

3 Modelo matemático

Caminhões são produzidos com função já definida e espera-se que suas montadoras tenham capacidade técnica para entregá-los com eficiência. Logo, o cliente no momento da aquisição de um caminhão, antes mesmo de escolher a cor, opcionais e itens de acabamento do veículo, define configurações de grande impacto para o planejamento logístico e a manufatura. Na Tabela 3, algumas dessas configurações são destacadas.

Tabela 3 - Configuração básica do caminhão

Configuração	Descrição
Aplicação	Rodoviário, distribuição, mineração, canavieiro, madeireiro, etc.
Pontos de apoio x pontos de tração	4x2, 4x4, 6x2, 6x4, 8x2, 8x4, 8x8, 10x4 etc.
Motor	Potência do motor varia conforme necessidade de carga a ser transportada
Distância entre eixos	Conforme necessidade de distribuição de carga nos eixos
Suspensão	Pneumática ou Mola
Freio	Disco ou tambor
Pneus	Conforme aplicação e quantidade de pontos de tração e apoio.

Fonte: Própria autora

O processo de produção de um caminhão pode ser dividido em três estágios: trem de força, responsável pelo motor e caixa de câmbio; cabina, responsável pela pintura e acabamento interior da mesma e a montagem final, responsável por agregar todos os componentes e sistemas ao chassi.

Visando o planejamento da produção de caminhões, os modelos matemáticos propostos ao longo das próximas subseções deverão sugerir o escalonamento da produção para uma linha de montagem única da fábrica de montagem final, porém considerando requisitos das fábricas de cabina e trem de

força. Isto será feito através da modelagem de restrições de espaçamento e agrupamento.

Restrições de espaçamento implicam em uma modelagem que irá difundir, em intervalos regulares, aquelas operações cuja repetição imediata prejudica o bom desempenho do montador em relação ao *takt time*. Por outro lado, as restrições de agrupamento tem efeito contrário no sequenciamento, pois congregam atividades cujos processos tem significativo custo de *setup* e/ou custo de mudança.

3.1. Sobre o balanceamento da linha de montagem

Como mencionado no início do capítulo 2, na prática, por razões técnicas e/ou econômicas, é permitido que o tempo de processamento das atividades dos operadores seja maior que o *takt time* para alguns tipos de veículos e em dadas estações de trabalho.

Pode-se ilustrar esta realidade, tomando como exemplo uma característica inerente aos caminhões, o número de eixos de suas configurações. Uma estação de trabalho com atividades relacionadas ao eixo terá seus recursos (montadores, ferramentais, tamanho da estação, equipamentos, etc) dimensionados para atender a variedade de produtos no portfólio da montadora e, no entanto, sempre haverá grandes diferenças entre os recursos necessários para a montagem dos modelos mais simples e comparado aos modelos mais complexos.

Para nos aprofundarmos na lógica do planejamento que irá absorver esta questão considere a carteira de pedidos abaixo (Tabela 4) e seus dados hipotéticos: *tk* denotando o *takt time* da linha e t_m denotando o tempo médio necessário para completar as atividades da configuração *m*.

Tabela 4 - Modelos de caminhões em uma carteira hipotética de pedido

Configuração	Nº de Eixos	t_m	Demanda
 4x2	2 eixos	0,5 <i>tk</i>	3
 6x2	3 eixos	1,2 <i>tk</i>	1
 8x4	4 eixos	1,3 <i>tk</i>	1
 10x4	5 eixos	1,5 <i>tk</i>	1

Considere a observação de uma única estação de trabalho em que há apenas um operador executando todas as atividades de montagem inerentes àquele posto. A medida que os veículos chegam na estação através da linha transportadora, o operador deve se posicionar no início do seu posto e começar a operar, movimentando-se juntamente com o carro até que todas as montagens tenham sido concluídas. Supõe-se também que o operador não possa começar suas atividades no posto anterior, logo o tempo aguardando a chegada do próximo carro será considerado como tempo ocioso.

Foi visto também no capítulo 2 que o tamanho de um posto, em unidades de tempo, é igual ao *takt time*. Portanto, nos exemplos que serão vistos a seguir (Figuras 9 e 10), caso o operador necessite de um tempo maior que o *takt time* para completar suas atividades, então adentrará os limites do posto seguinte e será caracterizado como sobrecarga de trabalho.

Note que os exemplos a seguir consistem em dois cenários distintos e observe os seguintes quesitos nos mesmos:

- a) a movimentação do operador, através da linha pontilhada;
- b) o tempo de espera do operador pelo próximo veículo, através das setas cheias;
- c) o tempo excedente ao *takt time* (sobrecarga de trabalho), através das setas pontilhadas.

Cenário 1

- A sequência planejada dos carros não considera o balanceamento da carga de trabalho do operador;
- Grande parte das atividades será finalizada no posto seguinte

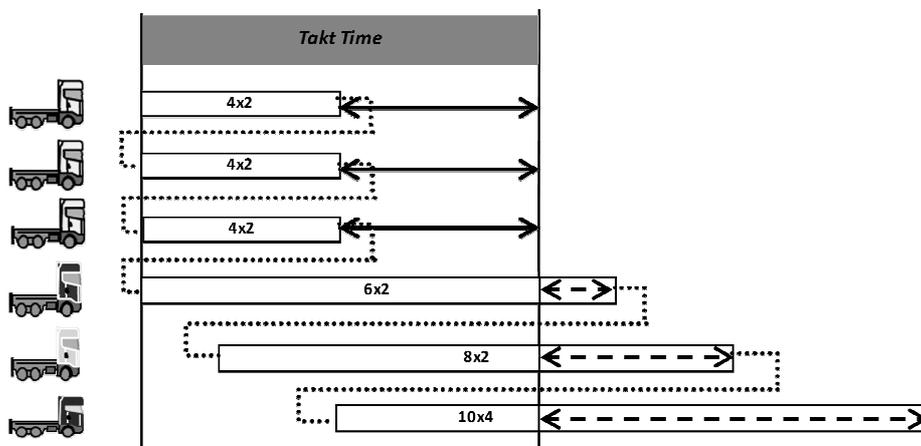


Figura 9 - Cenário 1 sobre o balanceamento da linha de produção

Fonte: Adaptado de Lesert *et al.* (2011)

O cenário 1 apresenta o operador altamente ocioso nas três primeiras sequências, pois a carga de trabalho que a configuração do carro 4x2 (dois eixos) exige é menor que o *takt time*. Porém, a partir do quarto veículo, é gerado um acúmulo de sobrecarga de trabalho, devido a sequencia de carros complexos (3 eixos, 4 eixos e 5 eixos) a serem montados. Observe, ainda que o acúmulo de trabalho além dos limites da estação compromete a conclusão das atividades do carro seguinte.

Cenário 2

- A sequencia planejada dos carros considera o balanceamento da carga de trabalho;
- O montante das atividades que deverão ser completadas no posto seguinte foi minimizado.

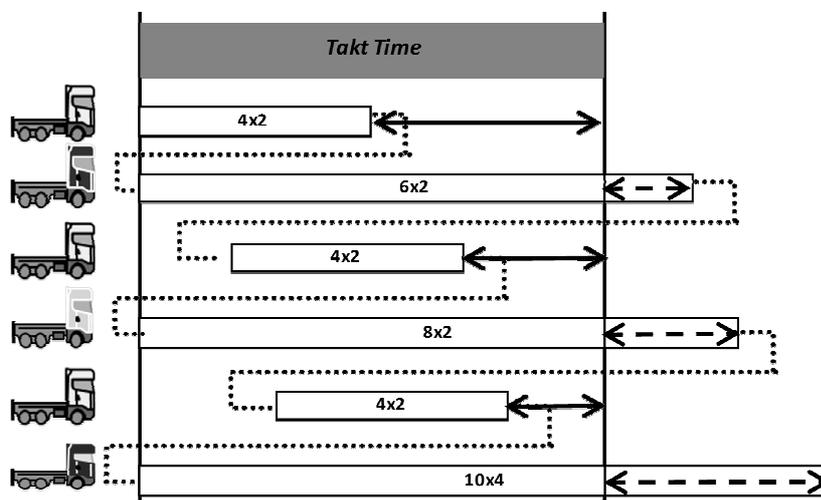


Figura 10 – Cenário 2 sobre o balanceamento da linha de produção

Fonte: Adaptado de Lesert *et al.* (2011)

Já no cenário 2, observe que os caminhões 4x2 cujo $t_m < tkt$ estão intercalados entre os veículos cujo $t_m > tkt$, ou seja, os veículos ao intercalar veículos mais simples (dois eixos) - mesmo tendo o início das atividades atrasadas pela sobrecarga de trabalho ocasionada pelos carros anteriores – com veículos mais complexos (3 eixos, 4 eixos e 5 eixos) proporcionou que o tempo acumulado de operação estivesse o mais ajustado possível ao *takt time*.

A partir deste exemplo, verifica-se que as configurações de caminhões podem variar em termos de complexidade, porém seus impactos devem ser minimizados para não afetar toda a linha de montagem final. E, ainda, vinculando este fato à abordagem *level scheduling*, vislumbra-se que modelos diferentes

demandam quantidades diferentes de materiais cujas taxas de requisição também precisam ser estabilizadas.

Na subseção a seguir, será proposto um modelo de planejamento da produção de caminhões que formalizará os conceitos vistos nesta seção. Para facilitar a sua leitura, a representação dos parâmetros é feita no alfabeto comum, enquanto os símbolos das variáveis são letras gregas.

3.1.1. Formalização do modelo

Índices:

s	Índice das sequências de produção. $s = 1, 2, \dots, Z$.
i	Índice das configurações. Os veículos idênticos foram agrupados em classes, e chamados de configuração i . $i = 1, 2, \dots, I$.
m	Índice dos modelos disponíveis no portfólio. $m = 4x2, 6x4, \dots, M$.

Parâmetros:

tkt	<i>Takt Time</i>
d_i	Demanda da configuração i .
k_i^m	$\begin{cases} 1, & \text{se o modelo } m \text{ foi especificado na configuração } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
t_m	Tempo médio de operação do modelo m

Variáveis:

χ_s^i	$\begin{cases} 1, & \text{se a configuração } i \text{ for alocada na sequência } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
τ_s^m	Tempo de operação do modelo m na sequência s
δ_s	Módulo da diferença entre o <i>takt time</i> e o tempo de processo de 2 sequências consecutivas

O modelo matemático é formulado como:

Função objetivo e restrições:

$$\text{Min } \sum_{s=1}^{Z-2} \delta_s$$

Minimizar o indicador de desvio entre o tempo real de

processo e o *takt time*

sujeito a:

$$\sum_s \chi_s^i \leq d_i \forall i$$

(1) Limitação da demanda da configuração i a ser satisfeita

$$\sum_i \chi_s^i = 1 \forall s$$

(2.1) Uma configuração deve ser alocada na sequência s

$$\tau_s^m = \sum_i k_i^m \chi_s^i t_m \forall s, \forall m$$

(3.1) Definição da variável τ_s^m

$$\delta'_s = |2tkt - (\sum_m \tau_s^m + \sum_m \tau_{s+1}^m)| \forall s \leq Z - 1$$

(4.1) Definição da variável δ'_s para os dois últimos carros

$$\chi_s^i \in \{1,0\} \quad \forall i, s$$

Declaração variável binária

$$\delta_s, \tau_s^m \in \mathbb{R} \forall s, \forall m$$

Declaração de variáveis reais

3.2.

Sobre as limitações físicas da linha de montagem

Vimos no início do capítulo 3 que a escolha da distância entre eixos está fortemente ligada às necessidades do cliente, porém vale citar que esta característica do produto também sofre influência de leis regulamentadoras sobre transporte de carga. No Brasil, por exemplo, o Conselho Nacional de Trânsito (Conatran) estabelece através da resolução 211/06 as dimensões máximas dos caminhões, podendo atingir até aproximadamente 19 metros de comprimento.

Sem dúvida, esta característica é uma preocupação importante na configuração de uma linha de montagem de uma montadora de veículo de passeio e de caminhão. Isso porque os postos de trabalho são fixos, dimensionados de acordo com a natureza de suas atividades e os comprimentos dos produtos que a empresa deseja oferecer em seu portfólio.

Numa linha de montagem deve ser mantida sempre uma distancia mínima entre dois postos de trabalho para que operadores e/ou equipamentos não se choquem ao serem movimentados em seus respectivos limites.

Conseqüentemente, quanto maior o comprimento do caminhão alocado na seqüência s , mais crítica será a decisão de qual produto alocar na seqüência $s+1$.

Para auxiliar o planejamento baseado no quesito comprimento, estabelece-se um comprimento máximo (L') que dois chassis sucessivos podem assumir, já incluindo o espaçamento mínimo entre eles; observe a Figura 11.

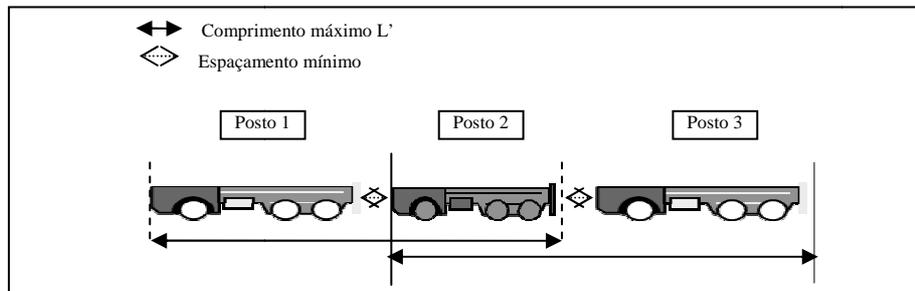


Figura 11 – Representação do espaçamento de caminhões na linha de montagem

No entanto, há situações em que um único chassi é longo o suficiente para impedir que, ao se alocar um veículo na seqüência imediatamente posterior, o comprimento máximo L' seja respeitado. Neste caso, é necessário planejar um ajuste especial no sistema de transporte da linha, ao qual chamaremos de *intervenção*, e assegurará o cumprimento do espaçamento mínimo, independente de qual comprimento vier a seguir.

Não entraremos em detalhes no procedimento relacionado à *intervenção*, pois a mesma deve considerar aspectos físicos da linha de montagem, bem como a tecnologia do sistema de transporte utilizado pela montadora, o que foge do escopo da pesquisa desta dissertação.

No entanto, adicionaremos ao modelo um parâmetro responsável por determinar o comprimento da configuração i , l_i . Combinando-o com a variável binária de alocação da configuração χ_s^i saberemos qual o comprimento alocado em cada seqüência ($\sum_i l_i \chi_s^i$).

Porém, não basta restringir as alocações de duas seqüências consecutivas arbitrariamente de acordo com L' (fazendo $\sum_i l_i \chi_s^i + \sum_i l_i \chi_{s+1}^i \leq L'$), pois, como mencionado anteriormente, caso um dos veículos seja longo o bastante para não satisfazer a restrição, a montadora providenciará uma intervenção e garantirá que a linha não seja impactada. Assumimos, portanto, que podemos identificar esses

veículos de antemão e associaremos a ele o parâmetro binário r_i , que adotará o valor 1, se o carro necessitar de intervenção ou 0, caso contrário.

Assim, para impedir a limitação arbitrária de L' basta inserir o parâmetro r_i acompanhado de um *big M* (número inteiro grande), cujo papel, quando $r_i = 1$, é elevar o limite L' de forma que se torne inatingível ($\sum_i l_i \chi_s^i + \sum_i l_i \chi_{s+1}^i \leq L' + M \sum_i r_i \chi_s^i$).

Ressaltamos ainda que uma intervenção, assim como qualquer outro processo dentro da manufatura, exigirá recursos e tempo, sendo razoável que haja um limite de ocorrência dentro de um intervalo de sequências. Esta questão será abordada pela restrição (7.1) da formalização a seguir.

3.2.1. Formalização do modelo

Parâmetros:

l_i	Comprimento do chassi da configuração i
r_i	$\begin{cases} 1, \text{ se a configuração } i \text{ exigir intervenção} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
L'	Comprimento máximo de dois chassis sucessivos
M	Big M. Neste caso, $M = 2\max(l_i) - L'$
G	Limite mínimo de sequências consecutivas para ocorrência de 1 intervenção

Restrições:

$$\sum_i (l_i \chi_s^i) + \sum_i (l_i \chi_{s+1}^i) \leq L' + M \sum_i (r_i \chi_s^i) \quad \forall s \quad (5.1)$$

Garante que a soma dos comprimentos de dois chassis sucessivos seja menor que L' . Não considerar caso o carro necessite de intervenção ($r_i=1$).

$$\sum_i \sum_s^{s+G-1} r_i \chi_s^i \leq 1 \quad \forall s \quad (6.1)$$

1 intervenção permitida em G sequências consecutivas

3.3. Sobre o agrupamento de cores

A fábrica de cabinas não é somente responsável por conferir cor ao produto, mas também pela montagem de acessórios (itens padrões e itens opcionais) e acabamento interno (Figura 12). Como qualquer outra fábrica, ela também está sujeita às escolhas do cliente com relação aos componentes (vidro elétrico, *airbag*, cama, ar condicionado, tacógrafo digital etc) gerando mais ou menos carga de trabalho aos postos.



Figura 12 – Foto do interior de uma cabina de caminhão

Fonte: <http://www.volvotrucks.com/trucks>

Considera-se que essa fábrica também precise se programar para que sua linha não fique desbalanceada, logo seu sequenciamento não poderá ser exatamente o mesmo da fábrica de montagem final do caminhão. Além, disso um fator de grande importância é a sequencia de cor a ser planejada, pois gera impacto direto no meio ambiente, uma vez que as trocas de tintas implicam no uso de componentes químicos para lavar os materiais usados na cor anterior e prepará-los para as cores novas.

No entanto, o planejamento da produção final deve ser feito de forma que os responsáveis pela montagem da cabina sejam capazes de entregar seus subprodutos precisamente na sequência em que seu cliente interno necessita. Logo, julga-se necessário inserir o quesito cor no momento do escalonamento dos veículos da montagem final.

Para este trabalho isso implica que a contabilização da mudança de cores no modelo matemático não será feita aos moldes do que foi considerado no concurso ROADEF 2005. Naquela ocasião uma troca era contabilizada se duas sequências consecutivas apresentavam cores diferentes, como no exemplo da Figura 13.

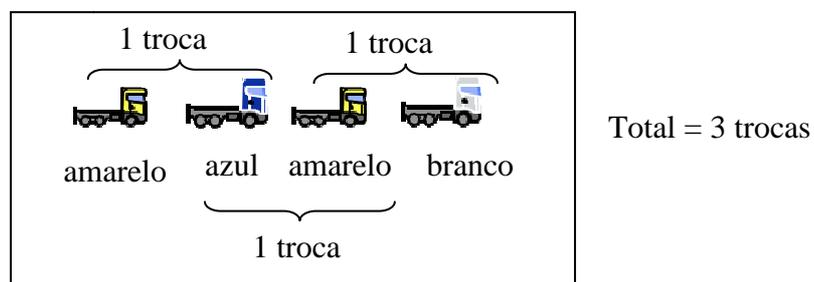


Figura 13 – Contabilização da mudança de cor concurso ROADEF 2005

No entanto, se esta sequência será replanejada posteriormente, então decidiu-se que neste trabalho uma troca será computada se em três sequências consecutivas aparecerem três cores diferentes (

Figura 14).

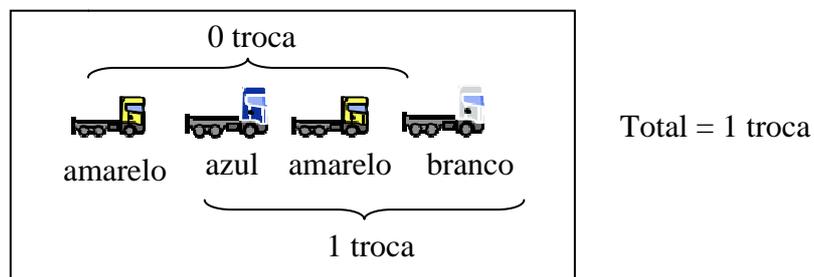


Figura 14 – Contabilização da mudança de cor no modelo matemático

Espera-se com essa técnica aproximar as cores semelhantes para facilitar o resequenciamento da produção da fábrica de cabinas e ao mesmo tempo não restringir o planejamento da sequência da montagem final.

Uma vez que cada variável compondo a função objetivo estará atrelada a um peso que ajustará sua importância na mesma, pode-se dizer que uma vantagem em utilizar esta contagem é diminuir a necessidade do ajuste exato que a componente *troca de cor* terá no resultado final desta função.

Segue a formalização do modelo.

3.3.1. Formalização do modelo

Índice:

b Índice de cores disponíveis no *portfólio*. $b =$ branco, preto, vermelho...B.

Parâmetro:

c_i^b $\begin{cases} 1, \text{ se o a cor } b \text{ for especificada na configuração } i \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Variável:

β_s^b $\begin{cases} 1, \text{ se em } s+1 \text{ e } s+2 \text{ houver uma cor diferente da cor } b \text{ alocada em } s \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Função objetivo e restrições:

Min $\sum_s \sum_a \beta_s^b$ Número de troca de cores contabilizadas

sujeito a:

$\sum_i (c_i^b \chi_s^i - c_i^b \chi_{s+1}^i - c_i^b \chi_{s+2}^i) \leq \beta_s^b \quad \forall s, \forall b$ (7.1) Definição da variável β_s^b

$\beta_s^b \in \{1,0\} \quad \forall b, s$ Declaração variável binária

3.4. Sobre o espaçamento de opcionais

Além de considerar a complexidade dos modelos m (exposto na seção 3.1), a linha deve ser balanceada de acordo com alguns opcionais que requerem um esforço maior de suas respectivas estações de montagem.

Foi visto na subseção 2.2.1 os critérios de espaçamento $p_o:q_o$ desses opcionais e a modelagem de sua restrição utilizando o método *sliding window* (restrição 3.2 na subseção 2.2.1).

Autores como Lesert *et al.* (2011) comentam que uma eficiente restrição de espaçamento é aquela capaz não só de suavizar a carga de trabalho do operador, mas de minimizar a frequência em que o *utility worker* é acionado de maneira emergencial.

Com isso, é possível através da variável ω_s^o (que conta o número de violações do opcional o a partir da sequência s), antecipar-se a situações emergenciais relacionadas à dificuldade de montagem e planejar soluções utilizando outros recursos.

É interessante, também, comentar que as violações ao ocorrem em diferentes opcionais não serão solucionadas com a mesma facilidade em todos os casos, isto é, violar o espaçamento de um dado opcional pode ser mais crítico que a violação relativa a outro opcional. A saída apontada pela literatura é adicionar o próprio custo de violação (v_o) à função objetivo, a fim de impor diferentes pesos às restrições e direcionar o modelo para uma solução mais adequada ao mundo real.

3.4.1. Formalização do modelo

Índice:

o	Índice de opcionais que provocam pesada carga de trabalho. $o=1,\dots,O$
-----	---

Parâmetros:

u_i^o	$\begin{cases} 1, & \text{se a configuração } i \text{ contém o componente } o \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
p_o/q_o	No máximo p componentes o são esperados em q sequências, sendo $1 \leq p_o \leq q_o$
v_o	Custo de violação do opcional o

Variável:

ω_s^o	Número de violações do componente o cuja janela de
--------------	--

sequências tem início na posição s

Função objetivo e restrições:

$\text{Min } \sum_s \sum_o v_o \omega_s^o$	Custo total de violação de opcionais
sujeito a:	
$\omega_s^o \geq \sum_s^{s+q_o-1} \sum_i \chi_s^i u_i^o - p_o \forall o, \forall s$	(8.1) Limitação de violações
$\omega_s^o \in \mathbb{R}_+$	Declaração variável real positiva

3.5. Experimento Computacional – Primeira parte

Com o intuito de conhecer a ordem de grandeza do esforço computacional, os modelos de otimização propostos entre as seções 3.1 e 3.4 serão testados no *software* AIMMS usando o solver CPLEX 12.4. Todos os resultados foram computados em um processador Intel Core i5 com 4GB RAM e 2.30GHz.

Como o comprimento do veículo (l_i) não é contemplado em nenhuma instância conhecida na literatura, montou-se uma carteira hipotética para conduzir os testes com as seguintes características apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Dados carteira de pedido corrente para teste do modelo matemático

Característica	Dados
Nº de veículos	15
Nº de configurações i	10
Nº de cores b	4
Nº de modelos m	4
Nº intervenção	0
Nº de opcionais o	6
Taxa de utilização dos opcionais	$o_1=1; o_2 \cong 0,26; o_3 \cong 0,33; o_4=0,4; o_5=0,4; o_6=0,8$

Fonte: Própria autora

A carteira acima gerou, conforme pode ser verificado na Tabela 6, 407 variáveis e 295 restrições.

Tabela 6 – Experimento computacional Parte 1 – seção 3.1 a 3.4

Descrição	Dados
Solução ótima	9,05
Tempo de resolução	10,51seg
Nº de restrições	295
Nº de variáveis	407 (210 inteiras)
Iterações	280123

À luz das observações feitas em Prandtstetter (2005) a matriz de tamanho $m \times s$ gerada pela variável τ_s^m foi reduzida a uma matriz de tamanho s ($\alpha_s =$ tempo de operação na sequência s), sendo necessário reformular as seguintes restrições:

$$\alpha_s = \sum_m \sum_i k_i^m \chi_s^i t_m \quad \forall s \quad (3.2) \text{ Definição da variável } \alpha_s$$

$$\delta_s = |2tkt - (\alpha_s + \alpha_{s+1})| \quad \forall s \leq Z - 1 \quad (4.2) \text{ Definição da variável } \delta_s$$

O autor em questão, no entanto, apresentou em seu trabalho a introdução de variáveis redundantes e demonstrou a equivalência da abordagem aos modelos tradicionais quanto ao conjunto de soluções possíveis e sua otimalidade. Ratifica-se que ao testar esta técnica, o tempo de resolução não foi muito diferente do efeito produzido pela simples reformulação da variável acima. Confira o resultado na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultado da substituição de τ_s^m por α_s

Descrição	Dados
Solução ótima	9,05
Tempo de resolução	7,08 seg
Nº de restrições	234
Nº de variáveis	346 (210 inteiras)
Iterações	199231

O tempo de resolução antes de 10,51 segundos passou para 7,08 segundos após as modificações.

Nas próximas seções, continua-se desenvolvendo este modelo para melhor adequá-lo ao propósito da dissertação.

3.6.

Sobre definições de datas limites para entrada na produção

Vimos superficialmente na seção 2.1 o conceito do sistema *online ordering* e sua desafiadora tarefa de simplificar o processo de entrada do pedido e melhorar o nível de confiança nas datas prometidas ao cliente.

Para auxiliar nesta tarefa, o quarto objetivo a ser considerado no modelo diz respeito justamente à data de entrega prometida ao cliente. Após definir esta data (ou período), a empresa deve ser capaz de traduzi-la em uma determinada posição na sequência de produção de forma que se o pedido aparecer depois desta posição seu *status* será considerado atrasado.

Neste trabalho não há preocupação de como a empresa determina esta data, pois se entende que esta questão está relacionada aos assuntos estratégicos de cada montadora. Porém, será indicada nesta seção e na seção posterior uma forma de traduzir esta data para dentro do planejamento do mix de montagem. Já nas seções 3.9 e 3.10 incluiremos no modelo um método que irá agilizar a análise e resposta do planejamento da produção diante de cenários complexos relacionados à demanda.

Para tanto, será mudado o conceito do índice s que até o momento vem sendo referenciado exclusivamente como indicador da sequência. A partir deste ponto, além desta função, s será visto como um subperíodo e estará associado a um período t no horizonte de planejamento ($t=1,2,\dots,T$).

Esta associação entre período e subperíodo será dada através de um parâmetro binário S_t^s , que assumirá o valor 1 se s pertencer ao período corrente t ou algum período anterior, e valor 0, caso contrário. Um período pode ser, por exemplo, um turno, ou um dia de produção ou até mesmo uma semana. No caso de significar ‘dia’: a primeira sequência do horizonte de planejamento a partir do primeiro dia terá valor unitário ($S_t^1 = 1$), porém a última sequência (sequência Z), do último dia (dia T), será zero até que chegue o dado período ($S_{t<T}^Z = 0$ e $S_T^Z = 1$).

Pode-se ainda entender que $\sum_s S_t^s$ é a capacidade de produção disponível até o período t , e $\sum_s S_T^s$ é a capacidade de produção em todo horizonte de planejamento. Logo, ao estabelecermos um limite t para sequenciamento de uma

configuração i é necessário que $d_i \leq \sum_s S_t^s$, sendo d_i a demanda da configuração i , para que nenhum de seus veículos seja considerado atrasado.

No modelo, a quantidade de veículos com o *status* de atrasado incorrerão em um custo (a_i) que penalizará a função objetivo.

As principais vantagens em lidar com custos na função objetivo (custo de atraso e custo de violação) é poder controlar a importância dada a cada parcela. Por exemplo, em uma dada situação é possível balancear entre os custos de violação dos opcionais e o custo de atraso de alguns pedidos. Ou ainda, no caso de um pico de demanda além da capacidade, onde a fábrica se vê obrigada a atrasar pedidos, existe a possibilidade de priorizar o escalonamento daqueles cuja rentabilidade ou importância para o negócio é maior.

Pode-se complementar a primeira situação, fazendo referência ao processo de negociação de cotas entre o departamento de vendas e a fábrica. Eventualmente, a fim de atingir o que foi acordado previamente, uma concessionária (ou unidade de venda) pode enviar ordens de produção à montadora sem necessariamente estar atrelada a um cliente final, portanto seria justo que os custos de atraso dessas ordens fossem explicitamente menores que os custos de violação. Desta forma, a empresa pode priorizar o bom balanceamento de carga de trabalho na linha, sem comprometer sua imagem com o cliente final.

Ainda, tratando da incorporação do custo de atraso à função objetivo, foi criada uma variável responsável por contabilizar a quantidade de veículos atrasados da configuração i no período t (γ_t^i). O ponto de partida para que a variável assuma valores maiores que zero será dado pelo parâmetro binário h_t^i , que valerá 1, se a data limite de produção da configuração i for o período t , e valor 0, caso contrário.

A seguir, apresenta-se a formalização do que foi exposto nesta seção.

3.6.1. Formalização do modelo

Índices:

t, t'	Representam um período no horizonte de planejamento. $t = 1, \dots, T$.
s	Subperíodo de t . $s = 1, \dots, Z$. $Z =$ número total de caminhões a

serem sequenciados em T períodos

Parâmetros:

S_t^s	$\begin{cases} 1, \text{ se a sequência } s \text{ pertence ao período igual ou anterior a } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
h_t^i	$\begin{cases} 1, \text{ se a configuração } i \text{ deva ser sequenciado até o período } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
a_i	Custo de atraso da configuração i

Variável:

γ_i^t	Quantidade da configuração i em atraso no período t
--------------	---

Função objetivo e restrições:

Min $\sum_t \sum_i a_i \gamma_i^t$	Custo total de atrasos
sujeito a:	
$(\sum_{t'=1}^t h_{t'}^i) d_i - \sum_{s \in S_t^s} \chi_s^i \leq \gamma_i^t \quad \forall i, \forall t$	(9.1) A demanda total da configuração i deve ser sequenciada antes do período indicado pelo parâmetro $h_t^i = 1$. Caso contrário, a quantidade não produzida será incorporada a γ_i^t , variável que conta ordens em atraso no período t .
$\gamma_i^t \in \mathbb{R}_+$	Declaração variável real positiva

3.7. Sobre a definição de data de produção para uma configuração específica

Algumas encomendas devem ser necessariamente incluídas no planejamento da produção, ou porque estão na carteira a mais tempo que o padrão,

ou porque algum material específico já foi encomendado para elas (HINDI e PLOSZAJSKI, 1994).

Esta questão pode ser facilmente resolvida se inserirmos ao modelo uma restrição de satisfação que irá determinar um período (por exemplo, o primeiro) em que estas ordens e outros pedidos urgentes devam ser alocados. Para identificá-las será criado o parâmetro binário j_i , que assumirá o valor 1, se as configurações i devam ser escalonados em $t=1$, e valor 0, caso contrário.

Segue a formalização do modelo.

3.7.1. Formalização do modelo

Parâmetro:

$$j_i \quad \begin{cases} 1, & \text{se a configuração } i \text{ deve ser sequenciada no primeiro período (t = 1)} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Restrição:

$$\sum_{s \in S_t^s} \chi_s^i \geq j_i d_i \quad \forall i, t=1 \quad (10) \quad \text{O pedido } i \text{ deve ser sequenciado no primeiro período (t = 1)}$$

3.8. Experimento Computacional – Segunda Parte

Os testes conduzidos aqui adicionarão os modelos das seções 3.6 e 3.7 ao modelo testado na primeira parte do experimento computacional (seção 3.5). Não foram alteradas as características principais da carteira de pedidos (Tabela 6), apenas incluído o índice t (nesse caso, $t=1,2,3$) e todos os parâmetros e variáveis ligados a ele.

Assumiu-se, ainda, que cada período tem capacidade para produzir 5 (cinco) veículos e a data de entrega de cada pedido foi definida a fim de permitir a obtenção de um plano de produção sem, necessariamente, incorrer em custos de atraso. Decidiu-se, também, que o atraso tem maior peso na penalização da função

objetivo que o custo de violação de opcionais ou o índice de balanceamento da produção. Veja o resultado do experimento na Tabela 8.

Tabela 8 - Experimento Computacional Parte 2 – seção 3.1 a 3.6

Descrição	Dados
Solução ótima	13,83
Tempo de resolução	0,62 seg
Nº de restrições	274
Nº de variáveis	376 (210 inteiras)
Iterações	11702

Como era de se esperar, o tempo de resolução caiu drasticamente (de 7,08 para 0,62 segundos), porém em detrimento à *performance* operacional da fábrica (a função objetivo aumentou de 9,05 para 13,83), devido aos acréscimos sofridos principalmente nas variáveis δ'_s e δ''_s , responsáveis por indicar o ajuste do tempo de processamento real ao tempo de processamento padrão.

Isso significa, portanto, que o algoritmo ao vislumbrar datas limites para alocação dos veículos na produção, exercerá menor esforço na procura pelo local ideal de alocação do mesmo.

Porém, experimentou-se forçar que um desses pedidos seja produzido em $t=1$, através do parâmetro j_i . Em seguida que dois pedidos tenham $j_i = 1$. Observe os resultados obtidos na Tabela 9 e Tabela 10.

Tabela 9 – Experimento Computacional Parte 2 – seção 3.4 a 3.7; um único pedido com $j_i = 1$

Descrição	Dados
Solução ótima	13,83
Tempo de resolução	1,40 seg
Nº de restrições	274
Nº de variáveis	376 (210 inteiras)
Iterações	33652

Tabela 10 – Experimento Computacional Parte 2 – seção 3.4 a 3.7; dois pedidos com $j_i = 1$

Descrição	Dados
Solução ótima	13,83
Tempo de resolução	0,48 seg
Nº de restrições	274
Nº de variáveis	376 (210 inteiras)
Iterações	8963

3.9.

Sobre nível de demanda além da capacidade de produção

Um cenário a ser levado em consideração é o de alta demanda para o horizonte de planejamento corrente, justificando o atraso de ordens.

Neste caso, ou a demanda dos pedidos a serem sequenciados até um dado período t está acima da capacidade da montadora ($\sum_i (\sum_{t'=1}^t h_{t'}^i) d_i \geq \sum_s S_t^s$), ou a quantidade de veículos na carteira requerendo intervenção é maior que o esperado para um período t ($\sum_i (\sum_{t'=1}^t h_{t'}^i) r_i d_i \leq (1/G) \sum_s S_t^s$).

Comentou-se na seção 3.6 como os custos de atraso auxiliam na tomada de decisão sobre qual carro atrasar. Porém, em meio a grandes quantidades de veículos não se pode esperar que os custos absorvam a miríade de fatores que impactam o negócio.

Um desses fatores, por exemplo, é a violação da restrição de espaçamento dos opcionais. Obviamente, o modelo já está considerando isto, porém a forma como foi formalizado assume o risco de atrasar pedidos cuja configuração também poderá causar distúrbios no mix e sequenciamento futuro. Baseado nisso, introduziremos outro enfoque para o atraso de pedidos que terá um peso η na função objetivo.

Dois parâmetros novos são importantes nesse processo: capacidade de produção do opcional o ($S_o = (p_o/q_o) \sum_s S_T^s$) e a demanda pelo opcional o ($d_o = \sum_i u_i^o d_i$). Mediante uma carteira de pedidos corrente, ambos deverão manter a taxa de utilização do opcional próximo a 1, caso seja possível.

Como o cálculo da capacidade está ligado ao espaçamento do opcional (p_o/q_o), então é esperada uma relação proporcional entre a quantidade de d_o que exceda S_o e o número de violações $\sum_s \omega_s^o$. Propositamente, ambos terão o mesmo peso v_o , porém, devido à técnica *sliding window* gerar eventualmente uma dupla contagem das violações, é natural que quanto mais a demanda exceda a capacidade, mais as violações penalizarão a função objetivo.

A variável real π_o assumirá a diferença entre capacidade S_o e a quantidade de componentes alocados na produção, este último dado por $d_o - \sum_{t=T} \sum_i u_i^o \gamma_t^i$.

3.9.1. Formulação do modelo

Parâmetros:

d_o	Demanda pelo opcional o na carteira de pedidos, definido como $\sum_i u_i^o d_i$
S_o	Capacidade de produção do componente o no horizonte de planejamento corrente, definido como $(p_o/q_o) \sum_s S_T^s$
η	Peso dado à parcela de violações dos opcionais e adequação da capacidade na função objetivo

Variável:

π_o	Diferença entre a capacidade de produção do opcional o e a quantidade escalonada na produção, ou seja, adequação da capacidade do opcional o
---------	--

Função objetivo e restrição:

$\text{Min } \sum_t \sum_i a_i \gamma_t^i + \eta (\sum_s \sum_o v_o \omega_s^o + \sum_o v_o \pi_o)$	Custo total de atraso de pedidos mais custo total de violações dos opcionais e adequação da capacidade;
---	---

sujeito a:

$$\pi_o = S_o - d_o - \sum_{t=T} \sum_i u_i^o \gamma_t^i \quad \forall o \quad (11.1) \text{ Definição da variável } \pi_o$$

$$\pi_o \in \mathbb{R} \quad \text{Declaração variável real}$$

A formalização completa deste modelo matemático, ou seja, adicionando-se os parâmetros, variáveis e restrições das seções 3.1 a 3.4 e 3.6 a 3.7, pode ser vista no Apêndice A.

3.10. Sobre nível de demanda aquém da capacidade

Outro cenário a ser levado em consideração é o de baixa demanda para o horizonte de planejamento. Ou seja, a quantidade de pedidos na carteira corrente está abaixo da capacidade total ($\sum_i d_i < \sum_s S_T^s$), justificando a antecipação de ordens de uma carteira futura para a carteira presente. Ou seja, além das configurações i , haverá uma carteira futura, cujos pedidos serão identificados como configurações f .

A lógica para fazer o adiantamento é a mesma usada para atrasar pedidos: aproximar a demanda por opcionais escalonados na produção à sua capacidade planejada.

Reformularemos várias restrições que foram vistas nas seções anteriores, a fim de que os parâmetros e as variáveis ligadas às configurações f façam parte também do modelo.

3.10.1. Formulação do modelo

Índices:

f	Índice das configurações a serem antecipadas. Os veículos idênticos de uma carteira futura foram agrupados em classes e chamado de configurações f . $f = 1, \dots, F$
-----	--

Parâmetros:

d_f	Demanda da configuração f
k_f^m	$\begin{cases} 1, \text{ caso o modelo } m \text{ foi especificado na configuração } f \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
l_f	Comprimento da configuração f
c_f^b	$\begin{cases} 1, \text{ se a cor } b \text{ foi especificada na configuração } f \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
r_f	$\begin{cases} 1, \text{ se a configuração } f \text{ exigir intervenção} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
u_f^o	$\begin{cases} 1, \text{ se o componente } o \text{ foi especificado na configuração } f \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Variáveis:

$$\chi_s^f \quad \begin{cases} 1, \text{ caso a configuração } f \text{ esteja alocada na sequência } s \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Função objetivo e restrições:

$$\text{Min } \eta(\sum_s \sum_o v_o \gamma_s^o + \sum_o v_o \pi_o)$$

Custo total de violações dos componentes o mais custo de adequação da capacidade do componentes o

sujeito a:

$$\sum_i \chi_s^i + \sum_f \chi_s^f = 1 \quad \forall s$$

(2.2) Apenas uma única configuração (i ou f) deve ser alocada na sequência s

$$\alpha_s = (\sum_m \sum_i k_i^m \chi_s^i t_m) +$$

$$(\sum_m \sum_f k_f^m \chi_s^f t_m) \quad \forall s$$

(3.2) Definição da variável α_s

$$\sum_i (l_i \chi_s^i) + \sum_f (l_f \chi_s^f) + \sum_i (l_i \chi_{s+1}^i) +$$

$$\sum_f (l_f \chi_{s+1}^f) - M(\sum_i r_i \chi_s^i + \sum_f r_f \chi_s^f) \leq L' \quad \forall s$$

(5.2) Garante que a soma dos comprimentos de dois chassis sucessivos seja menor que L' . Não considerar caso haja intervenção ($r_i + r_f = 1$).

$$\sum_i \sum_s^{s+G-1} r_i \chi_s^i + \sum_f \sum_s^{s+G-1} r_f \chi_s^f + \leq 1 \quad \forall s$$

(6.2) no máximo 1 intervenção é permitida em G sequências

$$\sum_f \sum_i [(c_i^b \chi_s^i + c_f^b \chi_s^f) - (c_i^b \chi_{s+1}^i +$$

$$c_f^b \chi_{s+1}^f) - (c_i^b \chi_{s+2}^i + c_f^b \chi_{s+2}^f)] \leq \beta_s^b \quad \forall s, \forall b$$

(7.2) Definição da variável β_s^b

$$\omega_s^o \geq$$

$$\sum_s^{s+q_o-1} \sum_i \chi_s^i u_i^o + \sum_s^{s+q_o-1} \sum_i \chi_s^f u_f^o -$$

$$p_o \quad \forall o, \forall s$$

(8.2) Caso em q_o sequências sucessivas a quantidade do componente o seja maior que p_o , penaliza-se a função objetivo proporcionalmente às ocorrências excedentes

$$\pi_o = (S_o - d_o - \sum_f \sum_s \chi_s^f u_f^o) \forall o \quad (11.2) \text{ Definição da variável } \pi_o$$

$$\sum_s \chi_s^f \leq d_f \forall i \quad (12) \text{ Limitação da demanda pela configuração } f \text{ a ser antecipada}$$

$$\chi_s^f \in \{1,0\} \quad \text{Declaração variável binária}$$

A formalização completa deste modelo matemático, ou seja, adicionando-se os parâmetros, variáveis e restrições das seções 3.1 a 3.4 e 3.6 a 3.7, pode ser vista no Apêndice B.

3.11. Experimento Computacional – Terceira Parte

O experimento conduzido nesta seção, leva em consideração o cenário de demanda aquém da capacidade explanado na seção anterior, seção 10.

Primeiramente, decidiu-se incluir mais um período no horizonte de planejamento ($t= 1,2,3,4$), aumentando a capacidade de produção total de 15 para 20 veículos.

As características da carteira futura (configurações f) estão expostas na Tabela 11.

Tabela 11 - Dados carteira futura para teste do modelo matemático

Característica	Configuração i	Configuração f
Nº de veículos	15	7
Nº de configurações	10	6
Nº de cores b	4	4
Nº de modelos m	4	3
Nº intervenção	0	0
Nº de opcionais o	6	6
Demanda do opcional o	$o_1=1; o_2=1; o_3=1; o_4=3; o_5=2; o_6=6$	$o_1=0; o_2=7; o_3=4; o_4=0; o_5=2; o_6=5$

Vale comentar que, foi adicionado 1 modelo e 1 cor a mais àqueles previstos na carteira de configurações i (Tabela 6), portanto é esperado um número maior na contabilização de mudanças de cores, assim como um ajuste diferente da variável δ'_s

Se a nova capacidade total de produção considerada é de 20 veículos, para que a linha de montagem não fique ociosa, o modelo deverá alocar e sequenciar

além das configurações i (total de 15 veículos), 5 veículos de configuração f . Desse modo, 2 veículos permanecerão na carteira futura.

Na Tabela 12 são apresentados a demanda pelos opcionais o , a capacidade de produção relacionados a eles, a capacidade não utilizada e os custos de violação para a os carros de configuração i . Esses elementos devem gerar uma indicação na prioridade de adiantamento dentre os carros de configuração f .

Tabela 12 – Visão geral da carteira corrente e os opcionais dos carros de configuração i

	Opc.1	Opc.2	Opc.3	Opc.4	Opc.5	Opc.6
(A) Demanda $\sum_i u_i^o d_i$	1	1	1	3	2	6
(B) Capacidade $(p_o/q_o) \sum_s S_T^s$	1,3	5,0	4,0	6,7	10,0	10,0
(B – A) Capacid. não utilizada	0,3	4,0	3,0	3,7	8,0	4,0
Custo v_o	0,35	0,25	0,2	0,1	0,07	0,03
Prioridade de adiantamento (B-A) v_o	0,1	1,0	0,6	0,4	0,6	0,1

A última linha da Tabela 12, prioridade de adiantamento, foi calculada multiplicando-se v_o (custo de violação) pela capacidade não utilizada do opcional o (B-A). Contemplando o resultado obtido, é fácil presumir que o veículo da configuração f que contenha, em primeiro lugar, o opcional 2 e, em segundo lugar, o opcional 3 ou opcional 5, se destacarão como candidatos para entrarem em produção.

Segue abaixo (Tabela 13) o resultado obtido ao implementar o modelo apresentado na secção 3.10.1 no *software* computacional AIMMS.

Tabela 13 – Experimento Computacional Parte 3 – secção 3.1 a 3.4;3.6 a 3.7 e 3.10

Descrição	Dados
Solução ótima	14,30
Tempo de resolução	319,32 seg
Nº de restrições	391
Nº de variáveis	647 (420 inteiras)
Iterações	5775523

Ao comparar o tempo de solução deste experimento com o respectivo tempo de solução do experimento abordado na secção 3.8, cujo $\sum_i j_i = 0$, observamos um aumento de 0,62 seg para 319,92 seg. Esta é uma clara evidência da complexidade de resolução do modelo: o esforço cresce em escala fatorial quando se aumenta o número de veículos, e ainda, quanto maior a liberdade de alocação das

configurações (i ou f) menor vai ser a expertise do algoritmo *branch and cut* em se aproximar da solução ótima.

Após a alocação das configurações f , podemos verificar o impacto da variável π_o (adequação à capacidade do componente o) e a relação com $\sum_s \omega_s^o$ (número de violações) na função objetivo, conforme Tabela 14.

Tabela 14 – Adequação de capacidade do opcional o e as violações de espaçamento

	Opc.1	Opc.2	Opc.3	Opc.4	Opc.5	Opc.6
Demanda Total $\sum_i u_i^o d_i + \sum_f \sum_s \chi_s^f u_f^o$	1	6	5	3	4	9
Capacidade $(p_o/q_o) \sum_s S_T^s$	1,3	5,0	4,0	6,7	10,0	10,0
π_o	0,33	-1	-1	3,7	6	1
Custo v_o	0,35	0,25	0,2	0,1	0,07	0,03
$v_o \pi_o$	0,12	-0,25	-0,20	0,36	0,42	0,03
$v_o \sum_s \omega_s^o$		0,50	0,60			0,06

É possível verificar que as variáveis relacionadas ao opcional 1 e ao opcional 4 continuaram com os mesmos valores iniciais, pois não havia demanda na carteira de configurações f . O opcional 2 e o opcional 3, cuja demanda nas configurações f são, respectivamente, 100% e 57%, tanto foram incrementados que ultrapassaram em 1 unidade a capacidade planejada, gerando custo de violação de espaçamento. O opcional 5, por sua vez, foi incrementando com tudo o que o a carteira das configurações f tinha para oferecer, porém o opcional 6, por sua baixa prioridade, teve sua presença incrementada para 9 como consequência do adiantamento de outros pedidos.

3.12.

Adição de peso nas parcelas da função objetivo

Assim como η pretende gerar um peso diferenciado entre os enfoques dados para os atrasos no sequenciamento da produção, é necessário que o modelo matemático apresentado nas seções anteriores também garanta a diferenciação das importâncias dadas às diferentes parcelas da função objetivo.

Uma possível solução, é adicionar mais 3 parâmetros de peso às parcelas da função objetivo (μ , λ , ρ), cujo somatório será igual a 1 ($\eta+\mu+\lambda+\rho=1$). Sendo:

μ – Peso dado à parcela responsável por minimizar os indicadores de desvios entre o tempo real de processo e o *takt time*;

λ – Peso dado à parcela responsável por minimizar troca de cores contabilizadas;

ρ – Peso dado à parcela responsável por minimizar custo total de atrasos de pedidos.