

8

Resultados da simulação – Rio de Janeiro

Este capítulo apresenta a descrição e a análise dos resultados obtidos através da simulação de um conjunto com 2000 réplicas de amostras conglomeradas sob os planos amostrais *ACIS* e *AC2-SAEB* aplicados na *população de referência* do Rio de Janeiro.

Na Seção 8.1 abordam-se os resultados referentes à estimação dos *coeficientes de escalonabilidade* sob os planos amostrais adotados. Na Seção 8.2, é desenvolvida a análise do comportamento dos estimadores de variância para os estimadores dos *coeficientes de escalonabilidade*.

8.1. Estimação dos coeficientes de escalonabilidade

Nesta seção são apresentados os resultados referentes à estimação dos *coeficientes de escalonabilidade*, tendo como referência a *distribuição amostral* de cada estimador: \hat{H}_{ij_w} , \hat{H}_{i_w} e \hat{H}_w , obtida com 2000 réplicas de amostras, sob cada estratégia adotada.

Para o plano *ACIS*, a distribuição amostral de cada estimador é baseada em 2000 réplicas de amostras conglomeradas em único estágio de alunos da 8ª série avaliados pela Prova Brasil 2007, distribuídos em 90 escolas urbanas do Rio de Janeiro. Para o segundo plano amostral, o processo de sorteio de réplicas utilizou 2000 réplicas de amostras complexas (conglomerado em dois estágios, estratificação e seleção PPT) de alunos na mesma série, distribuídos em 90 escolas urbanas do mesmo Estado.

Para a primeira estratégia, o tamanho das réplicas de amostras de alunos varia de 4362 a 7424¹. Para o segundo plano amostral, os tamanhos mínimo e máximo são 2932 e 3621 alunos, respectivamente (Gráficos 8.1 e 8.2).

¹ Em 75.8% das réplicas, o número de alunos varia entre 5250 a 6250.

Para facilitar a apresentação dos resultados no decorrer das seções, as tabelas e figuras estão disponíveis nos apêndices.

Nas duas subseções seguintes, são apresentados os resultados relacionados às propriedades de *vício* e *precisão* do estimador \hat{H}_{ij_w} bem como a análise dos principais achados, sob os planos amostrais *AC1S* e *AC2-SAEB*, respectivamente.

8.1.1 Coeficiente de escalonabilidade H_{ij} - sob *AC1S*

A estimativa (em percentual) do coeficiente de variação (CV) da distribuição amostral das popularidades dos itens pertence ao intervalo (0.20; 8.59]. Os valores mínimo e máximo deste intervalo são referentes às popularidades estimadas 0.98 e 0.09, respectivamente.

Na população de referência do Rio de Janeiro, observa-se pouca variabilidade das popularidades. Isto é refletido na maioria das réplicas, já que 40% dos itens são classificados como muito populares (popularidades próximas de 0.98) e outros muito difíceis (popularidades em torno de zero) (Quadro 9.1).

Para facilitar a compreensão dos resultados, sob o plano *AC1S*, a Figura 8A ilustra, para cada par de itens (i, j), o histograma referente à *distribuição amostral* do estimador \hat{H}_{ij_w} com a superposição de uma densidade normal.

Nesta população de referência, cabe destacar que o comportamento de \hat{H}_{ij_w} - exibido pela sua distribuição amostral (Figura 8A) - é influenciado pela relação entre as proporções estimadas de acertos individuais (popularidades) e de acertos simultâneos. Quando existe uma distância acentuada entre estas proporções, existe um comprometimento no desempenho deste estimador, ou seja, a presença de estimativas não positivas. Isto pode ser observado nos seguintes pares de itens: (1,5), (2,5), (3,5), (5,6); em aproximadamente 30% das réplicas de amostras conglomeradas em único estágio, com tamanhos variando entre 4362 e 7424 alunos.

Sob este plano amostral, a ordenação inversa ocorreu com frequência relativa de 8.4%, 27.5% e 2.3% do total de réplicas nos seguintes pares de itens: (1,2), (1,6) e (2,6), respectivamente.

Quanto ao aspecto do vício, há evidências de que \hat{H}_{ij_w} seja *viciado* para estimar o coeficiente H_{ij} , sob o plano amostral *ACIS*, ao nível de 5%, em 17.8 % dos pares de itens (Tabela 8.7).

Para estes pares, as estimativas de *vício relativo* sofrem redução de 1% no máximo, exceto para os pares (4,5) e (1,6) (Tabela 8.4).

Em 71.1% dos pares de itens, as estimativas do *erro relativo médio* de \hat{H}_{ij_w} estão compreendidas no intervalo (4%; 20%) (Tabela 8.10).

Em 66.7% dos pares de itens, não há evidência contrária à hipótese de normalidade (H_0) para \hat{H}_{ij_w} ao nível de 5%, de acordo com teste de normalidade de *Shapiro-Wilk* (Tabela 8.13 e Figura 8A).

Nota-se para a maioria dos pares de itens que, em aproximadamente 95% das réplicas extraídas, os intervalos IC (95%, H_{ij}) cobriram o parâmetro H_{ij} , quando são consideradas as estimativas do erro padrão de \hat{H}_{ij_w} produzidas pelos métodos: *Conglomerado Primário* e *Delete -1 Jackknife* (Tabelas 8.16, 8.17 e 8.18). Por outro lado, ao empregar as estimativas do erro padrão de \hat{H}_{ij_w} corrigidas pelo fator de *correção de população finita*, o percentual de vezes que os intervalos de confiança cobriram o parâmetro H_{ij} assume o valor mínimo de 93%.

8.1.2 Coeficiente de escalonabilidade H_{ij} - sob *AC2-SAEB*

A estimativa (em percentual) do coeficiente de variação da distribuição amostral das popularidades dos itens pertence ao intervalo (0.27; 7.93]. Os valores mínimo e máximo deste intervalo são referentes às popularidades estimadas 0.98 e 0.09, respectivamente.

Sob este plano amostral, a ordenação inversa nos seguintes pares de itens: (1,2), (1,6) e (2,6) ocorreu com frequência relativa de 12.5%, 33.9% e 4.9% do total de réplicas, respectivamente.

Quanto ao aspecto do vício, há evidências de que \hat{H}_{ij_w} seja *viciado* para estimar o coeficiente H_{ij} , sob o plano amostral *AC2-SAEB*, ao nível de 5%, em 62.2% dos pares de itens (Tabela 8.8).

Para estes pares de itens, as estimativas (em valores absolutos) de *vicio relativo* de \hat{H}_{ij_w} pertencem ao intervalo [0.50; 7) (Tabela 8.5).

De modo geral, as estimativas do *erro relativo médio* deste estimador são maiores quando comparadas com as respectivas estimativas sob o plano *ACIS* (Tabela 8.11).

Sob o plano amostral *AC2-SAEB*, a Figura 8B mostra, para cada par de itens (i, j), o histograma da *distribuição amostral* de \hat{H}_{ij_w} com a superposição de uma densidade normal.

Para os pares de itens: (1,5), (2,5), (2,10), (3,5), (5,6) - com distância acentuada entre as popularidades - nota-se em aproximadamente 30% das réplicas de amostras conglomeradas selecionadas sob o plano *AC2-SAEB*, com tamanhos variando entre 2932 e 3621 alunos, a ocorrência de estimativas não positivas do coeficiente H_{ij} (Figura 8B).

Em 53.3% dos pares de itens, há evidências de que a *distribuição amostral* de \hat{H}_{ij_w} se aproxima da *distribuição normal*, ao nível de 5% , de acordo com o teste de normalidade de *Shapiro-Wilk* (Tabela 8.14 e Figura 8B).

Para a maioria dos pares de itens, sob o plano *AC2-SAEB*, observa-se que a probabilidade de cobertura empírica do intervalo IC (95%, H_{ij}) se aproxima da probabilidade teórica de 0.95 quando se considera as estimativas do erro padrão de \hat{H}_{ij_w} provenientes dos métodos: *Conglomerado Primário* e com *correção de população finita* (Tabelas 8.19 e 8.20).

8.1.2.1 Discussão dos resultados da estimação do coeficiente H_{ij}

Nesta subseção é apresentada a discussão dos achados referentes à estimação do coeficiente H_{ij} sob os planos amostrais adotados na *população de referência* do Rio de Janeiro.

Em cada plano amostral, as estimativas das popularidades e das proporções de acertos simultâneos foram bem estimadas, exceto para as popularidades próximas de zero. Uma justificativa para este resultado está relacionada ao número maior de escolas selecionadas e conseqüentemente o tamanho obtido das

réplicas das amostras conglomeradas de alunos, em cada plano amostral, nesta população de referência.

Além disso, em decorrência das popularidades estimadas muito próximas entre si (perto de 1) ou inferiores a 0.20 e certo nível de homogeneidade das escolas selecionadas em termos das proporções de acertos individuais e simultâneos; isto contribuiu para os resultados obtidos da estimação do coeficiente H_{ij} (em certos pares de itens), em ambos planos amostrais nesta população de referência.

O fenômeno da ordenação inversa nos pares de itens (1,2), (1,6) e (2,6) já era esperado em ambos os planos amostrais; já que as popularidades populacionais destes itens estão muito próximas. Além disto, apesar do tamanho das réplicas das amostras conglomeradas de alunos variarem entre 2932 a 7424 e estes alunos estarem agrupados em 90 escolas; isto não permitiu estimar, com níveis aceitáveis de precisão, a diferença entre as proporções de acertos individuais e simultâneos com magnitude inferior a 0.004.

Em ambas as populações de referência, o desempenho de \hat{H}_{ij_w} , termos das propriedades de vício e precisão, foi melhor sob o plano *ACIS*.

Sob o plano *AC2-SAEB*, para todos pares de itens, o efeito da ponderação é modesta na estimação do coeficiente H_{ij} . Uma justificativa para este resultado pode estar relacionada a pouca variação dos pesos dos alunos que foi observada na população de referência do Rio de Janeiro.

Diferente do resultado apontado na população de referência de Roraima, a propriedade de normalidade do estimador \hat{H}_{ij_w} é observada sob o plano *ACIS*.

De acordo com a abordagem da Amostragem, para amostras suficientemente grandes, para estimar razão e para os planos amostrais considerados neste estudo, os *intervalos de confiança* são construídos sob a suposição de normalidade assintótica do estimador do parâmetro θ , de acordo com o Teorema Central do Limite (Bussab e Morettin, 2005). Neste sentido, para a probabilidade de cobertura teórica de 0.95, é esperado que em aproximadamente 95% das réplicas extraídas, os intervalos correspondentes contenham o parâmetro θ . Neste estudo, para o tamanho da amostra de escolas (90 unidades), os intervalos resultantes cobrem o verdadeiro parâmetro H_{ij} em pelo menos 93.6% das réplicas extraídas sob cada plano amostral, para a maioria dos pares de itens. Em particular, quando

a estimativa do erro padrão é obtida pelo método com *correção de população finita*, os intervalos IC (95%, H_{ij}) são mais precisos em relação aos demais. Conclui-se em conformidade com Wild e Seber (2000) que a fórmula proposta para a estimação por intervalo deste coeficiente de escalonabilidade funcionou bem, em ambos os planos amostrais.

Com base nos resultados obtidos, o tamanho da amostra de escolas e de alunos deve ser ainda maior, principalmente para a estimação do coeficiente H_{ij} onde certos pares de itens possuem proporções de acertos individuais e simultâneos próximos de zero.

Para cada item i , nas duas subseções seguintes, sob os planos amostrais *ACIS* e *AC2-SAEB*, respectivamente, são apresentadas a descrição e a análise dos resultados referentes às propriedades de *vício* e *precisão* do estimador \hat{H}_{i_w} .

8.1.3 Coeficiente de escalonabilidade - H_i - sob *AC1S*

Para cada item i , as Tabelas 8.60 e 8.61 apresentam os resultados referentes à estimação do *coeficiente* H_i , sob os planos amostrais adotados. Nestas, respectivamente, estão exibidas as estimativas do valor esperado (E_A), do *vício relativo* (B_r), do *erro relativo médio* (ERM), da variância da distribuição amostral (V_A), a *estatística de teste* z para avaliar a existência de *vício* significativo em cada estimador pontual e finalmente, a estatística W do teste de *Shapiro-Wilk* e o respectivo p -valor. Além disso, no Quadro 9.2, para cada item i , encontra-se o parâmetro populacional H_i .

Para facilitar a compreensão dos resultados sob cada plano amostral, a Figura 8C apresenta, para cada item i , o histograma referente à *distribuição amostral* de \hat{H}_{i_w} com o ajuste de curva densidade normal superposta.

Para cada item $i = 1, 2, \dots, 10$, vale destacar que, sob cada plano amostral, é empregada a estimativas do valor esperado de \hat{H}_{i_w} como uma medida de centro adequada da distribuição amostral deste estimador. Esta estimativa foi aplicada também no cálculo das outras medidas de qualidade conforme Capítulo 5.

Sob o plano amostral *ACIS*, em 50% dos itens, há evidências de que \hat{H}_{i_w} seja *viciado* para estimar o coeficiente H_i , ao nível de 5% (Tabela 8.60).

Em 90% dos itens, nota-se que, em média, as estimativas deste *coeficiente de escalonabilidade* sofrem redução de no máximo 0.33% quando comparadas com o parâmetro populacional (Tabela 8.60).

Em se tratando de uma medida relativa de precisão (*ERM*), esta foi estimada considerando o valor populacional H_i (Tabela 8.60). Deste modo, em 60% dos itens, as estimativas do *erro relativo médio* de \hat{H}_{i_w} são inferiores a 8.3% (Tabela 8.60).

Ao selecionar aleatoriamente uma amostra conglomerada sob o plano *ACIS* com tamanho variando entre 4362 a 7424 alunos na população de referência do Rio de Janeiro, observa-se para os itens: 1, 2 e 5 que a *probabilidade* da *variável aleatória* \hat{H}_{i_w} assumir um valor no intervalo $I=0 \leq \hat{H}_{i_w} \leq 0.30$ é igual a 0.70; 0.68 e 0.64; respectivamente (Figura 8C).

Sob o plano amostral *ACIS*, a *distribuição amostral* dos estimadores: \hat{H}_{1_w} , \hat{H}_{2_w} , \hat{H}_{3_w} , \hat{H}_{6_w} , \hat{H}_{8_w} , \hat{H}_{9_w} e \hat{H}_{10_w} pode ser aproximada por uma *distribuição normal*, segundo o teste de normalidade de *Shapiro-Wilk*, ao nível de 5% (Figura 8C).

Sob este plano amostral, nota-se que as probabilidades de cobertura empíricas dos intervalos IC (95%, H_i) assume o valor de 0.95, para a maioria dos itens (Tabelas 8.62).

8.1.4 Coeficiente de escalonabilidade - H_i - sob *AC2-SAEB*

Sob o plano amostral *AC2-SAEB*, para todos os itens, há evidências de que \hat{H}_{i_w} seja *viciado* para estimar o coeficiente H_i , ao nível de 5% (Tabela 8.61).

Em 90% dos itens², nota-se que, em média, as estimativas do *coeficiente* H_i , sofrem redução de pelo menos 0.45% quando comparadas com o parâmetro populacional (Tabela 8.61).

Em 50% dos itens, as estimativas do *erro relativo médio* do estimador \hat{H}_i são inferiores a 5.45% (Tabela 8.61).

² Para o outro item, a estimativa de vício relativo assume o valor de 0.90. Não comprometendo, assim, a conclusão acima.

Ao selecionar aleatoriamente uma amostra conglomerada sob o plano AC2-SAEB - com tamanho variando entre 2932 e 3621 alunos nesta população de referência - observa-se para os itens: 1, 2 e 5, que a *probabilidade* da *variável aleatória* \hat{H}_{i_w} assumir um valor no intervalo [0; 0.30] é igual a 0.66, 0.64 e 0.72; respectivamente (Figura 8C).

Para todos os itens, de acordo com o teste de normalidade de *Shapiro-Wilk*, a *distribuição amostral* de cada estimador \hat{H}_{i_w} pode ser aproximada por uma *distribuição normal*, sob AC2-SAEB (Tabela 8.61 e Figura 8C). Vale destacar que este resultado foi observado na população de referência de Roraima.

Sob o plano amostral AC2-SAEB, observa-se que as probabilidades de cobertura empíricas dos intervalos IC (95%, H_i) assume o valor de 0.95, para a maioria dos itens (Tabelas 8.62).

Na subseção seguinte são discutidos os achados referentes à estimação do coeficiente H_i sob os planos amostrais em estudo na *população de referência* do Rio de Janeiro.

8.1.4.1 Discussão dos resultados da estimação do coeficiente H_i

De modo geral, a magnitude do vício relativo do estimador \hat{H}_{i_w} pode ser considerada modesta (inferior a 0.45%), não alterando (em média) o poder de discriminação de cada item i , sob cada plano amostral. Em virtude do tamanho maior da amostra, a ordem de grandeza do vício relativo decresceu (Bolfarine e Bussab, 2005).

O desempenho do estimador pontual \hat{H}_{i_w} é melhor sob o plano ACIS, já que este apresenta pequeno *vício* e boa precisão. Uma justificativa para este resultado pode estar relacionada ao tamanho maior da amostra selecionada nesta população de referência.

Diferente do que ocorreu na população de referência de Roraima, os itens “*Na sua casa tem banheiro?*”, “*Na sua casa tem televisão em cores?*” e “*Na sua casa tem alguma empregada doméstica?*”, respectivamente, rotulados como 1, 2 e 5; apresentam baixo *poder de discriminação* ($H_i \leq 0.30$). De tal modo, os autores Sijtsma e Molenaar (2002) sugerem a remoção destes itens da construção da escala. Diante deste resultado, observa-se que este aspecto da qualidade de um

item é dependente da amostra de alunos avaliados e, além disso, sinaliza uma fragilidade destes itens na mensuração da condição econômica destes alunos.

Em ambas as populações de referência, sob o plano amostral *AC2-SAEB*, observa-se o efeito modesto da ponderação nas estimativas do coeficiente H_i . Mesmo assim, é aconselhável incorporar a estrutura complexa da amostra na estimação destes coeficientes em análises posteriores.

Diferente do resultado observado na população de referência do Roraima, as probabilidades de cobertura estimadas dos intervalos IC (95%, H_i) assume o valor de 0.95, para a maioria dos itens, em ambos os planos amostrais.

As duas subseções seguintes apresentam a descrição e a análise dos resultados referentes ao comportamento do estimador \hat{H}_w de acordo com as propriedades - *vício* e *precisão* - sob os planos amostrais empregados neste estudo.

8.1.5 Coeficiente de escalonabilidade - H - sob *AC1S*

Na Tabela 8.64 estão as estimativas das medidas descritivas referentes à estimação deste *coeficiente de escalonabilidade* sob os planos amostrais adotados. Estas, a saber: valor esperado (E_A), *vício relativo* (B_r), *erro relativo médio* (ERM), as *estatísticas de teste* para avaliação de *vício* significativo (estatística z) e normalidade (estatística W do teste de *Shapiro-Wilk*), a variância da distribuição amostral (V_A). Além disso, o parâmetro populacional H consta no Quadro 9.3.

Para cada plano amostral, a Figura 8D ilustra o histograma referente à *distribuição amostral* de \hat{H}_w com a superposição de uma densidade normal.

Na estimação do coeficiente H é empregada a estimativa do valor esperado de \hat{H}_w como uma medida de centro adequada da distribuição amostral deste estimador.

Sob o plano amostral *AC1S*, há evidências de que o estimador \hat{H}_w seja *viciado* para estimar H , ao nível de 5% (Tabela 8.64).

Além disso, em média, as estimativas do coeficiente H estão reduzidas em 0.23% em relação ao parâmetro populacional (Tabela 8.64).

Observa-se que a estimativa do *erro relativo médio* do estimador \hat{H}_w é igual a 3.54% (Tabela 8.64).

A *distribuição amostral* de \hat{H}_w permite descrever o que se pode esperar do nível de qualidade de uma escala - obtida com 10 itens dicotomizados que mensura o construto do capital econômico - proveniente de uma amostra selecionada, por exemplo, sob o plano *ACIS* e com tamanho entre 4362 a 7424 alunos na população de referência do Rio de Janeiro. Desta forma, a Figura 8D ilustra que a *probabilidade* da *variável aleatória* \hat{H}_w assumir um valor no intervalo [0.30; 0.41] é igual a 0.53.

Baseado no teste de normalidade de *Shapiro-Wilk*, há evidências de que a *distribuição amostral* de \hat{H}_w não pode ser aproximada por uma *distribuição normal*, ao nível de significância $\alpha=0.05$ (Tabela 8.64 e Figura 8D).

Sob o plano *ACIS*, as probabilidades de cobertura empíricas do intervalo IC (95%, H) se aproximam da probabilidade teórica de 0.95 quando se considera o método do *Conglomerado Primário* e de replicação para a estimação do erro padrão de \hat{H}_w . Por outro lado, quando se emprega o método corrigido pelo fator de *correção de população finita*, em 93.7% das réplicas os respectivos intervalos de confiança contêm o parâmetro H (Tabela 8.65).

8.1.6 Coeficiente de escalonabilidade - H - sob *AC2-SAEB*

Sob o plano amostral *AC2-SAEB*, há evidências de que o estimador \hat{H}_w seja *viciado* para estimar H , ao nível de 5% (Tabela 8.64).

Aliás, em média, as estimativas do coeficiente H estão reduzidas em 1.39% em relação ao parâmetro populacional (Tabela 8.64).

Nota-se que a estimativa do *erro relativo médio* do estimador \hat{H}_w é inferior a 4.18% (Tabela 8.64).

A *distribuição amostral* de \hat{H}_w mostra que a *probabilidade* da *variável aleatória* \hat{H}_w assumir um valor no intervalo $0.30 \leq \hat{H} \leq 0.41$ é igual a 0.64, quando o usuário seleciona uma amostra conglomerada sob o plano *AC2-SAEB* com tamanho variando entre 2932 e 3621 alunos nesta população de referência (Figura 8D).

Sob este plano amostral, segundo o teste de normalidade de *Shapiro-Wilk*, há evidências de que a *distribuição amostral* de \hat{H}_w pode ser aproximada por uma *distribuição normal*, ao nível de 5% (Tabela 8.64 e Figura 8D). Cabe destacar que este resultado foi observado na população de referência de Roraima.

Sob este plano amostral, as probabilidades de cobertura empíricas do intervalo IC (95%, H) assumem o valor de 0.93 quando se considera o método do *Conglomerado Primário* e o de replicação para a estimação do erro padrão do estimador \hat{H}_w . Por outro lado, quando se emprega o método corrigido pelo fator de *correção de população finita*, em 91.9% das réplicas os respectivos intervalos de confiança contêm o parâmetro H (Tabela 8.66).

Observa-se, em média, que o efeito da ponderação do plano amostral *AC2-SAEB* na estimação do *coeficiente H* é modesto (Tabela 8.64).

A seguir, é apresentada a discussão dos achados referentes à estimação do coeficiente H , sob os planos amostrais empregados na *população de referência* do Rio de Janeiro.

8.1.6.1 Discussão dos resultados da estimação do coeficiente H

A redução do vício relativo, como também do aumento da precisão do estimador \hat{H}_w , em particular, sob o plano *ACIS*; podem estar relacionadas ao tamanho maior da amostra de escolas selecionadas e conseqüentemente o tamanho obtido da amostra de alunos na população de referência do Rio de Janeiro, já que o tamanho da amostra de escolas é aproximadamente 4 vezes o tamanho da amostra de UPAs na população de referência de Roraima.

Em ambas as populações de referência, a característica de um estimador acurado pode ser observada no estimador \hat{H}_w , em ambos os planos amostrais. Assim, na população de referência do Rio de Janeiro, em 69.5% das réplicas de amostras conglomeradas selecionadas sob *ACIS* - com tamanhos variando entre 4362 a 7424 alunos – observa-se que as estimativas do coeficiente H cai no entorno de 3.54% do parâmetro H .

Em ambos os planos amostrais, caso o usuário selecione ao acaso uma amostra conglomerada de alunos com tamanho dentro do que foi observado neste

estudo de simulação, é mais provável que esta amostra forneça uma escala com qualidade fraca ($\hat{H}_w \leq 0.40$).

Em ambas as populações de referência, nota-se que houve impacto modesto da ponderação usada no plano *AC2-SAEB* na estimação do coeficiente H em virtude da pouca variação dos pesos dos alunos.

Segundo Wild e Seber (2000) a fórmula tradicional proposta para a estimação por intervalos do coeficiente H funcionou bem, apesar da presença de vício nos estimadores \hat{H}_w e $v_2(\hat{H}_w)$, da violação da hipótese de normalidade do estimador pontual sob o plano *ACIS*.

Em concordância com o resultado apontado na população de referência de Roraima, conclui-se que a estimação do *coeficiente de escalonabilidade H* se mostrou também satisfatória ao considerar as réplicas de amostras conglomeradas com tamanhos observados neste estudo de simulação na população de referência do Rio de Janeiro.

8.2 Estimação da variância dos estimadores dos coeficientes de escalonabilidade

Para cada estimador: \hat{H}_{ij_w} , \hat{H}_{i_w} e \hat{H}_w foram propostos estimadores de variância que empregam o método tradicional (*Linearização de Taylor*) e de replicação (*Delete - 1 Jackknife*). Deste modo, sob os planos amostrais *ACIS* e *AC2-SAEB*, para a população de referência do Rio de Janeiro, serão apresentados em sete subseções os resultados e a análise do desempenho destes estimadores em termos das propriedades: *vício* e *precisão*.

Vale ressaltar que as estimativas das medidas usuais de qualidade (por exemplo, vício e erro relativo médio) de cada estimador de variância têm como referência a variância da *distribuição amostral* do estimador pontual do coeficiente de escalonabilidade de interesse.

Além disso, em decorrência do processo de amostragem repetida sob cada plano amostral, é provável a presença de amostras com estimativas de variância que são destoantes das demais (valores atípicos). Diante desta circunstância natural, as amostras são mantidas na análise.

Na seqüência, para cada estimador de variância do estimador \hat{H}_{ij_w} são avaliadas as propriedades: *vício* e *precisão*, sob os planos *ACIS* e *AC2-SAEB*, respectivamente.

8.2.1 Variância do estimador \hat{H}_{ij_w} - sob *ACIS*

Para a maioria dos pares de itens, há evidências de que os estimadores de variância: v_1 , v_o , v_2 e v_{jackk} sejam *viciados* para estimar a variância verdadeira $V_{ACIS}(\hat{H}_{ij_w})$ sob o plano amostral *ACIS*, ao nível de 5% (Tabelas 8.34 a 8.37).

De modo geral, para a maioria dos itens, as estimativas (em percentual) de vício relativo dos estimadores v_{jackk} e v_1 são as maiores em relação aos demais estimadores (Tabelas 8.26 a 8.29).

Observam-se as menores estimativas (em percentual) do erro relativo médio dos estimadores v_o e v_2 , para a maioria dos pares de itens, sob este plano amostral (Tabelas 8.31 e 8.32).

Em 84.44% dos pares de itens, as estimativas do *EPA Ampliado* são superiores ao valor unitário (Tabela 8.38).

Nota-se em todos os pares de itens que o estimador de variância v_{jackk} é menos eficiente que o estimador v_1 , já que as estimativas da razão entre os respectivos *EQMs*, são superiores a 1 (Tabela 8.39).

8.2.2 Variância do estimador \hat{H}_{ij_w} - sob *AC2-SAEB*

Para a maioria dos pares, a propriedade de vício é observada nos estimadores de variância: v_1 , v_o , v_2 e v_{jackk} para estimar a variância verdadeira $V_{AC2SaeB}(\hat{H}_{ij_w})$ ao nível de significância $\alpha=0.05$ (Tabelas 8.54 a 8.57).

As estimativas (em percentual) de vício relativo dos estimadores v_{jackk} e v_1 são as maiores em relação aos demais estimadores, para a maioria dos itens (Tabelas 8.46 a 8.49).

Sob este plano amostral, as menores estimativas (em percentual) do erro relativo médio são observadas nos estimadores v_o e v_2 , para a maioria dos pares de itens (Tabelas 8.50 a 8.53).

Nota-se que as estimativas do *EPA Ampliado* são superiores a 1, para todos os pares de itens (Tabela 8.58).

Sob o plano amostral *AC2-SAEB*, o estimador v_{jackk} é menos eficiente que o estimador obtido pelo método do *Conglomerado Primário*, já que as estimativas da razão entre os respectivos *EQMs* são superiores a 1, para todos os pares de itens (Tabela 8.59).

Sob os planos *ACIS* e *AC2-SAEB*, serão analisados nas duas subseções seguintes os resultados referentes às propriedades: *vício* e *precisão* dos estimadores de variância do estimador \hat{H}_w .

8.2.5 Variância do estimador \hat{H}_w - sob *ACIS*

Sob os planos adotados, as estimativas das medidas de qualidade, a saber: valor esperado (E_A), *vício relativo* (B_r), *erro relativo médio* (*ERM*) e a *estatística de teste* para avaliação de *vício* significativo (estatística z) para cada estimador de variância estão nas Tabelas 8.67 e 8.68, respectivamente. Ainda nestas são incluídas as estimativas do efeito de cada plano amostral na estimação da variância (*EPAA*) e a variância da distribuição amostral do estimador \hat{H}_w (V_A).

Sob o plano amostral *ACIS*, há evidências de que cada estimador: v_1 , v_o , v_2 e v_{jackk} é *viciado* para estimar a variância verdadeira $V_{ACIS}(\hat{H}_w)$, ao nível de 5% (Tabela 8.67).

Quanto ao *vício relativo*, nota-se que, em média, as estimativas de variância v_2 estão acrescidas em 3.35% em relação à estimativa da variância verdadeira enquanto que os estimadores a v_1 e v_{jackk} superestimam-na em pelo menos 9% (Tabela 8.67).

O estimador de variância v_2 é o mais preciso em relação aos estimadores v_1 e v_{jackk} , já que a respectiva estimativa do *ERM* assume o valor de 40% (Tabela 8.67).

Há evidências de que o efeito do plano amostral *ACIS* na estimação da variância verdadeira, já que a estimativa do *EPAA* é superior ao valor unitário (Tabela 8.67).

Observa-se que o estimador de variância v_{jackk} é menos eficiente em relação ao obtido pelo método do *Conglomerado Primário*; já que a estimativa da razão entre os respectivos *EQMs* é superior a 1 (Tabela 8.67).

8.2.6 Variância do estimador \hat{H}_w - sob AC2-SAEB

Sob o plano amostral AC2-SAEB, há evidências de que cada estimador: v_1 , v_2 e v_{jackk} é *viciado* para estimar a variância verdadeira $V_{AC2SAEB}(\hat{H}_w)$, ao nível de significância $\alpha = 0.05$ (Tabela 8.68).

Em relação ao vício relativo, observa-se que, em média, as estimativas de variância v_2 estão acrescidas em 0.15% em relação à estimativa da variância verdadeira enquanto que os demais estimadores superestimam a variância verdadeira acima deste valor (Tabela 8.68).

Observa-se que o estimador de variância v_2 é o mais preciso em relação aos demais, já que a respectiva estimativa do *erro relativo médio* assume o valor de 23% (Tabela 8.68).

De modo análogo ao plano amostral anterior, há evidências que *plano amostral AC2-SAEB* influencia na estimação da variância verdadeira $V_{AC2SAEB}(\hat{H}_w)$, já que a estimativa do *EPA Ampliado* que assume um valor superior a 1 (Tabela 8.68).

Ao analisar a eficiência relativa dos estimadores de variância v_{jackk} e v_2 para a estimação da variância do estimador \hat{H}_w , nota-se que o primeiro estimador é menos eficiente em relação ao segundo; já que a estimativa da razão entre os respectivos *EQMs* é superior a 1 (Tabela 8.68).

8.2.6.1 Discussão dos resultados da estimação da variância

Na população de referência do Rio de Janeiro, a seleção das escolas (UPAs) é feita *sem reposição*, com *fração amostral* no primeiro estágio em 5.24%, em ambos os planos amostrais. Neste sentido, nota-se que cada estimador de variância v_2 (corrigido pelo fator de *correção de população finita*) possui vício relativo com magnitude moderada. Por outro lado, de modo geral, este estimador de variância na população de referência de Roraima apresentou vício relativo com ordem de

grandeza superior a 30%, já que a respectiva fração amostral estava em torno de 33%. Uma explicação para este resultado pode estar relacionada ao tamanho maior da amostra de escolas bem como a fração amostral empregada em níveis aceitáveis (em torno de 5%) na população de referência do Rio de Janeiro.

Apesar do estimador de variância v_2 apresentar o melhor desempenho em relação aos demais, em termos das propriedades de vício e precisão, seu comportamento foi mais satisfatório sob o plano *ACIS*.

De modo geral, o desempenho do estimador v_{jackk} , em termos das propriedades de interesse, apresenta melhorias quando comparado com seu desempenho na população de referência de Roraima. Em particular, sob o plano amostral *AC2-SAEB*, a ordem de grandeza das estimativas do vício relativo e do erro relativo médio são as melhores. Uma justificativa para este resultado pode estar relacionada ao tamanho maior da amostra de escolas e também dos tamanhos observados das réplicas de amostras de alunos neste estudo de simulação.

Em concordância com o resultado observado na população de referência de Roraima, a escolha do estimador ingênuo também não se mostrou apropriada na população de referência do Rio de Janeiro. Isto mostra que o efeito da conglomeração deve ser incorporado na estimação da variância dos estimadores: \hat{H}_{ijw} , \hat{H}_{iw} e \hat{H}_w e, além disso, o usuário pode optar pelo estimador v_2 , já que possui as melhores propriedades.

Segundo Shao e Tu (1995), a razão entre as respectivas estimativas de variância $v_{jackk}(\beta)$ e $v_I(\beta)$ assume o valor unitário, quando o estimador β é linear. No entanto, quando a estatística é não linear e pode ser escrita como uma função de totais, esta razão se aproxima de 1, à medida que o tamanho da amostra de UPAs aumenta. Neste sentido, para o estimador \hat{H}_w , em 99.6% das réplicas, a razão entre as estimativas de variância v_{jackk} e v_I sob o plano *AC2-SAEB* pertence ao intervalo [0.99; 1.07].

Conclui-se, diante dos resultados obtidos, que o tamanho da amostra de escolas e conseqüentemente o tamanho da amostra de alunos, utilizado em ambos os planos amostrais, na população de referência do Rio de Janeiro deve ser ainda maior, principalmente na melhoria da precisão dos estimadores de variância v_2 e v_{jackk} .