

2

Fundamentos teóricos

A maioria de estruturas de engenharia apresenta defeitos ou imperfeições semelhantes a trincas mesmo antes de entrar em serviço, pois elas podem ser introduzidas acidentalmente no processo de fabricação da peça, como por exemplo, durante a usinagem. Segundo [5] em aços de alta resistência o tamanho destas imperfeições pode ser da ordem de $10\mu\text{m}$ ou menores, e em ligas fundidas ou estruturas soldadas pode ser de aproximadamente 1mm. Portanto, a existência de um limite de fadiga e as falhas por fadiga de alto ciclo estão fortemente associadas às condições de propagação ou não-propagação destes defeitos.

Por outro lado, devido a propósitos funcionais de sistemas mecânicos, os componentes estruturais reais são em geral fabricados com entalhes, e.g., furos, rasgos, ombros. Estes entalhes geram um gradiente de concentração de tensões em torno de suas raízes, partindo de um valor de tensão máximo na raiz até o valor nominal longe dela, segundo o princípio de Saint-Venant. É justamente nesses pontos críticos que trincas podem aparecer e propagar até a fratura ou até se tornar trincas não-propagantes, dependendo da carga nominal aplicada.

Desta maneira, é importante compreender o efeito que um entalhe ou uma trinca introduzida acidentalmente causa na resistência à fadiga da peça em relação a uma peça sem entalhe, para poder fazer previsões do limite de fadiga sem a necessidade de testar CPs para cada geometria e tamanho de entalhe. Por isso, a seguir se apresentam as definições dos concentradores de tensões que quantificam o comportamento dos entalhes.

2.1

Fator de concentração de tensões

Qualquer entalhe em uma peça altera a distribuição de tensões em torno da sua raiz, de modo que as equações elementares das tensões já não podem ser aplicadas para descrever o estado de tensão da peça nesses locais. Para quantificar o efeito concentrador de tensões do entalhe se utiliza o chamado fator de concentração de tensão elástico ou geométrico K_t . O fator de concentração K_t é definido pela razão entre a tensão máxima σ_{max} na raiz do entalhe e a tensão nominal σ_n aplicada, conforme indicado na Eq. (2.1).

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (2.1)$$

Há soluções analíticas completas para o campo de tensões na borda de entalhes que são função da geometria e da carga nominal σ_n . Uma vez conhecido o campo de tensões, pode-se determinar σ_{max} , que corresponde à máxima tensão na borda do entalhe na direção da tensão nominal σ_n . Em particular, o problema para um furo elíptico numa placa submetida à tração uniaxial foi resolvido por Inglis [8] e por isso é conhecido como o Problema de Inglis.

2.1.1

O Problema de Inglis

Em 1913, Inglis determinou a solução analítica do campo de tensões na borda de um furo elíptico numa placa infinita tracionada, vide Figura 2.1. A partir da solução de Inglis é possível determinar a expressão para a máxima tensão na direção da tensão nominal σ_n , que ocorre na posição $x = \pm b$, $y = 0$: $\sigma_{max} = (1 + 2b/c) \cdot \sigma_n$. Logo, a Eq. (2.1) pode ser expressa como:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = \frac{\sigma_{x=\pm b, y=0}}{\sigma_n} = 1 + 2 \cdot \frac{b}{c} = 1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{b}{\rho}} \quad (2.2)$$

onde $\rho = c^2/b$ é o menor raio da elipse, nos pontos $x = \pm b$.

Por outro lado, Tada *et. al.* [9] apresentaram outra expressão para determinar o K_t na borda de um furo semielíptico, vide Eq. (2.3).

$$K_t = \left(1 + 2 \cdot \frac{b}{c}\right) \cdot \left[1 + \frac{0.1215}{(1 + c/b)^{2.5}}\right] \quad (2.3)$$

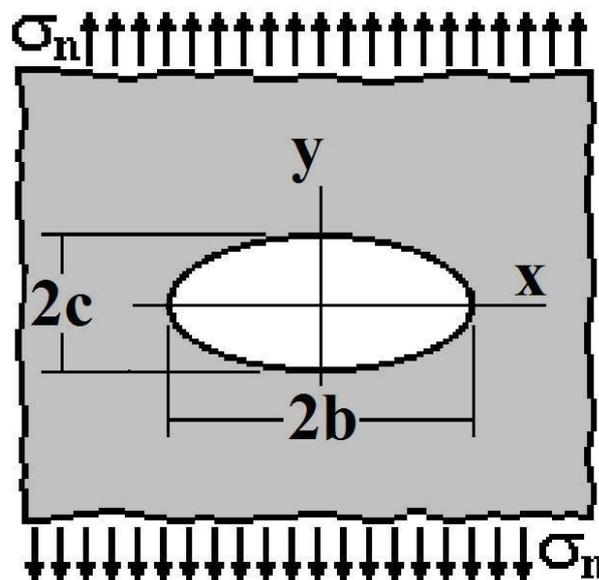


Figura 2.1: Placa de Inglis [1]

A concentração de tensão é um efeito altamente localizado em torno da zona da ponta do entalhe e, portanto, pode causar escoamento localizado. Contudo, o escoamento localizado quase nunca causa falhas importantes. Logo, os entalhes em geral não são críticos no dimensionamento estático de peças dúcteis.

Entretanto o efeito de K_t é fundamental em fadiga, onde as falhas são primariamente causadas pelas deformações cíclicas induzidas pela gama (local) da tensão $\Delta\sigma$ atuante no ponto crítico (o ponto de maior sollicitação) [1].

2.2

Fator de concentração de tensões em fadiga

De acordo com a teoria, baseada nos métodos tradicionais de dimensionamento para vida infinita (SN ou εN), a resistência nominal de uma peça sem entalhe deveria ser K_t vezes maior do que da mesma peça com entalhe. No entanto, resultados experimentais indicam que, a presença de um entalhe em uma peça submetida à tensão nominal cíclica reduz a resistência à fadiga que teria a mesma peça sem entalhe por um fator K_f em lugar de K_t . O fator K_f é chamado de fator de concentração de tensão em fadiga e é usualmente definido como a razão entre os limites de fadiga do CP padrão S'_L e da peça entalhada S_L , vide Eq. (2.4).

$$K_f = \frac{\text{limite de fadiga sem entalhe}}{\text{limite de fadiga com entalhe}} = \frac{S'_L}{S_L} \quad (2.4)$$

Em geral K_f é igual ou menor do que K_t , o que indica que o uso de K_t no lugar de K_f no dimensionamento pode ser conservativo demais para descrever a sensibilidade do entalhe. A diferença entre K_t e K_f aumenta quando decrescem o raio ρ do entalhe e aumenta a resistência última S_R do material. Para relacionar os fatores K_t e K_f em problemas de dimensionamento é comum se usar a sensibilidade a entalhe q , definida pela Eq. (2.5).

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (2.5)$$

A sensibilidade ao entalhe toma valores na faixa $0 \leq q \leq 1$. Se $q = 0$, e, conseqüentemente $K_f = 1$, o material é insensível à presença do entalhe. Pelo contrário, se $q = 1$, e, portanto $K_f = K_t$, significa que o material é altamente sensível à presença do entalhe e que o seu comportamento é governado pela tensão máxima localizada na raiz do entalhe.

A Figura 2.2 mostra alguns dados experimentais de um aço AISI 1015 que põem em evidência a diferença entre K_t e K_f . Estes dados foram obtidos medindo os limites de fadiga de CPs cilíndricos com diâmetro $d = 12.7\text{mm}$, com um entalhe de profundidade fixa igual a 1.27mm e com o raio do entalhe

variando entre $0.025 < \rho < 2\text{mm}$, tal que seus fatores de concentração de tensão lineares elásticos variavam entre $9 > K_t > 1.69$, os quais causaram uma variação do fator de concentração de tensão em fadiga entre $3 \geq K_f > 1.69$.

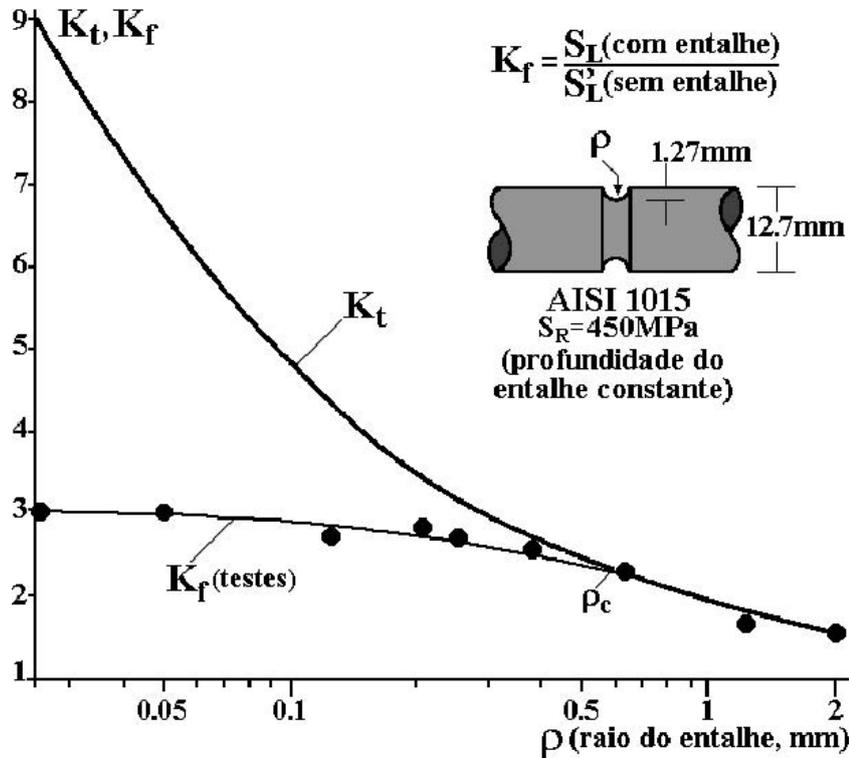


Figura 2.2: Algumas medidas experimentais de K_f [10]

Segundo os dados experimentais da Figura 2.2, a diferença entre K_f e K_t é maior para valores de $\rho \approx 0$ e, na medida em que o raio do entalhe ρ cresce, esta diferença vai se reduzindo. Para raios de entalhe igual o maior que um valor crítico $\rho \geq \rho_c$, o fator $K_f \rightarrow K_t$. Estes resultados mostram que, para valores do raio ρ menores do que um raio crítico ρ_c , o efeito de concentração de tensão na vida a fadiga passa a ser controlada por K_f .

Várias interpretações têm sido dadas para explicar o fato de $K_f < K_t$: tensão média sobre um volume pequeno, efeito da usinagem do entalhe, tensões biaxiais, plasticidade inversa, etc. Porém, a análise clássica da MFLE nas condições de propagação de trincas tem mostrado que a presença de trincas pode ser a principal causa de $K_f < K_t$ [11]. De fato, segundo Frost [12], trincas curtas não-propagantes de fadiga aparecem na raiz de entalhes quando $\Delta S_0/K_t < \Delta \sigma_n < \Delta S_0/K_f$, vide Figura 2.3, onde ΔS_0 é o limite de fadiga da peça sem entalhes para uma razão de tensão $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0$ e $\Delta \sigma_n$ é a gama de tensão nominal aplicada na peça entalhada. Essas trincas não-propagantes podem, ao menos em alguns casos, explicar porque $K_f < K_t$. Assim sendo, em tais casos seria possível determinar analiticamente valores

para a sensibilidade q baseados no comportamento da propagação de trincas curtas emanando de entalhes [7].

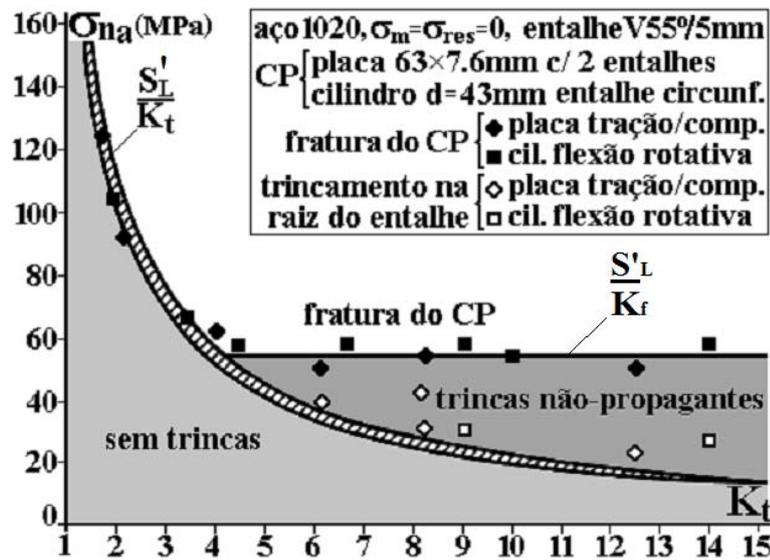


Figura 2.3: Trincas não-propagantes geradas se $S'_L/K_t < \sigma_n < S'_L/K_f$ [12].

2.3

Concentração de tensões em torno de uma trinca

Ao contrário do que acontece com o campo de tensões em torno de entalhes, uma trinca apresenta singularidade na sua ponta porque tem um raio $\rho = 0$ e, portanto, uma tensão matematicamente infinita na sua ponta. Assim, a tensão máxima não pode ser considerada como o parâmetro que governa o efeito da concentração de tensão na ponta de uma trinca. Para tratar esta singularidade, Williams [3] e Irwin [4] introduziram o parâmetro chamado de fator de intensidade de tensões (FIT) que permite quantificar o campo das tensões em torno da ponta de uma trinca. Segundo Irwin, o FIT é definido como o parâmetro que descreve a intensidade de um campo de tensões linear elástico singular na vizinhança da ponta de uma trinca.

A partir da teoria da MFLE, o campo de tensões no contorno da ponta da trinca em modo I de carregamento é caracterizado pelo fator de intensidade de tensões K_I , como descrito pela Eq. (2.6).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

O modo I de fratura é perpendicular às faces da trinca e as coordenadas xy e $r\theta$ têm origem na ponta da trinca, como mostrado na Figura 2.4. Segundo a Eq. (2.6), as tensões são inversamente proporcionais a \sqrt{r} , onde r é a distância

à ponta da trinca. Note que o campo de tensões em torno da ponta da trinca é singular quando $r \rightarrow 0$.

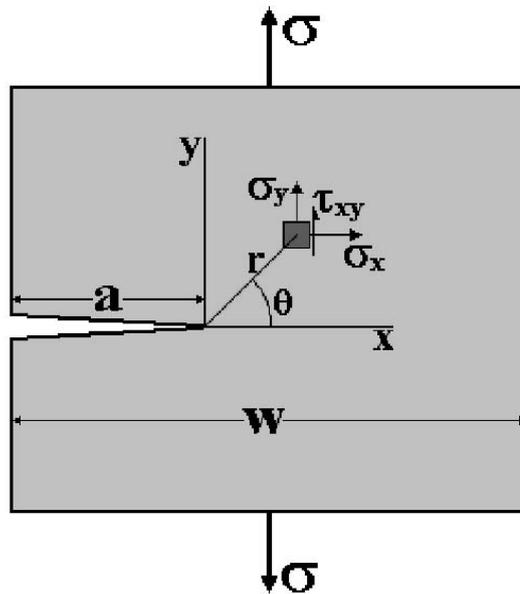


Figura 2.4: Modo I de carregamento de trincas [1].

Em forma geral, o FIT em modo I pode ser definido pela seguinte expressão:

$$\Delta K_I = \Delta \sigma_n \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f(a/W) \quad (2.7)$$

sendo $\Delta \sigma_n$ a tensão nominal aplicada na peça, a o comprimento da trinca e $f(a/W)$ o fator que descreve toda a influência das geometrias da peça, da trinca e da forma de carregamento.

Uma vez que uma trinca emana na zona de maior tensão, o problema deve ser tratado desde o ponto de vista da MFLE, ou seja, é o FIT que controla a propagação da trinca. Portanto, os FITs para diferentes combinações de geometria da peça e da trinca são tabelados na literatura e, pela unicidade das tensões lineares, só precisa ser calculado uma vez para cada geometria [1].

2.4

Estimativa de Creager e Paris

Creager e Paris propuseram em 1967 [13] uma interessante e poderosa técnica para estimar K_t de entalhes delgados a partir de soluções disponíveis para fatores de intensidade de tensões em modo I. As análises dos entalhes na elasticidade tradicional e das trincas na MFLE são similares: em geral são difíceis de resolver analiticamente, mas como todos os problemas lineares têm uma solução única, uma vez calculado um K_t ou um K_I eles podem

ser catalogados. Na Figura 2.5 se apresentam alguns dos K_I catalogados na literatura.

	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$		$K_I = 1.1215 \cdot \sigma \sqrt{\pi a}$
	$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a}$		$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[\sec \frac{\pi a}{2w} \right]^{1/2} \cdot [1 - .025(a/w)^2 + .06(a/w)^4]$
	$K_{III} = \tau \sqrt{\pi a}$		$K_I = \left[\frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{(1 - \frac{a}{w})^{1.5}} \cdot \{ .857 + .265 [\frac{a}{w} + (1 - \frac{a}{w})^6] \} \right]$
	$K_I = p \sqrt{\pi a}$		$K_I = \frac{P}{t \sqrt{w}} \cdot \frac{(2 + a/w)}{(1 - a/w)^{1.5}} \cdot [.886 + 4.64 \frac{a}{w} - 13.3 (\frac{a}{w})^2 + 14.7 (\frac{a}{w})^3 - 5.6 (\frac{a}{w})^4]$
	$K_I = P / (t \sqrt{\pi a})$	alguns fatores K_I, K_{II} e K_{III} típicos	

Figura 2.5: Alguns FIT catalogados na literatura [1].

Creager e Paris mostraram que, no caso de entalhes delgados e profundos com raio de ponta ρ , deslocando uma distância de $\rho/2$ para dentro do entalhe a origem dos eixos coordenados r e θ (vide Figura 2.6), seria possível estimar o campo de tensões no entorno da ponta dos entalhes a partir das soluções do FIT das trincas correspondentes.

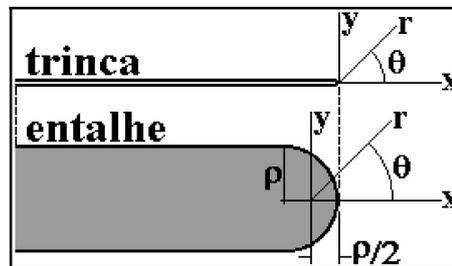


Figura 2.6: Coordenadas de Creager-Paris [1]

O campo de tensões em modo I à frente da ponta dos entalhes no sistema de coordenadas deslocado vem dado pela Eq. (2.8).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \frac{\rho}{2r} \cdot \begin{Bmatrix} -\cos(3\theta/2) \\ \cos(3\theta/2) \\ -\sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Portanto, os FIT também podem ser usados para descrever o campo de tensões em torno de entalhes delgados, que são similares a trincas cegas (ou com pontas arredondadas). Desta forma, para estimar o K_t destes entalhes basta usar $r = \rho/2$ na Eq. (2.8). Logo, o K_t em modo I pode ser estimado pela Eq. (2.9).

$$K_t \cdot \Delta\sigma_n = \Delta\sigma_y \left(r = \frac{\rho}{2}, \theta = 0 \right) \Rightarrow K_t = \frac{2 \cdot \Delta K_I}{\Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi\rho}} \quad (2.9)$$

onde ΔK_I é a gama do FIT apresentada na Figura 2.5, mas adaptada à nomenclatura utilizada neste trabalho. Para isso, o valor apresentado como a no C(T) da Figura 2.5 é separado em dois parâmetros dimensionais: a profundidade do entalhe e o tamanho da trinca ($b + a$).

Assim, tendo-se as expressões para determinar o fator de intensidade de tensões ΔK_I e a tensão nominal $\Delta\sigma_n$, o fator de concentração de tensão K_t de um entalhe delgado e profundo pode ser estimado pela Eq. (2.9).

2.5

O limiar de propagação de trincas curtas e o modelo ETS

O efeito do tamanho das trincas curtas no limiar de propagação de trincas de fadiga de vários materiais metálicos pode ser descrito convenientemente por meio do diagrama de KitagawaTakahashi (K-T) [14], que relaciona o limiar com o tamanho da trinca, como se mostra na Figura 2.7. Este diagrama descreve o comportamento à fadiga das trincas curtas, relacionando a maior gama de tensões $\Delta\sigma$ tolerada por qualquer trinca não propagante ao limiar das trincas longas ΔK_0 e ao limite de fadiga ΔS_0 (no caso das trincas curtas).

El Haddad *et. al.* [15] propuseram o modelo ETS que vincula os comportamentos de trincas curtas e trincas longas, limitados pelas duas retas no diagrama K-T. Para isso, ele introduziu um valor chamado de tamanho característico das trincas curtas a_0 (vide Eq. (2.10)), um parâmetro do material que é função do limiar de propagação de trincas longas ΔK_0 e do limite de fadiga ΔS_0 , quando a razão de tensão $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0$.

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0} \right)^2 \quad (2.10)$$

Assim, a gama do FIT da placa de Irwin é modificada considerando um tamanho de trinca $a + a_0$ ao invés de levar em conta somente a , como

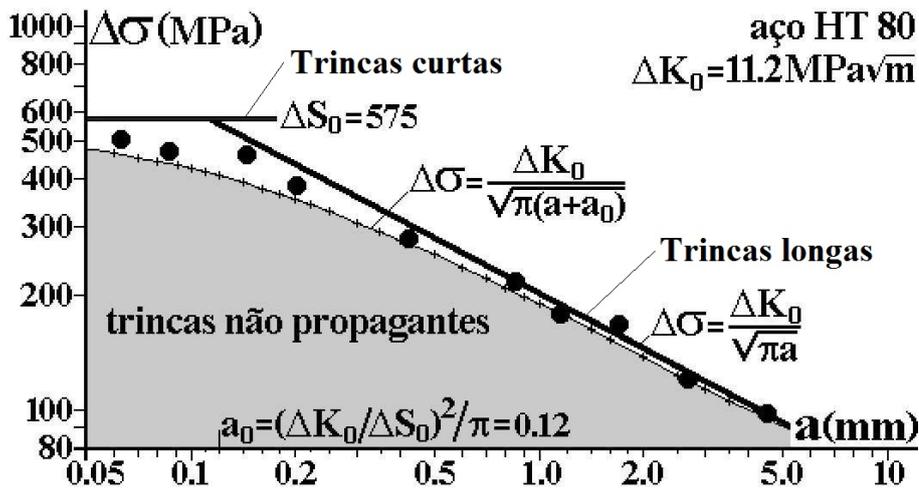


Figura 2.7: Diagrama de Kitagawa-Takahashi que descreve a propagação de fadiga de trincas curtas e longas sob cargas pulsantes ($R = 0$) num aço HT80 com $\Delta K_0 = 11.2 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ e $\Delta S_0 = 575 \text{MPa}$.

apresentado na Eq. (2.11).

$$\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi(a + a_0)} \quad (2.11)$$

Nesta equação, quando o valor da gama ΔK é igual ao limiar de propagação de trincas longas ΔK_0 , a gama de tensão $\Delta \sigma$ reproduz a tendência da curva $\Delta \sigma a$ do diagrama K-T, conforme indicado na Eq. (2.12).

$$\Delta \sigma_{th} = \frac{\Delta K_0}{\sqrt{\pi(a + a_0)}} \quad (2.12)$$

Como a gama ΔK do modelo ETS foi deduzida a partir de uma placa infinita (placa de Irwin), $\Delta K = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi a}$, é preciso generalizar esta expressão para qualquer geometria. Para isso, Yu *et. al.* [16] utilizaram os fatores $f(a)$, que quantifica o gradiente de tensões na raiz do entalhe, e α , o chamado fator de superfície livre. Assim, a gama $\Delta \sigma$ passa a ser considerada a gama de tensão nominal $\Delta \sigma_n$ (longe da raiz do entalhe) e, a_0 é definido como apresentado na Eq. (2.13).

$$\Delta K = \alpha \cdot f(a) \cdot \Delta \sigma_n \cdot \sqrt{\pi(a + a_0)}, \text{ onde } a_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_0}{\alpha \cdot \Delta S_0} \right)^2 \quad (2.13)$$

Na realidade, o valor de a_0 é o tamanho característico das trincas curtas (para aços $7 < a_0 < 700 \mu\text{m}$) [1]. Neste caso, $f(0) \rightarrow K_t$ e o produto $f(0) \cdot \Delta \sigma_n = K_t \cdot \Delta \sigma_n = \Delta S_0$, se $\Delta K = \Delta K_0$.

Todavia, uma forma bem melhor de modelar o comportamento das trincas curtas é considerar o limiar de propagação como sendo uma função do tamanho da trinca, $\Delta K_{th}(a)$, a partir da definição geral original $\Delta K = \alpha \cdot f(a) \cdot \Delta \sigma_n \cdot \sqrt{\pi a}$, utilizando a Eq. (2.14).

$$\frac{\Delta K_{th}(a)}{\Delta K_0} = \frac{\alpha \cdot f(a) \cdot \Delta \sigma_n \cdot \sqrt{\pi a}}{\alpha \cdot f(a) \cdot \Delta \sigma_n \cdot \sqrt{\pi(a+a_0)}} = \frac{1}{\sqrt{1+(a_0/a)}} \quad (2.14)$$

O modelo ETS (vide Eq. (2.11)) ajusta satisfatoriamente os resultados experimentais apresentados no diagrama K-T, acoplando os comportamentos de trincas curtas ($a \ll a_0$) e trincas longas ($a \gg a_0$) por meio de uma única equação. Entretanto, Bazant [17], analisando o problema de fratura estática de materiais frágeis, limitada entre o colapso plástico e a MFLE, propôs uma equação mais geral, introduzindo um parâmetro de ajuste γ na expressão da Eq. (2.14), expressada matematicamente na Eq. (2.15).

$$\Delta K_{th}(a) = \Delta K_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{a_0}{a} \right)^{\gamma/2} \right]^{-1/\gamma} \quad (2.15)$$

Esta equação reproduz o modelo ETS quando $\gamma = 2$. O limite bi-linear, $\Delta \sigma(a \leq a_0) = \Delta S_0$ para trincas curtas e $\Delta \sigma(a \geq a_0) = \Delta K_0/\sqrt{\pi a}$ para trincas longas, é obtido quando $f(a) = 1$ e $\gamma \rightarrow \infty$. A maioria de resultados experimentais de trincas curtas obtidas da literatura é ajustada por valores na faixa $1.5 < \gamma < 8$ [1], vide Figura 2.8.

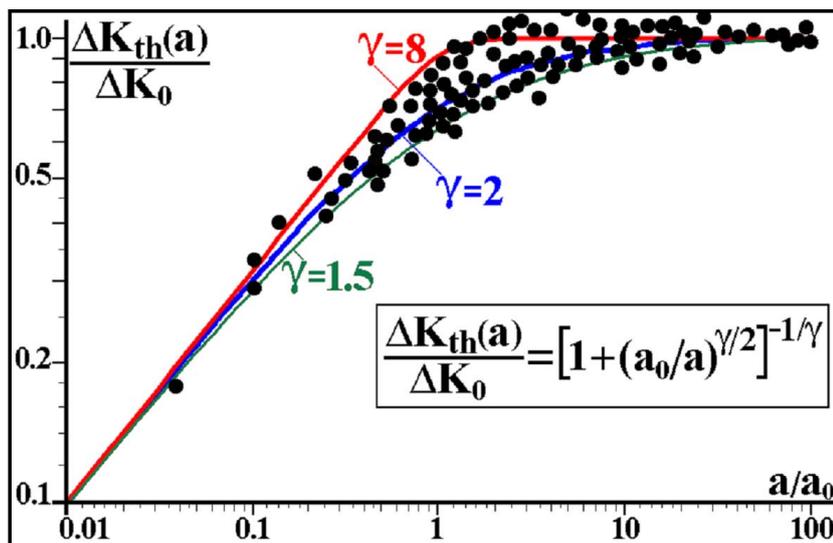


Figura 2.8: Razão entre limiares de propagação de trincas curtas e trincas longas como função da razão a/a_0 [1].

2.6 O modelo GT

Tendo como base o modelo de El Haddad, Topper e Smith (ETS), nesta seção se apresenta o modelo de Gradiente de Tensões (GT). Este modelo se fundamenta no fato de que é o alto gradiente de tensão $\partial \sigma_y / \partial x$ junto à ponta de entalhes alongados que justifica o crescimento peculiar das trincas curtas que

deles partem, tornando possível até que elas parem de crescer após propagar um pouco, pois a influência das tensões afetadas pelo concentrador de tensões K_t pode diminuir bruscamente à medida que a trinca vai crescendo. Porém, o valor de K_t e do gradiente $\partial\sigma_y/\partial x$ dependem não só da geometria do CP, mas também do tipo de carregamento aplicado no CP. Sendo assim, a seguir se aplica o modelo GT a CPs submetidos somente a tração e a CPs submetidos a tração e flexão combinadas.

2.6.1

Trincas curtas que emanam de entalhes semi-elípticos em placas submetidas a tração

A partir da definição geral da gama do FIT, para um espécime com entalhe semi-elíptico de semi-eixos b e c (onde b está na mesma direção que o tamanho da trinca a), com uma carga nominal de tensão $\Delta\sigma_n$, aplicada normal à direção de propagação da trinca, a gama do FIT para uma trinca a emanando da raiz do entalhe pode ser escrita pela Eq. (2.16) [7].

$$\Delta K(a) = \alpha \cdot f(a/b, c/b) \cdot \Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi a} \quad (2.16)$$

onde o fator geométrico $f(a/b, c/b)$ quantifica o gradiente de tensões à frente da ponta de trinca. Este fator é calculado utilizando o *software* Quebra2D [18] e ajustado com uma faixa de erro de 3% pela Eq. (2.17), onde $s = a/(a + b)$.

$$f\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{b}\right) \equiv f(K_t, s) = K_t \cdot \sqrt{\frac{1 - e^{(-K_t^2 \cdot s)}}{K_t^2 \cdot s}} \quad \text{para } c \leq b \quad (2.17)$$

A Figura 2.9 apresenta as curvas de ajuste de cálculos de Elementos Finitos (EF) gerados no Quebra2D, e a comparação com os resultados experimentais obtidos por Nishitani e Tada, citados por Bazant [17]. A expressão do fator K_t utilizada para o ajuste é dada pela Eq. (2.3).

Por definição, o limiar da gama do FIT $\Delta K_{th}(a)$ representa o valor de ΔK , abaixo do qual uma trinca curta não propaga, e acima da qual ela propaga. Logo, uma trinca curta que emana de um entalhe semi-elíptico somente propagará quando a gama do FIT seja maior do que $\Delta K_{th}(a)$, conforme indicado pela Eq. (2.18).

$$\Delta K(a) = \alpha \cdot f(K_t, a) \cdot \Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi a} > \Delta K_{th}(a) = \Delta K_0 \cdot [1 + (a_0/a)^{\gamma/2}]^{-1/\gamma} \quad (2.18)$$

Após o uso de operações algébricas, o critério de propagação da trinca se reduz a uma equação com duas funções adimensionais f e g :

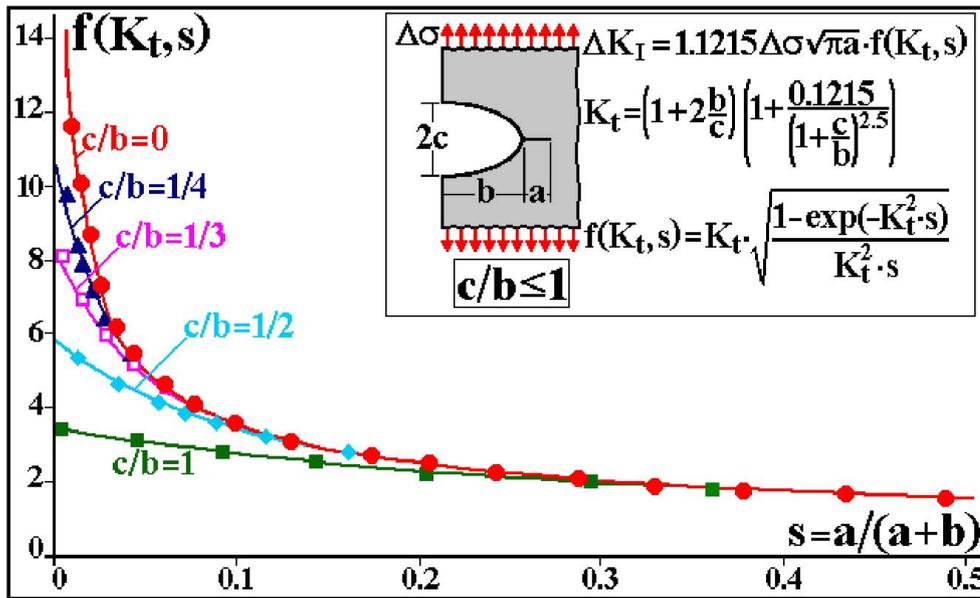


Figura 2.9: Curvas de ajuste por Elementos Finitos (EF) gerados no Quebra2D e comparação com os resultados experimentais obtidos por Nishitani e Tada [1].

$$f(K_t, a) > g\left(a, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma_n}, \gamma\right) = \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}\right) \cdot \left(\frac{\Delta S_0}{\Delta \sigma_n}\right) \cdot \left[(\alpha \cdot \sqrt{\pi a})^\gamma + \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}\right)^\gamma\right]^{-1/\gamma} \quad (2.19)$$

Seguindo a análise feita por Meggiolaro *et. al.* [7], existe somente um valor de tamanho de trinca a_{max} que limita a condição de propagação/não-propagação de trincas curtas, de modo que a Eq. seja satisfeita para um determinado par material/entalhe. A gama de tensão $\Delta\sigma_n$ que causa iniciação e propagação de trinca sem parada está associada com o limite de fadiga do par. Assim, a razão $\Delta S_0/\Delta\sigma_n$ vinculada a a_{max} é igual ao fator de concentração em fadiga K_f para o entalhe. Portanto, para calcular K_f e a_{max} a partir do limite ΔS_0 e do limiar ΔK_0 de fadiga do material, e da geometria da peça e do entalhe, basta montar e resolver o sistema de equações da Eq. (2.20).

$$\begin{cases} f(K_t, a_{max}) = g\left(a_{max}, K_f, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \gamma\right) \\ \frac{\partial}{\partial a} [f(K_t, a_{max})] = \frac{\partial}{\partial a} \left[g\left(a_{max}, K_f, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \gamma\right) \right] \end{cases} \quad (2.20)$$

2.6.2

Trincas curtas que emanam de entalhes semielípticos em corpos de prova submetidos a tração e flexão

Ao contrário das placas submetidas somente a tração, os CPs de tensão tipo C(T) modificado, que foram utilizados neste trabalho, estão submetidas a tração e flexão combinadas. Como o valor de K_t depende não só das geometrias

da peça e do entalhe, mas também do tipo da carga nela aplicada, o K_t para um C(T) não pode ser determinado pelas Eq. (2.2) ou (2.3). Neste caso, uma maneira de determinar o valor do fator K_t é utilizar a estimativa de Creager-Paris (vide Eq. (2.9)).

Outra diferença na modelagem das trincas curtas que emanam de CPs submetidos a tração e flexão combinadas, respeito aos CPs submetidos somente a tração, é o fator geométrico $f(a/b, c/b)$ da Eq. (2.17) que quantifica o gradiente de tensão à frente da ponta de trinca. A partir da estimativa de Creager-Paris é possível estimar o gradiente de tensão normal à trinca considerando o campo de tensões $\Delta\sigma_y(r, \theta)$ determinado pela Eq. (2.8), na direção da trinca a (quando $\theta = 0$), e a tensão nominal total resultante das contribuições de tração e flexão no C(T). Este gradiente de tensão para um C(T) modificado é dado pela Eq. (2.21).

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_y \left(r = a + \frac{\rho}{2}, \theta = 0 \right) &= \Delta\sigma_y(a, \rho) \\ &= f(a, \rho) \cdot \Delta\sigma_n \\ \text{mas, } \Delta\sigma_y(a, \rho) &= \frac{\Delta K_I}{\sqrt{\pi(2a + \rho)}} \cdot \left(1 + \frac{\rho}{2a + \rho} \right) \\ \text{logo, } \rightarrow f(a, \rho) &= \frac{\Delta K_I}{\Delta\sigma_n \cdot \sqrt{\pi(2a + \rho)}} \cdot \left(1 + \frac{\rho}{2a + \rho} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Note que a coordenada r viraria a coordenada x do sistema retangular quando $\theta = 0$. Porém, para ser coerente com a nomenclatura do modelo, em lugar de x se utiliza o tamanho da trinca a , acrescentada em $\rho/2$ devido à definição das coordenadas Creager-Paris (vide Figura 2.6).

Assim, aplicando o mesmo procedimento utilizado para placas submetidas a tração, o critério de propagação de trincas para o caso de um C(T) (tração + flexão) se reduz a uma equação com duas funções adimensionais f e g , dado pela Eq. (2.22).

$$f(a, \rho) > g \left(a, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \frac{\Delta S_0}{\Delta\sigma_n}, \gamma \right) = \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0} \right) \cdot \left(\frac{\Delta S_0}{\Delta\sigma_n} \right) \cdot \left[(\alpha \cdot \sqrt{\pi a})^\gamma + \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0} \right)^\gamma \right]^{-1/\gamma} \quad (2.22)$$

Analogamente ao caso de placas submetidas somente a tração, a razão $\Delta S_0/\Delta\sigma_n$ vinculada a a_{max} é igual ao fator de concentração em fadiga K_f para o entalhe. Portanto, para calcular K_f e a_{max} a partir do limite e do limiar de fadiga do material, e da geometria da peça e do entalhe, basta montar e resolver a Eq. (2.23).

$$\begin{cases} f(a_{max}, \rho) = g\left(a_{max}, K_f, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \gamma\right) \\ \frac{\partial}{\partial a} [f(a_{max}, \rho)] = \frac{\partial}{\partial a} \left[g\left(a_{max}, K_f, \frac{\Delta K_0}{\Delta S_0}, \gamma\right) \right] \end{cases} \quad (2.23)$$

Note que esta equação é similar à Eq. (2.20), com a única diferença de que desta vez o fator adimensional $f(a_{max}, \rho)$ não é uma função direta do fator de concentração de tensões K_t .

2.7

O modelo TCD

Os estudos relacionados com os fundamentos da teoria de distâncias críticas começaram com Neuber (1936) e Peterson (1938) [19]. A Teoria da Distância Crítica (TCD) consiste em um grupo de métodos baseados num parâmetro longitudinal do material chamado de distância crítica L . Este grupo inclui o Método do Ponto (PM), o Método da Linha (LM), o Método da Área (AM) e o Método do Volume (VM). Este último é o método mais geral e todos os demais são derivadas dele. Para fazer previsões utilizando o modelo TCD é necessário que o campo de distribuição de tensões seja conhecido. Especificamente, é preciso saber qual é a gama de tensão elástica na direção da carga como função da distancia x a partir da ponta do entalhe, $\Delta\sigma(x)$. Além disso, também devem ser conhecidos dois parâmetros do material: o limite de fadiga ΔS_0 e a distância crítica L .

2.7.1

O Método do Ponto (PM)

O Método do Ponto é a forma mais simples do modelo TCD. Nesta técnica, o critério para a propagação da trinca (limite de fadiga do CP analisado) é que a tensão local distante $x = L/2$ iguale ao limite de fadiga ΔS_0 . Em termos matemáticos é expresso pela Eq. (2.24).

$$\Delta\sigma\left(x = \frac{L}{2}\right) = \Delta S_0 \quad (2.24)$$

2.7.2

O Método da Linha (LM)

Este método considera uma tensão média sobre uma distância $x = L/2$ a partir da raiz do entalhe, em lugar de uma tensão pontual como no caso do PM. O critério de fadiga neste caso é que tal tensão media iguale ao limite de fadiga ΔS_0 , como mostrado na Eq. (2.25).

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \Delta\sigma(x) dx = \Delta S_0 \quad (2.25)$$

2.7.3

O Método da Área (AM) e o método do Volume (VM)

O método AM envolve a tensão média sobre uma área na vizinhança do entalhe, enquanto que o método VM considera a tensão média sobre um volume. Levando em conta uma área semicircular no método AM, ou então um volume hemisférico no método VM, centrado na raiz do entalhe, Bellet et al. [20] demonstraram que o raio da área é $1.32L$ e o raio do hemisfério é $1.54L$. Porém, devido à simplicidade de aplicação, os métodos PM e LM são utilizados com maior frequência.

2.7.4

O valor da distância crítica L

Para determinar o valor da distância crítica L Taylor relacionou o modelo TCD, em particular o método do ponto, à Mecânica da Fratura Linear Elástica. Como já foi mostrado na Figura 2.7, o limite de fadiga para um CP que contém uma trinca longa ($a > a_0$) vem dado pela Eq. (2.26).

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta K_0}{\sqrt{\pi a}} \quad (2.26)$$

Por outro lado, deve-se considerar também que a tensão à frente da ponta de uma trinca de tamanho a pode ser expressada analiticamente mediante a Eq. (2.27).

$$\Delta\sigma(x) = \Delta\sigma \sqrt{\frac{a}{2x}} \quad (2.27)$$

A Eq. (2.27) unicamente é válida quando $x \ll a$, ou seja, a tensão $\Delta\sigma(x)$ bem próxima da ponta da trinca. Assim, substituindo a Eq. (2.26) na Eq. (2.27) e combinando com o método do ponto (vide Eq. (2.24)), a distância crítica L resulta na Eq. (2.28).

$$L = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_0}{\Delta S_0} \right)^2 \quad (2.28)$$

Note que a expressão para calcular L é similar a aquela para calcular o tamanho característico de trinca curta a_0 do modelo ETS (vide Eq. (2.13)), salvo que L não inclui o fator de superfície livre α^2 . Logo, a distância crítica L também pode ser calculada como $L = a_0 \cdot \alpha^2$.

Para encerrar este capítulo vale a pena fazer um estudo de casos ao respeito das pesquisas que têm sido feitas na área das trincas curtas geradas por cargas cíclicas de fadiga.

2.8

Trabalhos existentes sobre trincas curtas

Muitos trabalhos têm sido feitos recentemente para tratar de entender o comportamento das trincas curtas em diversos materiais estruturais, em particular das trincas não-propagantes. Neste contexto, Pippin et. al. [5] estudaram pré-trincas livres de fechamento geradas em compressão cíclica, condição sob a qual uma trinca emana da raiz do entalhe da mesma forma que em tensão cíclica. Entretanto, com o incremento do tamanho da trinca, a taxa de propagação diminui até que a trinca para.

No seu trabalho, Cadario [6] estudou o comportamento de trincas curtas em uma liga de titânio Ti-17. Resultados experimentais foram obtidos a partir de ensaios de flexão de quatro pontos, de forma que trincas foram induzidas por compressão cíclica na raiz do entalhe com uma tensão nominal igual a 70% da resistência ao escoamento do material. Para evitar a perda de contacto entre os cilindros e o CP a carga mínima foi de 0.1kN. Trincas curtas apareceram e pararam de propagar com um tamanho entre 80 e 90 μm em aproximadamente $2 \cdot 10^5$ ciclos. Os CPs usados foram de dimensões $H = 7\text{mm}$, $t = 5.5\text{mm}$, $L = 50\text{mm}$, com um entalhe de $h = 0.7\text{mm}$ e $d = 0.14\text{mm}$, como se mostra na Figura 2.10. O tamanho e a parada do crescimento das trincas foram medidos/detectados com um sistema de queda de potencial. Para minimizar as possíveis tensões residuais localizadas causadas pela usinagem, o entalhe foi usinado mediante processo de eletro-erosão.

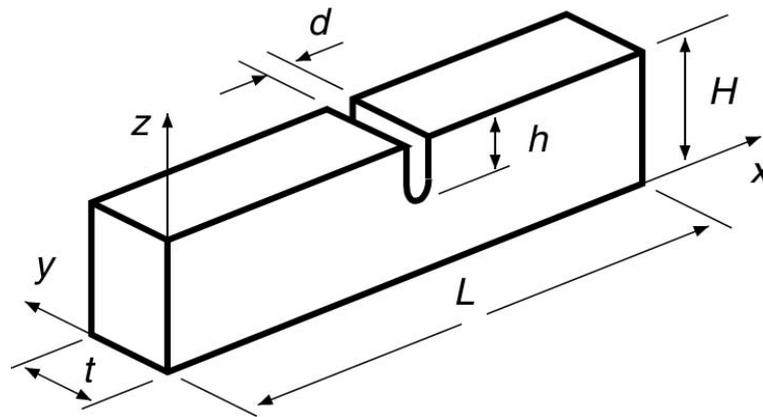


Figura 2.10: Geometria do corpo de prova de flexão em quatro pontos utilizado por [6] no seus experimentos.