



**Gisele Dalva Secco**

**Entre Provas e Experimentos**  
**Uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno**  
**da prova do Teorema das Quatro Cores**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Orientador: Prof. Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira

Rio de Janeiro  
Abril de 2013



**Gisele Dalva Secco**

**Entre Provas e Experimentos**  
**Uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno**  
**da prova do Teorema das Quatro Cores**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia do Departamento de Filosofia do Centro de Teologia e Ciências Humanas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira**  
Orientador  
Departamento de Filosofia - PUC-Rio

**Prof. Oswaldo Chateaubriand Filho**  
Departamento de Filosofia - PUC-Rio

**Prof. Edward Hermann Haeusler**  
Departamento de Informática - PUC-Rio

**Prof. Frank Thomas Sautter**  
Universidade Federal de Santa Maria

**Prof. Abel Lassalle Casanave**  
Universidade Federal da Bahia - UFBA

**Prof<sup>a</sup>. Denise Portinari**  
Coordenadora Setorial do Centro de  
Teologia e Ciências Humanas

Rio de Janeiro, 19 de abril de 2013.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

## Gisele Dalva Secco

É licenciada em Filosofia pela Universidade Federal de Santa Maria (2004), onde realizou seu mestrado (2006) e atuou como professora auxiliar entre os anos de 2007 e 2008. Foi bolsista de doutorado pelo CNPq no Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Foi bolsista de doutorado sanduíche pelo Programa CAPES/Cofecub, na Université Paris I – Panthéon Sorbonne, vinculado ao projeto "Teorias Lógicas Contemporâneas e Filosofia da Linguagem: questões epistemológicas e semânticas". Foi professora horista de Filosofia no Centro de Pesquisa e Documentação de História Contemporânea do Brasil (CPDOC) – a Escola de Ciências Sociais e História da Fundação Getúlio Vargas (FGV) - entre 2010 e 2011. Tem experiência na área de Filosofia, com ênfase em Lógica, Filosofia da Linguagem e Epistemologia, atuando principalmente com temas de filosofia da lógica e da matemática. Tem como área de interesse o ensino de filosofia no nível médio brasileiro, buscando pesquisar propostas curriculares com ênfase nas características transversais da disciplina.

### Ficha Catalográfica

Secco, Gisele Dalva

Entre provas e experimentos : uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno da prova do Teorema das Quatro Cores / Gisele Dalva Secco ; orientador: Luiz Carlos Pinheiro Dias Pereira. – 2013.

203 f. ; 30 cm

Tese (doutorado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Filosofia, 2013.

Inclui bibliografia

1. Filosofia – Teses. 2. Experimento. 3. Prova. 4. Teorema das Quatro Cores. 5. Wittgenstein. I. Pereira, Luiz Carlos Pinheiro Dias. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Filosofia. III. Título.

CDD: 100

Ao meu avô, Carlos Areo,  
pequeno inventor de grandes máquinas.

## Agradecimentos

Aos professores Abel Lassalle Casanave, Frank Thomas Sautter, Luiz Carlos Pereira e Oswaldo Chateaubriand, pelas repetidas mostras de cuidado com a construção colaborativa de conhecimento, e pelas vezes em que foram como generosas caixas de ressonância nas quais reverberei alguma ideia.

Ao CNPq e à PUC-Rio pelos auxílios que concederam, viabilizando a realização deste trabalho.

Aos funcionários do departamento pela atenção e o apoio.

À CAPES pela bolsa de estudos que permitiu um ano de pesquisas no exterior.

Ao professor Jean-Baptiste Joinet, Gilles Dowek e ao colega Alberto Naibo pela recepção na Universidade de Paris I.

Aos professores Danilo Marcondes, Helena Martins, Maura Iglésias e Sören Stenlund pelas sugestivas perspectivas de pensamento.

Aos familiares pelo suporte e carinho.

A Sérgio Ricardo Schultz, Nastassja Pugliese e Pedro Carné pelas trocas que vicejam a caminhada.

Ao mestre Ronai Rocha, por mostrar.

Ao Daniel, por construirmos veredas.

## Resumo

Secco, Gisele Dalva; Pereira, Luiz Carlos P. Dias. **Entre Provas e Experimentos. Uma leitura wittgensteiniana das controvérsias em torno da prova do Teorema das Quatro Cores.** Rio de Janeiro, 2013. 203p. Tese de Doutorado – Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O advento do uso maciço de computadores em provas matemáticas, ocorrido ao final da década de setenta com a solução de um famoso problema matemático – a prova do Teorema das Quatro Cores – ocasionou disputas filosóficas que ainda hoje demandam esclarecimentos. O objetivo principal da tese consiste em elaborar alguns dos referidos esclarecimentos desde uma perspectiva motivada pela filosofia da matemática de Ludwig Wittgenstein, especialmente no que diz respeito à distinção continuamente manuseada e depurada pelo filósofo ao longo do desenvolvimento de seu pensamento entre provas e experimentos. Após apresentar as principais ideias da prova do Teorema das Quatro Cores em termos históricos, algumas distinções conceituais metodologicamente significativas são elaboradas. A seguir o trabalho analisa, a partir da concepção funcional de a priori de Arthur Pap, o argumento da introdução da experimentação nas matemáticas de Thomas Tymoczko. A leitura das controvérsias filosóficas que se seguiram ao argumento de Tymoczko é então apresentada, aplicando-se as distinções conceituais anteriormente elaboradas. Por fim algumas ideias wittgensteinianas sobre a distinção entre provas e experimentos são exploradas em conexão com a noção de sinopticidade de provas, considerando menos os papéis específicos de tais noções na filosofia da matemática de Wittgenstein, do que investigando as vantagens de suas possíveis aplicações no esclarecimento de tópicos críticos das referidas disputas.

### Palavras-chave:

Experimento; Prova; Teorema das Quatro Cores; Wittgenstein.

## Abstract

Secco, Gisele Dalva; Pereira, Luiz Carlos P. Dias. (Advisor). **Between proofs and experiments: a wittgensteinean reading of the philosophical controversies surrounding the Four Color Theorem proof.** Rio de Janeiro, 2013. 203p. Thesis - Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The massive use of computers in mathematical proofs, which started in the end of the seventies through the solution of one famous mathematical problem – the Four-Color Theorem – entailed philosophical disputes still in need of elucidation. The central aim of this thesis consists in elaborating some of these elucidations from a point of view motivated by Ludwig Wittgenstein's philosophy of mathematics, mainly in what concerns the distinction between proofs and experiments, which was continuously used and elaborated by the philosopher in the course of the development of his thought. After the presentation of the main ideas involved in the proof of the Four-Color Theorem from a historical perspective, some methodological conceptual distinctions are elaborated. The thesis then shifts to an analysis of the introduction of experiment in mathematics argument, by Thomas Tymoczko, from the point of view of Arthur Pap's conception of functional a priori. An interpretation of the controversies that followed that argument is developed through the application of the conceptual distinctions previously elaborated. At last, some wittgensteinian ideas about the distinction between proofs and experiments are explored in connection with the notion of surveyability of proofs, concerned less with its specific roles in Wittgenstein's philosophy of mathematics than with investigating the advantages of its possible applications in the elucidation of some critical points in the referred controversies.

### Key-Words:

Experiment; Proof; Four-Color Theorem; Wittgenstein.

## Sumário

1. Introdução .....	11
2. O Teorema das Quatro Cores: história, prova, recepção .....	20
2.1. Introdução: a invenção do problema .....	20
2.2. A prova do TC4: estratégia geral, idéias centrais, extratos de historia .....	21
2.2.1. Mapas e colorações admissíveis .....	22
2.2.2. Método de redução e cadeias de Kempe: inevitabilidade e redutibilidade .....	25
2.2.3. A refutação da primeira pretensa prova .....	30
2.2.4. Da topologia à combinatória: os computadores entram em cena .....	31
2.2.5. Método de descarga e outro uso do computador .....	36
2.2.6. Os usos ou funções do computador na prova do T4C .....	38
2.2.7. A apresentação da prova .....	40
2.3. Primeiras reações e respostas .....	44
2.3.1. Primeiros pronunciamentos filosóficos-matemáticos .....	52
2.4. Como conclusão .....	54
3. Interlúdio: de distintas formas de conceber provas matemáticas .....	56
3.1. Introdução .....	56
3.2. Breves notas sobre a concepção de prova de Oswaldo Chateaubriand .....	57
3.3. Provas <i>simpliciter</i> , provas formais e provas assistidas por computador .....	63
3.4. Uma distinção distinta: provas como atos, como objetos e como traços .....	78
3.4.1. Breves notas sobre conhecimento simbólico .....	83
3.5. Como Conclusão .....	87



4. Do quase-empirismo a outros destinos filosóficos .....	89
4.1. Introdução: o quase empirismo como pano de fundo .....	89
4.2. O argumento da introdução da experimentação nas matemáticas: problemas revisitados .....	92
4.2.1. As noções de <i>a priori</i> e <i>a posteriori</i> .....	104
4.2.1.1. A apropriação de Tymoczko .....	105
4.2.1.2. Uma concepção funcional de <i>a priori</i> como chave de leitura do AIE .....	116
4.3. Considerações finais .....	126
5. Tópicos wittgensteinianos entram em cena .....	128
5.1. Introdução .....	128
5.2. As respostas ao artigo de Tymoczko: um panorama à La Prawitz .....	129
5.3. Sentidos de <i>surveyability</i> .....	138
5.3.1. Inspecionabilidade e sinopticidade .....	139
5.3.2. Dos limites da sinopticidade na prova do T4C .....	145
5.4. Notas finais .....	154
6. Calcular, provas, experimentar .....	160
6.1. Introdução .....	160
6.2. Stilwell e o duplo ponto de vista de Wittgenstein sobre provas .....	162
6.3. As conclusões de Tymoczko à luz da perspectiva wittgensteiniana .....	180
6.4. Notas finais: sobre o lugar a filosofia da matemática de Wittgenstein no panorama tradicional .....	184
7. Conclusão .....	189
8. Referências Bibliográficas .....	192

*En aquel Imperio, el Arte de la Cartografía logró tal Perfección que el Mapa de una sola Provincia ocupaba toda una Ciudad, y el Mapa del Imperio, toda una Provincia. Con el tiempo, estos Mapas Desmesurados no satisficieron y los Colegios de Cartógrafos levantaron un Mapa del Imperio, que tenía el Tamaño del Imperio y coincidía puntualmente con él. Menos Adictas al Estudio de la Cartografía, las Generaciones Sigüientes entendieron que ese dilatado Mapa era Inútil y no sin Impiedad lo entregaron a las Inclemencias del Sol y los Inviernos. En los Desiertos del Oeste perduran despedazadas Ruinas del Mapa, habitadas por Animales y por Mendigos; en todo el País no hay otra reliquia de las Disciplinas Geográficas.*

Suárez Miranda: *Viajes de varones prudentes*  
Libro Cuarto, cap. XLV, Lérida, 1658  
(Jorge Luís Borges)