

### 3

## Medição de Condutividade Térmica por Geometria Esférica

### 3.1. Introdução

Gibbs (1933) descreveu um meio de determinar qualitativamente mudanças no fluxo sanguíneo em um tecido (ou órgão) por meio de termopares aquecidos eletricamente. Grayson (1951a, b), baseado no princípio de Gibbs, descreveu um método em que observações do fluxo sanguíneo em dias ou tecidos distintos pudessem ser comparadas quantitativamente. Contudo, para obter medições do fluxo sanguíneo, foi necessário estimar a perda de calor devido a outro fator além da circulação, isto é, a condutividade térmica do tecido. Grayson (1952) examinou a base física e a validade do método para determinação do fluxo sanguíneo em estruturas profundas e discutiu o seu uso para medição de condutividade térmica.

No aparato descrito por Grayson (1952), a temperatura de um fino filamento aquecido eletricamente, que é incorporado ao tecido de interesse, é medida por meio de um termopar. O filamento é então mantido aquecido em uma temperatura pré-determinada acima da temperatura do meio, através de ajustes de correntes precisamente registrados. Com um incremento de temperatura constante, o equilíbrio térmico é estabelecido e a produção de calor no fio é igual à perda de calor para o tecido. Segundo Grayson, por meio de Carslaw (1921), pode ser demonstrado matematicamente que com uma fonte esférica de calor aquecida eletricamente em uma massa infinita de material, o regime permanente é aproximado e a relação entre o calor produzido e o calor perdido é representada pela equação (30).

$$I^2 R_E = 4kr\Delta T \quad (30)$$

Onde,  $I$  é a corrente;  $R_E$  é a resistência elétrica do filamento;  $r$  é o raio da esfera; e  $\Delta T$  é a diferença entre as temperaturas antes e após o aquecimento.

Chato (1968) aprimorou o método de Grayson substituindo o termopar por um termistor, que foi utilizado tanto como sensor de temperatura quanto elemento de aquecimento. Chato descreveu então um método de medição das propriedades térmicas de materiais biológicos. De acordo com Gelder (1998), Chato modelou o termistor como uma fonte esférica de calor, com capacidade térmica e resistência térmica de contato desprezíveis, imersa em um meio infinito isotrópico e homogêneo. O método requereu a calibração do sensor em meios de conhecidas condutividades térmicas para a determinação do raio efetivo, que consiste no raio de uma esfera que reproduz com exatidão os valores de condutividade térmica das substâncias tomadas como referência. As substâncias utilizadas foram água com ágar (1,5 e 1,75%) e parafina. Gelder acrescenta que Chato só conseguiu medir condutividade térmica, para a qual ele reporta uma exatidão de 20%.

Balasubramaniam e Bowman (1974), buscando o aprimoramento do modelo de transferência de calor de Chato, apresentaram uma solução para o problema de condução de calor para uma esfera geradora de calor, em uma taxa proporcional ao tempo elevado à potência menos um meio, que é imersa em um meio infinito homogêneo sem resistência térmica de contato na superfície. Foi apresentada a base analítica para a determinação dos valores de condutividade e difusividade térmica com exatidão melhorada, através da determinação experimental da taxa de calor requerida para manter uma temperatura média constante, e pela incorporação desta taxa de calor na solução da equação geral da condução de calor. As equações e os típicos perfis de temperatura na esfera e no meio também foram mostrados.

Bowman e Balasubramaniam (1976) investigaram as limitações térmicas inerentes ao uso de termistores invasivos para medição de propriedades térmicas de biomateriais. Os autores montaram um aparato experimental utilizando um termistor de 0,7 mm de raio tanto como sensor de temperatura quanto elemento de aquecimento. A condutividade e a difusividade térmica das substâncias: glicerina, água destilada, água com ágar (1,5%), etíleno glicol, óleo castor, soro e sangue humano foram medidas na temperatura de 21 °C. A calibração do sensor, que consiste na determinação do raio efetivo e da condutividade térmica efetiva (parâmetros de uma esfera que reproduz com exatidão os valores de condutividade térmica das substâncias tomadas como referência), foi feita por meio de glicerina, etíleno glicol e água para vários incrementos de temperatura.

Balasubramaniam e Bowman (1977), utilizando três termistores de 0,375 mm de raio, mediram a condutividade e a difusividade térmica das seguintes substâncias: óleo castor, glicerina, água com ágar (1,5%), etileno glicol, sangue humano, plasma humano, fígado de cachorro, fígado de ovelha e músculo de ovelha, na temperatura de 21 °C. A calibração dos sensores (determinação dos raios efetivos e das condutividades térmicas efetivas) foi feita através de água, etileno glicol e glicerina. O contato térmico entre a esfera e o meio foi assumido como perfeito e as hastes dos sensores foram isoladas de forma que estas não transferissem calor para o meio. Quanto à convecção, na prática, foi constatado que incrementos de temperatura de aproximadamente 1,5 °C a 2,0 °C aparentam ser o ideal para meios como água. Quando comparadas aos valores da literatura, as condutividades térmicas apresentaram concordância de 1 a 2%, enquanto que as difusividades térmicas diferiram em mais de 10%.

Jain (1979) estendeu a análise de Balasubramaniam e Bowman de tal forma que os resultados obtidos pudessem ser aplicados para estimar as propriedades térmicas de tecidos vivos. A análise apresentada difere da de Balasubramaniam e Bowman (1977) de duas formas: (i) ao invés de assumir que o calor é gerado uniformemente através do sensor, este foi tratado como uma esfera que consiste de duas zonas, núcleo central e periferia, onde foi assumido que o calor é gerado uniformemente apenas no núcleo e a periferia consiste na camada de sangue ao redor do núcleo; e (ii) o meio não foi tratado como inativo, mas como um tecido uniformemente irrigado. Jain obteve expressões analíticas para as distribuições de temperatura transiente nas duas zonas da esfera aquecida e no meio irrigado, infinito, homogêneo e isotrópico.

Chen *et al.* (1981) apresentaram um método utilizando um microsensor para medir a condutividade térmica de tecidos vivos. A técnica é baseada na queda de temperatura após a descarga de um curto pulso de energia no sensor que é inserido no tecido de interesse. O microsensor é composto por um termistor de 0,15 mm de raio. Conforme os autores, os resultados são independentes das propriedades, da forma e do tamanho do sensor, o que faz com que o método seja absoluto, não necessitando de calibração. As três principais vantagens apresentadas foram: (i) possibilidade de executar medições diferenciais de temperatura com elevada sensibilidade, minimizando a necessidade de aumento excessivo de temperatura no material testado; (ii) utilização de um pequeno termistor, causando o mínimo

trauma possível no tecido hospedeiro; e (*iii*) possibilidade de realizar a medição em um volume maior do que o volume da ponta do termistor e da dimensão do tecido traumatizado pelo sensor, uma vez que a dimensão do volume de medição depende da duração do pulso de calor e do tempo posterior de medição do pulso. As condutividades térmicas da glicerina e do silicone foram medidas a 38 °C. As tentativas de medição da condutividade térmica da água foram mal sucedidas, pois os valores calculados mostraram uma forte dependência do tempo de medição. Esta foi uma indicação de que o processo de resfriamento não podia ser descrito adequadamente por equações governantes que só consideram a transferência de calor por condução, devido ao provável efeito da convecção natural.

Woodbury, em 1984, usou a técnica do termistor para medir a condutividade térmica de materiais isolantes de construção com vários graus de umidade. Ele utilizou sensores revestidos de teflon com diâmetro de 2,79 mm. Woodbury notou duas partes lineares nos gráficos de potência versus o inverso da raiz quadrada do tempo. A primeira parte linear foi inicialmente usada como intervalo de calibração (10 a 20 s). Esta era seguida por uma parte côncava. Para tempos longos, maior do que 60 s para glicol e maior do que 200 s para dois materiais isolantes, o gráfico se tornava linear novamente. A regressão na primeira parte linear fornece valores menores para o intercepto, e deste modo para o consumo de energia no “regime permanente”, do que a regressão na segunda parte linear. Woodbury considerou o intercepto encontrado nesta última parte dos dados como a verdadeira estimativa do consumo de energia no regime permanente. A diferença entre os interceptos obtidos nestas duas partes foi correlacionada à condutividade térmica do meio (Gelder, 1998).

Valvano *et al.* (1984) utilizaram o método do termistor autoaquecido para determinar condutividade térmica, difusividade térmica e perfusão em pequenos volumes em organismos vivos. O raio efetivo e a condutividade térmica efetiva de cada sensor (calibração) foram obtidos por meio de glicerina e água com ágar (1,5%). Foram realizadas medições em órgãos de rato (fígado, coração e músculo) a 37 °C. Os pesquisadores concluíram que, para meios com perfusão, a potência transiente requerida para aquecer o termistor a um incremento de temperatura constante não equivale ao tempo elevado à potência menos um meio.

Valvano *et al.* (1985) mediram a condutividade e a difusividade térmica de 65 amostras de biomateriais (tecidos de cachorro, porco, coelho e ser humano) na

faixa de 3 °C a 45 °C. O sensor foi calibrado através de água com ágar e glicerina. A incerteza estimada, tanto para a condutividade quanto para a difusividade térmica, foi de 2%. Já a reproduzibilidade foi estimada como sendo 0,5% para a condutividade térmica e 2% para a difusividade térmica.

Hayes e Valvano (1985), aplicando a técnica de elementos finitos, validaram as hipóteses térmicas usualmente feitas na análise analítica no modelo termistor-tecido no qual as medições de condutividade térmica são baseadas, ou seja, (i) o termistor é esférico; (ii) a potência elétrica é dissipada em todas as regiões do termistor; e (iii) a potência elétrica é uniformemente gerada dentro do termistor. O modelo foi dividido em duas regiões, sendo a primeira região (ativa) a da esfera aquecida, e a segunda região (passiva) a do tecido condutor.

Fujii *et al.* (1986) mediram a condutividade térmica das seguintes misturas líquidas binárias: etanol-água, metanol-água e óleo-R113. Para eliminar o efeito das diferenças no formato do termistor, este foi considerado como um esferoide, e um diâmetro equivalente de 1,22 mm foi determinado. A reproduzibilidade das medições esteve dentro de 1% e a exatidão do método dentro de 2%.

Fujii *et al.* (1987) mediram a condutividade térmica de metanol, tolueno e R113 sob pressão atmosférica e temperatura ambiente. A modelagem baseou-se na transferência de calor por convecção natural em regime permanente a partir de uma pequena esfera isotérmica.

Dougherty, em 1987, mediu a condutividade térmica de diversos materiais, desde fluidos de baixa viscosidade, como tolueno, até materiais isolantes. Ele utilizou sensores encapsulados em teflon e vidro (Gelder, 1998).

Patel *et al.* (1987) apresentou uma forma de medir as propriedades térmicas efetivas do tecido utilizando o termistor autoaquecido na superfície. A vantagem deste tipo de medição é que esta pode ser feita sem a necessidade de penetrar o tecido. Patel utilizou termistores de 0,8 mm de raio, que foram calibrados através de água com ágar e glicerina. A perfusão em um fígado de rato vivo foi avaliada por meio das medições de condutividade térmica efetiva do tecido na temperatura de 37 °C. Segundo Patel, os erros de medição causados pelo contato físico/térmico imperfeito entre o termistor e o tecido são menores na técnica superficial do que no modo invasivo. A exatidão das medições superficiais de condutividade e difusividade térmica foi estimada, respectivamente, em 2% e 4%.

Kravets, em 1988, foi o primeiro a usar termistores autoaquecidos em altas temperaturas. Termistores encapsulados em vidro foram utilizados para medir a condutividade térmica de leite e creme de leite na faixa de 25 °C a 125 °C. Ele determinou experimentalmente que para um termistor de 0,75 mm de raio, as amostras não precisam ter mais do que 2,5 mm de raio. Kravets concluiu que: (i) o erro na estimativa da condutividade térmica do meio diminui quanto maior é a condutividade térmica do sensor; (ii) um incremento mínimo de temperatura de 2,5 °C deve ser utilizado para minimizar os erros na medição da condutividade térmica do meio; e (iii) materiais de referência mais exatos são necessários para minimizar erros na estimativa dos parâmetros dos sensores (Gelder, 1998).

Anderson *et al.* (1988) mediram a condutividade térmica de rins caninos, com e sem perfusão, em períodos de aquecimento distintos. O sensor foi calibrado utilizando-se glicerina e água com ágar.

Holeschosky *et al.* (1996) mediram a condutividade térmica de líquidos e géis de sílica utilizando um termistor de 0,5 mm de raio. A determinação do raio efetivo e da condutividade térmica efetiva do sensor foi realizada utilizando-se duas substâncias com conhecidas propriedades térmicas. O foco principal deste estudo foi o de investigar a possibilidade de uso do método da fonte esférica de calor para determinar a condutividade térmica de líquidos, onde os efeitos da convecção natural são relevantes. Foram realizados 10 ciclos consecutivos com 20 medições em cada ciclo de 10 s. O intervalo de 2 minutos para resfriamento do meio entre um ciclo e outro, de modo que não houvesse interferência entre os ciclos, foi verificado como sendo suficiente. Os autores concluíram que o método conduz a resultados exatos com curtos intervalos de tempo e pequenos volumes de amostra.

Radhakrishnan (1997) mediu a condutividade térmica de dez alimentos marinhos (anchova, salmão, camarão, tilápia e outros) na faixa de 5 °C a 30 °C. O pesquisador utilizou um termistor encapsulado em vidro com raio de 1,27 mm. O raio efetivo e a condutividade térmica efetiva do sensor foram determinados por meio de três materiais de conhecidas propriedades térmicas: água destilada, fluido de transferência de calor HTF 500 e glicerina.

Gelder (1998) avaliou a adequação da aplicação do método do termistor autoaquecido para medir a condutividade e a difusividade térmica de produtos

alimentícios úmidos em altas temperaturas. Os termistores foram calibrados em 3 materiais: água, glicerina e fluido de transferência de calor HTF 500. Com poucas exceções, o sensor calibrado estimou as propriedades térmicas com erro menor do que 5%. A resistência térmica de contato foi avaliada por meio da comparação de medições em batata e bife magro, nas temperaturas de 25 °C, 50 °C e 100 °C, com aquelas medidas por meio de uma sonda linear de fonte de calor como método de referência. Os efeitos da viscosidade do fluido e do incremento de temperatura na formação da convecção foram analisados por meio de soluções aquosas com espessantes. O desempenho do método em altas temperaturas foi avaliado por meio de medições de condutividade e difusividade térmica em concentrações de tomate (em pasta e purê), nas temperaturas de 100 °C, 130 °C e 150 °C, e em suplementos alimentícios líquidos, nas temperaturas de 95 °C e 150 °C.

Hamilton (1998), utilizando três termistores de 0,8 mm de raio, mediu a condutividade térmica de uma vasta faixa de tecidos humano e animal. A determinação do raio efetivo e da condutividade térmica efetiva do sensor foi feita utilizando-se glicerina, água com ágar e misturas entre estas substâncias.

Zhang *et al.* (2002) mediram a condutividade térmica de vários biomateriais (fígado de coelho, rim, coração e artéria carótida) na faixa de 233 K a 293 K. Um termistor de raio de 0,15 mm a 0,25 mm foi utilizado. O sensor foi calibrado por meio de glicerina e água com ágar a 293 K na faixa de 2 mW a 5 mW. Foi assumido que, entre o sensor e meio, não existe resistência térmica de contato. Medições de condutividade térmica de amostras de referência (água e gelo, assim como soluções aquosas de glicerina e soluções de CaCl<sub>2</sub>), quando comparadas aos valores da literatura, foram menores do que 5% na faixa de 233 K a 313 K.

Zhang *et al.* (2003), baseado no modelo térmico transiente de um pulso de calor pontual, propuseram um novo método utilizando dois termistores: um como sensor de temperatura e outro como elemento de aquecimento. De acordo com os autores, como as medições de condutividade e difusividade térmica do meio não são relativas ao tamanho, à forma e às propriedades térmicas dos termistores, não necessitando de calibração dos mesmos, os resultados obtidos são então medições absolutas. Foram utilizados dois termistores de 0,25 mm de raio com espaçamento de 2,5 mm entre eles, conforme a Figura 12. A análise foi baseada nas seguintes hipóteses: (i) só há transferência de calor por condução na superfície do termistor

e não há resistência térmica de contato; (ii) a temperatura ao redor do sensor é linear com o tempo; e (iii) a temperatura medida é um valor médio do volume total do termistor. Também foi assumido que o termistor aquecido não absorve nenhuma parcela da potência elétrica. A perda de calor nos cabos dos termistores foi estimada numericamente e o resultado mostrou que este efeito é menor do 1% da potência elétrica total aplicada, o que foi considerado desprezível. O aparato foi testado por meio da medição da condutividade e da difusividade térmica de vários líquidos (água, glicol, soluções de glicol, glicerina, leite desnatado e plasma sanguíneo) a 27 °C. Os resultados estimados não incluíram o efeito da convecção natural, o que pode ter causado com que as medições das propriedades térmicas ficassem sobre-estimadas. As incertezas de medição foram estimadas em 3,5% para a difusividade térmica e 5,3% para a condutividade térmica.

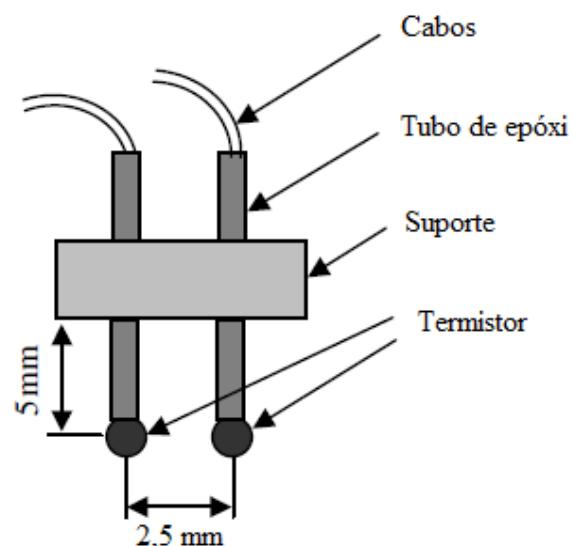


Figura 12 – Diagrama da sonda de termistores duplo (Zhang *et al.*, 2003)

Kubicar *et al.* (2005), utilizando o método da esfera aquecida, monitoraram o processo de secagem da pasta de cimento através de medições da condutividade térmica, uma vez que esta grandeza é função do teor de água e da rigidez do meio ensaiado. O sensor utilizado pelos autores, chamado de esfera quente, consiste de uma fonte de calor e de um termistor fixados de forma esférica, com raio em torno de 1,5 mm, por meio de resina epóxi. Logo, neste caso, o termistor não foi usado para aquecer a amostra, mas apenas para medir a temperatura. O método foi validado por comparação com o monitoramento do processo de secagem do material realizado conforme a norma STN EN 196-3, onde o ponto de secagem é

determinado pela medição da profundidade de penetração de uma sonda agulha na pasta de cimento fresca. A Figura 13 mostra os valores de condutividade térmica, a distância de penetração da sonda agulha e a temperatura em função do tempo durante o processo de secagem da pasta de cimento.

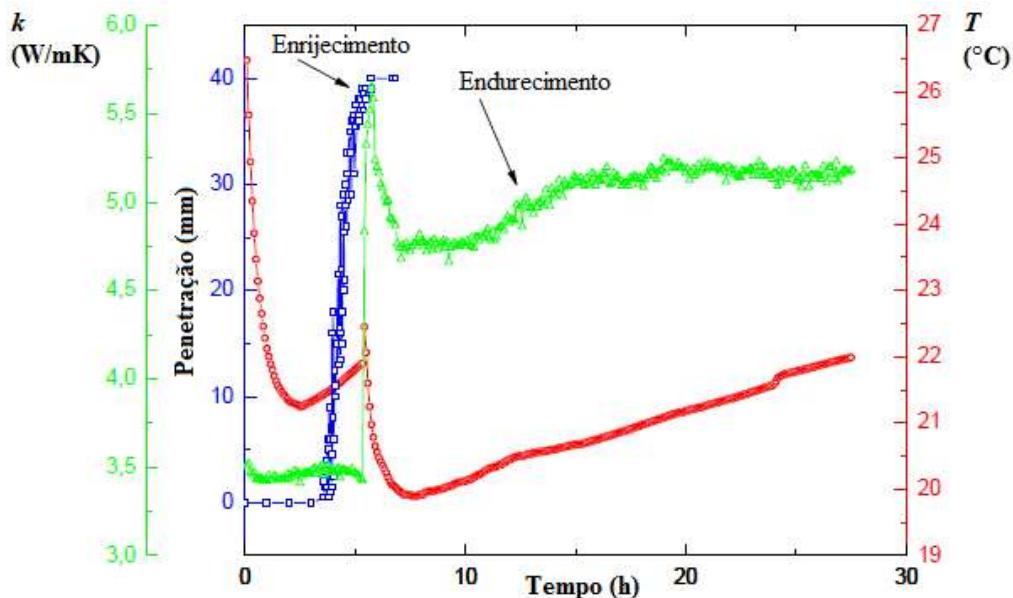


Figura 13 – Condutividade térmica, penetração e temperatura em função do tempo durante a secagem da pasta de cimento (Kubicar *et al.*, 2005)

Kubicar *et al.* (2006) apresentaram a teoria e mais uma aplicação do método da esfera quente. Os autores utilizaram a esfera quente no monitoramento do teor de água em uma parede da catedral de Florença (Itália) por meio de medições de condutividade térmica. Foram encontradas variações na temperatura e no teor de água dependendo do período (dia ou noite) e da época (seca ou úmida).

Choi e Kim (2007b) propuseram um método para medições de pequenos volumes de fluidos (cerca de 1  $\mu\text{L}$ ) empregando aquecimento na ponta esférica de um termopar, com raio de 55  $\mu\text{m}$ , por meio de raio laser. O método foi utilizado para medir a condutividade térmica de 07 líquidos distintos, demonstrando que este é capaz de determinar as propriedades térmicas de microfluidos com incerteza de 10%.

Kubicar *et al.* (2007) analisaram os fatores que influenciam as medições de condutividade térmica pelo método da esfera quente. Foram analisados os efeitos da capacidade térmica da esfera e da resistência térmica de contato entre o sensor e o meio. As distribuições de temperatura na esfera e no meio também foram

analisadas para valores distintos de condutividade térmica. Usando um sensor com raio de 1,0 mm a 1,15 mm, os autores mediram a condutividade térmica de 14 materiais (cimento, ar, gelo, arenito e outros), entre eles, apenas uma substância líquida foi encontrada – a água. Tais medições foram utilizadas para ajustar uma curva de calibração para o sensor. Dos materiais testados, a água e os materiais pastosos apresentaram desvios significativamente menores em relação aos valores teóricos. O mesmo pode ser observado para materiais solidificados (gelo e pasta de cimento). Para materiais sólidos, os desvios em relação aos valores teóricos foram maiores. As medições foram deslocadas para cima, no caso dos materiais com baixa condutividade térmica, e para baixo, no caso dos materiais com alta condutividade térmica.

Anibarro *et al.* (2008) aplicaram o método da esfera quente para monitorar o processo de cura da resina epóxi através de medições da condutividade térmica do material.

Kubicar *et al.* (2008a) descreveram a teoria e analisaram o desempenho do sensor de esfera quente para medir a condutividade térmica do meio circundante quanto o regime permanente é atingido. O sensor de esfera quente, que incorpora uma fonte de calor e um termômetro, produz calor a uma taxa constante e mede simultaneamente a resposta de temperatura do meio com o tempo. Dois efeitos envolvidos no processo de medição foram analisados: a capacidade térmica da esfera e a resistência térmica de contato. Ambos os efeitos causam uma diferença entre a temperatura global da esfera quente e a temperatura do meio na interface, que leva a erro de medição. No regime transitório, uma desprezível influência da capacidade térmica da esfera quente foi encontrada na faixa de  $10^{-6}$  J/K a  $10^{-2}$  J/K e uma forte influência da condutância térmica de contato (o inverso da resistência térmica de contato) foi encontrada abaixo de  $6000\text{ W/m}^2\text{K}$ . Em geral, quanto maior a condutividade térmica do meio, maior é a influência da resistência térmica de contato na medição. As distribuições de temperatura na esfera quente e no meio também foram analisadas. No meio, a distribuição de temperatura não é influenciada pelas variações das propriedades térmicas da esfera quente, mas seu perfil térmico depende fortemente da sua condutividade térmica. Na esfera quente, o perfil de temperatura depende da sua condutividade térmica e este é deslocado para cima quanto menor é a condutância térmica de contato. O sensor, com raio de 1,0 mm a 1,15 mm, foi calibrado por meio dos seguintes materiais: silicato de

cálcio, espuma fenólica, concreto aerado, arenito e PMMA (termoplástico acrílico). A perda de calor através do cabo do sensor também foi avaliada. Este parâmetro é desprezível para materiais de alta condutividade térmica, mas começa a atuar no processo de medição no caso de materiais de baixa condutividade térmica. De acordo com os autores, uma calibração pode ser realizada para cada sensor de esfera quente de modo a obter exatidão dentro de 5%. Contudo, estudos adicionais precisam ser feitos de modo a estimar a incerteza de medição com mais detalhes.

Garcia e Kubicar (2009) usaram o método da esfera quente para monitorar o processo de difusão do teor de água em materiais porosos por meio de medições da condutividade térmica. Os experimentos foram feitos utilizando-se amostras de arenito com vários níveis de teor de água.

Kubicar *et al.* (2010) avaliaram os regimes de medição do método da esfera quente e sua exatidão. Ambos os regimes (transiente e permanente) requerem o conhecimento do raio da esfera. Este parâmetro foi obtido por aproximação, baseada em uma expansão de série, e através da calibração do sensor em dois líquidos (água destilada e glicerina), de modo a evitar a resistência térmica de contato entre o sensor e o meio. A determinação do raio efetivo da esfera por meio da calibração foi feita através de um método de ajuste de curvas. Duas janelas de tempo foram selecionadas para o ajuste: uma que considera o período integral do ciclo e outra que omite vários pontos iniciais. O melhor ajuste foi obtido para este último caso, visto que os pontos descartados estavam fortemente influenciados pelas imperfeições das propriedades do sensor. Tanto a aproximação quanto o ajuste forneceram valores próximos ao raio verdadeiro da esfera.

Kubicar *et al.* (2011) aplicaram o método da esfera quente para monitorar o teor de água de rochas maciças através de medições da condutividade térmica do material.

### **3.2. Termistores**

Como pôde ser visto anteriormente, a medição de temperatura nos sistemas esféricos de medição de condutividade térmica é geralmente realizada por meio de um termistor. Os termistores são resistores cerâmicos semicondutores construídos a partir de óxidos metálicos distintos. Estes sensores de temperatura apresentam a

grande vantagem de serem altamente sensíveis, uma vez que pequenas mudanças de temperatura causam grandes alterações na resistência elétrica.

A relação existente entre a temperatura e a resistência elétrica faz com que os termistores sejam divididos em dois grupos: os do tipo PTC (*Positive Temperature Coefficient*), que são aqueles cuja resistência elétrica aumenta com a elevação da temperatura, e os do tipo NTC (*Negative Temperature Coefficient*), que são aqueles cuja resistência elétrica diminui com o aumento da temperatura.

Termistores podem possuir encapsulamento em epóxi ou vidro e podem ser encontrados em diversos tamanhos e formas. Estes sensores operam geralmente na faixa de -100 °C a 300 °C e são amplamente utilizados em várias áreas (indústria, medicina, centros de pesquisa e outros). A Figura 14 apresenta alguns exemplos de termistores.

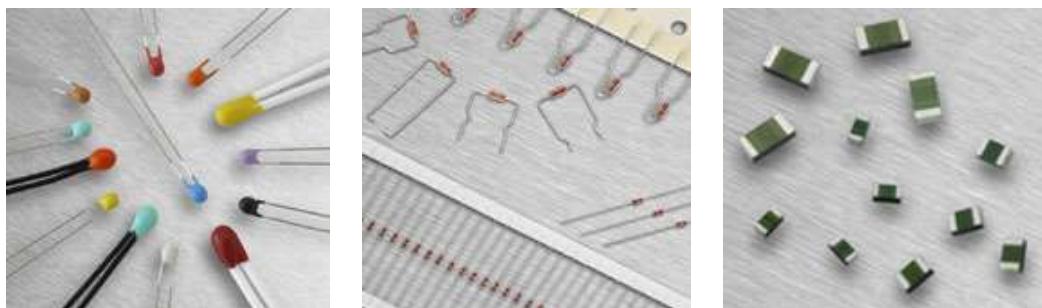


Figura 14 – Tipos de termistor (U. S. Sensor, 2012)

### 3.3. Modelos de Transferência de Calor

No princípio de medição de propriedades térmicas por geometria esférica, o sensor de raio  $r_e$  é inserido no material de interesse. Potência elétrica é fornecida ao sensor e um fluxo de calor constante é gerado em seu interior. O calor gerado se propaga então pelo meio circundante até uma distância radial  $r$ , o que resulta em aumento da temperatura do meio até sua estabilização. O calor dissipado pelo sensor de esfera quente para manter este incremento de temperatura depende das propriedades térmicas do meio.

Tanto a geração de calor quanto a medição de temperatura podem ser feitas por um único dispositivo, ou seja, um termistor. Porém, nos dispositivos usados neste estudo, o termistor foi utilizado apenas para medição de temperatura, sendo a geração de calor realizada por meio de uma resistência.

Como pode ser observado na Figura 15, a esfera quente opera inicialmente no regime transiente; porém, conforme o tempo aumenta, o método é conduzido ao regime permanente. Ambos os regimes podem ser utilizados para determinação das propriedades térmicas do material. A partir do regime transiente inicial, tanto a condutividade térmica quanto a difusividade térmica podem ser determinadas. Do regime permanente, apenas a condutividade térmica pode ser obtida. Todavia, conforme Kubicar *et al.* (2008b), o regime permanente do sensor de esfera quente não tem nada a ver com o do método da placa quente protegida. Enquanto este é baseado na existência de placas quente e fria (aquecedor e sorvedouro), o anterior baseia-se no espalhamento de calor a partir de uma fonte esférica.

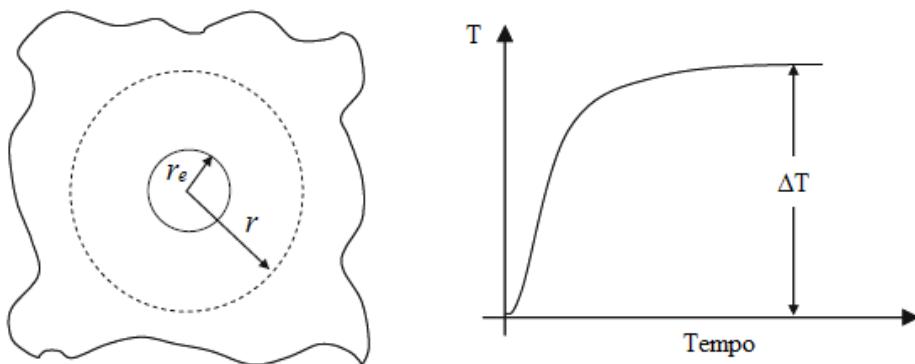


Figura 15 – Modelo da esfera quente (esquerda) e resposta de temperatura em função do calor dissipado pela esfera (direita) (Kubicar *et al.* 2008)

O modelo de transferência de calor do sensor de esfera quente, em geral, baseia-se nas seguintes hipóteses:

- 1) O sensor e o meio estão em equilíbrio térmico antes do aquecimento;
- 2) O meio circundante é homogêneo, isotrópico e infinito;
- 3) O sensor é homogêneo e isotrópico;
- 4) O sensor possui formato esférico;
- 5) O calor é gerado uniformemente no interior do sensor;
- 6) Não há resistência térmica de contato entre o sensor e o meio;
- 7) A única forma de transferência de calor atuante no processo é a condução.

Estas mesmas hipóteses serão adotadas nesta pesquisa.

As equações unidimensionais da condução de calor na esfera quente e no meio no regime transiente são representadas, respectivamente, pelas equações (31) e (32). Para o regime permanente, os termos da direita destas equações equivalem a zero.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{k_e} = \frac{1}{\alpha_e} \frac{\partial T_e}{\partial t} \quad 0 \leq r \leq r_e \quad (31)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_m} \frac{\partial T_m}{\partial t} \quad r \geq r_e \quad (32)$$

Onde,  $k$  é a condutividade térmica;  $\alpha$  é a difusividade térmica;  $r$  é o raio;  $T$  é a temperatura;  $\dot{q}$  é a taxa de geração de energia por unidade de volume; e os subscritos  $e$  e  $m$  referem-se, respectivamente, à esfera e ao meio.

Tais equações estão sujeitas à seguinte condição inicial:

$$\Rightarrow \quad T_e = T_m = 0 \text{ em } t = 0$$

E as seguintes condições de contorno:

$$\Rightarrow \quad T_e = T_m \quad \text{quando} \quad r = r_e \quad t > 0$$

$$\Rightarrow \quad T_m \rightarrow 0 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow \infty \quad t > 0$$

$$\Rightarrow \quad \partial \frac{T_e}{\partial r} = 0 \quad \text{quando} \quad r = 0 \quad t > 0$$

$$\Rightarrow \quad k_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = k_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \quad \text{quando} \quad r = r_e \quad t > 0$$

Balasubramaniam e Bowman (1974 e 1977) e Bowman e Balasubramaniam (1976) apresentaram as soluções das equações (31) e (32), sujeitas às condições

descritas anteriormente, para se determinar no regime permanente a distribuição de temperatura na esfera  $T_e$  e a temperatura média da esfera  $\bar{T}_e$  por meio das equações (33) e (34), respectivamente.

$$T_e = \frac{\dot{q}r_e^2}{k_e} \left[ \frac{1}{3} \frac{k_e}{k_m} + \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{r^2}{r_e^2} \right) \right] \quad (33)$$

$$\bar{T}_e = \frac{\dot{q}r_e^2}{3k_e} \left( \frac{k_e}{k_m} + 0,2 \right) \quad (34)$$

Hayes e Valvano (1985), usando o método de elementos finitos, propuseram a equação (35) para a determinação da condutividade térmica do meio, no regime permanente, a partir da taxa de transferência de calor  $\dot{Q}$  e do incremento de temperatura  $\Delta T$ . O raio e a condutividade térmica da esfera devem ser obtidos por meio da calibração do sensor de esfera quente em dois líquidos de condutividades térmicas conhecidas.

$$k_m = \frac{1}{4\pi r_e \frac{\Delta T}{\dot{Q}} - \frac{1}{k_e}} \quad (35)$$

Carslaw e Jaeger (1959) apresentaram para uma esfera imersa em um meio infinito, sendo a temperatura inicial zero e o fluxo de calor  $q''$  na interface ( $r_e = r$ ) constante, a equação (36) para determinar a distribuição de temperatura no meio.

$$T_m = \frac{q'' r_e^2}{k_m r} \left\{ erfc \frac{r - r_e}{2\sqrt{\alpha_m t}} - \exp \left[ \frac{r - r_e}{r_e} + \frac{\alpha_m t}{r_e^2} \right] erfc \left[ \frac{r - r_e}{2\sqrt{\alpha_m t}} + \frac{\sqrt{\alpha_m t}}{r_e} \right] \right\} \quad (36)$$

Supondo que a temperatura seja medida na superfície da esfera ( $r = r_e$ ), a equação (36) é então simplificada, resultando na equação (37).

$$T_m = \frac{q'' r_e}{k_m} \left[ 1 - \exp \left( \frac{\alpha_m t}{r_e^2} \right) erfc \left( \frac{\sqrt{\alpha_m t}}{r_e} \right) \right] \quad (37)$$

Então, para tempos longos ( $t \rightarrow \infty$ ), a equação (37) é reduzida, resultando na equação (38).

$$T_m = \frac{q'' r_e}{k_m} \quad (38)$$

Rearranjando a equação (38), obtém-se a equação (39) para a determinação da condutividade térmica do meio circundante ao sensor, que foi utilizada por vários pesquisadores (Grayson, 1951; Balasubramaniam e Bowman, 1977; Zhang *et al.*, 2002; Kubicar *et al.*, 2008):

$$k_m = \frac{q'' r_e}{T_m} = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_e T_m} \quad (39)$$

### 3.4.

#### **Parâmetros de Influência na Medição**

Carslaw e Jaeger (1959) apresentaram a equação (40) para a determinação da distribuição de temperatura em uma esfera com geração interna de calor onde a temperatura inicial é zero. Esta equação considera a capacidade térmica da esfera e a resistência térmica de contato da esfera com o meio circundante.

$$T_e = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_e k_m} \left[ \frac{1 + r_e b}{r_e b} - \frac{2r_e^2 \gamma^2 b^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-\alpha_m u^2 t / r_e^2)}{[u^2(1 + r_e b) - \gamma r_e b]^2 + (u^3 - \gamma r_e b u)^2} du \right] \quad (40)$$

$$\text{Sendo que, } \gamma = 4\pi r_e^3 \rho_m \left( \frac{c_m}{m_e c_e} \right) \text{ e } b = \frac{H}{k_m} = \frac{1}{k_m R}$$

Onde,  $m$  é a massa;  $c$  é o calor específico; e  $H$  é a condutância térmica de contato, que é o inverso da resistência térmica de contato  $R$ .

Em geral, a resistência térmica através da interface entre um sólido e um líquido é chamada de resistência térmica interfacial. Maruyama e Kimura (1999) demonstraram, através de simulação de dinâmica molecular (forma de simulação

computacional que tem como foco principal o estudo do comportamento de um sistema de partículas em função do tempo), que quando o tamanho de um sistema é muito pequeno, a resistência térmica através da interface entre um sólido e um líquido não pode ser desprezada. Por meio das mesmas simulações, Xue *et al.* (2003) demonstraram o considerável efeito da força de ligação entre os átomos do sólido e do líquido na interface sobre a resistência térmica. Quando a ligação na interface entre o sólido e o líquido é fraca, o que corresponde a um líquido não molhante, a resistência térmica interfacial aumenta exponencialmente de acordo com a força de ligação entre os átomos do sólido e do líquido. Quando a ligação é forte, o que corresponde a um líquido molhante, a resistência térmica interfacial é inversamente proporcional à força de ligação entre os átomos do sólido e do líquido.

Brionizio *et al.* (2012) apresentaram, por meio da Figura 16, a influência no processo de medição da resistência térmica na interface entre um sensor esférico e a água a 20 °C durante o regime transitório. A análise foi feita para um sensor de raio  $r = 1$  mm, com taxa de transferência de calor  $\dot{Q} = 5$  mW, massa específica  $\rho_e = 1500$  kg/m<sup>3</sup>, condutividade térmica  $k_e = 1,2$  W/m.°C e calor específico  $c_e = 1000$  J/kg.°C.

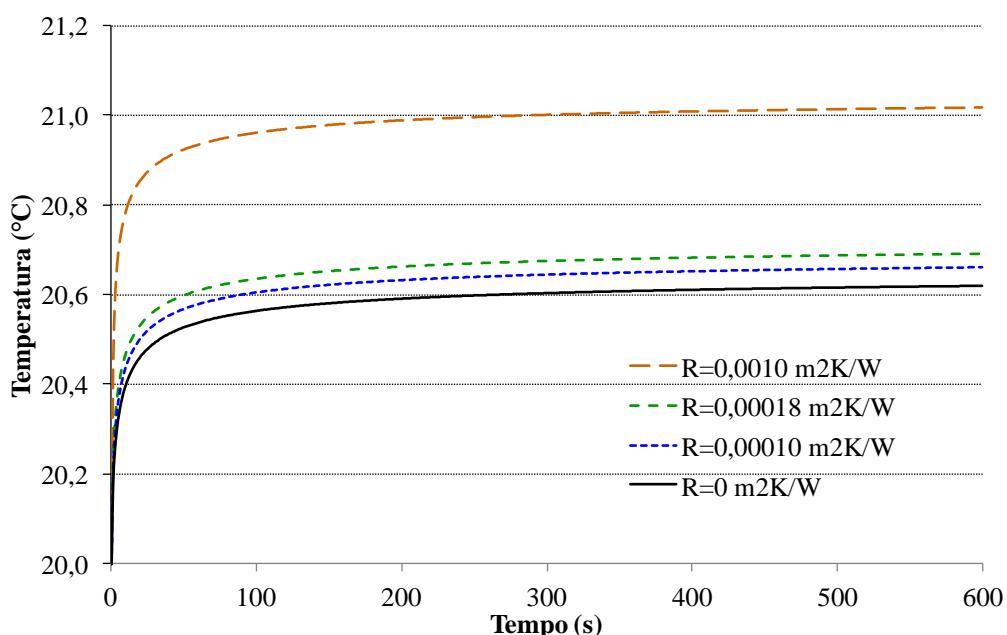


Figura 16 – Influência no processo de medição da resistência térmica na interface entre uma esfera e a água durante o regime transitório (adaptado de Brionizio *et al.*, 2012)

### 3.4.1.

#### Capacidade Térmica do Sensor de Esfera Quente

A análise da capacidade térmica do sensor de esfera quente pode ser feita por meio da equação (40), assumindo-se que não ocorre resistência térmica de contato entre o sensor e o meio circundante. Desta forma, aplicando-se o limite para  $H \rightarrow \infty$ , a equação (41) é obtida (Kubicar *et al.*, 2008a).

$$T_e = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_e k_m} \left[ 1 - \frac{2r_e^2 \gamma^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-\alpha_m u^2 t / r_e^2)}{(u^2 r_e - \gamma r_e)^2 + (\gamma r_e u)^2} du \right] \quad (41)$$

A Figura 17 mostra a influência da capacidade térmica do sensor de esfera quente no processo de medição. Foi assumido um sensor de raio  $r = 1$  mm, taxa de transferência de calor  $\dot{Q} = 6$  mW,  $m_e c_e = 10^{-2}$  J/ $^{\circ}\text{C}$  e  $m_e c_e = 10^{-10}$  J/ $^{\circ}\text{C}$ . A análise foi feita em água e etanol na temperatura de 20 °C.

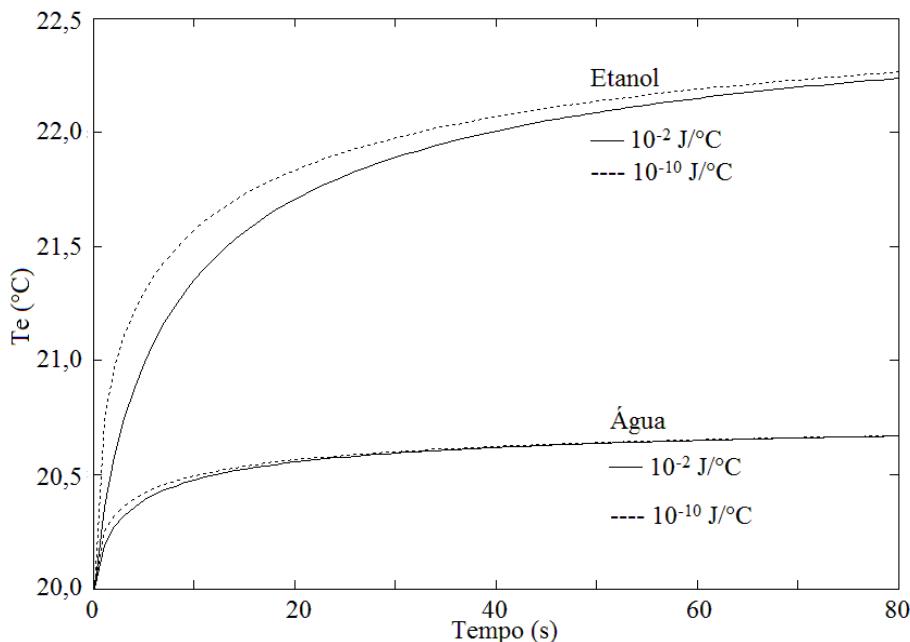


Figura 17 – Influência da capacidade térmica da esfera quente no processo de medição

### 3.4.2.

#### Resistência Térmica de Contato

A análise da resistência térmica de contato entre o sensor de esfera quente e o meio também pode ser feita por meio da equação (40), assumindo-se que a

capacidade térmica do sensor é nula. Assim, aplicando-se o limite para  $m_e c_e \rightarrow 0$ , a equação (42) é obtida (Kubicar *et al.*, 2008a).

$$T_e = \frac{\dot{Q}}{4\pi r_e k_m} \left[ \frac{1+r_e b}{r_e b} - \frac{2r_e^2 b^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-\alpha_m u^2 t / r_e^2)}{r_e^2 b^2 (1+u^2)} du \right] \quad (42)$$

Carslaw e Jaeger (1959) apresentaram a equação (43) para a determinação da distribuição de temperatura no sensor de esfera quente no regime permanente, que leva em consideração a resistência térmica de contato do sensor com o meio circundante.

$$T_e = \frac{\dot{q} [r_e^2 - r^2 + 2Rr_e k_e + 2r_e^2 (k_e / k_m)]}{6k_e} = \frac{\dot{Q} [r_e^2 - r^2 + (2/H)r_e k_e + 2r_e^2 (k_e / k_m)]}{8\pi k_e r_e^3} \quad (43)$$

As Figuras 18 e 19 mostram a influência da condutância térmica de contato entre o sensor de esfera quente e o meio. Foi assumido um sensor de raio  $r = 1$  mm,  $\dot{Q} = 6$  mW,  $\rho_e = 1500$  kg/m<sup>3</sup>,  $k_e = 1$  W/m.°C e as seguintes condutâncias térmicas de contato  $H = 500, 1000, 5000$  e  $10000$  W/m<sup>2</sup>.°C. A análise foi feita em água e etanol na temperatura de 20 °C, onde as distribuições de temperatura na esfera e no meio foram obtidas pelas equações (43) e (39).

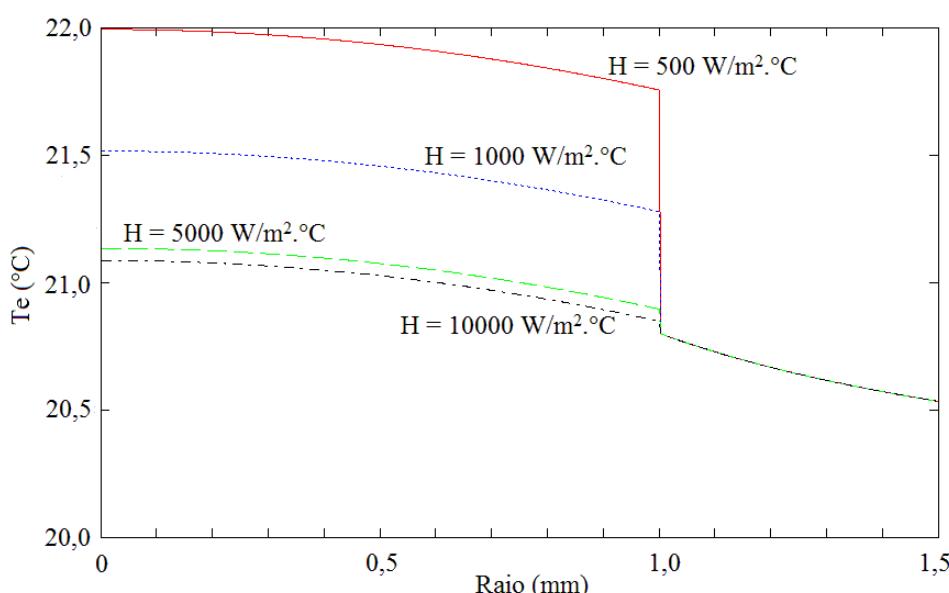


Figura 18 – Influência da condutância térmica de contato no processo de medição em água durante o regime permanente

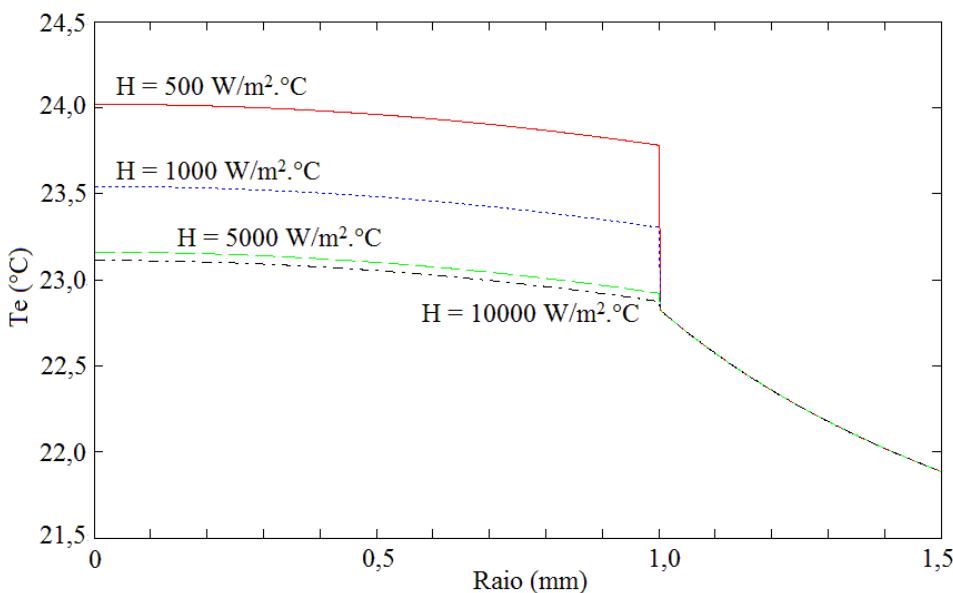


Figura 19 – Influência da condutância térmica de contato no processo de medição em etanol durante o regime permanente

### 3.5. Parâmetros Experimentais

Para a realização das medições, alguns parâmetros experimentais são de suma importância, tais como: o tamanho da amostra, o incremento de temperatura e o tempo necessário para atingir o regime permanente.

#### 3.5.1. Tamanho da Amostra

No modelo de transferência de calor do método, uma das hipóteses feitas é a de que o meio é infinito. Porém, a propagação do calor através do material não ocorre infinitamente, mas apenas até uma pequena distância que depende de certas características. Segundo Gelder (1998), o tamanho da região termicamente afetada depende do tamanho do sensor, do incremento de temperatura, das propriedades térmicas do meio e do tempo de medição.

Bowman e Balasubramaniam (1976), utilizando um termistor esférico de 0,7 mm de raio, descreveram que para a água, com um incremento de temperatura de 2,78 °C e tempo de medição entre 0 e 10 s, um volume esférico de 1 cm<sup>3</sup> aparenta ser um meio infinito. Consequentemente, o volume efetivo de medição estimado pelos pesquisadores é de aproximadamente 9 vezes o raio do termistor.

Valvano *et al.* (1985) descreveram que estudos baseados no método de elementos finitos mostraram que o volume efetivo de medição no tecido é de 5 a 10 vezes o raio do termistor. Os pesquisadores utilizaram amostras de tecido com volume efetivo de medição de pelo menos 1 cm<sup>3</sup>.

Kravets determinou experimentalmente o tamanho mínimo da amostra por meio de furos de vários diâmetros feitos em um bloco de alumínio e preenchidos com glicerina. O pesquisador não especificou o tempo de medição e o incremento de temperatura; porém, é provável que tais parâmetros tenham sido os mesmos daqueles citados em outras partes de seu estudo, ou seja, 20 s e 2,5 °C a 4 °C, respectivamente. Kravets concluiu que para termistor com diâmetro nominal de 1,52 mm, o diâmetro mínimo da amostra é de 5,0 mm; e para termistor com diâmetro nominal de 2,54 mm, o diâmetro mínimo da amostra é de 7,16 mm. Logo, os volumes efetivos de medição são de 3,3 e 2,9 vezes o raio do sensor, respectivamente (Gelder, 1998).

Zhang *et al.* (2002) relataram que a amostra pode ser tratada como infinita se o seu raio for de 7 a 12 vezes o raio do termistor. Zhang *et al.* (2003), usando o método composto por dois termistores (um como elemento de aquecimento e outro como sensor de temperatura), descreveram que com termistores pequenos, amostras de volume menor do que 1 cm<sup>3</sup> podem ser medidas.

### **3.5.2. Incremento de Temperatura**

No caso dos fluidos, como a convecção natural é decorrente do gradiente de massa específica, que por sua vez é devido a um gradiente de temperatura. Logo, o incremento de temperatura imposto deve ser tal que permita que a medição de condutividade térmica seja feita com boa exatidão e que os efeitos da convecção sejam insignificantes.

Balasubramaniam e Bowman (1977) descreveram que, para meios como a água, incremento de temperatura de aproximadamente 1,5 °C a 2,0 °C aparenta ser o ideal. Segundo os pesquisadores, para um erro percentual de  $\pm 1$  na diferença de temperatura, o erro percentual na condutividade térmica do meio pode ser aproximado como  $1 + 0,2/(k_e/k_m)$ . Valvano (1985) reportou resultados de medição de condutividade térmica de diversos tecidos utilizando um valor de incremento

de temperatura próximo a 4 °C. Holeschosky *et al.* (1996) testaram incrementos de temperatura de 1,5 °C a 4 °C quando da medição da condutividade térmica de líquidos e géis. Zhang *et al.* (2002) utilizaram potência de 2 mW a 5 mW quando da calibração do sensor em glicerina e água, o que resultou em um incremento de temperatura menor do que 3 °C.