



**Juan David Velilla Uribe**

**Estabilidade de Poços de Petróleo em  
Meios Fraturados Empregando o  
Método dos Elementos Discretos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Sérgio Augusto Barreto da Fontoura  
Co-orientador: Nelson Inoue

Rio de Janeiro, março de 2013.



**Juan David Velilla Uribe**

**Estabilidade de Poços de Petróleo em  
Meios Fraturados Empregando o  
Método dos Elementos Discretos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Sérgio Augusto Barreto da Fontoura**  
Orientador  
Departamento de Engenharia Civil-PUC-RIO

**Dr. Nelson Inoue**  
Co-orientador  
GTEP/PUC-Rio

**Prof. Ney Augusto Dumont**  
Departamento de Engenharia Civil-PUC-RIO

**Dr. Erick Slis Raggio Santos**  
CENPES/PETROBRAS

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do  
Centro Técnico Científico- PUC-Rio

Rio de Janeiro, 25 de março de 2013.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Juan David Velilla Uribe**

Graduou-se em Engenharia de Petróleos na UIS (Universidade Industrial de Santander - Colômbia) em Março de 2010. No mesmo ano trabalho na área de Geomecânica do Petróleo no ICP (Instituto Colombiano do Petróleo). No ano 2011 ingressou ao curso de Mestrado em Engenharia Civil na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na área de Geotécnia, desenvolvendo dissertação de mestrado na linha de pesquisa de Geomecânica do Petróleo.

#### Ficha Catalográfica

Uribe, Juan David Velilla

Estabilidade de poços de petróleo em meios fraturados empregando o método dos elementos discretos / Juan David Velilla Uribe ; orientador: Sérgio Augusto Barreto da Fontoura ; co-orientador: Nelson Inoue – 2013.

109 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2013.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Método dos elementos discretos. 3. Estabilidade de poços. 4. Rochas fraturadas. 5. Resistência. 6. Perfuração de poços. 7. Metodologia de perfuração. I. Fontoura, Sérgio A. B. da. II. Inoue, Nelson. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD:624

Dedico esta dissertação á minha avó Elena Uribe (*descanse em Paz*).

## Agradecimentos

Agradeço a Deus pela fortaleza e sabedoria fornecida para terminar com sucesso esta etapa da minha vida.

Agradeço a minha avó, Helena Uribe, quem me ensinou o valor da vida e que infelizmente partiu para o céu no ano 2011. Muitas saudades de ti “Nona querida”.

Agradeço a toda minha família especialmente a minha mãe, Gladys Uribe, a minha tia, Yolanda Uribe, a minha namorada, Margarita Habran, a meus irmãos, pessoas que sempre tem palavras de animo e fortaleza cada vez que eu preciso.

Agradeço ao professor Sergio A.B. da Fontoura, pela ajuda intelectual, e pela confiança depositada no meu trabalho. Sem sua ajuda não teria sido possível. Muito obrigado professor.

Agradeço ao Grupo de Tecnologia e Engenharia do Petróleo (GTEP), porque me deu a oportunidade de crescer academicamente a cada dia. Agradeço especialmente a: Nelson Inoue, Sergio Orozco, Guilherme Righeto, Carlos Emmanuel R. Lautenschläger, Pamela Rodriguez, Paola Rosas, Darwin Mateus Tarazona e Bianca F. Lima.

Agradeço ao grupo de estabilidade de poço “Wellbore Stability” da universidade industrial de Santander na Colômbia, porque graças a ele meus interesses na geomecânica do petróleo começaram a se desenvolver.

Agradeço a meus amigos Júlio Rueda, Giovanny Rey, Mario Bonilla, Sergio Orozco, Darwin Mateus, Ruby Hernandez, Alexandre Brandão, pelos muitos momentos de estudo e alegria compartilhados, no Rio de Janeiro.

A CAPES/PROEX e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Para finalizar, eu gostaria de citar algumas frases famosas de pessoas que admiro e que me motivam a ser cada dia melhor. Na vida sempre temos um

objetivo e é a felicidade, lutar pelo que queremos nos faz grandes pessoas:

“Procure ser uma pessoa de valor, em vez de procurar ser uma pessoa de sucesso. O sucesso é consequência”. (Albert Einstein, Físico).

“Algumas pessoas querem que algo aconteça, outras desejam que aconteça, outras fazem acontecer” (Michael Jordan, jogador de basquete).

“Vejo na luta enxadrística um modelo exato da vida humana, com sua luta diária, suas crises e seus incessantes altos e baixos”. (Garry Kasparov, xadrezista).

## Resumo

Uribe, Juan David Velilla; Fontoura, Sérgio Augusto Barreto da (Orientador); Inoue, Nelson (Co-Orientador). **Estabilidade de Poços de Petróleo em Meios Fraturados Empregando o Método dos Elementos Discretos**. Rio de Janeiro, 2013. 109p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A estabilidade de poços de petróleo é convencionalmente analisada empregando soluções analíticas que não são adequadas para modelagem de meios fraturados, devido a suposições de meio contínuo. Esta dissertação tem como objetivo principal desenvolver uma metodologia computacional para geração de janela operacional utilizando uma solução numérica, adequada para meios fraturados. No trabalho foi escolhido o software UDEC (Universal Distinct Element Code), que é baseado no método dos elementos discretos (MED). Este método considera o maciço rochoso como a união de blocos de rocha intactos, unidos pelas fraturas e cujo comportamento físico para cada elemento pode ser analisado individualmente. A modelagem computacional no UDEC foi realizada mediante uma análise hidromecânica acoplada. Esta modelagem permitiu avaliar a influência de alguns mecanismos que governam a estabilidade de poços, como: as tensões in situ, a poropressão e a orientação, espaçamento e persistência das famílias de fraturas. Os resultados numéricos mostram o efeito das fraturas na orientação e magnitude das tensões, além da magnitude da poropressão resultando em cálculos dos limites de colapso inferior e fratura superior da rocha mais realistas.

## Palavras-chave

Método dos elementos Discretos; estabilidade de poços; Rochas Fraturadas; resistência; perfuração de poços; metodologia de perfuração.

## Abstract

Uribe, Juan David Velilla; Fontoura, Sérgio Augusto Barreto da (Advisor); Inoue, Nelson (Co-Advisor). **Oil Wells Stability in Fractured Media Using the Discrete Element Method**. Rio de Janeiro, 2013. 109p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The stability of oil wells is conventionally analyzed using analytical solutions that are often not suitable for modeling fractured media due to assumptions of continuous medium. This work has as main objective to develop a computational method for generating mud window using a numerical solution, suitable for fractured media. The software chosen for this work was the UDEC (Universal Distinct Element Code), which is based on discrete element method (DEM). This method considers the rock mass as the union of blocks of intact rock jointed by fractures, and whose physical behavior for each element can be analyzed individually. Computational modeling in UDEC was carried out in a coupled hydromechanical analysis. This modeling allowed to evaluate the influences of some of the mechanisms that govern the stability of wells, as in situ stresses, pore pressure and orientation, spacing and persistence of families of fractures. Numerical results show the effect of fracture orientation and magnitude of the stresses, besides the magnitude of the pore pressure resulting in more realistic calculations of lower collapse and upper fracture of the rock mass.

## Keywords

Discrete element Method; Wellbore Stability; fractured Rocks; strength; well drilling; drilling methodology.



## Sumário

1	Introdução	20
1.1.	Definição do Problema	20
1.2.	Motivação	22
1.3.	Objetivos	22
1.4.	Estrutura do Texto	23
2	Revisão Bibliográfica	24
2.1.	Modelagem Analítica Convencional da Janela Operacional de Poços em Formações Intactas e Fraturadas	24
2.1.1.	Modelagem analítica de descontinuidades	27
2.2.	Panorama da Modelagem Analítica de Estabilidade de Poços em Formações Fraturadas	28
2.3.	Panorama da Modelagem Numérica de Estabilidade de Poços em Formações Fraturadas	31
3	O Método dos Elementos Discretos (MED) para Rochas Fraturadas	45
3.1.	Que é o MED?	45
3.2.	Formulação do Método dos Elementos Discretos (MED)	46
3.2.1.	Considerações Físicas	48
•	Movimentação dos Blocos de Rocha	48
•	Equilíbrio de Momento e Energia	50
•	Deformabilidade dos Blocos de Rocha	51
•	Deformabilidade das Fraturas	53
•	Fluxo de fluido nas fraturas	56
3.2.2.	Considerações numéricas	59
•	Representação Numérica das Descontinuidades	59
•	Discretização Nodal Mista para Deformação em uma Rede Triangular	61
•	Discretização Nodal Mista para Tensões em uma Rede Triangular	62
•	Condições de contorno	64

• Determinação do Passo de Tempo Mecânico: Solução Estável	65
3.3. O software UDEC (Universal Distinct Element Code)	66
• Etapa 1: Definição da Geometria do Problema	67
• Etapa 2: Discretização por Diferenças Finitas	67
• Etapa 3: Modelos Constitutivos e Propriedades dos Materiais	67
• Etapa 4: Condições de Contorno	67
• Etapa 5: Utilidades	67
• Etapa 6: Configurações	68
• Etapa 7: Execução do problema	68
• Etapa 8: Gráficas	68
4 . Modelagem computacional da estabilidade de poços em rochas fraturadas	70
4.1. Etapa 1: Consolidação inicial do maciço rochoso	71
4.1.1. Geometrias propostas	71
4.1.2. Modelos constitutivos e tensões <i>in situ</i>	72
4.1.3. Condições de contorno e variáveis numéricas	74
4.1.4. Condição final de equilíbrio	76
4.2. Etapa 2: Escavação do furo e determinação das pressões de colapso	76
4.2.1. Escavação e aplicação da pressão do fluido em torno do furo	77
4.2.2. Determinação das pressões de colapso superior e inferior	79
4.3. Resultados e discussão	79
4.3.1. Parede do poço impermeável	79
4.3.2. Parede do poço permeável	84
4.3.3. Efeito da orientação das famílias de fraturas na estabilidade de poços	87
5 . Validação e comparação dos resultados analíticos e numéricos	90
5.1. Janela operacional analítica <i>versus</i> numérica	90
5.2. Distribuição de tensões em torno e longe da face do poço	94
5.3. Distribuição de poropressão na modelagem analítica Vs Numérica	98
6 Conclusões e Sugestões	99
6.1. Conclusões	99
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	100

Referências	102
Apêndice A	108

## Lista de Figuras

Figura 1. 1– Os quatro mecanismos mais importantes de instabilidade de poço (Pasic, 2007).....	21
Figura 1. 2– Perfuração através de formações fraturadas (Pasic, 2007).....	22
Figura 2. 1 – Ilustração dos tipos de ruptura na parede do Poço, a) por Tração e b) por Cisalhamento (Modificado, Fjaer, 2008).....	25
Figura 2. 2– Efeito do incremento do peso da lama na parede do poço (Pasic, 2007).....	25
Figura 2. 3 – Modelo de estabilidade mecânico analítico da rocha em torno do poço.....	26
Figura 2. 4 – Parâmetros de perfuração durante as três tentativas de perfuração em um poço de petróleo em camadas fraturadas vulcânicas (Santarelli <i>et al</i> , 1992).....	32
Figura 2. 5 – Comportamentos das fraturas no modelamento, a) Aberturas das fraturas para uma densidade da lama de 1.2 g/cm <sup>3</sup> , b) Aberturas das fraturas para uma densidade da lama de 1.7 g/cm <sup>3</sup> , c) Deslocamento cisalhante ao longo das fraturas para um mergulho de 45° e 1.7g/cm <sup>3</sup> . (Santarelli <i>et al</i> , 1992). ....	33
Figura 2. 6 – Fluxo de fluido nas fraturas, a) Taxa de fluxo através das fraturas com mergulho de 45° e densidade do fluido de 1.2 g/cm <sup>3</sup> e 1.3g/cm <sup>3</sup> , b) Fraturas abertas quando o mergulho é 20° e a densidade 1.2g/cm <sup>3</sup> . (Santarelli, 1992).....	34
Figura 2. 7 – Contornos de cisalhamento depois da escavação para a geometria circular e uma pressão da lama de 10 MPa, a) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 45$ MPa, b) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 67.5$ MPa, c) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 90$ MPa, (Zhang <i>et al</i> , 1999).....	35
Figura 2. 8 – Comparação dos resultados do modelamento analítico e numérico para $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 67.5$ MPa (Zhang <i>et al</i> , 1999). ....	36
Figura 2. 9 – Taxas de fluxo através das fraturas para uma pressão da lama de 10 MPa a) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 45$ MPa; a máxima taxa de fluxo é 0.04 m <sup>2</sup> /s b) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 67.5$ MPa; a máxima taxa de fluxo é 0.033 m <sup>2</sup> /s c) $\sigma_h = 45$ MPa, $\sigma_H = 90$ MPa; a máxima taxa de fluxo é 0.032 m <sup>2</sup> /s (Zhang <i>et al</i> , 1999).....	36

Figura 2. 10 – Resultados do modelamento para o caso 2, a) parede impermeável com vetores de deslocamento e mudanças na poropressão (linha espessa), b) parede permeável com vetores de deslocamento e mudanças na poropressão (linha espessa), c) parede permeável com ângulo de atrito constante e com as fraturas no limite de equilíbrio e d) parede permeável com redução do ângulo de atrito e com as fraturas no limite de equilíbrio (Chen et al, 2003). .....	38
Figura 2. 11 – Máxima tensão e deslocamento de cisalhamento ao redor do poço <i>versus</i> mergulho da família de fraturas (Yamamoto <i>et al</i> , 2002). .....	39
Figura 2. 12 – Máximo deslocamento de cisalhamento ao redor do poço <i>versus</i> peso da lama (Yamamoto <i>et al</i> , 2002). .....	39
Figura 2. 13 – a) deslocamentos na direção x, b) deslocamentos na direção y, c) zonas colapsadas no poço (zonas em azul) (Nicolson & Hunt, 2004). .....	41
Figura 2. 14 – Predições analíticas de dano ao redor do poço, a) modelo homogêneo isotrópico, b) modelo transversalmente isotrópico (Willson <i>et al</i> , 2007). .....	42
Figura 2. 15 – Predições numéricas de estabilidade de poço utilizando o modelo de elementos discretos (Willson <i>et al</i> , 2007). .....	43
Figura 2. 16 – Comportamentos da rocha durante o carregamento biaxial, para mergulhos de a) 30 <sup>0</sup> (foto ampliada), a) 30 <sup>0</sup> (detalhe), a) 45 <sup>0</sup> , a) 60 <sup>0</sup> (Sagong <i>et al</i> , 2011). .....	44
Figura 2. 17 – Orientação e magnitude dos deslocamentos das esferas ao redor do furo para um orientação de a) 30 <sup>0</sup> , b) 45 <sup>0</sup> e c) 60 <sup>0</sup> (Sagong <i>et al</i> , 2011). .....	44
Figura 3.1 - Perfuração de um poço em um maciço rochoso fraturado (manual UDEC, 2011). .....	46
Figura 3. 2– Fluxograma das principais considerações físicas e numéricas envolvidas no MED. .....	47
Figura 3. 3 – Natureza entrelaçada do ciclo de calculo utilizado na formulação dos elementos discretos (manual UDEC, 2011). .....	49
Figura 3.4 – Zoneamento dentro do modelo contendo um sistema de descontinuidades continua e descontinua (manual UDEC, 2011). .....	52
Figura 3.5 – Modelo de escorregamento de Coulomb para o comportamento básico da fratura (Zhang <i>et al</i> , 1999). .....	55
Figura 3.6 – Comportamento da deformação hidráulico- mecânica no MED, a) pressão do fluido causando efeitos mecânicos; b) deformação do bloco	

afetando a abertura hidráulica $a$ ; c) fluxo de fluidos afetado pela abertura $a$ , d) Geração de pressão diferencial do fluido (Zhang <i>et al</i> , 1999). .....	56
Figura 3.7 – Fluxo nas fraturas modeladas como fluxo entre domínios hidráulicos (Zhang <i>et al</i> , 1999).....	57
Figura 3.8 – Relação entre abertura hidráulica, $a$ e tensão normal na fratura, $\sigma_n$ (Zhang <i>et al</i> , 1999).....	59
Figura 3.9 – Contato entre dois blocos rígidos (manual UDEC, 2011). .....	60
Figura 3.10 – Definição dos contatos no MED, a) contato limite de esquina arredondado, b) interação esquina-esquina (manual UDEC, 2011).....	60
Figura 3.11 – Contatos e domínios entre dois blocos deformáveis (manual UDEC, 2011).....	61
Figura 3. 12 – O software UDEC (Itasca 2011). .....	66
Figura 3. 13 – Janela principal do software UDEC (Itasca, 2011). .....	68
Figura 4. 1– Procedimento geral de cálculo na modelagem computacional. ....	70
Figura 4. 2 – Geometria global para os modelos propostos. ....	71
Figura 4. 3 – Geometrias analisadas, a) modelo homogêneo isotrópico, b) modelo transversalmente isotrópico, c) modelo anisotrópico. ....	72
Figura 4. 4 – Condições de contorno aplicadas para os casos 10 e 12.....	74
Figura 4. 5 – Poropressão atuando nas fraturas para os casos 7 e 8. ....	75
Figura 4. 6 – Malha de diferenças finitas para os casos 9, 10, 11 e 12. ....	75
Figura 4. 7 – História da máxima força de desequilíbrio na etapa 1 para o caso 5. .....	76
Figura 4. 8 – Aplicação da sobre pressão nos contatos ao redor do furo depois da escavação para os casos 1 até 4. ....	77
Figura 4. 9 – História da máxima força de desequilíbrio para o caso 9. ....	77
Figura 4. 10 – Poropressão no estado final de equilíbrio na parede impermeável no caso 8 e uma pressão da lama de 20 MPa. ....	78
Figura 4. 11 – Poropressão no estado final de equilíbrio para o caso 8 na parede permeável a uma pressão da lama de 23.5 MPa. ....	78
Figura 4. 12 – Funções FISH para a) obter os elementos plastificados em torno do furo e b) para obter as fraturas no limite de atrito. ....	79
Figura 4. 13 – Elementos plastificados para, a) baixa pressão de 23. 5 MPa e b) alta pressão de 66 MPa. ....	81
Figura 4. 14 – Elementos plastificados para o caso 8, a) pressão de 12 MPa e b) alta pressão de 60 MPa. ....	81

Figura 4. 15 – Elementos plastificados para o caso 12, a) pressão de 24 MPa e b) pressão de 70 MPa.....	81
Figura 4. 16 – Fraturas no limite de atrito para o caso 7, a) pressão de 12 MPa e b) pressão de 60 MPa.....	82
Figura 4. 17 – Fraturas no limite de atrito para o caso 12, a) pressão de 24 MPa e b) pressão de 70 MPa.....	82
Figura 4. 18 – Direção das tensões principais no caso 7 para uma pressão da lama de 5 MPa.....	83
Figura 4. 19 – Direção das tensões principais no caso 7 para uma pressão da lama de 35 MPa.....	83
Figura 4. 20 – Fluxo de fluidos nas fraturas para o caso 8 com um peso de lama nas paredes do poço de 23.5 MPa.....	85
Figura 4. 21 – Fluxo de fluidos nas fraturas para o caso 8 com um peso de lama nas paredes do poço de 59 MPa.....	85
Figura 4. 22 – Fluxo de fluidos nas fraturas para o caso 12 com um peso de lama nas paredes do poço de 23.5 MPa.....	86
Figura 4. 23 – Fluxo de fluidos nas fraturas para o caso 12 com um peso de lama nas paredes do poço de 59 MPa.....	86
Figura 4. 24 – Zonas plastificadas a peso da lama de 23.5 MPa e para um mergulho de fraturas de a) $45^{\circ}$ , b) $20^{\circ}$ e c) $70^{\circ}$ .....	87
Figura 4. 25 – Fraturas no limite de atrito para um peso da lama de 23.52 MPa e para um mergulho de fraturas de a) $45^{\circ}$ , b) $20^{\circ}$ e c) $70^{\circ}$ .....	88
Figura 4. 26 – Zonas plastificadas a peso da lama de 59 MPa e para um mergulho de fraturas de a) $45^{\circ}$ , b) $20^{\circ}$ e c) $70^{\circ}$ .....	88
Figura 4. 27 – Fraturas no limite de atrito para um peso da lama de 59 MPa e para um mergulho de fraturas de a) $45^{\circ}$ , b) $20^{\circ}$ e c) $70^{\circ}$ .....	89
Figura 5. 1 – Comparação dos elementos plastificados utilizando o UDEC e o SEST para o caso 4 e uma pressão de a) 23.5 MPa e b) 63.61 MPa.....	92
Figura 5. 2 – Comparação dos elementos plastificados utilizando o UDEC e o SEST para o caso 7 e uma pressão de a) 11.76 MPa e b) 59 MPa. ....	93
Figura 5. 3 – Comparação dos elementos plastificados utilizando o UDEC e o SEST para o caso 12 e uma pressão de a) 23.5 MPa e b) 70.57 MPa.....	93
Figura 5. 4 – Tensões principais analíticas atuando ao redor de um poço vertical para baixas pressões de fluido de perfuração. ....	94
Figura 5. 5 – Tensões principais analíticas e numéricas atuando ao redor do poço para o caso 4 e uma pressão de 37.6 MPa. ....	95

Figura 5. 6 – Tensões analíticas e numéricas atuando distante da parede do poço na direção da tensão horizontal mínima para o caso 4 e uma pressão de 37.6 MPa.....	95
Figura 5. 7 – Tensões analíticas e numéricas atuando distante da parede do poço na direção da tensão horizontal máxima para o caso 4 e uma pressão de 37.6 MPa.....	96
Figura 5. 8 – Tensões principais analíticas e numéricas atuando ao redor do poço para o caso 12 e uma pressão de 23.5 MPa. ....	96
Figura 5. 9 – Tensões analíticas e numéricas atuando distante da parede do poço na direção da tensão horizontal mínima para o caso 12 e uma pressão de 23.5 MPa.....	97
Figura 5. 10 – Tensões analíticas e numéricas atuando distante da parede do poço na direção da tensão horizontal máxima para o caso 12 e uma pressão de 23.5 MPa. ....	97
Figura 5. 11 – Distribuição da poropressão longe da parede do poço impermeável, para o modelo analítico e numérico. ....	98
Figura A. 1 – Transformação de tensões num sistema coordenado.....	108
Figura A. 2 – Tensões em coordenadas cilíndricas atuando ao redor do poço.	108



## Lista de Tabelas

Tabela 1. 1 – Causas de Instabilidade de Poço (McLellan <i>et al</i> , 1994). .....	20
Tabela 4. 1 – Propriedades geométricas dos modelos propostos. ....	72
Tabela 4. 2 – Propriedades da rocha intacta e fratura.....	73
Tabela 4. 3 – Tensões <i>in situ</i> para os 12 casos propostos.....	74
Tabela 4. 4 – Janela operacional para os casos propostos na parede do poço impermeável. ....	80
Tabela 4. 5 – Janela operacional para os casos propostos na parede do poço permeável. ....	84
Tabela 5. 1 – comparação da Janela operacional analítica <i>versus</i> numérica para os casos propostos na parede do poço impermeável.....	91
Tabela 5. 2 – comparação da Janela operacional analítica <i>versus</i> numérica para os casos propostos na parede do poço permeável. ....	91

## Lista Símbolos

$a$	Abertura hidráulica.
$\alpha$	Coefficiente de amortecimento.
$C$	Coesão.
$\varepsilon$	Deformação.
$F$	Força.
$g$	Aceleração da gravidade.
$\dot{\theta}$	Velocidade angular.
$I$	Inercia.
$\lambda$	Constante de Lamé.
$\zeta$	Parâmetro de Kronecker.
$K$	Rigidez.
$K_j$	Fator de permeabilidade.
$l$	Comprimento do contato.
$m$	Massa.
$u$	Deslocamento.
$\dot{u}$	Velocidade.
$\ddot{u}$	Aceleração.
$t$	Tempo.
$P_p$	poropressão.
$Q$	Vasão.
$\sigma'$	Tensão efetiva.
$\sigma_1$	Tensão principal maior.
$\sigma_2$	Tensão principal intermedia.
$\sigma_3$	Tensão principal menor.
$\sigma_\theta$	Tensão tangencial.
$\sigma_z$	Tensão axial.
$\sigma_r$	Tensão radial.
$\sigma_H$	Tensão Horizontal maior.
$\sigma_h$	Tensão Horizontal menor.
$\sigma_n$	Tensão normal.
$\sigma_V$	Tensão Vertical.
$\sigma_x$	Tensão normal na direção do eixo X.

$\sigma_y$	Tensão normal na direção do eixo Y.
$\sigma_z$	Tensão normal na direção do eixo Z.
$\tau_s$	Tensão de cisalhamento.
$\tau_{xy}$	Tensão de cisalhamento no plano xy.
$\tau_{xz}$	Tensão de cisalhamento no plano xz.
$\tau_{yz}$	Tensão de cisalhamento no plano yz.
$\Phi$	Ângulo de atrito.
$V$	Volume.