,817	2,705	2,887	2,729	2,719	1,225	1,176	1,255	1,187	1,182
mai/12	0,91	1,009	2,321	2,810	2,702	2,886	2,720	2,720	1,211	1,164	1,243	1,172	1,172

jun/12	0,69	1,007	2,337	2,816	2,687	2,885	2,717	2,707	1,205	1,150	1,235	1,163	1,158
jul/12	1,52	1,015	2,372	2,821	2,676	2,883	2,713	2,714	1,189	1,128	1,215	1,144	1,144
ago/12	1,29	1,013	2,403	2,812	2,679	2,881	2,709	2,706	1,170	1,115	1,199	1,127	1,126

Tabela 15 - preços da gasolina deflacionados por região geográfica

Fonte: Elaboração Própria