

Referências Bibliográficas

@Risk (2009). Manual do Usuário, versão @Risk 5.7.

ACCIOLY, R.M.S. **Modelando estrutura de dependência através de cópulas: contribuições para a análise de incerteza em projetos de exploração e produção**. 2005. 197f. Tese – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

ATTANASI, E. D.; HAYNES, J. L. Economics and appraisal of conventional oil and gas in the western gulf of Mexico. **Journal of Petroleum Technology**, p. 2171-2180, december, 1984.

BARROS, M.; SOUZA, R. C.; MIRANDA, C. V. C. **Previsão das taxas diárias das sondas de perfuração em diversas faixas de lâmina d'água**. 2007. 45f. Relatório Técnico - PUC/RJ, Rio de Janeiro.

BRADLEY, M. E.; WOOD, A. R. O. Forecasting oilfield economic performance. Paper SPE 26054. In: WESTERN REGIONAL MEETING, 1993, Anchorage, Alaska.

CARTER, P. J.; MORALES, E. Probabilistic addition of gas reserves within a major gas project. Paper SPE 50113. In: SPE ASIA PACIFIC OIL AND GAS CONFERENCE AND EXHIBITION, 1998, Perth, Australia.

CORDEIRO, A. A. L.; AMADO, C. F. P. Avaliação do impacto do preço do petróleo sobre os custos operacionais. In: SEMINÁRIO DE PLANEJAMENTO, CONTROLE E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO E&P, 2008, Rio de Janeiro.

EIA. **Oil and gas lease equipment and operating cost 1994 through 2009**. EIA, 2010. Disponível em: <<http://www.eia.gov/>>. Acesso em: 04 fev. 2011.

ETHERINGTON, J. R. Managing your business using integrated PRMS and SEC standards. Paper SPE 124938. In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION, 2009, New Orleans, Louisiana.

ETHERINGTON, J. R.; RITTER, J. E. The 2007 SPE/WPC/AAPG/SPEE Petroleum Resources Management System (PRMS). **Journal of Canadian Petroleum Technology**, v. 47, n. 8, p. 15-17, august, 2008.

EViews (2010). Manual do Usuário, versão EViews 7.1.

FARMER, R. D.; HARRIS, C. M.; MURPHY, F. H.; DAMUTH, R. J. The outer continental shelf oil and gas supply of the energy information administration. **European Journal of Operational Research**, v. 18, p. 184-197, 1984.

FINCH J. H.; MACMILLIAN, F. E.; SIMPSON, G. S. On the diffusion of probabilistic appraisal and decision-making procedures in the UK's upstream oil and gas industry. **Research Policy**, v. 31, p. 969-988, 2002.

GAIR, R. Integrating deterministic and probabilistic reserves. Paper SPE 82000. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM, 2003, Dallas, Texas.

GARB, F. A.; LARSON, T. A. Valuation of oil and gas reserves. **Petroleum Engineering Handbook**, Chap. 41, 1987.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 924 p.

HAHN, W. J.; DYER, J. S. Incorporating Mean-Reverting Price Forecasts into Exploration and Production Project Evaluation. Paper SPE 94577. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM, 2005, Dallas, Texas.

HARREL, R.; GAJDICA, R.; ELLIOT, D.; AHBRANDT, T. S.; KHURANA, S. Panel: oil and gas reserves estimates. Paper OTC 17714. In: OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 2005, Houston, Texas.

JAIN, P.; RAJU, A.V. Evaluation of economics and technical uncertainties for identification of economic in field development and asset valuation. Paper SPE 39574. In: SPE INDIA OIL AND GAS CONFERENCE AND EXHIBITION, 1998, New Delhi, India.

KAISER, M. J.; YU, Y. Economic limit of field production in Texas. **Applied Energy**, v. 87, p. 3235-3254, 2010.

KUUSKRAA, V. A.; RYAB, P.; MULLER, J. M. Economics of offshore oil production. Paper SPE 6351. In: ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM OF THE SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS OF AIME, 1977, Dallas, Texas.

LIMA, G. A. C.; SUSLICK, S. B.; BORDIERI, C. A. A quantitative method for estimation of volatility of oil production projects. Paper SPE 94661. In: SPE HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM, 2005, Dallas, Texas.

MACARY, S. M.; RAZEK, M. A.; EL-GOHARY, H. Analysis of oil field economic performance. Paper SPE 64784. In: SPE INTERNATIONAL OIL AND GAS CONFERENCE AND EXHIBITION, 2000, Beijing, China.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2. ed. São Paulo: Edgar Blucher Ltda., 2006. 531 p.

NYSTAD, A. N. Economic analysis of the north sea oil and gas region. **Journal of Petroleum Technology**, p. 2515-2527, december, 1981.

PEREIRA, A. G. T. Mensuração do impacto da variação do preço do Brent sobre o preço das sondas terrestres contratadas de workover: estudo de caso para a UO-

SEAL. In: SEMINÁRIO DE PLANEJAMENTO, CONTROLE E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DO E&P, 2010, Rio de Janeiro.

PEREIRA, M. A. **Avaliação do impacto dos tributos na incorporação de reservas nas empresas do setor de petróleo**. 2004. 109f. Dissertação (Mestrado) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Econometria, modelos e previsões**. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004. 726p.

PORTER, M. E. (1986). **Estratégia competitiva**. 21. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1986. 362 p.

ROSS, J. G. Petroleum resources classification and definitions. In: SPE/WPC/AAPG. **Guidelines for the evaluation of petroleum reserves and resources: a supplement to the SPE/WPC petroleum reserves definitions and the SPE/WPC/AAPG petroleum resources definitions**. Houston, Texas, 2001. Cap. 2, p. 7-24.

SEC. **Modernization of oil and gas reporting**: final rule. SEC, 2009. Disponível em: <<http://www.sec.gov/rules/final/2009/33-8995fr.pdf>>. Acesso em: 12 mar. 2011.

SENTURK, Y. Essence of the SPE Petroleum Resources Management System – definitions and guiding principles for classification, categorization and assessment process. Paper SPE 149078. In: SAUDI ARABIA SECTION TECHNICAL SYMPOSIUM, 2011, Al-Khobar, Saudi Arabia.

SHELDON, D. H. Valuation of oil properties. **Journal of Petroleum Technology**, p. 17-20, july, 1953.

SPE-PRMS. **SPE/WPC/AAPG/SPEE Petroleum resources management system.** SPE, 2007. Disponível em: <http://www.spe.org/industry/docs/Petroleum_Resources_Management_System_2007.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2011.

SWINKELS, W. J. A. M. Aggregation of reserves. In: **SPE/WPC/AAPG. Guidelines for the evaluation of petroleum reserves and resources: a supplement to the SPE/WPC petroleum reserves definitions and the SPE/WPC/AAPG petroleum resources definitions.** Houston, Texas, 2001. Cap. 6, p. 53-72.

TEIXEIRA, A. B. E. **Metodologia para avaliação probabilística de reservas de óleo e gás.** 2011. 100f. Dissertação – PUC/RIO, Departamento de Engenharia Industrial, Rio de Janeiro.

WILLIGERS, B. J. A.; BRATVOLD, R. B. Valuing oil and gas options by least-squares Monte Carlo simulation. Paper SPE 116026. In: **SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION**, 2008, Denver, Colorado.

Apêndice I – O Problema da Heterocedasticidade

A premissa de homocedasticidade indica que a variância do erro é constante. Isto quer dizer que a variação em torno da linha de regressão é a mesma para todos os pontos de X . Ou seja,

$$\text{Var}(u_i) = \sigma^2 \quad (\text{Eq. 33})$$

Porém, em muitos casos esta premissa pode não ser verdadeira. Gujarati e Porter (2011) mostraram que são muitas as causas da heterocedasticidade. Um exemplo é que, em geral, espera-se que quanto maior o lucro das empresas, maior a variabilidade em suas políticas, quando comparado com empresas de menor lucro. Outra causa para a heterocedasticidade é que, com o passar do tempo, as técnicas de coletas de dados podem aprimorar. Assim, é provável que a variância do termo do erro diminua.

Mesmo havendo heterocedasticidade, Gujarati e Porter (2011) afirmaram que os estimadores $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ continuam sendo estimadores consistentes. Entretanto, deixam de ser os melhores estimadores não tendenciosos, ou seja, não apresentam variância mínima.

Isto ocorre porque o método dos Mínimos Quadrados Ordinários, segundo Pindyck e Rubinfeld (2004), dá mais peso às observações com variâncias de erros mais elevadas que àquelas com variâncias de erros menores. Isto ocorre porque a linha de regressão será ajustada de tal forma que a soma total dos resíduos ao quadrado seja mínima. A melhor forma de minimizar este erro é conseguindo um ajuste melhor na parte dos dados com alta variância.

Teste para Detectar Heterocedasticidade

Existem publicados na literatura alguns testes que podem ser utilizados para detectar a heterocedasticidade de uma série de dados.

Pindyck e Rubinfeld (2004) citaram que um procedimento inicial útil consiste em examinar o comportamento dos resíduos. Se as variâncias estimadas dos resíduos mudam a cada observação, há indícios de heterocedasticidade.

Contudo, segundo os autores, conhecer as variâncias dos resíduos não ocorre com frequência em trabalhos econométricos. Neste caso, Pindyck e Rubinfeld (2004) sugeriram calcular o quadrado dos resíduos. A forma como o quadrado dos resíduos varia no tempo ou com relação a outras variáveis também fornece informações quanto à heterocedasticidade.

Pindyck e Rubinfeld (2004) e Gujarati e Porter (2011) também sugeriram testes formais de detecção da heterocedasticidade. Como exemplo, pode-se citar o teste de Goldfeld-Quandt e o de Breusch-Pagan. Há algumas limitações quanto ao uso destes testes. O teste de Goldfeld-Quandt requer uma reordenação da variável explicativa e o teste de Breusch-Pagan é sensível à hipótese da normalidade.

Como alternativa, nesta pesquisa será apresentado e utilizado o teste de White, tal como apresentado por Gujarati e Porter (2011). Este teste é de mais fácil implementação quando comparado aos dois previamente citados e não requer a hipótese de normalidade.

O teste de White consiste primeiramente em realizar a regressão da equação original do modelo:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i \quad (\text{Eq. 34})$$

Assim, obtém-se os resíduos \hat{u}_i . Em seguida, realiza-se uma segunda regressão auxiliar com a seguinte equação:

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 X_i^2 + v_i \quad (\text{Eq. 35})$$

Isto quer dizer que os resíduos ao quadrado da regressão original são calculados por uma nova regressão contra os regressores X e X^2 .

Após esta etapa, deve-se calcular o coeficiente de determinação r^2 . Segundo Gujarati e Porter (2011), sob a hipótese nula de que não há heterocedasticidade, pode-se mostrar que o tamanho da amostra n multiplicado pelo r^2 da regressão auxiliar segue de forma assintótica a distribuição de qui-quadrado com graus de liberdade iguais ao número de regressores da regressão auxiliar. Desta forma, $n \times r^2 \sim \chi_{gl}^2$.

Assim, haverá heterocedasticidade se o valor calculado do qui-quadrado exceder o valor crítico no nível de significância escolhido. Caso contrário, será possível concluir que não há heterocedasticidade, ou que, $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$.

Medida Corretiva para a Heterocedasticidade

Uma vez que foi detectada a presença da heterocedasticidade da série analisada, é importante aplicar medidas corretivas. Como já citado anteriormente, a presença da heterocedasticidade não faz com que os estimadores dos MQO sejam não tendenciosos, contudo eles deixam de ser eficientes.

Gujarati e Porter (2011) apresentaram duas abordagens para corrigir o problema da heterocedasticidade: quando a variância dos resíduos é conhecida e quando não é conhecida.

Nos casos em que as amostras dos dados permitem estimar a variância dos resíduos, Gujarati e Porter (2011) sugeriram o método dos Mínimos Quadrados Generalizados (MQG). Este método consiste em dividir toda a equação original de regressão pela variância dos resíduos. Desta forma, tem-se que,

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_1 \left(\frac{X_{0i}}{\sigma_i} \right) + \beta_2 \left(\frac{X_i}{\sigma_i} \right) + \left(\frac{u_i}{\sigma_i} \right) \quad (\text{Eq. 36})$$

em que $X_{0i}=1$ para cada i .

Para facilitar, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$Y_i^* = \beta_1^* X_{0i} + \beta_2^* X_i + u_i^* \quad (\text{Eq. 37})$$

em que,

$$Y_i^* = \frac{Y_i}{\sigma_i}, \quad \beta_1^* = \frac{\beta_1}{\sigma_i}, \quad \beta_2^* = \frac{\beta_2}{\sigma_i} \quad \text{e} \quad u_i^* = \frac{u_i}{\sigma_i}.$$

Esta transformação é realizada de forma que a variância de u_i^* seja igual a 1, conforme prova a seguir:

$$\text{Var}(u_i^*) = E(u_i^*)^2 = E\left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right)^2, \quad \text{já que } E(u_i^*) = 0,$$

$$E\left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right)^2 = \frac{1}{\sigma_i^2} E(u_i^2), \quad \text{uma vez que } \sigma_i^2 \text{ é conhecido,}$$

$$\frac{1}{\sigma_i^2} E(u_i^2) = \frac{1}{\sigma_i^2} (\sigma_i^2), \quad \text{já que } E(u_i^2) = \sigma_i^2.$$

Então,

$$\text{Var}(u_i^*) = \frac{1}{\sigma_i^2} (\sigma_i^2) = 1, \quad \text{que é uma constante.}$$

Comprova-se que, por meio desta transformação, o termo do erro u_i^* agora é homocedástico. Assim, ao aplicar o modelo clássico do método dos MQO à equação transformada, obter-se-ão os estimadores β_1^* e β_2^* que poderão ser considerados os melhores estimadores lineares não tendenciosos. Estes estimadores desta forma obtidos são conhecidos por estimadores MQG.

Gujarati e Porter (2011) demonstraram que o estimador MQG $\hat{\beta}_2^*$ pode ser obtido minimizando a seguinte equação:

$$\sum \hat{u}_i^{2*} = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1^* X_{0i} - \hat{\beta}_2^* X_i)^2 \quad (\text{Eq. 38})$$

Como resultado da minimização tem-se que,

$$\hat{\beta}_2^* = \frac{(\sum w_i)(\sum w_i X_i Y_i) - (\sum w_i X_i)(\sum w_i Y_i)}{(\sum w_i)(\sum w_i X_i^2) - (\sum w_i X_i)^2} \quad (\text{Eq. 39})$$

em que $w_i = 1/\sigma_i^2$.

Observa-se que no processo de minimização dos MQG, minimiza-se a soma ponderada dos quadrados dos resíduos com $w_i = 1/\sigma_i^2$. Por isso, este método na verdade é um caso específico dos MQG, conhecido por método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP).

Para os casos em que a variância do termo do erro não é conhecida, Gujarati e Porter (2011) apresentaram o modelo proposto por White, cuja prova matemática não será apresentada nesta pesquisa. Segundo os autores, atualmente os programas de regressão disponíveis são capazes de gerar os estimadores consistentes para heterocedasticidade de White.

Apêndice II – O Problema da Auto-Correlação dos Resíduos

Conforme discutido por Gujarati e Porter (2011), o modelo clássico de regressão linear pressupõe que não existe auto-correlação nos termos de erro u_i . Simbolicamente, $Cov(u_i, u_j / x_i, x_j) = E(u_i u_j) = 0, \quad i \neq j$, em que *Cov* significa covariância.

Entretanto, existem algumas causas que fazem com que a hipótese de inexistência de auto-correlação não seja verdadeira.

Um dos motivos para a existência de auto-correlação é o que Gujarati e Porter (2011) chamaram de inércia. Segundo os autores, séries temporais como índice de preços, produção ou emprego registram ciclos econômicos. Após um período de recessão, por exemplo, quando há uma recuperação econômica, estas variáveis tendem a crescer até que outro ciclo econômico detenha este crescimento. É como se houvesse um impulso embutido neste comportamento. Assim, as observações sucessivas numa série temporal tendem a ser interdependentes.

Outro fator que pode levar à auto-correlação dos resíduos é a manipulação dos dados, segundo Gujarati e Porter (2011). Em muitos casos, quando são divulgados dados anuais, na verdade estes dados são resultados de uma média mensal. Estas médias suavizam as flutuações dos dados mensais. Deste modo, os dados anuais tendem a ser menos irregulares que os dados mensais. Essa regularidade dos dados anuais pode gerar um padrão sistemático do termo do erro, e conseqüentemente, gerar a auto-correlação.

Assim como no caso da heterocedasticidade, mesmo na presença de auto-correlação, os estimadores continuam sendo estimadores lineares não tendenciosos, conforme demonstrado por Gujarati e Porter (2011). Contudo, não apresentam variância mínima.

Teste para Detectar Auto-Correlação dos Resíduos

Quando o objetivo é detectar a presença de correlação serial dos resíduos, são muitos os testes disponíveis para este fim. Pindyck e Rubinfeld (2004)

apresentaram os testes de Cochrane-Orcutt e Hildreth-Lun. Gujarati e Porter (2011) citaram ainda dois procedimentos úteis, o método gráfico e o teste das carreiras. Além destes procedimentos, Gujarati e Porter (2011) apresentaram o teste geral de auto-correlação, o teste de Breusch-Godfrey.

Porém, os autores acima citados apresentaram o teste de Durbin-Watson como o teste mais utilizado para a detecção serial. Assim, o procedimento deste teste será descrito e utilizado nesta pesquisa.

Os estatísticos Durbin e Watson desenvolveram uma estatística de teste conhecida por d de Durbin-Watson e foi definida como,

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{u}_t^2} \quad (\text{Eq. 40})$$

Existem seis hipóteses que fundamentam esta estatística e nesta pesquisa serão assumidas como verdadeiras. Tais hipóteses são:

Hipótese 1: o modelo de regressão inclui o termo do intercepto.

Hipótese 2: as variáveis explanatórias são não estocásticas.

Hipótese 3: os termos de erro são gerados por processo auto-regressivo apenas de primeira ordem.

Hipótese 4: o termo de erro é distribuído normalmente.

Hipótese 5: o modelo de regressão não inclui os valores defasados da variável dependente como uma variável explanatória.

Hipótese 6: não devem faltar observações nos dados.

Expandido a equação da estatística de teste d , tem-se que,

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_t^2 + \sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_{t-1}^2 - 2 \sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{u}_t^2} \quad (\text{Eq. 41})$$

Na equação acima, nota-se que $\sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_t^2$ e $\sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_{t-1}^2$ se diferem apenas em uma observação e, portanto, representam valores muito próximos. Desta forma, a estatística de teste d fica como:

$$d \approx 2 \left(1 - \frac{\sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{u}_t^2} \right) \quad (\text{Eq. 42})$$

Gujarati e Porter (2011) apresentaram outra importante variável para este procedimento que é o coeficiente de auto-correlação de primeira ordem amostral. Este coeficiente é definido pela expressão a seguir:

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{u}_t^2} \quad (\text{Eq. 43})$$

sendo $\hat{\rho}$, um estimador do verdadeiro coeficiente de auto-correlação de primeira ordem ρ .

Usando a expressão do coeficiente de auto-correlação, pode-se expressar novamente a estatística d como segue:

$$d \approx 2(1 - \hat{\rho}).$$

Como $-1 \leq \rho \leq 1$, a expressão acima implica que, $0 \leq d \leq 4$. Isto quer dizer que d deve assumir valores entre 0 e 4.

Fica evidente que se $\hat{\rho} = 0$, $d \approx 2$. Isto significa que se não houver correlação serial, espera-se que o valor de d seja aproximadamente 2.

Por outro lado, se $\hat{\rho} = +1$, $d \approx 0$, indicando assim correlação positiva perfeita nos resíduos. Se no outro extremo, $\hat{\rho} = -1$, $d \approx 4$, indicando correlação negativa perfeita.

Contudo, diferentemente de outros testes, como o χ^2 , não há um único valor crítico que leva a rejeição ou aceitação da hipótese nula de ausência de auto-correlação. Por isso, Durbin e Watson conseguiram determinar um limite inferior, d_L e superior, d_U , de tal forma que se o d calculado estiver fora destes limites, pode-se tomar uma decisão a respeito da presença da auto-correlação dos resíduos. Caso o valor calculado de d esteja dentro destes limites, não é possível chegar a uma conclusão. Os limites d_L e d_U foram tabulados por Durbin e Watson e dependem do número de observações e variáveis explanatórias.

As regras de decisão para rejeitar ou não a hipótese nula de ausência de auto-correlação dos resíduos estão resumidas a seguir:

Se $0 < d < d_L$, rejeitar

Se $d_L \leq d \leq d_U$, não há decisão

Se $4 - d_L < d < 4$, rejeitar

Se $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$, não há decisão

Se $d_U < d < 4 - d_U$, não rejeitar

Medida Corretiva para a Auto-Correlação dos Resíduos

Caso seja identificado auto-correlação nos resíduos dos dados estudados, é recomendável utilizar medidas corretivas. Como já citado anteriormente, a auto-correlação leva a uma ineficiência dos estimadores.

Gujarati e Porter (2011) sugeriram o método dos MQG para corrigir o problema. Vale lembrar que o método dos MQG nada mais é do que o método dos MQO aplicado ao modelo transformado da regressão linear.

Portanto, faz-se necessário transformar o modelo original de tal forma que no modelo transformado não haja auto-correlação dos resíduos. Se o coeficiente de auto-correlação ρ for conhecido, basta transformar o modelo original no modelo conhecido como *equação em diferenças generalizadas* expresso como:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_1(1 - \rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (\text{Eq. 44})$$

em que $\varepsilon_t = (u_t - \rho u_{t-1})$.

A equação transformada pode ser reescrita como,

$$Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_t^* + \varepsilon_t \quad (\text{Eq. 45})$$

em que $Y_t^* = (Y_t - \rho Y_{t-1})$, $\beta_1^* = \beta_1(1 - \rho)$, $\beta_2^* = \beta_2$ e $X_t^* = (X_t - \rho X_{t-1})$.

Uma vez que o termo de erro da equação transformada satisfaz a hipótese de ausência de correlação serial, pode-se aplicar o método dos MQO nas variáveis transformadas Y^* e X^* .

Contudo, na prática raramente o coeficiente de auto-correlação ρ é conhecido. Assim, Gujarati e Porter (2011) sugeriram algumas formas de se estimar ρ . Dentre os procedimentos apresentados pelos autores estão a estimação com base na estatística d e a estimação com base nos resíduos.

Como já citado anteriormente, existe uma relação entre a estatística d e ρ , que pode ser reescrita como,

$$\hat{\rho} \approx 1 - \frac{d}{2} \quad (\text{Eq. 46})$$

Desta forma, pode-se obter ρ pela expressão acima e transformar os dados conforme mostrado pela *equação de diferenças generalizadas*. Contudo, Gujarati e Porter (2011) citaram que este método pode não ser válido para amostras pequenas.

A estimação com base nos resíduos consiste em estimar ρ fazendo a regressão dos resíduos \hat{u}_t contra os \hat{u}_{t-1} . Ou seja, deve-se efetuar a seguinte regressão:

$$\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + v_t \quad (\text{Eq. 47})$$

em que \hat{u}_t são os resíduos obtidos na regressão original e v_t representam os termos de erro desta nova regressão.

Uma vez realizada a nova regressão e encontrada uma estimativa para ρ , é possível transformar os dados originais da regressão de modo que assim seja possível aplicar o método dos MQO.