

## 2 Revisão Bibliográfica

Os objetivos deste capítulo são a definição das versões estática e dinâmica do problema de roteirização de veículos com janelas de tempo (*VRPTW* e *DVRPTW*), a demonstração de suas diferenças, a revisão da literatura sobre os métodos propostos para resolvê-los e as aplicações dos problemas dinâmicos.

### 2.1 Introdução

O problema fundamental de roteirização e também um dos mais bem conhecidos e estudados problemas da Teoria dos Grafos e da Complexidade Computacional é o Problema do Caixeiro Viajante (*Travelling Salesman Problem - TSP*), em que um vendedor precisa visitar um conjunto de cidades, passando uma única vez em cada cidade, e retornar à cidade de origem e cujo objetivo é minimizar a distância total da rota.

O Problema de Roteirização de Veículos (*Vehicle Routing Problem - VRP*) é uma generalização do TSP, tal que dado um conjunto de clientes que precisam ser atendidos e um conjunto de veículos disponíveis, consiste em determinar as rotas destes veículos, visitando um subconjunto dos clientes em uma determinada ordem, onde cada rota começa e finaliza em um mesmo depósito. Além disto, todos os clientes devem ser visitados exatamente uma vez e a demanda total dos clientes de uma rota não deve exceder a capacidade do veículo. O objetivo do VRP usualmente é minimizar o número de veículos utilizados e/ou a distância total das rotas.

Entretanto, em operações reais de distribuição, restrições de horário de entrega e restrições de tempo máximo de jornada de trabalho podem ser necessárias. A generalização do VRP que trata estas restrições é conhecida como o Problema de Roteirização de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing*

*Problem with Time Windows - VRPTW*). Os objetivos do VRPTW normalmente são minimizar o número de veículos e/ou minimizar a distância total das rotas (ou tempo) pelos veículos, respectivamente. No entanto, diversos trabalhos, principalmente aqueles que utilizam programação linear (Desrochers e Laporte, 1991 e Kohl et al., 1999), a minimização da distância total das rotas mais importante que a minimização do número de veículos.

Outras variantes do TSP, VRP e VRPTW podem ser encontradas na literatura. A maioria destas generalizações refere-se a problemas estáticos, onde todas as informações necessárias para a otimização são conhecidas antes das rotas serem construídas e não mudam ao longo do período de programação. Na prática existem operações onde as informações sobre novos clientes são disponibilizadas em tempo real, enquanto as rotas estão sendo executadas, ou seja, após o processo de otimização ter terminado e quando os veículos encontram-se nas ruas realizando os atendimentos. Nestes casos, os problemas de roteirização são definidos como sendo dinâmicos. No contexto do VRPTW, sua generalização dinâmica é conhecida como o Problema de Roteirização Dinâmica de Veículos com Janelas de Tempo (*Dynamic Vehicle Routing Problem with Time Windows - DVRPTW*). Dentre os possíveis objetivos do DVRPTW, incluem-se minimizar o número de clientes não atendidos, minimizar o número de veículos e minimizar a distância total necessária para percorrer as rotas.

## **2.2 O Problema de Roteirização de Veículos com Janelas de Tempo**

No Problema de Roteirização de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW*), uma frota de veículos com capacidade limitada deve ser roteirizada para atender um conjunto de clientes através de uma sequência com distância total e mínima e/ou número de veículos mínimo e dentro dos intervalos de tempo previamente estipulados por cada cliente. Este problema é conhecido como um problema estático, pois todos os dados dos clientes, tais como localização, demanda e janela de tempo, são conhecidos antes da construção das rotas e estes dados não se alteram.

### 2.2.1 Definições do VRPTW

O VRPTW pode ser descrito por um grafo  $G(N,A)$ , onde  $N$  é um conjunto contendo todos os nós, e  $A$  é um conjunto contendo todos os arcos. Os nós representam os clientes e o depósito, os quais são representados através dos índices  $i$  ou  $j$ . O depósito, de onde partem as rotas, usualmente é representado pelo nó com índice 0. Os arcos representam os caminhos que ligam estes nós e são acessados através do par ordenado  $i-j$ . Considera-se o grafo como sendo completo, ou seja, existe um arco  $ij$  entre todos os nós  $i$  e  $j$  para  $i \neq j$ . Cada arco  $ij$  possui um custo  $c_{ij}$  associado, que para o TSP e no VRP, usualmente representa a distância de cada arco. No caso do VRPTW, este custo também pode representar o tempo necessário para se percorrer cada arco  $t_{ij}$ , onde  $t_{ij}=c_{ij}$ .

No depósito, existem  $V$  veículos homogêneos  $v$  à disposição, com uma capacidade  $K$ . Cada cliente  $i$  possui uma demanda  $d_i \geq 0$  associada, bem como um tempo de serviço  $s_i$ . Além disso, cada cliente possui também sua janela de tempo; esta janela é dada por  $[a_i, b_i]$ , sendo que  $a_i$  representa o instante mais cedo para início do atendimento e  $b_i$  o instante mais tarde para início do atendimento. O depósito possui demanda e tempo de serviço iguais a zero e janela de tempo com  $a_0$  igual a zero e  $b_0$  igual a um valor que indique o horário de fechamento do depósito. A janela de tempo do depósito é chamada de jornada de trabalho  $JT$ .

O objetivo do problema é encontrar rotas de distância total mínima que atendam todos os clientes, respeitando as restrições de capacidade dos veículos e das janelas de tempo. Além disso, deseja-se encontrar o número mínimo de veículos necessários para a realização da tarefa. Na literatura, diversos autores, principalmente aqueles que propõem métodos exatos, priorizam a minimização da distância total. No entanto, a maioria dos autores hierarquiza os objetivos de forma que a minimização do número de veículos é mais importante que a distância total. Esta hierarquização sugere uma maior aproximação com a realidade, pois o custo fixo de se alocar um veículo geralmente é bem maior que o custo operacional do percurso.

## 2.2.2 Formulações matemáticas para o VRPTW

A formulação matemática do VRTW descrita pelas expressões 1 a 10 foi baseada na formulação proposta por Kohl et al. (1999). Esta formulação visa a minimização da distância total, considerando as restrições de janelas de tempo e de capacidade dos veículos. As demandas a serem transportadas são determinísticas e conhecidas *a-priori* e todos os veículos possuem a mesma capacidade (frota homogênea).

Seja  $N$  o número de clientes a serem atendidos. Cada cliente  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  deve ser visitado uma única vez. A cada cliente  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  estão associados:

- um tempo de serviço  $s_i \geq 0$ ;
- uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ ,  $a_i \leq b_i$ , que define, respectivamente, o horário mais cedo e o horário mais tarde em que pode ser iniciado o atendimento;
- uma demanda  $d_i > 0$ .

O nó  $0$  e sua cópia indicada por  $N+1$  representam, respectivamente, os nós de saída e de chegada dos veículos (depósito). A cada um destes nós estão associados tempos de serviço e demanda iguais à zero, e janelas de tempo que indicam os instantes permitidos de saída e de chegada dos veículos ao depósito.

Para o atendimento dos  $N$  clientes se dispõem de uma frota composta de  $V$  veículos. Para cada veículo  $v$  da frota disponível,  $v = 1, 2, \dots, V$  é definida uma capacidade máxima  $K$ . Uma constante  $M_{ij}$  foi definida e seu valor pode ser substituído por  $\max(b_i + s_i + t_{ij} - a_j, 0)$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ . A formulação matemática do VRPTW compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ é atendido imediatamente após } i \text{ pelo veículo } v \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$T_i = \text{horário de início de atendimento em } i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

A formulação matemática do VRPTW é apresentada a seguir. A única diferença com a formulação proposta por Kohl et al. (1999) consiste na adição das restrições de jornada de trabalho (8).

$$(VRPTW) \min \sum_{v=1}^V \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} c_{ij} x_{ij}^v \quad (1)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^v = 1 \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{N+1} x_{0j}^v = 1 \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^N x_{ij}^v - \sum_{i=1}^{N+1} x_{ji}^v = 0 \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^{N+1} x_{i,N+1}^v = 1 \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (5)$$

$$a_i \leq T_i \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

$$T_i + s_i + t_{ij} - T_j \leq (1 - x_{ij}^v) M_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N; \\ j \neq i; \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (7)$$

$$(T_j + s_j + t_{j,N+1}) x_{j,N+1}^v - (T_i - t_{0i}) x_{0,i}^v \leq b_{N+1} \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ j = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N d_j x_{ij}^v \leq K \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (9)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \text{ e } T_i \in \{\mathfrak{R}\} \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad j = 0, 1, 2, \dots, N+1; \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (10)$$

A função objetivo (1) representa a distância total a ser minimizada. As restrições (2) asseguram que cada cliente seja visitado uma única vez e por um único veículo; as restrições (3) asseguram que todo veículo inicie uma rota a partir do depósito (nó 0); as restrições (4) impõem que todo veículo que entrar deve sair de um cliente; as restrições (5) impõem que todo veículo termine uma rota no depósito (nó  $N+1$ ). Caso o veículo não seja utilizado, ele segue o caminho do arco direto ligando a base de partida (nó 0) à base de chegada (nó  $N+1$ ). As restrições (6) impõem que o horário de início de atendimento de cada nó ocorra dentro da sua respectiva janela de tempo. As restrições (7) estabelecem a relação entre o horário de partida do veículo a partir de um cliente e seu sucessor imediato, garantindo também a eliminação de sub-rotas desconexas da origem. As restrições (8) impõe que os veículos devem retornar ao depósito até o término da jornada de trabalho. As restrições de capacidade de carga são dadas pela expressão (9). Por fim, as restrições (10) asseguram a integralidade da solução. As restrições (7) foram obtidas a partir da linearização das restrições originais não-lineares (11), a qual foi possível através da condição de integralidade pelas restrições (10).

$$x_{ij}^v (T_i + s_i + t_{ij} - T_j) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N; \\ j \neq i; \quad v = 1, 2, \dots, V \quad (11)$$

Outra formulação, proposta por Desrochers e Laporte (1991), consiste na troca das restrições de eliminação de sub-rotas (7) pelas restrições (12). Uma comparação entre o desempenho computacional destas duas abordagens pode ser encontrado no trabalho de Silva Junior e Hamacher (2010).

$$T_i - T_j + (b_i + t_{ij} + s_i + a_i) \leq b_i - a_i \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad j \neq i \quad (12)$$

Algumas revisões recentes sobre métodos exatos e aproximados para o VRPTW podem ser encontradas nos trabalhos de Cordeau (2007), Laporte (2007 e 2009), Toth e Vigo (2002), Baldacci (2007) e Roberti (2012).

## 2.3 Problema de Roteirização Dinâmica de Veículos com Janelas de Tempo

Na roteirização de veículos estática, os dados do problema não mudam durante a execução do algoritmo de solução e nem durante a eventual execução da rota. Já na roteirização dinâmica, os dados podem mudar ou serem atualizados durante a execução do algoritmo e da execução da rota. A execução do algoritmo e a execução da rota são processos que podem evoluir simultaneamente na situação dinâmica. Esta situação contribui para diversas diferenças entre os problemas estáticos e dinâmicos Psaraftis (1988 e 1995).

### 2.3.1 Diferenças entre os problemas estático e dinâmico

Diversas diferenças entre os problemas estático e dinâmico são discutidas por Psaraftis (1988 e 1995), conforme a seguir:

#### 1. A dimensão de tempo é essencial

No problema de roteirização estático, a dimensão de tempo pode ou não ser um fator importante. Em contrapartida, no problema de roteirização dinâmica o fator tempo é essencial. No mínimo, precisa-se conhecer a localização espacial de todos os veículos em um determinado momento durante a sua programação, em particular, quando as solicitações de novos clientes forem conhecidas.

## **2. O problema pode ser aberto**

Diferente do processo de roteirização estática, onde o veículo possui uma rota fechada que inicia e termina sua rota em um depósito, no processo de roteirização dinâmica, uma rota inicia no depósito, mas não retorna necessariamente ao depósito ao fim dos atendimentos programados. O veículo deve aguardar sempre por instruções dos seus próximos destinos a serem seguidos, caracterizando-se como um problema aberto. O retorno é realizado quando a capacidade foi totalmente utilizada ou quando é necessário seguir para o depósito para chegar antes do fim da jornada de trabalho.

## **3. Informações futuras podem ser imprecisas ou desconhecidas**

No problema estático todas as informações são assumidas como conhecidas e possuem a mesma qualidade. No problema de roteirização dinâmica as informações são precisas para os eventos que acontecem em tempo real e experimentais para os eventos que podem ocorrer no futuro. Informações probabilísticas sobre o futuro podem estar disponíveis, mas em muitos casos, este tipo de informação pode não existir.

## **4. Eventos de curto prazo são mais importantes**

No ambiente estático, devido à uniformidade da qualidade da informação e da falta de atualizações, todos os eventos possuem o mesmo peso. Numa situação de dinâmica os eventos de curto prazo são mais importantes do que as de longo prazo, visto que não é ideal comprometer os recursos de um veículo aos requisitos que terão de ser satisfeitos no futuro, porque outros eventos intermediários podem fazer tais decisões se tornarem sub-otimizadas e porque tais informações futuras poderão mudar de qualquer maneira (Larsen, 2000 e Lund, 1996).

## **5. Mecanismos de atualização da informação são essenciais**

A maior parte das entradas de um problema de roteirização dinâmico está sujeita a revisão durante o dia de operação. Por exemplo, um veículo pode quebrar ou se atrasar por causa de algum evento imprevisível como mudanças

meteorológicas, de tráfego ou acidentes. Portanto é necessário que os mecanismos de atualização de informação sejam parte integrante da estrutura do algoritmo e da interface de entrada e saída em uma situação dinâmica.

#### **6. Novo sequenciamento dos serviços e re-atribuição aos veículos podem ser necessários**

Em um problema de roteirização dinâmica novas entradas podem implicar que as decisões já tomadas relativas ao sequenciamento dos atendimentos se tornem sub-ótimas. Assim, o aparecimento de uma nova entrada, como um novo cliente, pode exigir tanto um novo sequenciamento dos serviços de um ou mais veículos e até a mudança de serviços entre os veículos (re-atribuição).

#### **7. Tempos de computação mais rápidos são necessários**

Em uma configuração de roteirização estática é possível aguardar por algumas horas a fim de obter a melhor solução que, muitas vezes é a solução ótima. Na configuração dinâmica normalmente isto não é possível, pois em muitas situações reais se precisa chegar a uma solução satisfatória o mais rápido possível e em questão de minutos ou até segundos. A restrição do tempo de processamento implica que a re-roteirização e re-atribuição sejam frequentemente realizadas por meio de heurísticas rápidas de inserção e com uma fase de pós-otimização com buscas locais.

#### **8. A função objetivo pode ser diferente**

O tradicional objetivo de minimizar a distância total das rotas ou a duração total da programação num cenário de roteirização estático, pode não ter sentido em um ambiente dinâmico. Afinal, se o processo for aberto, a duração total da programação poderá ser ilimitada também. Otimizar levando em consideração somente os dados conhecidos pode ser um caminho razoável para se iniciar caso não haja informações sobre futuras entradas. Os objetivos podem ser definidos como minimizar o número de clientes não atendidos, o número de veículos utilizados e a distância total das rotas.



## **9. Mecanismos que evitem uma prorrogação indefinida são essenciais**

Eventualmente um atendimento pode ser adiado indefinidamente devido a, por exemplo, características geográficas desfavoráveis em relação a outras demandas. Enquanto não há restrições de horário ou de prioridade, e enquanto houverem solicitações não servidas perto da localização atual do veículo, um determinado cliente (localizado longe desta área) poderá ser sempre programado para ser atendido por último. Há uma variedade de maneiras para aliviar este problema, como por exemplo: restrições de horário (sob a forma de janelas de tempo) que podem forçar o veículo a atender uma demanda independentemente da localização geográfica e restrições de prioridade, como, por exemplo, a limitação do número de posições que cada cliente pode ser re-atribuído numa rota.

## **10. As restrições de tempo podem ser diferentes**

A principal diferença entre a roteirização estática e roteirização dinâmica em relação às restrições de tempo está no fato de que as restrições de tempo como as janelas de tempo, tendem a ser flexíveis. Uma restrição de tempo é flexível não só se ela puder ser violada mesmo com algum custo ou penalidade, mas também se ela estiver sujeita à atualização durante o processo. Isto se deve ao fato da negação de atendimento a uma solicitação em dado instante, na roteirização dinâmica, ser menos atrativa do que a violação da restrição de tempo. Ou seja, prefere-se atrasar determinada entrega a não atender o cliente, e se isto não for possível se tentará negociar uma nova situação.

## **11. A flexibilidade para variar o tamanho da frota de veículos é menor**

Em teoria, uma alternativa para evitar negação de serviço a um cliente ou a prorrogação de atendimentos é a de adicionar um veículo para atender esse cliente. No entanto, esta proposição pode não ser necessariamente viável num cenário de roteirização dinâmica, pois pode não ser possível ter acesso a tais recursos em tempo real. Em uma situação estática, o intervalo de tempo entre a execução do algoritmo e execução do percurso é geralmente suficiente para permitir tal determinação a ser feita. Tal flexibilidade geralmente não existe em cenários de roteirização dinâmico. Portanto se os recursos são escassos, alguns

clientes receberão menor qualidade de serviço e isso também pode resultar no fenômeno de filas.

## **12. Enfileiramento pode se tornar importante**

Um sistema de roteirização dinâmico pode, às vezes, tornar-se saturado. Isso acontecerá se a taxa de demanda dos clientes ultrapassar um determinado limite além do qual o sistema simplesmente não consegue lidar com todas as solicitações, sem que sejam criados atrasos excessivos. Neste caso, qualquer algoritmo que tenta fazer a atribuição e programações de acordo com critérios clássicos da roteirização estática acaba por produzir resultados sem sentido. Infelizmente, apesar da teoria das filas e da roteirização de veículos serem duas áreas muito estudadas, pouco é conhecido sobre o seu relacionamento.

Outras considerações importantes sobre os problemas de roteirização dinâmica foram abordadas por Gendreau et al. (1999).

### **1. Tempo limite de processamento de pedidos**

Os pedidos dos clientes devem ser recebidos antes de um prazo fixado, denominado tempo limite de processamento de pedidos, para que sejam atendidos no mesmo dia. Aqueles que são recebidos após o tempo limite, não são atendidos ou podem ser mantidos para atender no dia seguinte.

### **2. Incerteza do problema:**

A incerteza pode vir de diversas fontes, como a ocorrência de novas solicitações de serviços, a quebra de algum veículo, a alteração dos tempos de viagem, demanda e janelas de tempo.

### **3. Atualização cíclica ou em tempo real**

A comunicação entre a central e os motoristas é realizada em tempo real ou em intervalos pré-definidos para informar os próximos clientes a serem atendidos. Então os motoristas conhecem parte dos clientes ou apenas o próximo cliente a ser atendido, ao contrário do problema estático em que o motorista conhece a rota completa.

#### 4. Preemptivo e não-preemptivo

O termo preemptivo também é conhecido como interrupção. No contexto da roteirização dinâmica, se o problema for tratado como preemptivo, caso um novo cliente tenha que ser atendido e existe um veículo que possa atendê-lo, então é permitido o desvio do destino atual pelo veículo para atender este novo cliente.

Quando o problema é tratado como não-preemptivo, significa que, uma vez que o veículo está a caminho de seu próximo destino, ele deve necessariamente atender esta localização, ou seja, não são permitidos desvios ou interrupções na rota. Se estiver previsto algum tempo de espera dos motoristas no próximo destino (para aguardar o início da janela de tempo), eles são convidados a esperar na sua localização atual (último cliente atendido). Esta é uma estratégia de compromisso, pois todo movimento é realizado no último minuto possível, para permitir que sejam realizadas alterações recentes na rota devido à chegada de novos clientes. A Figura 1 ilustra o funcionamento do roteirização dinâmica sem e com a possibilidade de desvio do destino atual.

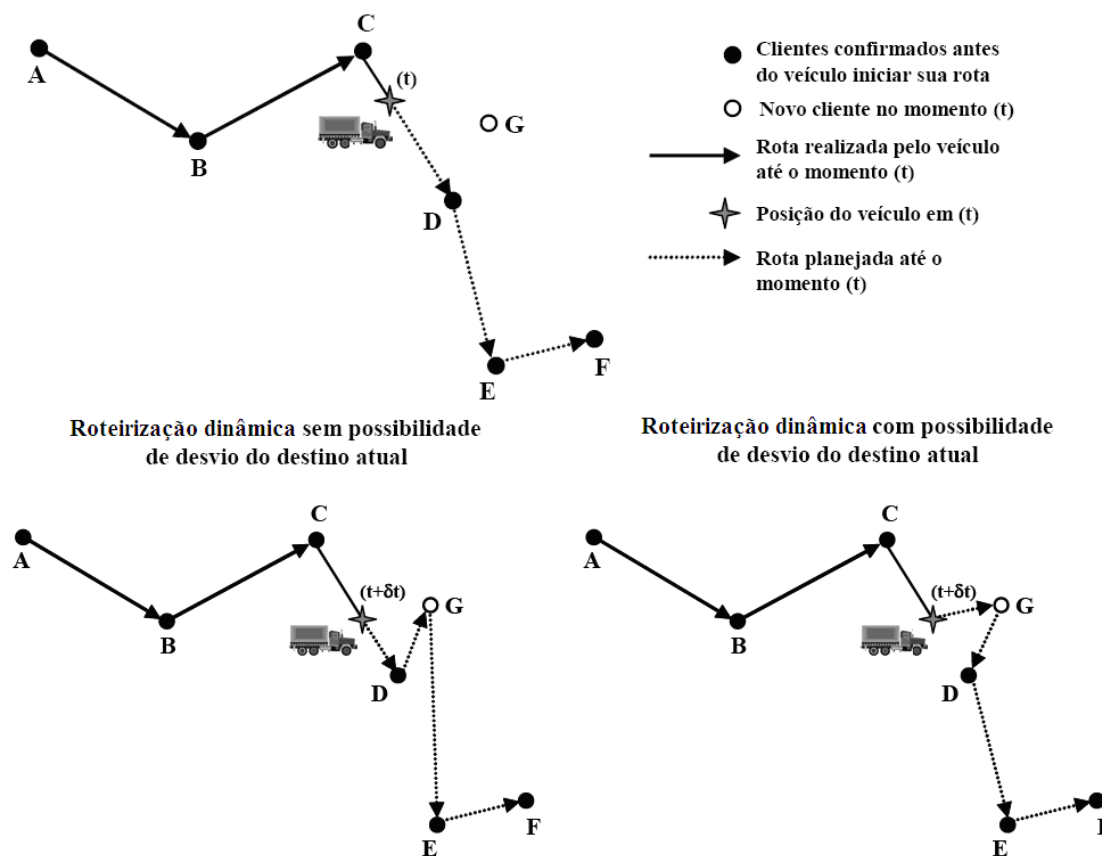


Figura 1 - Exemplo de Roteirização Dinâmica

A fim de caracterizar os atributos da informação que formam a entrada do problema de roteirização de veículos, Psaraftis (1995) propõe uma taxonomia baseada nos seguintes conceitos:

- **Evolução da informação:** No problema estático a informação não sofre modificação e tampouco é atualizada. No problema dinâmico a informação é revelada ao planejador durante a execução das rotas, por exemplo, com a chegada de clientes.
- **Qualidade da informação:** Reflete a possível incerteza nos dados disponíveis, os quais podem: ser conhecidos com certeza (determinístico), ser conhecidos com incerteza (previsões), seguirem uma distribuição probabilística (estocástico) ou serem totalmente desconhecidos. Dependendo do problema e da tecnologia disponível, as rotas dos veículos podem tanto ser designadas estaticamente (a-priori) ou dinamicamente (a-posteriori). Por exemplo, o VRP com Demandas Estocásticas (*VRP with Stochastic Demands - VRPSD*), pode ser visto sob ambas as perspectivas. Na perspectiva estática, o problema consiste em designar um conjunto de rotas robustas a-priori, que sofrerá mudanças menores durante sua execução. Na perspectiva dinâmica, o problema consiste em designar rotas aos veículos em tempo real, comunicando aos veículos seus destinos enquanto estão atendendo outros clientes já atribuídos.
- **Informação disponível:** A informação pode ser local ou global. Um exemplo de informação local é quando apenas o motorista conhece a demanda do cliente, enquanto uma informação global consiste numa informação que pode ser obtida num sistema e que é capaz de informar ao tomador de decisões o nível estoque atual de todos os clientes. Os rápidos avanços das tecnologias de informação aumentam a quantidade de informação disponível e permitem, por exemplo, que o tomador de decisões possa escolher entre revelar somente as informações necessárias aos motoristas, embora eles possam ter acesso a todas as informações.
- **Tratamento da informação:** Em um sistema centralizado, toda informação é coletada e processada por uma unidade central. Em um sistema descentralizado, parte das informações pode ser processada pelo motorista de cada veículo.

Baseando-se nos conceitos de evolução e qualidade da informação, Pillac et al. (2013) propôs uma taxonomia com quatro categorias de problemas de roteirização, conforme demonstra a Tabela 1.

Tabela 1 - Taxonomia de problemas de roteirização por evolução e qualidade da informação

		Qualidade da informação	
		Entrada determinística	Entrada estocástica
Evolução da informação	Entradas conhecidas antecipadamente	Estático e determinístico	Estático e estocástico
	Entradas se alteram ao longo do tempo	Dinâmico e determinístico	Dinâmico e estocástico

### 2.3.1.1 Problemas estáticos e determinísticos

Nos problemas estáticos e determinísticos, ou simplesmente estáticos, todas as entradas são conhecidas antecipadamente e as rotas dos veículos não mudam uma vez que estão sendo executadas. Este problema clássico tem sido intensivamente estudado na literatura e diversos métodos exatos e aproximados têm sido propostos, conforme visto na seção 2.2.

### 2.3.1.2 Problemas estáticos e estocásticos

Problemas estáticos e estocásticos são caracterizados pela entrada parcialmente conhecida como variáveis aleatórias, as quais seguem, geralmente, uma distribuição de Poisson. Neste caso, as realizações da variáveis ocorrem durante a execução das rotas. Dentro deste cenário, as rotas são planejadas antes dos veículos deixarem o depósito (a-priori) e durante a execução (a-posteriori) são permitidas apenas poucas mudanças. Por exemplo, a mudanças permitidas incluem o retorno ao depósito ou o não atendimento de algum cliente. Aplicações nesta categoria não necessitam do suporte de tecnologias da informação.

A incerteza pode afetar qualquer um dos dados. No entanto, os três casos mais estudados são: clientes estocásticos, onde um cliente precisa ser atendido com uma dada probabilidade de ocorrência (Cordeau et al., 2007b), tempos estocásticos, em que o tempo de serviço ou os tempos de viagem são modelados por variáveis aleatórias (Jaillet e Wagner, 2008, Laporte, 2007, Van Hemert e Poutre, 2004) e demandas estocásticas, onde apenas a demanda segue uma dada

probabilidade. A principal dificuldade deste problema consiste na necessidade de possuir informações históricas suficientes para estimar os valores dos parâmetros estocásticos. Mais detalhes sobre esta categoria de problema pode ser encontrada nas revisões de Jezequel (1985), Bertsimas e Howell (1993) e Powell et al. (1995).

### **2.3.1.3 Problemas dinâmicos e determinísticos**

Esta classe de problema também é chamada por outros autores como roteirização *online* ou *real time* (Ichoua et al., 2000). O suporte de tecnologias de comunicação em tempo real é essencial para comunicação entre os veículos e o tomador de decisões.

Nos problemas dinâmicos e determinísticos, não estão disponíveis informações estocásticas. Parte ou o total das entradas é desconhecida e é revelada dinamicamente ao longo do tempo, durante a execução das rotas (Psaraftis, 1995). Isto significa que todos os dados do problema são conhecidos apenas no final do horizonte de planejamento. Como consequência, métodos exatos só fornecem uma solução ótima para o estado atual, mas não garantem que a solução permanecerá ótima quando novos dados estiverem disponíveis.

O problema pode então ser dividido em duas fases: a-priori e a-posteriori. Na fase a-priori, são obtidas rotas para as entradas já conhecidas e o problema pode ser resolvido com um método de roteirização estática. Na fase de a-posteriori as rotas são obtidas diversas vezes no decorrer do horizonte de planejamento, através da re-otimização das rotas, a qual pode ser realizada de modo contínuo ou periódico.

#### **2.3.1.3.1 Re-otimização Contínua**

A re-otimização contínua consiste na otimização ao longo do dia de forma contínua, ou seja, sempre que forem realizadas alterações nos dados disponíveis, o método de roteirização obtém imediatamente uma nova solução atual. Nesta abordagem podem ser utilizados os métodos de re-roteirização ou métodos de operações locais rápidas.

O trabalho precursor neste tipo de abordagem é de Psaraftis (1980), com o desenvolvimento de uma abordagem de programação dinâmica para o problema de coletas e entregas com janelas de tempo, mais conhecido como *Dial-a-Ride-Problem* (DARP) que consiste na procura por uma solução ótima cada vez que um novo cliente dinâmico é conhecido.

Yang et al. (2004) abordaram o problema de roteirização com coleta e entrega, onde os pedidos de serviço ponto-a-ponto de transporte chegam de forma dinâmica. Os autores propõem um algoritmo denominado MYOPT, que é uma abordagem de horizonte rolante com base em programação linear, que é resolvido sempre que um novo cliente dinâmico é conhecido.

Lackner (2004) desenvolveu quatro métodos meta-heurísticos. O primeiro e o segundo, denominados ES1-DVRPTW e ES2-DVRPTW, baseiam-se em Algoritmos Genéticos. O terceiro, denominado MACS-DVRPTW, baseia-se em Otimização por Colônia de Formigas, no algoritmo MACS-VRPTW (Gambardella et al., 1999). O quarto, denominado AS-DVRPTW, baseia-se em Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*). Para comparação dos resultados, o autor propôs extensões para as 56 instâncias de Solomon (1987) para cinco diferentes graus de dinamismo (definido e discutido na seção 2.3.2), totalizando 280 instâncias. O autor conclui que o método que apresentou os melhores resultados foi o ES1-DVRPTW, seguido pelo MACS-DVRPTW, ES2-DVRPTW e AS-DVRPTW.

Hong (2012) desenvolveu um método baseado na Busca em Vizinhança Larga (*Large Neighborhood Search - LNS*) proposto por Shaw (1998) e aplicou ao DVRPTW. Este método trabalha através da destruição (removendo nós) e reparação (inserindo nós) da solução atual, utilizando operadores de destruir e reparar. A vizinhança é chamada de larga, pois um nó que é removido pode ser reinserido na mesma rota de origem ou em qualquer outra rota da solução atual. Além deste processo, são aplicadas buscas locais com diversas vizinhanças. O autor comparou os resultados com os trabalhos de Lackner (2004) e Yang et al. (2004) e concluiu que o método proposto apresenta melhores resultados e com menor esforço computacional.

Pillac et al. (2012) desenvolveu uma versão paralela do ALNS (*Adaptive Large Neighborhood Search*), denominada pALNS, que é uma versão adaptativa do LNS proposta por Pisinger e Ropke (2007). O ALNS adiciona uma camada adaptativa, que seleciona aleatoriamente os operadores de destruição e remoção dependendo de seu desempenho passado, ajustando o algoritmo automaticamente para a instância. Os autores compararam os resultados com os trabalhos de Lackner (2004) e Hong (2012) e concluíram que o pALNS é capaz de alcançar o estado da arte e traz melhorias de até 12%.

### 2.3.1.3.2 Re-otimização Periódica

A re-otimização periódica consiste na otimização ao longo do dia de forma periódica. Este tempo entre aplicações do método de roteirização pode ser representado por um intervalo de tempo fixo, também conhecido como épocas de decisão (Chen e Xu, 2006) ou fatias de tempo (Kilby et al., 1998 e Montemanni et al., 2002).

A vantagem da re-otimização periódica é que ela não requer a execução do método de roteirização toda vez que algum dado do problema for atualizado. A principal desvantagem é que o atraso na tomada de uma decisão pode acarretar no aumento da distância total das rotas, no número de veículos ou na inviabilidade ou atraso de atendimento de um ou mais clientes, em particular, quando na presença de janelas de tempo.

Seguindo a mesma linha de programação linear, Chen e Xu (2006) desenvolveram um algoritmo de geração dinâmica de colunas (DYCOL) para o DVRPTW. Os autores propõem o conceito de épocas de decisão ao longo do horizonte de planejamento, que são as datas em que o processo de otimização é executado. A novidade de sua abordagem se baseia em na geração de colunas dinamicamente para um modelo de particionamento de conjuntos, usando colunas da época de decisão anterior, o que reduziu muito o tempo computacional.

Montemanni et al. (2002) desenvolveram um Sistema de Colônia de Formigas (ACS) para resolver o DVRP. Semelhante a Kilby et al. (1998), sua abordagem utiliza fatias de tempo, ou seja, o dia é dividido em períodos de igual duração. Com o decorrer do tempo, novos pedidos são acumulados. No fim da



fatia de tempo é realizada a otimização das rotas utilizando o método de roteirização estática. Uma característica interessante da sua abordagem é o uso de uma memória adaptativa, através dos feromônios que são transmitidos da otimização de uma fatia de tempo para a fatia de tempo seguinte. Uma abordagem semelhante foi também utilizada por Rizzoli et al. (2007), Gambardella et al. (2003) e Silva Júnior e Leal (2009).

Outros trabalhos utilizando a re-roteirização periódica são: Bell et al. (1983), Psaraftis (1983), Psaraftis et al. (1985), Hill et al. (1988), Brown et al. (1987), Powell et al. (1988) e Dial (1995).

### **2.3.1.3.3 Classificação dos métodos para problemas dinâmicos e determinísticos**

Além dos modos contínuo e periódico de re-otimização, uma escolha importante é o tipo de método a ser utilizado para resolver a fase a-posteriori dos problemas dinâmicos e determinísticos de roteirização, que podem ser classificados em métodos de re-roteirização e métodos inserção, também conhecidos como métodos de operações locais rápidas.

#### **2.3.1.3.3.1 Métodos de Re-roteirização**

Nos métodos de re-roteirização as soluções são construídas, destruídas e reconstruídas várias vezes. Na fase a-priori, uma solução é construída com objetivo de atender todos os clientes. Com o avanço do tempo, os clientes são atendidos ou comprometidos (possui um veículo viajando em sua direção) e surgem novos clientes dinâmicos. Na fase a-posteriori, todos os clientes que não foram atendidos ou comprometidos são removidos da solução (destruição) e a solução é reconstruída. Na reconstrução, cada rota deve iniciar a partir do depósito ou a partir do último cliente atendido ou comprometido. Se o método de roteirização utilizado possuir uma memória das soluções já criadas, esta informação pode ser utilizada de forma a reduzir o tempo computacional.

Um exemplo desta aplicação é proposto por Taillard et al. (2001), o qual se utiliza de uma memória adaptativa sobre as boas soluções. Esta memória auxilia

na redução do tempo computacional necessário para obter uma nova solução. No entanto, a implementação deste método se torna mais complexa. Esta abordagem foi utilizada por Gendreau, et al. (1999) para adaptação da versão paralela do método Busca Tabu (Taillard et al., 1997) para resolver o DVRPTW aplicado a serviços de expressos de correios. Sua abordagem mantém um conjunto de boas rotas numa memória adaptativa que é utilizada para gerar soluções iniciais para a Busca Tabu. Sempre que um novo cliente é conhecido, verifica-se uma possível inserção em todas as soluções da memória adaptativa para decidir se deve ser aceito ou rejeitado.

Uma implementação mais simplificada do método de re-roteirização é obtida utilizando o método do vizinho mais próximo. A solução é iniciada partindo da posição atual de um dos veículos e atribuindo sequencialmente à solução o vizinho (cliente) mais próximo da posição atual. Um vizinho poderá ser tanto um cliente já conhecido como um novo cliente. Quando não houver mais vizinhos disponíveis, devido às restrições do problema, realiza-se o retorno ao depósito. Realiza-se este procedimento para todos os veículos da solução atual.

Outros autores também aplicaram esta abordagem em diversas extensões do problema de roteirização dinâmica: Ichoua et al. (2000 e 2003), Barcelo et al. (2007), Chang et al. (2003), Attanasio et al. (2004), Beaudry et al. (2010), Bent e Van Hentenryck (2004), Gendreau et al. (1999), Benyahia e Potvin (1998), Cheung et al. (2008), Haghani e Jung (2005), Van Hemert e Poutré (2004).

#### **2.3.1.3.3.2 Métodos de Inserção**

Estes métodos se utilizam dos métodos de inserção adaptados para resolverem a fase a-posteriori do problema. A solução é construída a partir de inserções consecutivas de clientes dinâmicos na solução atual (encontrada na fase a-priori) à medida que são solicitadas. São realizadas tentativas de inserção entre todos os possíveis pares de nós e a solução escolhida será aquela que não viola as restrições do problema e que possui o menor custo. Uma restrição adicional do problema no caso dinâmico é a proibição de inserções entre clientes já comprometidos ou atendidos.

Uma revisão mais detalhada sobre a aplicação e adaptação destes métodos pode ser encontrada nos trabalhos de Trudeau et al. (1989), Wilson e Colvin (1977), Rousseau e Roy (1988), Solanki (1991) e Madsen e Rygaard (1995).

Os métodos de inserção possuem baixa complexidade de implementação e são apropriados em ambientes onde o tempo de reação é mais importante do que a qualidade das soluções. Entretanto, esta é uma aproximação míope porque as soluções são produzidas por inserções consecutivas. Para cobrir esta folga, alguns autores combinam os métodos de inserção com procedimentos de melhoria, como por exemplo, os procedimentos de trocas sucessivas do tipo 2-opt e  $k$ -opt (Croes, 1958 e Lin, 1965). Para diferentes aplicações reportadas na literatura, pode-se consultar Rivard (1981), Roy et al. (1985), Gendreau et al. (1996a e 1996b).

#### **2.3.1.4 Problemas dinâmicos e estocásticos**

Nos problemas dinâmicos e estocásticos, todas ou parte das entradas são desconhecidas e reveladas dinamicamente durante a execução das rotas, mas neste caso, a informação estocástica é disponibilizada dinamicamente. Como no problema anterior, as rotas dos veículos podem ser completamente redefinidas de modo contínuo e o suporte de tecnologias de comunicação é necessário.

Nesta classe estão incluídos principalmente os serviços de emergência, nos quais o tempo disponível para resolver o problema é de apenas alguns segundos. Nesta classe de problema geralmente são utilizados os métodos de inserção com a aplicação de procedimentos de melhoria.

Alguns dos trabalhos que tratam esta classe de problema são: Powell et al. (1988), Thomas e White (2004), Thomas (2007), Kim et al. (2005), Powell (2007 e 2009), Powell et al. (2007), Powell e Topaloglu (2003 e 2005), Simao et al. (2009), Novoa e Storer (2009), Yang et al. (2004), Yang et al. (2005) e Haghani e Yang (2007).

#### **2.3.2 Medindo o dinamismo**

Um aspecto importante em problemas de roteirização dinâmica consiste na definição de uma métrica que indique o quanto um problema é mais dinâmico

comparado com outro. Esta métrica é geralmente chamada de *grau de dinamismo* de um problema e consiste num valor dentro do intervalo  $[0,1]$ , sendo que os valores maiores indicam problemas mais dinâmicos.

A primeira métrica para medir o dinamismo de um problema foi proposta por Lund (1996). O grau de dinamismo  $\delta$  é definido como a relação entre o número de clientes dinâmicos  $n_d$  e o número total de requisições  $n_{tot}$ , conforme indica a expressão (13).

$$\delta = \frac{n_d}{n_{tot}} \quad (13)$$

Baseado no fato que o tempo de chegadas também é importante, assim como indicado por Powell et al. (1988 e 1995), Larsen (2001) propôs outro indicador chamado de *grau de dinamismo efetivo*  $\delta^e$ . Esta métrica pode ser interpretada como a média normalizada dos tempos de solicitação (momento em que o pedido do cliente é realizado). Dado o tamanho da jornada de trabalho  $JT$ , o conjunto de clientes  $C$  e os tempos de solicitação  $ta_i \geq 0$  de cada cliente  $i \in C$ . Considerando que os clientes são conhecidos antecipadamente (estáticos) possuem um tempo de solicitação igual à zero,  $\delta^e$  pode ser expresso por:

$$\delta^e = \frac{1}{n_{tot}} \sum_{i \in C} \frac{ta_i}{JT} \quad (14)$$

Larsen (2001) também estendeu o grau de dinamismo efetivo para problemas com janelas de tempo, com o objetivo de refletir o nível de urgência dos clientes. Ele definiu o tempo de reação  $r_i$  como a diferença entre o tempo de solicitação  $ta_i$  e o fim da correspondente janela de tempo  $b_i$ , onde um tempo de reação maior significa uma maior flexibilidade para inserir um novo cliente nas rotas atuais. O grau de dinamismo efetivo estendido é dado pela expressão (15).

$$\delta_{TW}^e = \frac{1}{n_{tot}} \sum_{i \in C} \left( 1 - \frac{r_i}{JT} \right) \quad (15)$$

Baseando-se no grau de dinamismo, Larsen et al. (2002) propõem uma classificação dos sistemas de roteirização dinâmica. Os sistemas são divididos em fracamente, moderadamente e fortemente dinâmicos, e seus graus de dinamismo são, respectivamente, 20-30%, 30-80% e 80-90%.

### 2.3.3 Aplicações dos problemas dinâmicos

Os avanços das tecnologias da informação permitiram que emergisse uma série de novas aplicações para roteirização de veículos. Entre estas tecnologias da informação podem ser citadas a internet e os novos protocolos de comunicação, que permitem a realização de trocas de dados de forma estruturada, segura e interoperável, a telefonia móvel que transformou celulares em verdadeiros computadores portáteis, os Sistemas de Posicionamento Global (*Geographic Positioning Systems - GPS*) que permitem a localização precisa de pessoas e de veículos e os Sistemas de Informações Geográficas (*Geographic Information Systems - GIS*) que permitem o processamento e a visualização de dados geográficos com grande precisão. A seguir são apresentadas várias aplicações onde a roteirização dinâmica pode ser implantada, as quais são reportadas em Pillac et al. (2013).

#### 2.3.3.1 Roteirização dinâmica do reparador de equipamentos

Nesta aplicação não está incluído o aspecto de distribuição de bens dos problemas de roteirização de veículos. O problema é modelado como um problema do caixeiro viajante, muitas vezes com o uso de restrições de janela de tempo e pode ser encontrada em operações de manutenções técnicas, por exemplo, para máquinas copiadoras, sistemas de aquecimento, elevadores e antenas de telefonia móvel. As empresas que oferecem estes serviços geralmente são obrigadas por contrato com seus clientes a realizarem visitas de manutenção periódicas ou planejadas, mas também podem ser necessárias visitas de emergência nos casos em que ocorrem falhas de equipamentos. Nesta aplicação, o planejador possui um conjunto de requisições, de visitas contratuais ou de emergência do dia anterior. Para cada técnico é atribuída uma rota e durante o decorrer do dia esta rota pode ser modificada através da inclusão de novas requisições dinâmicas de emergência ou devido a alterações das condições do tráfego (Larsen, 2001).

### 2.3.3.2 City Logistics

Para Taniguchi et al. (1999), a necessidade de sistemas de transportes urbanos eficientes e ambientalmente aceitáveis conduziu ao conceito de *City Logistics*. *City Logistics* pode ser definida como uma visão integrada das atividades de transportes em áreas urbanas, levando em consideração fatores como tráfego, competição e cooperação entre empresas de transportes, eficiência energética e redução de impactos ambientais (Taniguchi e Thompson, 2002). No contexto dos problemas de roteirização dinâmica, a informação dinâmica pode ser os tempos de viagem (Taniguchi e Shimamoto, 2004) ou os clientes (item 2.3.3.3). Outra avaliação importante a ser considerada é a possibilidade de se trabalhar com janelas de tempo flexíveis (Qureshi et al., 2010).

### 2.3.3.3 Serviço de entregas expressas

Um exemplo de aplicação de *City Logistics* é o serviço de correio em áreas urbanas. Este tipo de aplicação envolve a coleta e entrega de encomendas e uma frota homogênea, que pode ser composta de vans, carros, motos e bicicletas. Também são consideradas janelas de tempo, as quais geralmente são mais curtas para as operações de coleta e mais largas para entrega. O problema é afetado dinamicamente pela ocorrência de novas coletas e pela variação dos tempos de viagem. Para melhorar a qualidade do serviço, tempo de resposta e eficiência, é comum aumentar o tamanho da frota dinamicamente, envolvendo geralmente uma decisão humana. Visando a eliminação dos tomadores de decisão humanos, Attanasio et al. (2007) estudaram os benefícios de um sistema computacional automático de despacho para uma aplicação de uma companhia de entregas expressas de Londres.

### 2.3.3.4 Serviços de Táxi

Serviços de táxi são os mais comuns em sistemas de transporte individual sob demanda, os quais são utilizados em cooperativas de táxi. Nestes serviços, as solicitações dos clientes são compostas por uma localização e um horário, possivelmente com um destino. Elas podem ser conhecidas previamente, quando um cliente agenda uma corrida para o dia seguinte, ou dinamicamente, quando o

táxi mais próximo deve ser despachado. Quando os clientes não podem partilhar um mesmo veículo, há apenas um espaço limitado para otimização, e conseqüentemente, sempre será enviado o táxi livre mais próximo. O estudo de Caramia et al. (2002), generalizado por Fabri e Recht (2006), foca num sistema de transporte metropolitano de táxi onde um táxi pode transportar mais de um cliente ao mesmo tempo. Neste caso os algoritmos em tempo real visam a minimização da distância total das rotas em tempo real, onde são atribuídas novas requisições e computadas as rotas para os táxis. No Brasil esta operação é chamada de táxi coletivo ou “lotada” e em algumas cidades como o Rio de Janeiro, esta operação é proibida. Já em algumas cidades como Bandeirantes e Rolândia, ambas localizadas no estado do Paraná, esta operação é permitida.

### **2.3.3.5 Entrega de jornais**

A entrega de jornais e revistas, assim como estudado por Bieding et al. (2009), constitui outro mercado altamente competitivo onde a satisfação dos assinantes é considerada extremamente importante, dada a perecibilidade deste material. Quando um jornal ou revista não é entregue, o assinante entra em contato com a central de atendimento e é oferecida a escolha entre um *voucher* ou a entrega posterior. No último caso, a requisição é então encaminhada para a empresa de entregas que finalmente transmite ao motorista que realizará a entrega. Este processo de comunicação geralmente é realizado por telefone, fax, documentos impressos, por isto, as requisições geralmente não são transmitidas aos motoristas antes de retornarem ao depósito. Em resposta a este problema, os autores estudaram uma aplicação centralizada que reorganiza as rotas de entregas inserindo entregas pendentes, as quais são informadas em tempo real aos motoristas com o uso de telefones celulares. Assim é possível reduzir custos e melhorar a satisfação dos clientes.

### **2.3.3.6 Transporte de pessoas com necessidades especiais**

Muitas aplicações envolvem o transporte pessoas com necessidades especiais, como crianças, idosos, pessoas com deficiência ou doentes, partindo de suas casas com destino a escolas, local de trabalho ou centros médicos. Em Xiang

et al. (2008) foi estudado o DARP considerando tempos de viagens dinâmicos, congestionamentos e possíveis quebras de veículos. No trabalho de Dial (1995), seguido por Horn (2002a, 2002b e 2004) foram estudados de sistemas transporte sob demanda. Uma extensa revisão desta classe de problemas pode ser encontrada nos trabalhos de Berbeglia et al. (2010).

### **2.3.3.7 Táxi aéreo**

Táxis aéreos foram criados como uma resposta flexível às limitações das companhias aéreas tradicionais. Este tipo de serviço oferece aos seus passageiros a oportunidade de viajar através de aeroportos menores, evitando filas de espera no *check-in* e no controle de segurança. As empresas de táxi aéreo oferecem um serviço sob demanda no qual os clientes realizam uma reserva com alguns dias de antecedência, indicam se estão dispostos a compartilhar a aeronave com outros passageiros, se precisam parar em um aeroporto intermediário e se possuem horários de viagem flexíveis. Em seguida, a empresa acomoda estes pedidos, tentando consolidar os voos sempre que for possível. Os estudos relacionados a este tipo de problema são de Cordeau et al. (2007b), Espinoza et al. (2008a e 2008b), Fagerholt et al. (2009) e Yao et al. (2007). Problemas semelhantes surgem em sistemas de transporte por helicópteros, geralmente utilizados por empresas de petróleo e gás para o transporte de pessoal entre plataformas offshore de petróleo (Gribkovskaia et al., 2008 e Romero et al., 2007).

### **2.3.3.8 Serviços de emergência**

A roteirização dinâmica para serviços de emergência geralmente está associada à área médica, em que ambulâncias devem realizar a coleta e entrega de pacientes para realização de atendimento médico. Os despachos geralmente são realizados por um centro de atendimento de emergências que avalia a gravidade do atendimento e realiza o planejamento em tempo real de modo que seja possível assegurar um nível de serviço adequado em áreas onde as emergências costumam aparecer. Este serviço é altamente dinâmico, pois uma emergência pode ser solicitada para qualquer localidade. Desta forma, as ambulâncias também devem



estar estrategicamente localizadas para cobrirem o atendimento necessário à população (Gendreau et al., 1997).

## **2.4 Considerações Finais**

Neste capítulo apresentou-se inicialmente a definição e dois modelos matemáticos do problema de roteirização de veículos com janelas de tempo (VRPTW). Em seguida, apresentou-se uma revisão sobre as diferenças entre as versões estática e dinâmica dos problemas de roteirização. Utilizando-se de uma taxonomia para problemas de roteirização dinâmica, foram categorizados os diversos trabalhos encontrados na literatura para estes problemas. Foram mostradas algumas métricas utilizadas para indicar o grau de dinamismo dos problemas dinâmicos, assim como foram descritas diversas aplicações deste tipo de problema.