



Eduardo Arreguy Viana

**Interação Estrutura-Solo para Estruturas Aporticadas
submetidas a carregamentos dinâmicos devidos a
compressores alternativos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Deane de Mesquita Roehl



Eduardo Arreguy Viana

Interação Estrutura-Solo para Estruturas Aporticadas submetidas a carregamentos dinâmicos devidos a compressores alternativos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Deane de Mesquita Roehl

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Rubenei Novais Souza

PETROBRAS

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de abril de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Eduardo Arreguy Viana

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) em 2005. Ingressou na Petrobras em 2006. Em 2006 foi lotado na gerência ENGENHARIA/IEABAST/EAB/IESC. Desde então, realiza projetos de engenharia básica nas disciplinas da engenharia civil e presta consultoria técnica aos empreendimentos do Abastecimento do sistema Petrobras.

Ficha Catalográfica

Viana, Eduardo A.

Interação Estrutura-Solo para estruturas aporticadas submetidas a carregamentos dinâmicos devidos a Compressores Alternativos / Eduardo Arreguy Viana; orientador: Deane de Mesquita Roehl – 2012.

133 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Vibração. 3. Interação estrutura-solo. 4. Coeficiente de mola. 5. Modelo de elementos finitos. 6. Modelo massa-mola. 7. Velocidade efetiva. 8. Freqüência natural. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Dedico esta obra ao professor João Luis Pascal Roehl (*in memoriam*) por ensinar-me tudo que sei sobre Dinâmica das Estruturas e, principalmente, pelo explícito prazer e dedicação à arte da Docência.

Agradecimentos

À Deus, que me segurou e me deu forças quando nem eu mesmo achava que tinha.

À professora Deane pela orientação, apoio e motivação, fundamentais para o cumprimento desse importante objetivo de minha vida.

À professora Kátia Vanessa Bicalho da UFES, por ter me recomendado ao curso de mestrado da PUC-RIO.

À PUC-RIO por me aceitar como aluno e por me conceder bolsa de isenção de taxas.

Aos membros da banca examinadora, pela contribuição com comentários e sugestões.

Aos meus queridos pais Sérgio e Rosa, pela educação e dedicação infinita aos seus dois filhos.

Ao meu querido irmãozinho Flávio, agora doutor Flávio, pela amizade verdadeira. Valeu a pena!

Aos amigos da EAB que de alguma forma me ajudaram ao longo desse processo, especialmente ao chefe Bira por ter permitido minha ausência em certos momentos para atendimento às disciplinas e redação da minha dissertação.

À PETROBRAS por acreditar e incentivar a formação de seus funcionários, por ter me proporcionado estar hoje aqui, e por prezar pela excelência técnica e científica.

Aos amigos verdadeiros, especialmente Jô Buback e Elvídio Gavassoni, que presenciaram o começo dessa jornada.

Resumo

Viana, Eduardo Arreguy; Roehl, Deane de Mesquita. **Interação estrutura-solo para estruturas aporticadas submetidas a carregamentos dinâmicos devidos a compressores alternativos.** Rio de Janeiro, 2012. 133p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Compressores de gás de grande porte são componentes fundamentais em plantas industriais de refino de petróleo, atuando principalmente como agentes fornecedores de energia mecânica aos processos químicos. Dentre os tipos de compressores, destacam-se os alternativos. Devido a exigências de processo químico e arranjo industrial, é comum a instalação desses equipamentos em estruturas aporticadas, fato que, associado às características do movimento de suas partes mecânicas, não raramente as cargas dinâmicas geradas provocam vibrações inadmissíveis. Neste trabalho é avaliado o comportamento dinâmico de um sistema formado por uma estrutura aporticada, por compressor alternativo, pela fundação em estacas e finalmente pelo próprio solo. O estudo paramétrico realizado se desenvolve a partir de uma análise de modelos simplificados massa-mola, de um modelo em elementos finitos e de medições de campo visando a estabelecer intervalos de valores dos parâmetros do solo local dentro dos quais se identifique as características da resposta dinâmica do sistema. São avaliados os parâmetros coeficiente de mola (k_m) e a constante do coeficiente de reação horizontal (n_h) do solo natural típico da área abrangida pela refinaria REPAR, localizada no município de Araucária, no estado do Paraná, solo esse pertencente à formação geológica denominada *Guabirotuba*. A avaliação do comportamento dinâmico do sistema através dos modelos desenvolvidos é balizada por valores de medição na estrutura real de velocidades de vibração efetivas, obtidas por instrumentação. Os parâmetros do solo são obtidos por retroanálise de resultados de ensaio de campo, utilizando-se dois modelos amplamente utilizados nos escritórios de projeto: modelo proposto por Miche (1932) e modelo proposto por Hetenyi (1946). O primeiro considera que os parâmetros do solo variam com a profundidade, e o segundo os considera constante com a profundidade. Busca-se avaliar também a influência de parâmetros do solo obtidos através de ensaios de carregamento estático (ABNT NBR 12131, 2006) e obtidos através de ensaios de carregamento estático cíclico, este último se propondo a simular o efeito dinâmico sobre o solo. Finalmente, compara-se os resultados fornecidos

pelos modelos simplificados e pelo modelo em elementos finitos em termos das frequências naturais de vibração.

Palavras-chave

Vibração; interação estrutura-solo; coeficiente de mola; modelo de elementos finitos; modelo massa-mola; velocidade efetiva; frequência natural.

Abstract

Viana, Eduardo Arreguy; Roehl, Deane de Mesquita (Advisor). **Structure-Soil interaction by frame structures under dynamic loads due to reciprocating compressors**. Rio de Janeiro, 2012. 133p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Civil, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Gas compressors are key components of industrial plants in oil refining, mainly acting as mechanical energy suppliers to chemical processes. Among the types of compressors, the reciprocating ones is highlighted. Due to mandatory demands of chemical process and industrial arrangement, it is common to install such equipment in framed structures. This condition and the typical movement of mechanical parts of the compressors generate dynamic loads which frequently causes unacceptable vibrations. The aim of the present work is to evaluate the dynamic behavior of a system consisting of a framed structure, a reciprocating compressor, foundation in piles and the soil itself. For this purpose, parametric study is developed from simplified spring-mass models, a finite element model and field measurements. The parametric study is aimed at establish ranges of local soil parameters within which the dynamic behavior of a system can be understood and measured. The parameters so-called spring stiffness (k_m) and the constant coefficient of horizontal reaction (n_h) of natural soil which typically occurs in the area covered by the REPAR refinery, located in Araucaria, Paraná, are then evaluated. This type of natural soils belongs to the geological formation called Guabirotuba. The evaluation of the dynamic behavior of the system through the developed models is benchmarked by field measurements of effective velocity of vibration in the actual structure, obtained by instrumentation. The soil parameters are obtained by back analysis of tests results by using two models widely used in design offices: model proposed by Miche (1932) and model proposed by Hetenyi (1946). The first one takes in account the variation of the soil parameters with depth, and the second one considers soil parameters constant with depth. The aim is also to evaluate the influence of the soil parameters obtained by static and cyclic horizontal loading tests, the latter being proposed to simulate the dynamic effect on the soil. Finally, it is done comparisons of the results provided by simplified models and the finite element model in terms of natural frequencies of vibration.

Keywords

Vibration; structure-soil interaction; spring stiffness; finite element model; spring-mass model; effective velocity; natural frequency.

Sumário

1 Introdução	21
1.1. Objetivos gerais	23
1.2. Roteiro	24
2 Conceitos relacionados à dinâmica das máquinas	25
2.1. Propriedades do movimento harmônico	25
2.2. Modelo Massa-Mola-Amortecedor	27
2.2.1. Vibração livre	27
2.2.2. Vibração livre não-amortecida	28
2.2.3. Vibração livre amortecida	29
2.2.4. Vibração forçada	30
2.2.4.1. Sistema não-amortecido	31
2.2.4.2. Sistema amortecido	31
2.2.4.3. Isolamento de vibrações	33
2.3. Método da superposição modal	34
2.4. Interação entre máquinas e estruturas	36
2.4.1. Procedimento do projeto de fundações de máquinas	36
2.4.2. Componentes de um problema de fundações de máquinas	37
2.4.2.1. Máquina	37
2.4.2.2. Superestrutura e fundação	38
2.4.2.3. Solo	39
2.5. Sistema dinâmico Estrutura-Solo-Equipamento	39
2.5.1. Carregamento dinâmico devido a compressor alternativo	39
2.6. Interação solo-estrutura	43
3 Modelo físico	45
3.1. Descrição da estrutura	45
3.2. Descrição do equipamento	48
3.2.1. Compressor de gás	49

3.2.2. Motor elétrico	53
3.3. Descrição do solo local	53
3.3.1. Conceitos relacionados a estacas carregadas horizontalmente	55
3.3.2. Ensaio de carregamento horizontal	58
3.3.3. Retroanálise do resultado do ensaio de carregamento horizontal	63
3.3.3.1. Método de Miche	63
3.3.3.2. Método de Heteny	67
3.4. Instrumentação	68
4 Modelos simplificados massa-mola	71
4.1. Método de Rausch	71
4.1.1. Frequências naturais referentes aos modos na direção vertical	72
4.1.2. Frequências naturais referentes aos modos na direção horizontal	72
4.1.3. Determinação das frequências naturais do modelo estudado	73
4.2. Método de Barkan	74
4.2.1. Frequências naturais referentes aos modos na direção horizontal	75
4.2.2. Determinação das frequências naturais do modelo estudado	76
4.3. Modelo de interação dinâmica estrutura-solo	77
4.3.1. Frequências naturais referentes aos modos na direção vertical	77
4.3.2. Frequências naturais referentes aos modos na direção horizontal	79
4.3.3. Determinação das frequências naturais do modelo estudado	81
5 Modelo numérico-computacional desenvolvido no ABAQUS®	86
5.1. Características do modelo numérico-computacional	86
5.2. Teste de malha	89
5.3. Definição do passo de tempo	91
5.4. Carregamentos envolvidos	91
5.4.1. Carregamento estático	92
5.4.2. Carregamento dinâmico	92
5.5. Análise dinâmica por Superposição Modal	93
6 Estudos paramétricos	95
6.1. Teste 1: modelo com base indeslocável	97
6.2. Teste 2: modelo com k_m estático e variável com a profundidade	99

6.2.1. Ensaio E-11	99
6.2.2. Ensaio E-16	100
6.2.3. Ensaio E-03	101
6.2.4. Análise dos resultados	102
6.3. Teste 3: modelo com k_m cíclico e variável com a profundidade	105
6.3.1. Ensaio E-16	106
6.3.1.1. Ciclo de ida	106
6.3.1.2. Ciclo de volta	109
6.3.2. Ensaio E-03	111
6.3.2.1. Ciclo de ida	111
6.3.2.2. Ciclo de volta	113
6.3.3. Análise dos resultados	114
6.4. Teste 4: modelo com k_m cíclico e constante com a profundidade	119
6.4.1. Ensaio E-03	119
6.4.1.1. Ciclo de ida	119
6.4.1.2. Ciclo de volta	121
6.4.2. Análise dos resultados	122
6.5. Comparação entre modelos numéricos simplificados e em Elementos Finitos	125
7 Considerações finais	128
7.1. Conclusões	128
7.2. Recomendações para trabalhos futuros	130
8 Referencias bibliográficas	131

Lista de Figuras

Figura 2-1 - Representação vetorial do movimento harmônico	26
Figura 2-2 – Vetores Posição, Velocidade e Aceleração no plano fase e no sistema de eixos coordenados	26
Figura 2-3 - Modelo simplificado Massa-Mola em diversas configurações	27
Figura 2-4 – Espectro de respostas de um sistema com 1 grau de liberdade	32
Figura 2-5 – Relação entre Transmissibilidade e β	34
Figura 2-6 – Fluxograma de análise de problemas de fundações de máquinas	36
Figura 2-7 – Fundação em bloco de concreto apoiado diretamente em solo	38
Figura 2-8 – Exemplos de sistema estrutural apertado de suporte de equipamentos	38
Figura 2-9 – Arranjo típico de um compressor alternativo de um cilindro (BHATIA, 2008)	40
Figura 2-10 – Forças dinâmicas no sistema mecânico em um dado instante de tempo	41
Figura 3-1 – Planta no nível das fundações (elevação 99.8m)	46
Figura 3-2 – Planta na elevação 105.215m (Motor Elétrico) e 104.15m (Compressor)	46
Figura 3-3 – Corte A-A	47
Figura 3-4 – Corte B-B	47
Figura 3-5 – Fotos da estrutura de concreto armado real (modelo físico)	48
Figura 3-6 – Acoplamento entre compressor e motor elétrico	50
Figura 3-7 – Chassi do compressor	50
Figura 3-8 – Cilindros de compressão e tubulações	50
Figura 3-9 – Elementos do sistema mecânico	51
Figura 3-10 – Linhas limites de vibração para Danos Estruturais, Grau de Severidade de Vibração da Máquina e Percepção Humana	52
Figura 3-11 – Motor elétrico sobre uma das lajes de suporte	53
Figura 3-12 – Planta de locação de sondagens do tipo SPT consideradas como referência para caracterização geotécnica do subsolo local	54
Figura 3-13 – Perfil geotécnico típico do subsolo local	55
Figura 3-14 – Estaca isolada carregada transversalmente	55
Figura 3-15 – Coeficiente de reação horizontal uniforme	56

Figura 3-16 – Coeficiente de reação horizontal variável	57
Figura 3-17 – Coeficiente de mola – Modelo de Winkler	57
Figura 3-18 – Aparato de montagem do ensaio de carregamento horizontal	59
Figura 3-19 – Resultado ensaio carregamento cíclico horizontal – Estaca-teste E-16	62
Figura 3-20 – Resultado ensaio carregamento cíclico horizontal – Estaca-teste E-3	62
Figura 3-21 – Croqui com os pontos de medição de vibração	69
Figura 3-22 – Amplitude das Velocidades de Vibração (mm/s) - Pontos localizados nos pilares	70
Figura 4-1 – Pórtico transversal típico e modelos Massa-Mola horizontal e vertical	71
Figura 4-2 – Modelo Massa-Mola para movimento na direção horizontal	75
Figura 4-3 – Modelo Massa-Mola para movimento na direção Vertical	78
Figura 4-4 – Modelo simplificado de interação solo-estrutura	80
Figura 5-1 - (a) Modelo 3D do sistema Estrutura-Fundação-Solo-Equipamento feito no software <i>ABAQUS</i> ® (b) Modelo renderizado	88
Figura 5-2 – Aspecto geral da malha de elementos finitos gerada para o modelo	91
Figura 6-1 – Legenda para a apresentação dos resultados	96
Figura 6-2 – Planta e cortes da estrutura de suporte do compressor	96
Figura 6-3 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)	98
Figura 6-4 - Erros percentuais - Velocidade efetiva Medida x Velocidade efetiva calculada	98
Figura 6-5 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$	99
Figura 6-6 - Erros percentuais - $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$	99
Figura 6-7 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$	100
Figura 6-8 - Erros percentuais - $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$	100
Figura 6-9 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$	101
Figura 6-10 - Erros percentuais - $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$	101
Figura 6-11 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Menor	106
Figura 6-12 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor	107
Figura 6-13 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Maior	108
Figura 6-14 - Erros percentuais - Ciclo Ida Maior	108
Figura 6-15 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)–Ciclo Volta Menor	109
Figura 6-16 - Erros percentuais - Ciclo Volta Menor	109
Figura 6-17 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)–Ciclo Volta Maior	110

Figura 6-18 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior	111
Figura 6-19 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Menor	112
Figura 6-20 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor	112
Figura 6-21 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Volta Maior	113
Figura 6-22 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior	114
Figura 6-23 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Ida Menor	120
Figura 6-24 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor	120
Figura 6-25 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Volta Maior	121
Figura 6-26 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior	122
Figura 6-27 – Comparação Modelo Simplificado <i>versus</i> FEM – Modo 1	126
Figura 6-28 – Comparação Modelo Simplificado <i>versus</i> FEM – Modo 3	126
Figura 6-29 – Comparação Modelo Simplificado <i>versus</i> FEM – Modo 4	127

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Legenda dos elementos constituintes do sistema mecânico de um compressor alternativo	40
Tabela 3-1 – Amplitude das cargas dinâmicas devidas ao compressor	51
Tabela 3-2 – Cargas estáticas dos componentes do compressor	51
Tabela 3-3 – Peso e massa do motor elétrico	53
Tabela 3-4 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-11	60
Tabela 3-5 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-16	60
Tabela 3-6 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-3	61
Tabela 3-7 – Resumo dos resultados do ensaio de carregamento horizontal	61
Tabela 3-8 – Valores de n_h retro analisados	64
Tabela 3-9 – Valores dos coeficientes de mola k_m retro analisados – Caso estático	64
Tabela 3-10 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – Valores de n_h retroanalisados	65
Tabela 3-11 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – Valores de n_h retroanalisados	65
Tabela 3-12 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 157227.3290 \text{ kN/m}^3$ e $n_h=191974.2753 \text{ kN/m}^3$	66
Tabela 3-13 – Ensaio E-16 - Ciclo de Volta - k_m para $n_h = 69712.6988 \text{ kN/m}^3$ e $n_h=107239.9283 \text{ kN/m}^3$	66
Tabela 3-14 - Ensaio E-3 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 34222.4094 \text{ kN/m}^3$ e $n_h=82482.4884 \text{ kN/m}^3$	66
Tabela 3-15 - Ensaio E-3 - Ciclo de Volta - k_m para $n_h = 183437.5885 \text{ kN/m}^3$ e $n_h=326398.0336 \text{ kN/m}^3$	67
Tabela 4-1 - Dados dos pórticos componentes do sistema estrutural	73
Tabela 4-2 – Resultados para as frequências naturais – Modelo de Rausch	74
Tabela 4-3 – Resultados para as frequências naturais – Modelo de Barkan	76
Tabela 4-4 – Resultados para as frequências naturais (Hz)– Modelo de Interação Solo-Estrutura	82
Tabela 5-1 – Massas concentradas correspondentes aos equipamentos mecânicos	87
Tabela 5-2 – Dados gerais do modelo computacional em <i>ABAQUS</i> ®	88
Tabela 5-3 – Tipos e quantidade de elementos finitos utilizados para análise modal	90

Tabela 5-4 – Tipos e quantidade de elementos finitos utilizados para extração das frequências naturais e determinação dos modos de vibração do modelo	90
Tabela 5-5 - Coeficientes das séries de Fourier de seno e cosseno para a força de excitação	93
Tabela 6-1 – Frequências naturais calculadas	98
Tabela 6-2 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$	100
Tabela 6-3 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$	101
Tabela 6-4 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$	102
Tabela 6-5 – Resumo dos erros percentuais	102
Tabela 6-6 – Frequências naturais em função dos valores de n_h	104
Tabela 6-7 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 157227.3290 \text{ kN/m}^3$	106
Tabela 6-8 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Menor	107
Tabela 6-9 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 191974.2753 \text{ kN/m}^3$	107
Tabela 6-10 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Maior	108
Tabela 6-11 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 69712.6988 \text{ kN/m}^3$	109
Tabela 6-12 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Menor	110
Tabela 6-13 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 107239.9282 \text{ kN/m}^3$	110
Tabela 6-14 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Maior	111
Tabela 6-15 – Ensaio E-03 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 34222.4094 \text{ kN/m}^3$	112
Tabela 6-16 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Menor	113
Tabela 6-17 – Ensaio E-03 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 326398.0336 \text{ kN/m}^3$	113
Tabela 6-18 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Maior	114
Tabela 6-19 – Resumo dos erros percentuais – Ensaio E-16	115
Tabela 6-20 – Resumo dos erros percentuais – Ensaio E-03	115
Tabela 6-21 – Frequências naturais em função dos valores de n_h - Ensaio E-16	117
Tabela 6-22 – Frequências naturais em função dos valores de n_h - Ensaio E-03	118
Tabela 6-23 – Ensaio E-03 – Ciclo de Ida – $k_m = 16093.5988 \text{ kN/m}$	120
Tabela 6-24 – Frequências naturais de vibração – Mola Constante - Ciclo Ida Menor	121
Tabela 6-25 – Ensaio E-03 – Ciclo de volta – $k_m = 97769.3507 \text{ kN/m}$	121
Tabela 6-26 – Frequências naturais de vibração Mola Constante Ciclo Volta Maior	122
Tabela 6-27 – Resumo dos erros percentuais para cada teste	122
Tabela 6-28 – Frequências naturais em função dos valores de k_m	124

Lista de Símbolos

Coordenadas

x – coordenada na direção x (m)

y – coordenada na direção y (m)

z – coordenada na direção z (m)

Vetores

\vec{x} – vetor dos deslocamentos nodais (m)

$\vec{\Phi}$ – vetor dos modos normais

\vec{Y} – vetor das coordenadas generalizadas

Tensores

M – matriz de massa

C – matriz de amortecimento

K – matriz de rigidez

Símbolos Romanos

T – período de oscilação

t – tempo (s)

f – frequência natural (Hz)

m – massa (kg)

k_m – coeficiente de mola (N/m)

k_v – rigidez resultante dos pilares na direção vertical (N/m)

k_{hi} – rigidez de um pilar na direção horizontal (N/m)

C – coeficiente de amortecimento viscoso (N.s/m)

C_c – coeficiente de amortecimento crítico (N.s/m)

x – deslocamento de um sistema de 1 grau de liberdade (m)

x_{est} – máximo deslocamento estático de um sistema de 1 grau de liberdade (m)

F – força (N)

F_0 – amplitude de força (N)

F_t – força transmitida à fundação (N)

F_{t0} – amplitude da força transmitida à fundação (N)
TR – transmissibilidade
D – fator de amplificação dinâmica
NSPT – índice do teste de penetração padrão
 k_z – coeficiente de reação horizontal
d – diâmetro da estaca
 n_h – constante do coeficiente de reação horizontal
E – módulo de elasticidade longitudinal (N/m²)
I – momento de inércia
 I_p – momento de inércia de um pilar
H – altura do pilar
 I_b – momento de inércia de uma viga transversal
e – distancia entre os centros de gravidade e de rigidez (m)
T – parâmetro do método de Miche
 J_ϕ - momento de inércia de massa
 A_p – área da seção transversal do pilar (m²)
 f_{ck} – resistência característica a compressão do concreto
Pa – ponto de instrumentação no nível correspondente ao topo dos pilares
Pb – ponto de instrumentação no nível das fundações

Símbolos Gregos

ω – frequência natural angular (rad/s)
 ω_d – frequência natural angular amortecida (rad/s)
 ω_m – frequência de excitação do equipamento (rad/s)
 ω_{mv} – frequência natural referente ao modo de vibração vertical resultante (rad/s)
 ω_{mvi} – frequência natural referente ao modo de vibração vertical individual (rad/s)
 ω_{nh} – frequência natural referente ao modo de vibração horizontal resultante (rad/s)
 ω_{nhi} – frequência natural referente ao modo de vibração horizontal individual (rad/s)
 φ – ângulo de fase (rad)
 π – constante
 ξ – taxa de amortecimento
 β – razão entre frequências

λ – parâmetro do método de Hetenyi

γ – momento de inércia de rigidez

δ_{vi} – deformação vertical de uma viga transversal

τ – torque

1 Introdução

Durante os primeiros estudos sobre vibrações em estruturas e em fundações de máquinas, métodos simples de cálculo consideravam o efeito dinâmico simplesmente como sendo um carregamento estático amplificado, ou seja, sobre o valor das cargas estáticas aplicava-se um fator chamado Fator Dinâmico, o que levava muitas das vezes a cargas maiores que o carregamento dinâmico real e, conseqüentemente, o dimensionamento se tornava muito conservador.

Com o aumento do porte dos equipamentos como os encontrados em uma planta de refino de petróleo, os quais passaram a operar sob condições ainda mais severas, uma análise mais profunda e científica se tornou necessária e fundamental quando se tratava de carregamentos dinâmicos. Dentre esses equipamentos, destacam-se os compressores alternativos de grande porte, os quais possuem como principal função fornecer energia mecânica aos processos químicos. Os compressores alternativos, devido a exigências de processo químico e arranjo industrial, são comumente instalados em estruturas aperticadas, fato que, associado às características do movimento de suas partes mecânicas, as cargas dinâmicas geradas não raramente provocam vibrações inadmissíveis. Essa condição severa motiva atenção especial durante a fase de projeto.

Além disso, o custo associado às paradas de equipamentos em plantas industriais devido a falhas e mau desempenho mecânico é significativamente maior que o custo associado a um projeto bem desenvolvido, justificando qualquer esforço no sentido de garantir nessa fase o adequado comportamento durante a fase futura de operação.

Portanto, grande evolução técnica e científica foi observada no campo das estruturas e fundações para máquinas de grande porte, com importante contribuição multidisciplinar de pesquisadores e engenheiros das disciplinas de engenharia civil e de engenharia mecânica.

Nesse contexto, desde então foram desenvolvidos métodos analíticos para projeto de estruturas e fundações de máquinas, testes de laboratórios e medições de campo de modo a determinar a influência dos parâmetros do problema na resposta de sistemas.

Aplicações computacionais para análise do comportamento de sistemas submetidos a cargas dinâmicas se tornaram comuns.

O principal objetivo de um projeto de estruturas de suporte de máquinas, incluindo também suas fundações, é limitar o movimento de seus componentes a amplitudes que não prejudiquem a operação normal dos equipamentos e não causem desconforto às pessoas que trabalham nas vizinhanças. Assim, o aspecto fundamental para o sucesso de um projeto de estruturas para equipamentos vibráteis é a análise cuidadosa da resposta do sistema estudado aos carregamentos dinâmicos previamente ao início de operação. Além disso, quando vibrações excessivas de um sistema estrutural existente influenciam negativamente a operação do equipamento suportado, uma outra abordagem analítica se faz necessária de forma a entender as causas do problema e a conduzir para uma remediação apropriada (GAZETAS, 1983).

A interação dinâmica entre o solo e a estrutura nele inserida ainda é um campo onde pesquisadores procuram por respostas para vários problemas. Como exemplo, o solo é modelado como uma mola linear com base na teoria do semi-espaco elástico, o qual por hipótese é considerado como um meio isotrópico linear, o que de fato não é. Além disso, dissipação de poro-pressão no solo submetido a carregamentos dinâmicos, potencial de liquefação e seus efeitos, problemas de domínio infinito, comportamento não-linear e inelástico, amortecimento geométrico, entre outros, são alguns dos principais aspectos sobre os quais pesquisas ainda estão sendo desenvolvidas no intuito de produzir modelos ao mesmo tempo realísticos e simples para uso na prática da engenharia.

Na análise da resposta dinâmica de fundações, o solo pode ser tratado de várias formas. Esses tratamentos incluem métodos de elementos finitos e de elementos de contorno, soluções analíticas desenvolvidas a partir da solução da equação da onda e de modelos mecânicos simplificados. O método dos elementos finitos permite avaliar configurações complexas do subsolo, mas requer significativo esforço computacional. Já as soluções analíticas são geralmente limitadas a condições muito simples e nem sempre são aplicáveis às condições reais, principalmente quando não-linearidades e condições de contorno complexas estão envolvidas (NOGAMI, 1996).

Neste trabalho, busca-se fundamentalmente estudar os parâmetros do solo natural típico da área abrangida pela refinaria REPAR, localizada no município de Araucária, no estado do Paraná, solo esse pertencente à formação geológica denominada Guabirotuba. Esse estudo paramétrico visa a, com o auxílio de modelos simplificados

massa-mola e modelo em elementos finitos, estabelecer intervalos de valores dos parâmetros do solo local dentro dos quais se identifique o comportamento dinâmico de um sistema formado por uma estrutura aporticada, por compressores alternativos, pela fundação em estacas e finalmente pelo próprio solo. A avaliação numérica do comportamento dinâmico do sistema é balizada por valores de medição na estrutura real de velocidades de vibração efetivas, obtidas por instrumentação. Os parâmetros do solo avaliados são o coeficiente de mola k_m e a constante do coeficiente de reação horizontal n_h ,

Tais parâmetros citados são obtidos por retroanálise de resultados de ensaio de campo, utilizando-se dois modelos amplamente utilizados nos escritórios de projeto: modelo proposto por Miche (1932) e modelo proposto por Hetenyi (1946). O primeiro considera que os parâmetros do solo variam com a profundidade, e o segundo os considera constante com a profundidade. Além desses modelos, existem outros também bastante utilizados, podendo ser citados Matlock e Reese (1960) e Poulos (1980).

Busca-se avaliar também a influência de parâmetros do solo obtidos através de ensaios de carregamento estático (ABNT NBR 12131, 2006) e obtidos através de ensaios de carregamento estático cíclico em estacas, este último se propondo a simular o efeito dinâmico sobre o solo.

Finalmente, faz-se comparações entre os resultados fornecidos pelos modelos simplificados e pelo modelo em elementos finitos em termos das frequências naturais de vibração.

1.1. Objetivos gerais

Os objetivos gerais desse trabalho são:

- Melhorar o processo de projeto tendo em vista obter melhor desempenho das máquinas;
- Oferecer informações de fácil aplicação em problemas práticos de fundações de máquinas que normalmente encontram grande dificuldade e incertezas nos escritórios de projeto;
- Promover a idéia da análise multidisciplinar do problema de interação entre estruturas e equipamentos;
- Validar o processo de modelagem, discretização e condições de contorno empregado para obter a solução através do método de elementos finitos;

- Aumentar o conhecimento das características do solo local;

1.2. Roteiro

Inicialmente, no capítulo 2 são apresentados os principais conceitos relacionados à dinâmica das máquinas.

No capítulo 3 são apresentadas e descritas todas as características físicas do problema de interação estrutura-solo-equipamento estudado. São apresentados também os resultados do ensaio de carregamento horizontal realizado em campo em estacas-teste, os valores das propriedades físicas do solo obtidos com base em retroanálises dos resultados do ensaio de carregamento horizontal, além dos resultados das medições de campo (instrumentação) de velocidade de vibração em pontos específicos da estrutura.

No capítulo 4 são apresentadas análises de vibração livre do caso estudado a partir de três métodos consagrados na literatura aplicados às estruturas aporticadas: Rausch (1959), Barkan (1962) e Chowdhury (1984).

No capítulo 5 é apresentado o modelo numérico-computacional de elementos finitos em 3 dimensões do sistema estrutura-solo-equipamento estudado. O modelo foi desenvolvido com base nos elementos disponíveis no programa de análise por elementos finitos *ABAQUS*[®].

O capítulo 6 descreve os estudos paramétricos realizados a partir do modelo de elementos finitos do sistema interativo estrutura-solo-equipamento-fundação, e dos modelos simplificados massa-mola, além de analisar a influência dos parâmetros identificados no comportamento dinâmico desse sistema.

Ao capítulo 7 são reservadas as considerações finais a respeito do presente trabalho.

2

Conceitos relacionados à dinâmica das máquinas

Para a elaboração de um projeto de suporte de equipamentos vibratórios é necessário o conhecimento dos conceitos clássicos de dinâmica, além do entendimento do fenômeno de interação entre os elementos do sistema, quais sejam a estrutura, as fundações, os equipamentos e o meio no qual estão inseridos, ou seja, o solo.

2.1. Propriedades do movimento harmônico

A maioria dos problemas relacionados com a interação dinâmica entre estruturas, fundações, máquinas e solo considera carregamentos atuantes segundo uma função periódica. A mais simples forma de movimento periódico é o Movimento Harmônico, o qual é representado por funções seno ou cosseno (PRAKASH, 1981). Em sua forma geral, podemos considerar o movimento harmônico representado pela seguinte equação:

$$x = X \text{ sen } (\omega t + \varphi) \quad (2-1)$$

onde ω é a frequência angular em radianos por unidade de tempo e φ é o ângulo de fase em radianos. A variável x representa a projeção na direção vertical de um vetor de comprimento X que gira em torno de um ponto central segundo um círculo de raio também de comprimento X , com velocidade angular constante ω . A Figura 2-1 mostra graficamente o movimento harmônico.

Uma vez que a função se repete a cada giro de 2π radianos, um ciclo completo ocorre decorrido um intervalo de tempo igual a

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2-2)$$

onde T é o período do movimento. A frequência é dada pelo inverso do período, ou seja,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2-3)$$

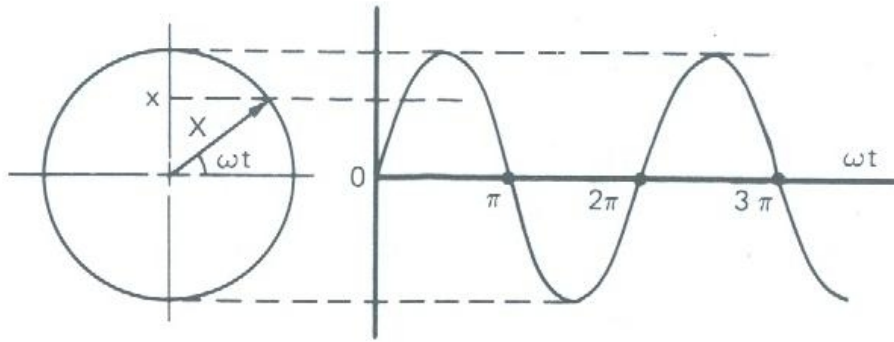


Figura 2-1 - Representação vetorial do movimento harmônico

A determinação da velocidade e da aceleração do movimento é feita diretamente pela diferenciação da função x com relação à variável tempo t .

$$\frac{dx}{dt} = \omega X \cos(\omega t + \varphi) = \omega X \operatorname{sen}(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \quad (2-4)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 X \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) = \omega^2 X \operatorname{sen}(\omega t + \varphi + \pi) \quad (2-5)$$

As duas equações anteriores mostram que tanto a velocidade como a aceleração são funções harmônicas e podem ser representadas por vetores de módulo ωX e $\omega^2 X$, respectivamente, girando à mesma velocidade do vetor X , porém defasados pelos ângulos $\pi/2$ e π , respectivamente.

A Figura 2-2 mostra as projeções verticais dos vetores e suas magnitudes em cada instante de tempo para $\omega > 1$.

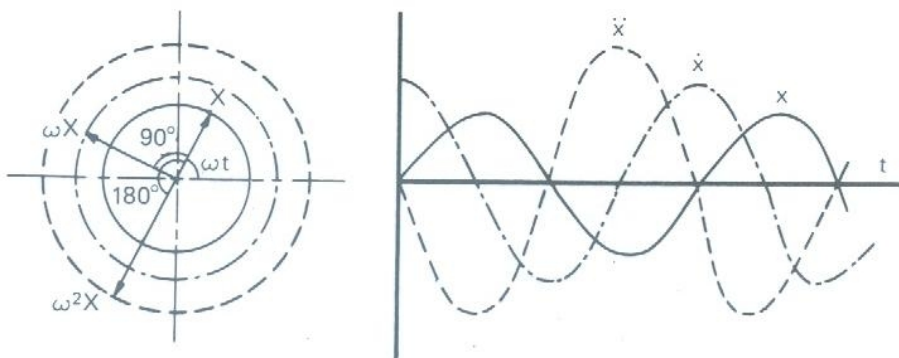


Figura 2-2 – Vetores Posição, Velocidade e Aceleração no plano fase e no sistema de eixos coordenados

2.2. Modelo Massa-Mola-Amortecedor

O modelo massa-mola-amortecedor é o sistema mais simples possível utilizado para descrever um problema de vibração, o qual consiste em uma mola e um amortecedor com uma de suas extremidades presa a um ponto fixo e a outra presa a uma massa que pode assumir configurações em torno de sua posição de equilíbrio em cada instante de tempo. Trata-se, pois, de um sistema com um grau de liberdade. Os conceitos fundamentais da Dinâmica das Estruturas apresentados neste item têm como referência o livro de Clough e Penzien (1975).

2.2.1. Vibração livre

Esquemáticamente, o modelo massa-mola-amortecedor pode ser representado pela Figura 2-3.

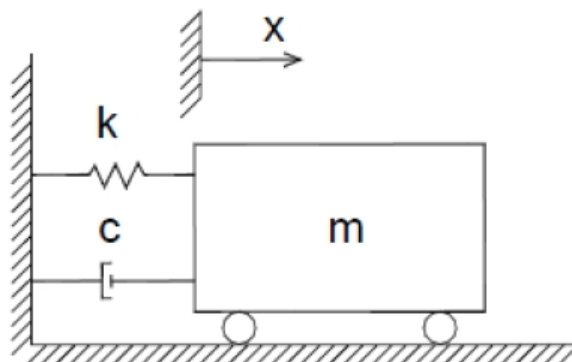


Figura 2-3 - Modelo simplificado Massa-Mola em diversas configurações

A Figura 2-3 mostra a configuração de equilíbrio do sistema em torno da qual a massa m oscila e assume posições definidas pela coordenada x , que representa o seu grau de liberdade.

As propriedades físicas do modelo simplificado são basicamente a massa m , que consiste no elemento inercial do sistema, a constante de mola k , propriedade da mola que reflete sua capacidade de se deformar quando acionada por uma força, e o coeficiente amortecimento C .

O amortecimento é uma propriedade que representa a dissipação de energia do sistema, podendo ser de três tipos: de Coulomb, viscoso e por histerese. Por

conveniência matemática e por apresentar boa representatividade para taxas de amortecimentos pequenas, é adotado no presente trabalho o amortecimento viscoso.

A massa m , ao ser conectada a uma mola de constante k e a um amortecedor de coeficiente C , assume uma posição chamada posição de equilíbrio, tomada como a origem dos deslocamentos do sistema. Se a mesma massa é deslocada de x para o lado em torno da posição de equilíbrio, então surgem duas forças de magnitude $k*x$ e $C*dx/dt$ tentando restaurar a posição original de equilíbrio. Considerando a hipótese de não haver resistência ao movimento, ou seja, amortecimento nulo, a massa continuaria a oscilar indefinidamente.

A equação do movimento pode ser obtida a partir da condição de resultante nula das forças que agem sobre a massa. Nesse caso, tomou-se a posição de equilíbrio como a origem dos deslocamentos.

$$\sum F = m \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2-6)$$

Onde $\sum F$ é o somatório de todas as forças na direção do movimento.

A solução da equação diferencial (2-6) apresenta a forma geral conforme apresentado a seguir.

$$x(t) = Ge^{st} \quad (2-7)$$

Onde os coeficientes G e s são obtidos a partir das condições iniciais do problema.

A substituição da equação (2-7) na equação (2-6) leva à equação algébrica (2-8) na variável s , a qual soluciona o problema.

$$ms^2 + Cs + k = 0 \quad (2-8)$$

2.2.2. Vibração livre não-amortecida

Na hipótese de não existir dissipação de energia do sistema sob a forma de amortecimento viscoso, o coeficiente C se torna nulo e, portanto, a equação assume a solução complexa conjugada (2-9).

$$s = \pm \omega i \quad (2-9)$$

Onde ω é dado pela equação (2-10).

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (2-10)$$

Finalmente, a solução geral da equação de movimento não-amortecido pode ser dada pela equação (2-11).

$$x(t) = G_1 e^{i\omega t} + G_2 e^{-i\omega t} \quad (2-11)$$

Através da formulação de Euler, a equação (2-11) pode ser escrita através de funções trigonométricas.

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (2-12)$$

As constantes A e B podem ser determinadas a partir das condições iniciais de deslocamento (x_0) e velocidade (dx_0/dt) no instante 0, o que leva a solução completa do problema.

$$x(t) = \frac{\partial x_0 / \partial t}{\omega} \sin \omega t + x_0 \cos \omega t \quad (2-13)$$

2.2.3. Vibração livre amortecida

A solução geral da equação algébrica (2-8) é dada pela equação abaixo, a qual inclui o termo referente ao amortecimento.

$$s = -\frac{C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2-14)$$

Dois parâmetros, amortecimento crítico C_c e taxa de amortecimento ξ , são assim definidos.

$$C_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega = \frac{2k}{\omega} \quad (2-15)$$

$$\xi = \frac{C}{C_c} \quad (2-16)$$

Assim, a equação (2-14) assume a seguinte forma.

$$s = -\xi\omega \pm \omega\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2-17)$$

Quando o valor da taxa de amortecimento é maior que 1, o movimento é dito superamortecido. Quando a taxa de amortecimento é menor que 1, o movimento é dito subamortecido. Já quando a taxa de amortecimento é unitária, o movimento é dito criticamente amortecido.

As estruturas civis tipicamente possuem taxa de amortecimento inferior a 1 e, assim, desenvolvem movimento subamortecido. Nesse caso, a equação (2-9) se reduz a seguinte forma.

$$s = -\xi\omega \pm i\omega_d \quad (2-18)$$

Onde

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2-19)$$

Vê-se pela equação (2-19) que a frequência angular ω_d difere minimamente da frequência natural ω do sistema quando se trata de estruturas usuais.

A substituição do valor de s na solução geral da equação diferencial de movimento (equação (2-7)) leva à solução do problema de vibração livre amortecida.

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (G_1 e^{\xi\omega dt} + G_2 e^{-\xi\omega dt}) \quad (2-20)$$

Após a transformação dos termos exponenciais em funções harmônicas, bem como a substituição das condições iniciais, a solução completa do problema de vibração livre amortecida pode ser dada pela equação (2-21).

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left(\frac{\dot{x}_0 / \omega_d + \xi x_0 \omega}{\omega_d} \text{sen } \omega_d t + x_0 \text{cos } \omega_d t \right) \quad (2-21)$$

2.2.4. Vibração forçada

As cargas dinâmicas de operação das máquinas podem ser representadas por excitações harmônicas, harmônicas com múltiplas frequências, randômicas e também por pulsos.

De forma geral, as excitações mais comuns são aquelas descritas por funções harmônicas, tais como $F = F_0 \text{sen}(\omega_m t + \varphi)$ ou $F = F_0 \text{cos}(\omega_m t + \varphi)$, onde ω_m é a frequência e φ é o ângulo de fase da excitação.

2.2.4.1. Sistema não-amortecido

A equação (2-22) representa a equação diferencial de movimento não-amortecido para um sistema com 1 grau de liberdade submetido à vibração forçada.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = F_0 \text{sen}(\omega_m t) \quad (2-22)$$

Onde ω_m é a frequência de excitação da máquina.

Sendo β definido por $\beta = \omega_m / \omega_n$, onde ω_n é a frequência natural do sistema em vibração livre não-amortecido, e considerando as condições iniciais $x_0 = 0$ e $dx_0/dt = 0$, a solução da equação de movimento é dada por (2-23).

$$x(t) = \frac{F_0}{k(1-\beta^2)} (\text{sen} \omega_m t - \beta \text{sen} \omega_n t) \quad (2-23)$$

A resposta dinâmica pode ser escrita de forma adimensional, dividindo-se a equação (2-23) por $x_{est} = F_0/k$, que fisicamente representa a amplitude máxima de deslocamento do sistema massa-mola. $R(t)$ é definido como fator dinâmico.

$$R(t) = \frac{x(t)}{x_{est}} = \frac{1}{1-\beta^2} (\text{sen} \omega_m t - \beta \text{sen} \omega_n t) \quad (2-24)$$

Define-se por Fator de Amplificação Dinâmica D da resposta permanente de um sistema não-amortecido a seguinte relação:

$$D = \frac{1}{1-\beta^2} \quad (2-25)$$

2.2.4.2. Sistema amortecido

A equação (2-26) representa a equação diferencial de movimento amortecido para um sistema com 1 grau de liberdade submetido à vibração forçada.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \text{sen}(\omega_m t) \quad (2-26)$$

Os parâmetros envolvidos na equação anterior são os mesmos da equação (2-22), incluindo-se neste caso os termos relacionados ao amortecimento viscoso.

A solução da equação (2-26) é dada pela equação abaixo.

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (A \operatorname{sen} \omega_d t + B \cos \omega_d t) + \frac{F_0}{k} \left[\frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \right] \left[(1-\beta^2) \operatorname{sen} \omega_n t - 2\xi\beta \cos \omega_n t \right] \quad (2-27)$$

Observa-se que a equação possui duas parcelas. A primeira se refere à resposta transiente amortecida, que tende a zero quando o tempo tende a infinito. A segunda se refere à resposta permanente, com frequência numericamente idêntica à da excitação, mas apresentando defasagem.

Define-se por Fator de Amplificação Dinâmica D da resposta permanente de um sistema amortecido a seguinte relação.

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (2-28)$$

O gráfico $D \times \beta$ representa o espectro de respostas de um sistema de 1 grau de liberdade submetido a uma força harmônica de excitação. A figura mostra o fator de amplificação dinâmica D em função de β (relação entre frequência de excitação e frequência natural) para vários valores da taxa de amortecimento ξ .

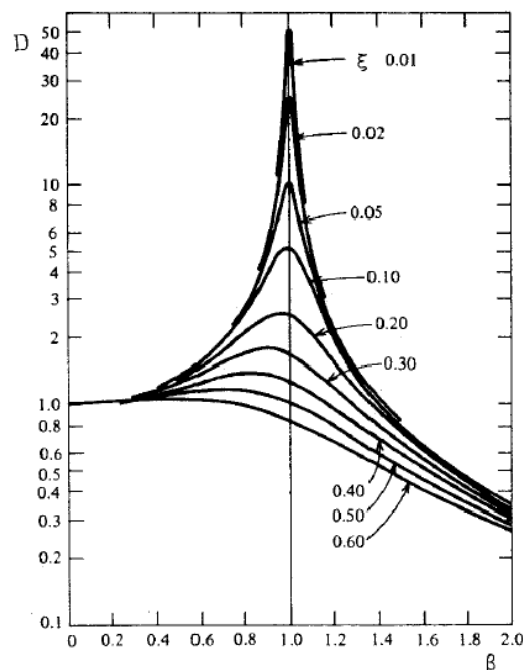


Figura 2-4 – Espectro de respostas de um sistema com 1 grau de liberdade

Destaca-se o comportamento do fator de amplificação dinâmica quando a relação entre frequências β é igual à unidade, quando então o sistema atinge a condição de ressonância.

2.2.4.3. Isolamento de vibrações

O movimento das partes móveis de um equipamento mecânico comumente provoca vibrações que são transmitidas às suas fundações. Em muitos casos, o efeito causado pelas vibrações é danoso tanto à estrutura de suporte como ao próprio equipamento. Nesse caso, faz-se necessário utilizar algum artifício que minimize tais efeitos danosos aos elementos do conjunto estrutura-equipamento. O processo pelo qual os efeitos da vibração são minimizados chama-se *isolamento de vibrações*.

Um isolador de vibrações é formado por uma associação de molas e amortecedores através dos quais as cargas são transmitidas aos elementos estruturais e de fundações. A força transmitida à fundação de uma máquina é dada pela equação (2-29).

$$F_t(t) = kx + C \frac{dx}{dt} \quad (2-29)$$

Substituindo na equação (2-29) a segunda parcela da equação (2-27), correspondente à resposta permanente do sistema, chega-se à expressão de F_t .

$$F_t(t) = F_0 D \sin(\omega_m t - \theta) + 2\xi\beta F_0 D \cos(\omega_m t - \theta) \quad (2-30)$$

A amplitude da força F_t é dada pela equação (2-31) a seguir.

$$F_{t,0} = F_0 D \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} \quad (2-31)$$

A medida do isolamento de vibrações TR é dada pela razão entre a amplitude da força transmitida à fundação e a amplitude da força de excitação devida à máquina. Tal medida é denominada *Transmissibilidade* e é dada pela equação (2-32).

$$TR = \frac{F_{t,0}}{F_0} = D \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} \quad (2-32)$$

A relação entre TR e β pode ser vista graficamente através das curvas mostradas na figura abaixo, para vários valores da taxa de amortecimento ξ .

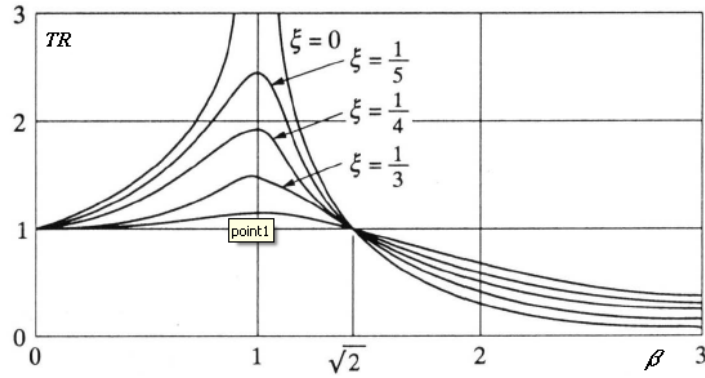


Figura 2-5 – Relação entre Transmissibilidade e β

2.3.

Método da superposição modal

O método da superposição modal tem como premissa representar a resposta dinâmica de sistemas lineares com vários graus de liberdade através da composição das contribuições de cada um dos modos de vibração individuais ao comportamento global desses sistemas. Cada modo de vibração constitui uma forma de deslocamento independente, com as amplitudes representando as coordenadas generalizadas. Os deslocamentos nodais \vec{x} são dados pela equação (2-33).

$$\vec{x} = \Phi \vec{Y} \quad (2-33)$$

Onde Φ é o vetor dos modos normais e \vec{Y} é vetor das coordenadas generalizadas.

A equação (2-41) representa a equação de movimento na forma matricial, escrita em termos das coordenadas generalizadas.

$$[M] \ddot{\vec{Y}} + [C] \dot{\vec{Y}} + [K] \vec{Y} = \vec{F}(t) \quad (2-34)$$

As matrizes M , C e K são diagonais, de forma que o sistema resultante é composto por equações independentes. Para um dado modo de vibração i , tem-se uma equação diferencial da seguinte forma.

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{F_i}{M_i} \quad (2-35)$$

Onde ξ_i é a taxa de amortecimento, ω_i é a frequência natural, F_i é a força generalizada e M_i é a massa generalizada. Todas essas grandezas estão associadas ao modo de vibração i .

A resposta dinâmica do sistema é obtida com a solução de cada uma das equações nas coordenadas generalizadas, seguida da superposição desses resultados.

No caso de vibração forçada cuja excitação é uma função harmônica, a equação (2-34) se torna:

$$[M] \ddot{\vec{Y}} + [C] \dot{\vec{Y}} + [K] \vec{Y} = \vec{\Phi}^T \vec{F}_0 \text{sen}(\omega_m t) \quad (2-36)$$

Analogamente à equação (2-27), a resposta permanente pode ser então escrita conforme equação (2-37).

$$Y_i(t) = \frac{F_{0i}}{k_i \left[(1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2 \right]} \left[(1 - \beta_i^2) \text{sen} \omega_m t - 2\xi_i \beta_i \cos \omega_m t \right] \quad (2-37)$$

A resposta nas coordenadas originais é finalmente obtida a partir da superposição das respostas correspondentes a cada coordenada generalizada.

$$x(t) = \sum_{i=1}^s \phi_i Y_i(t) = \sum_{i=1}^s (\vec{A}_i \text{sen} \omega_m t + \vec{B}_i \cos \omega_m t) = \vec{A} \text{sen} \omega_m t + \vec{B} \cos \omega_m t \quad (2-38)$$

Onde

$$\vec{A} = \sum_{i=1}^s \phi_i \frac{F_{0i}}{k_i} \frac{1 - \beta_i^2}{\left((1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2 \right)} \quad (2-39)$$

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^s \phi_i \frac{F_{0i}}{k_i} \frac{(-2\xi_i \beta_i)}{\left((1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2 \right)}$$

Além do método da superposição modal, a análise dinâmica de um sistema com n graus de liberdade pode ser realizada no domínio do tempo, através de métodos de integração direta da equação do movimento e, no domínio da frequência, pelo uso de séries de Fourier representando o carregamento. Nesse último caso, determina-se a amplificação do sistema para cada uma das frequências da série e utiliza-se a transformação inversa para escrever a resposta ao longo do tempo.

2.4. Interação entre máquinas e estruturas

O desempenho, a segurança e a estabilidade das máquinas, além de seu dimensionamento, dependem também da sua interação com o ambiente com o qual está em contato. Assim, as estruturas, as fundações e o solo têm papel importante em seu comportamento e, portanto, devem ser considerados partes integrantes do projeto global de qualquer equipamento dinâmico.

É fato que o custo associado à estrutura e às fundações de máquinas é fração do custo do equipamento, contudo é fato também que o dimensionamento inadequado dos elementos estruturais do sistema de suporte desses mesmos equipamentos pode levar ao mau funcionamento e falhas cujos prejuízos excedem significativamente os custos necessários a um correto projeto de engenharia civil.

2.4.1. Procedimento do projeto de fundações de máquinas

De forma geral, um problema de fundações de máquinas corresponde a uma máquina suportada por uma estrutura, e esta por sua vez apoiada em solo, e todos os elementos submetidos direta ou indiretamente a carregamentos dinâmicos.

A Figura 2-6 mostra um típico fluxo de análise de um sistema de fundações de máquinas e exemplifica a interação entre cada um de seus componentes.

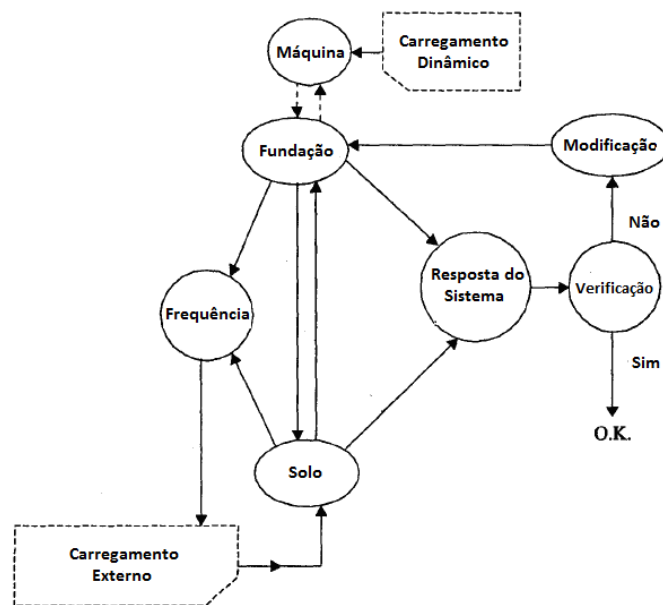


Figura 2-6 – Fluxograma de análise de problemas de fundações de máquinas

Considerando o fluxograma apresentado, duas premissas básicas se apresentam quando se trata de qualquer projeto de fundações de máquinas.

A primeira diz que as cargas dinâmicas devidas às máquinas são transmitidas pela superestrutura e fundações ao solo de tal forma que efeitos danosos sejam eliminados e que as amplitudes de vibração das máquinas e dos elementos estruturais permaneçam dentro de limites pré-estabelecidos.

A segunda premissa diz que a superestrutura e sua fundação devem ser seguras suficientes para suportar as cargas estáticas e dinâmicas geradas pela máquina.

De forma a satisfazer essas duas premissas, o projeto de fundações de máquinas requer uma avaliação apropriada das propriedades e parâmetros de vibração do sistema estrutural que garanta com um grau de confiança aceitável a não ocorrência de condição de ressonância durante a operação do equipamento (ARYA ET AL, 1979).

2.4.2.

Componentes de um problema de fundações de máquinas

Um problema típico de fundações de máquinas envolve três componentes fundamentais, quais sejam a máquina, a superestrutura e sua fundação, e o solo.

2.4.2.1.

Máquina

As máquinas, de acordo com o tipo de movimento de suas partes móveis, podem ser classificadas como rotativas, alternativas ou de impacto.

As máquinas rotativas são formadas basicamente por um rotor cujas partes móveis giram em torno de um eixo comum. As máquinas alternativas são formadas por um ou mais pistões cujos movimentos lineares são devidos ao movimento circular de uma manivela a eles conectada. Finalmente, as máquinas de impacto são formadas basicamente por uma massa em queda livre de uma altura fixa sobre uma base, criando cargas de pequena duração no conjunto.

As máquinas também são classificadas de acordo com sua velocidade angular de operação em:

- Máquinas de muito baixa velocidade (até 100 rpm);
- Máquinas de baixa velocidade (de 100 a 1500 rpm);
- Máquinas de média velocidade (de 1500 a 3000 rpm);
- Máquinas de alta velocidade (acima de 3000 rpm).

2.4.2.2. Superestrutura e fundação

Basicamente dois tipos de estruturas são utilizados em plantas industriais, quais sejam bloco maciço de concreto armado e estruturas aporticadas.

Os blocos normalmente são apoiados diretamente no solo. Nesse caso, a máquina e o bloco são tratados como corpos rígidos e o solo como elemento sem massa, tendo apenas rigidez. Um típico sistema estrutural formado por bloco de concreto armado está apresentado na Figura 2-7.

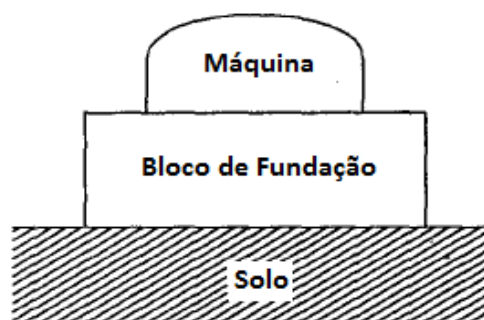


Figura 2-7 – Fundação em bloco de concreto apoiado diretamente em solo

As estruturas aporticadas são formadas por uma base sobre a qual são instalados os equipamentos e pilares de grande seção transversal. As fundações podem ser diretamente apoiadas sobre o solo (radier) ou sobre estacas. Nesse caso, a máquina é tratada como um corpo rígido, os pilares como um elemento elástico e o solo como elemento elástico sem massa. A Figura 2-8 mostra esquematicamente um sistema aporticado para suporte dos equipamentos.

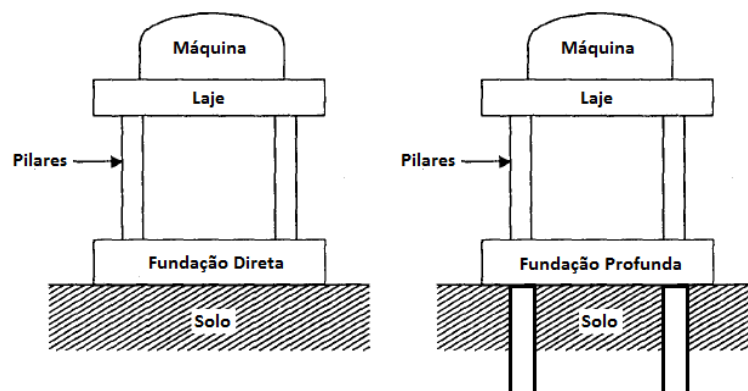


Figura 2-8 – Exemplos de sistema estrutural aporticado de suporte de equipamentos

2.4.2.3. Solo

O solo corresponde ao último componente do sistema. Diferentemente dos outros componentes, principalmente devido a sua composição, o solo traz consigo incertezas referentes às suas propriedades dinâmicas. Essas propriedades podem variar muito de local para local e, considerando carregamentos dinâmicos, influencia significativamente a resposta dinâmica do sistema como um todo.

Os principais parâmetros que representam o solo são: Módulo de elasticidade longitudinal, módulo de elasticidade transversal, coeficiente de Poisson, massa específica, amortecimento, coeficiente de compressão uniforme, coeficiente de compressão não-uniforme, coeficiente de cisalhamento uniforme e coeficiente de cisalhamento não-uniforme (BHATIA, 2008).

Os principais aspectos relacionados ao solo que influenciam a sua interação com a estrutura são: mecanismos de transferência de energia, participação da sua massa na vibração das fundações, aplicabilidade da lei de Hook, redução da tensão admissível e parâmetros dinâmicos do solo (BHATIA, 2008).

2.5. Sistema dinâmico Estrutura-Solo-Equipamento

Um problema que consiste na interação dinâmica entre um compressor alternativo, sua estrutura de suporte em concreto armado e o solo de fundação são tratados nesta seção. Como será demonstrado, o movimento dos pistões no interior dos cilindros do compressor gera a ação de forças e momentos transientes sobre a estrutura e, conseqüentemente, sobre suas fundações.

2.5.1. Carregamento dinâmico devido a compressor alternativo

Tipicamente, o mecanismo oscilante básico mostrado na Figura 2-9 consiste de um pistão movendo-se dentro de um cilindro guia, uma barra de conexão de comprimento conhecido fixada em suas extremidades ao pistão e ao elemento giratório (manivela ou virabrequim), o qual rotaciona em torno do seu eixo (eixo da manivela) com frequência angular ω . O movimento do pistão pode ser horizontal ou vertical dependendo do projeto do equipamento.

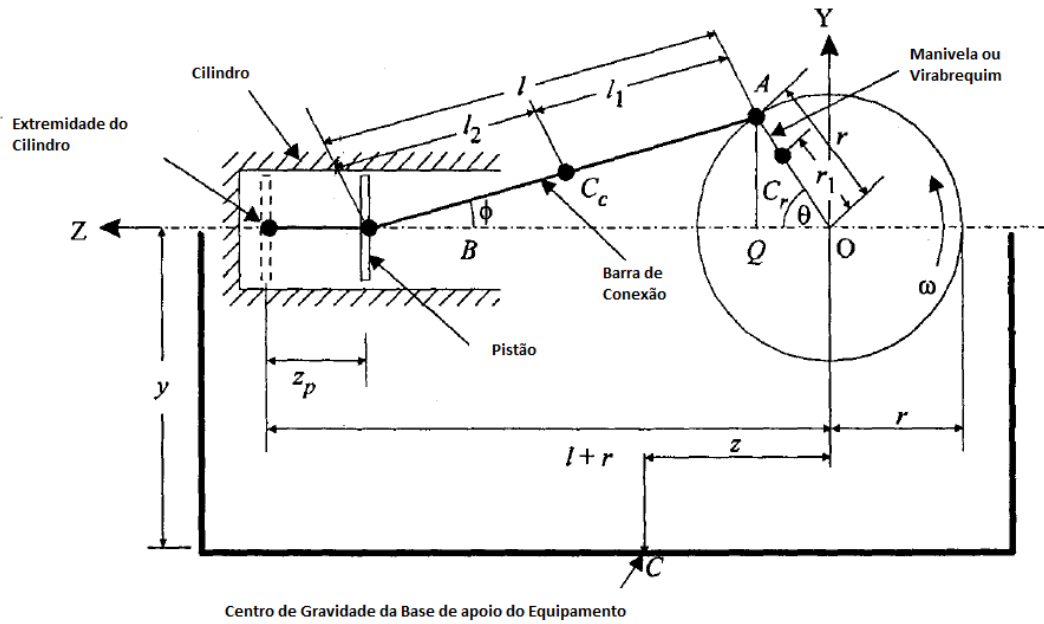


Figura 2-9 – Arranjo típico de um compressor alternativo de um cilindro (BHATIA, 2008)

Os elementos constituintes do sistema mecânico do compressor alternativo mostrado na Figura 2-9 estão descritos na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Legenda dos elementos constituintes do sistema mecânico de um compressor alternativo

Massa da manivela	m_r
Comprimento da manivela	r
Centro de gravidade da manivela	C_r
Centro de gravidade da barra de conexão	C_c
Eixo de rotação	O
Distancia entre C_r e O	r_1
Velocidade de rotação	ω
Ponto de conexão à manivela	A
Ponto de conexão ao pistão	B
Massa da barra de conexão	m_c
Comprimento da barra de conexão	l
Distância entre C_c e ponto A	l_1
Distância entre C_c e ponto B	l_2
Massa do pistão	m_p

As forças que surgem devido ao movimento dos componentes do compressor estão indicadas em sistema de coordenadas Y-Z conforme Figura 2-10.

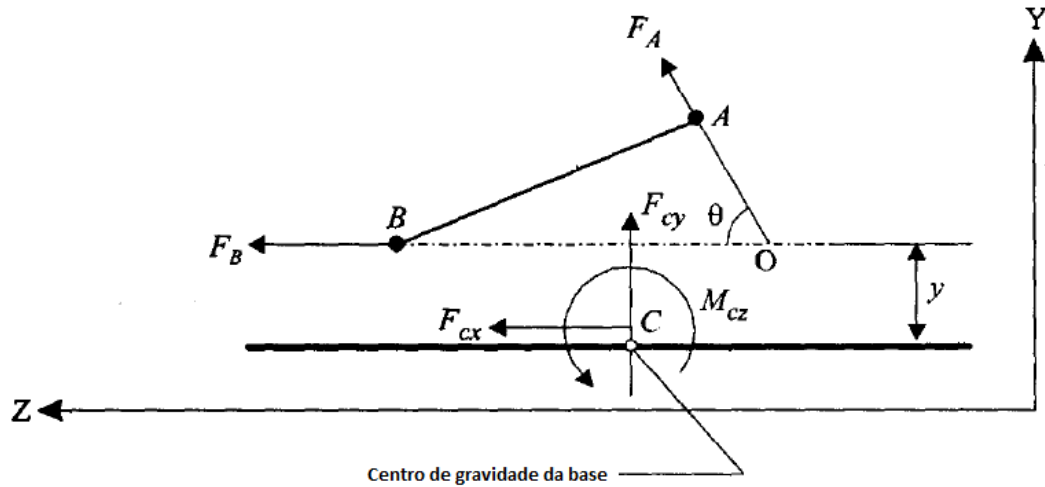


Figura 2-10 – Forças dinâmicas no sistema mecânico em um dado instante de tempo

De acordo com a Figura 2-9, em um dado instante de tempo t , a extremidade do pistão assume a posição z_p , a barra de conexão faz um ângulo φ com o eixo O-Z e a barra da manivela faz um ângulo θ com o mesmo eixo.

Considera-se que a massa da barra de conexão está proporcionalmente dividida entre os pontos A e B, e a massa da manivela está dividida proporcionalmente entre os pontos A e O conforme equações (2-40) e (2-41), respectivamente.

$$m_A = m_r \left(\frac{r_1}{r}\right) + m_c \left(\frac{l_2}{l}\right) \quad (2-40)$$

$$m_B = m_r \left(\frac{l_1}{l}\right) + m_p \quad (2-41)$$

As forças dinâmicas geradas nos pontos A e B podem ser escritas conforme equações abaixo.

$$F_A = m_A r \omega^2 \quad (2-42)$$

$$F_B = m_B \ddot{z}_p \quad (2-43)$$

A posição do pistão z_p pode ser deduzida geometricamente a partir da Figura 2-9.

$$z_p = l + r - (r \cos \theta + l \cos \varphi) = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \varphi) \quad (2-44)$$

Ainda da Figura 2-9, pode-se deduzir que:

$$AQ = r \operatorname{sen} \theta = l \operatorname{sen} \varphi \quad (2-45)$$

Desenvolvendo a equação (2-45), chega-se a expressão a seguir.

$$\cos \varphi = \left(1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \theta \right)^{1/2} \quad (2-46)$$

A partir da expansão da equação (2-46) em serie, ignorando-se os termos de maior ordem, chega-se aos seguintes resultados.

$$\cos \varphi = 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \theta \quad \text{ou} \quad (2-47)$$

$$1 - \cos \varphi = \frac{1}{2} \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \theta = \frac{1}{2} \frac{r^2}{l^2} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} = \frac{1}{4} \frac{r^2}{l^2} (1 - \cos 2\theta)$$

A substituição da equação (2-47) na equação (2-44), considerando o ângulo θ variável no tempo como sendo $\theta = \omega t$, chega-se a expressão da posição do pistão em cada instante segundo o sistema de coordenadas utilizado.

$$z_p = r \left(1 + \frac{r}{4l} \right) - r \left(\cos \omega t + \frac{r}{4l} \cos 2\omega t \right) \quad (2-48)$$

A velocidade e a aceleração do ponto correspondente ao pistão podem ser diretamente obtidas por diferenciação da equação acima.

$$\dot{z}_p = r \omega \left(\operatorname{sen} \omega t + \frac{r}{2l} \operatorname{sen} 2\omega t \right) \quad (2-49)$$

$$\ddot{z}_p = r \omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{r}{l} \cos 2\omega t \right) \quad (2-50)$$

Ao substituir a equação (2-50) na equação (2-43), chega-se à expressão da força gerada no ponto B (pistão).

$$F_B = m_B r \omega^2 (\cos \omega t) + m_B r \omega^2 \left(\frac{r}{l} \cos 2\omega t \right) \quad (2-51)$$

Da equação anterior, vê-se que a força gerada pelo pistão possui duas componentes, uma primária com velocidade angular idêntica à do compressor, e outra secundária com velocidade angular duas vezes maior que aquela do compressor.

A dedução das expressões de força em sistemas mecânicos de compressores alternativos de múltiplos cilindros pode ser feita de forma análoga.

2.6. Interação solo-estrutura

O entendimento completo de um problema de carregamento dinâmico sobre uma estrutura e sua fundação devido a um equipamento mecânico ou mesmo devido a sismos somente pode ser alcançado quando o sistema como um todo é analisado em conjunto.

Ao ignorar o efeito do solo, por exemplo, tratando-o como indeformável, a resposta da estrutura pode variar de forma significativa.

Baseado em um número de análises executadas, pode ser verificado que o tratamento da estrutura de forma isolada de sua fundação pode resultar tanto em um dimensionamento conservativo como em um dimensionamento perigosamente ousado (CHOWDHURY E DASGUPTA, 2009).

A consideração do solo como um meio elástico deformável provoca o acoplamento de sua rigidez com a rigidez da estrutura, alterando o comportamento global do conjunto. Além disso, se as fundações de uma estrutura são apoiadas diretamente no solo, se elas são apoiadas em estacas, se elas estão embutidas no solo, se as camadas de solo são estratificadas, todos esses aspectos, entre outros, são capazes de influenciar o comportamento geral de um sistema.

Assim, tendo em mente a importância do conhecimento da interação entre os componentes de um sistema físico, esforço em pesquisa tem sido aplicado de modo a estudar a interação dinâmica entre solo e estrutura sob um mesmo domínio.

Uma primeira questão que surge diz respeito sobre qual o efeito do período (ou frequência) na resposta do sistema tratado como um conjunto comparativamente ao caso em que o solo é ignorado (caso da base fixa).

Nesse contexto, duas classes de problemas típicos de interação dinâmica solo-estrutura se apresentam: sistemas sujeitos a sismos e sistemas sujeitos a vibração de máquinas.

É fato que o solo afeta essas duas classes de problemas de maneiras diferentes. Para máquinas suportadas por estruturas aperticadas, por exemplo, os elementos

estruturais são projetados rígidos o suficiente de modo a não gerar tensões induzidas significativas (estrutura sobre-sintonizadas). Contudo, a estrutura pode atuar de forma sub-sintonizada ou até mesmo próxima da zona de ressonância quando o solo é considerado no problema.

Para o caso de sismos, os efeitos são diferentes. Por exemplo, uma estrutura apoiada no solo pode ser representada por um corpo imerso em um espaço elástico infinito e que, quando da ocorrência de dissipação de energia por ondas através do solo, sua massa começa a vibrar em uma dada frequência (de campo livre). Portanto, se as frequências naturais da estrutura se aproximam da frequência fundamental do solo de fundação, esses componentes do sistema solo-estrutura estarão em ressonância e sujeitos a efeitos catastróficos (CHOWDHURY E DASGUPTA, 2009).

A influência do solo no comportamento dinâmico de um sistema está diretamente associada à sua rigidez e as duas propriedades fundamentais do solo das quais depende a rigidez são o módulo de elasticidade ao cisalhamento (G) e o coeficiente de Poisson (ν). O conhecimento dessas propriedades é de grande importância na análise da interação entre o solo e os demais componentes do sistema, pois seus valores são inerentemente dependentes de muitas variáveis e de empirismo, e não raros de difícil determinação.

3 Modelo físico

Nesse capítulo são apresentadas todas as características físicas do problema de interação estrutura-solo-equipamento estudado, quais sejam geometria e material do sistema estrutura-fundação, propriedades físicas do solo e dados operacionais dos equipamentos mecânicos. São apresentados também os resultados do ensaio de carregamento horizontal realizado em campo em estacas-teste, os valores da propriedade física (coeficiente de mola) do solo obtidos com base em retroanálises dos resultados do ensaio de carregamento horizontal, além dos resultados das medições de campo (instrumentação) de velocidade de vibração em pontos específicos da estrutura.

3.1. Descrição da estrutura

O suporte do sistema formado pelo compressor, motor elétrico, grelha metálica de fixação do compressor à base (chamada de *skid*) e as tubulações acopladas corresponde a uma estrutura de concreto armado aporricada, com fundações em estacas e blocos de coroamento contraventados por cintamento.

É estudada uma estrutura suportando um compressor alternativo assim denominado C-2632, bem como seus equipamentos acessórios.

As características geométricas gerais da estrutura analisada constam do projeto estrutural e estão representadas da Figura 3-1 a Figura 3-4.

Toda geometria do sistema estrutural foi estabelecida a partir de informações do arranjo básico da unidade industrial e das informações do fabricante dos equipamentos.

Requisitos de arranjo básico de engenharia de processo e de tubulação implicaram na instalação do compressor em plataforma elevada a 4,50 m acima do nível do piso.

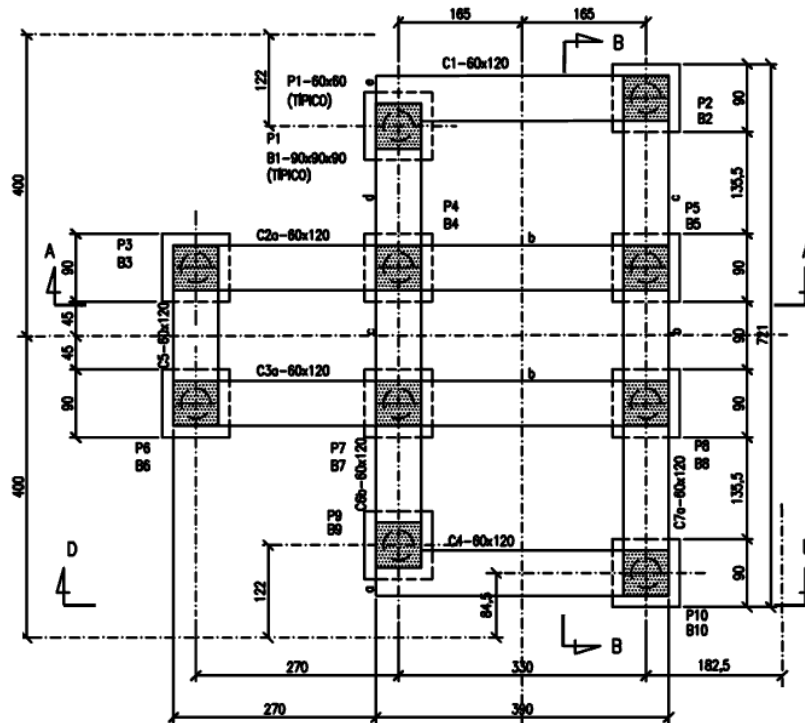


Figura 3-1 – Planta no nível das fundações (elevação 99.8m)

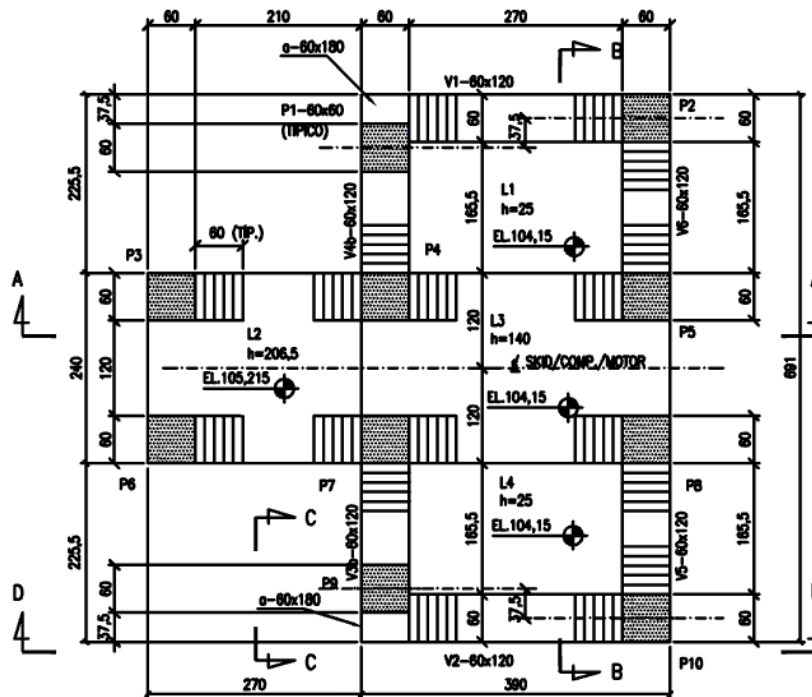


Figura 3-2 – Planta na elevação 105.215m (Motor Elétrico) e 104.15m (Compressor)

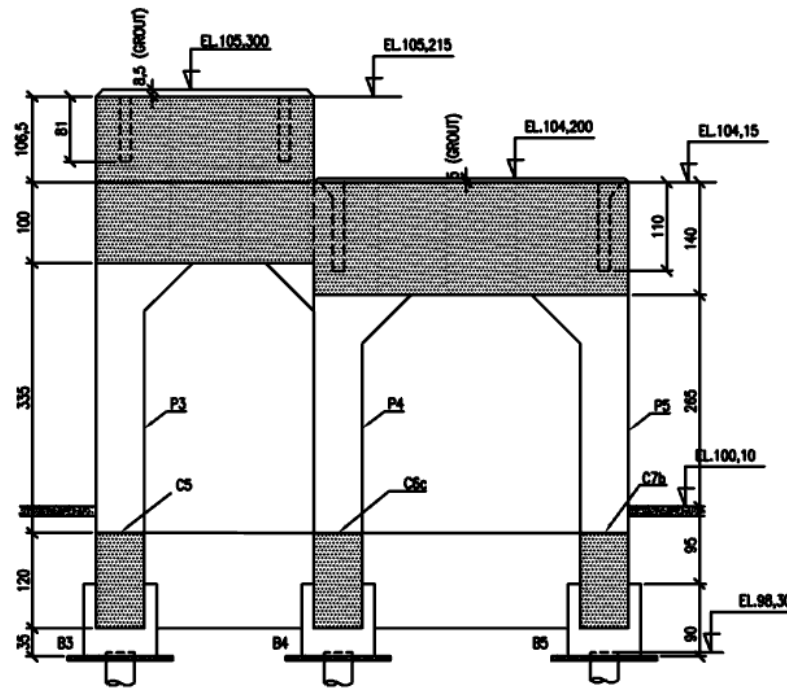


Figura 3-3 – Corte A-A

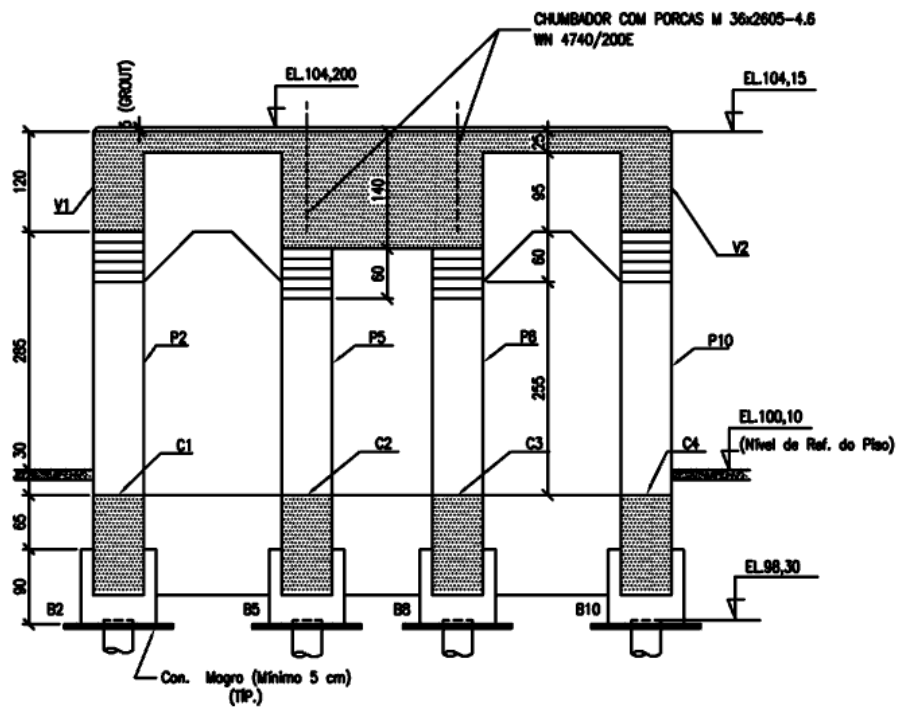


Figura 3-4 – Corte B-B

A Figura 3-5 mostra a estrutura real estudada, destacando-se o caráter massivo dos pilares e da laje de apoio dos equipamentos.



Figura 3-5 – Fotos da estrutura de concreto armado real (modelo físico)

A construção da estrutura e sua fundação, bem como a montagem dos equipamentos sobre a mesma ocorreram sem quaisquer anormalidades ou não-conformidades, de acordo com as informações e registros do Consórcio construtor.

Entretanto, ao se iniciarem os testes para comissionamento e início da operação dos equipamentos, observaram-se vibrações aparentemente excessivas nas estruturas de suporte. Foram constatadas ainda induções de vibrações nas estruturas próximas (estruturas de suporte de outros compressores e do próprio prédio de abrigo dos equipamentos).

Foram, então, realizadas instrumentação e medições de velocidade de vibração em vários pontos da estrutura, resultando na confirmação de que o seu comportamento não se adequava aos requisitos e limitações requeridos pelo fabricante dos equipamentos.

Os resultados das medições de velocidade de vibração estão reproduzidos no item 3.4.

3.2. Descrição do equipamento

Em plantas industriais de refino de petróleo, como ocorre na Unidade de Hidrossulfurização, compressores de gás são elementos obrigatórios. Muitas das vezes, por exigências de engenharia de processo químico, flexibilidade de tubulações e de

geometria, a instalação de equipamentos não pode ser feita diretamente no piso da unidade, o que no caso de compressores de grande porte cria certa preocupação em relação a vibrações excessivas.

O conjunto de equipamentos que forma o sistema mecânico suportado pela estrutura em estudo é composto basicamente por compressor de gás, motor elétrico e acessórios em geral.

Apesar da existência de tubulações acopladas ao compressor de gás, sua contribuição física como elemento de inércia e de rigidez foi desprezada uma vez que sua massa em relação ao conjunto é muito pequena e a interface na qual há o acoplamento tubulação-compressor é flexível.

3.2.1. Compressor de gás

Os produtos do petróleo refinado contêm inicialmente certa quantidade de enxofre que necessita ser removida para atendimento das especificações de uso como produto acabado. Esse processo de retirada de substâncias indesejadas é realizado basicamente em Unidades de Hidrodessulfurização de refinarias e conta com os compressores como agentes físicos fornecedores de energia ao processo químico.

Tipicamente, os compressores misturam hidrogênio com um dado hidrocarboneto (gás líquido, petróleo, diesel), pressurizando-o e o conduzindo até os reatores preenchidos com produtos catalizadores.

No presente estudo, o compressor analisado é do tipo alternativo de cilindros horizontais, fabricado pela empresa alemã *Neuman & Esser*, operando à frequência de 590 rpm. As imagens seguintes mostram alguns de seus componentes.

A Figura 3-6 mostra o acoplamento entre o eixo da manivela do compressor e o eixo do motor elétrico. A Figura 3-7 mostra o chassi do compressor. A Figura 3-8 destaca os cilindros de compressão de gás e as tubulações. Finalmente, a Figura 3-9 fornece uma visão geral do conjunto de equipamentos do sistema mecânico no nível da laje de suporte.



Figura 3-6 – Acoplamento entre compressor e motor elétrico



Figura 3-7 – Chassi do compressor



Figura 3-8 – Cilindros de compressão e tubulações



Figura 3-9 – Elementos do sistema mecânico

As cargas oscilatórias típicas geradas por equipamentos vibráteis têm como causa fundamental a dinâmica do movimento de cada um dos seus componentes mecânicos. Além das cargas inerentes à dinâmica do movimento, existem aquelas que são geradas basicamente pelo desbalanceamento das massas oscilantes, as quais são indesejáveis e comprometem o desempenho do equipamento. Uma vez que o presente estudo trata de um compressor novo, as cargas dinâmicas consideradas são apenas aquelas informadas pelo fabricante do equipamento, não sendo introduzida nenhuma carga dinâmica adicional devido ao desbalanceamento ou a outra causa qualquer.

As amplitudes das cargas dinâmicas transmitidas pelo compressor estão apresentadas na Tabela 3-1 a seguir.

Tabela 3-1 – Amplitude das cargas dinâmicas devidas ao compressor

Direção	Forças Dinâmicas (N)	Torques Dinâmicos (N.m)
Horizontal	20788	35287
Vertical	0	9542

Os pesos ou cargas estáticas de cada um dos componentes do compressor estão apresentados na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 – Cargas estáticas dos componentes do compressor

Componentes	Peso (N)
Compressor	100000
Suporte Cilíndrico 1	18000
Suporte Cilíndrico 2	19000
SKID	71625

Como uma forma de evitar falhas nas tubulações causadas por fadiga, falhas nas válvulas, redução da eficiência de compressão e erros na medição de escoamento do fluido de processo, os fabricantes de compressores limitam as velocidades de vibração do sistema mecânico e conseqüentemente do sistema estrutural de suporte

correspondente. O gráfico apresentado na Figura 3-10 foi extraído da norma ISO 2372 (1974) e mostra, para cada frequência de operação, os limites de vibração associados a aspectos qualitativos tais como danos estruturais, severidade de vibração da máquina e percepção humana.

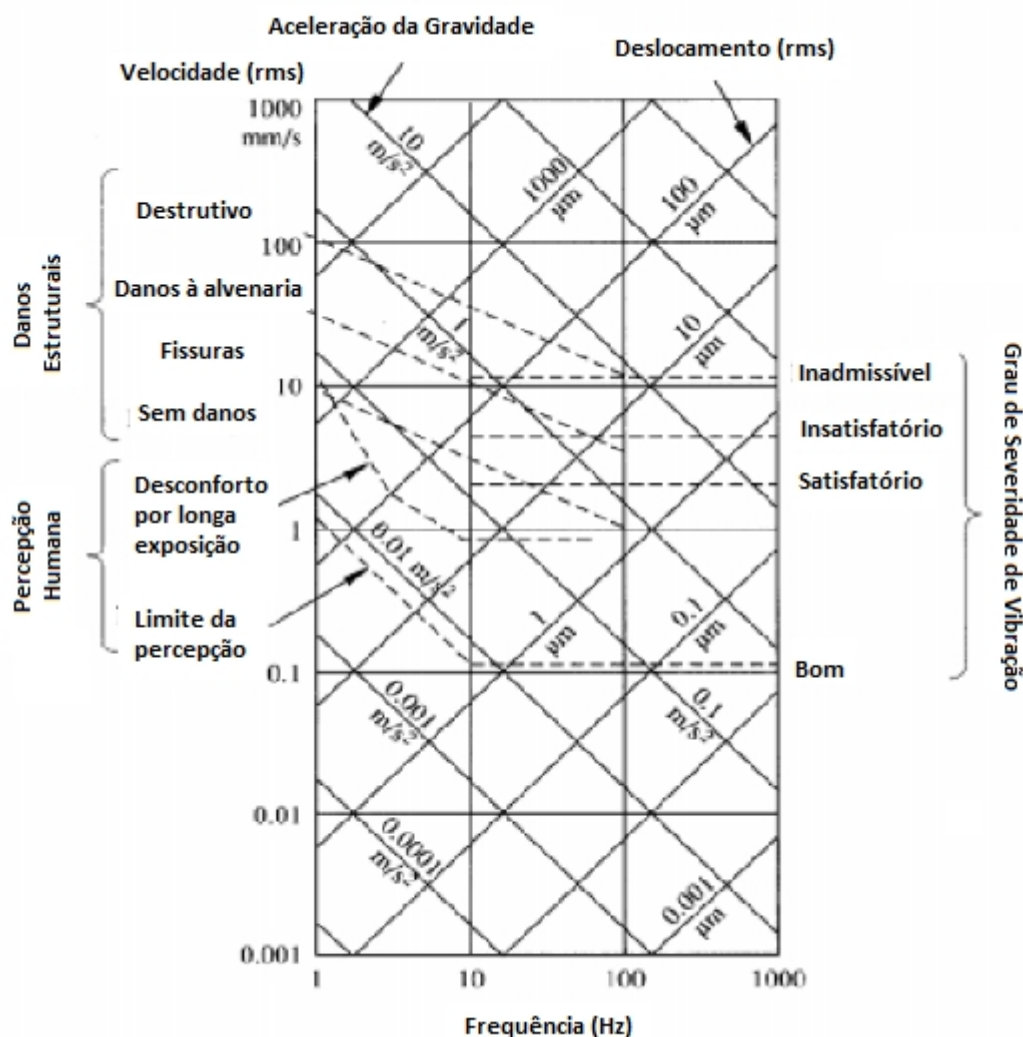


Figura 3-10 – Linhas limites de vibração para Danos Estruturais, Grau de Severidade de Vibração da Máquina e Percepção Humana

No caso estudado, as velocidades efetivas de vibração aceitáveis no nível do topo da estrutura de apoio dos equipamentos (assentamento dos *skids*) foram limitadas a 2,00 mm/s.

3.2.2. Motor elétrico

O motor elétrico tem como única e exclusiva função transmitir movimento rotacional ao virabrequim e, conseqüentemente, movimentos alternantes aos pistões do compressor acoplado.

Devido ao arranjo dos equipamentos, de modo a permitir perfeito acoplamento entre os componentes mecânicos, o motor elétrico está instalado na elevação 105,215m. A figura mostra o motor elétrico instalado.



Figura 3-11 – Motor elétrico sobre uma das lajes de suporte

A magnitude das forças dinâmicas geradas pelo motor elétrico é pequena e, conseqüentemente, a sua contribuição na resposta dinâmica do sistema é desprezível (ARYA ET AL, 1979). Portanto, no modelo desenvolvido, o motor elétrico participa apenas com sua massa.

O peso e a massa correspondentes ao motor estão destacados na Tabela 3-3 abaixo.

Tabela 3-3 – Peso e massa do motor elétrico

Componentes	Peso (N)	Massa (kg)
Motor Elétrico	70000	7000

3.3. Descrição do solo local

A formação geológica-geotécnica típica da região onde estão instalados os equipamentos do estudo é formada por duas fases bem destacadas. A primeira e mais superficial é conhecida como Formação Tinguis. A segunda e mais profunda é conhecida como Formação Guabirota, consistindo geralmente do maciço no qual os elementos de fundações estão inseridos.

Destacadamente, a Formação Guabirota é uma unidade geológica presente de forma contínua ou isolada em grande parte da região metropolitana de Curitiba, portanto muitas obras de porte são executadas em seus solos (NASCIMENTO E PUPPI, 1999).

Entre suas peculiaridades, podem ser citadas a cor cinza esverdeada, a presença típica de argilas siltosas ou siltes argilosos muitas vezes com areia, resistência elevada (limitando em alguns casos o prosseguimento de sondagens), rigidez elevada, baixa compressibilidade e expressivo pré-adensamento, suscetível à expansão em função de variação de umidade natural e desconfinamento. Essas características se apresentam de forma homogênea nas áreas de ocorrência.

A figura abaixo ilustra parte da planta de arranjo da unidade industrial onde os compressores do estudo estão localizados, destacando-se a locação de algumas sondagens à percussão SPT representativas da região.

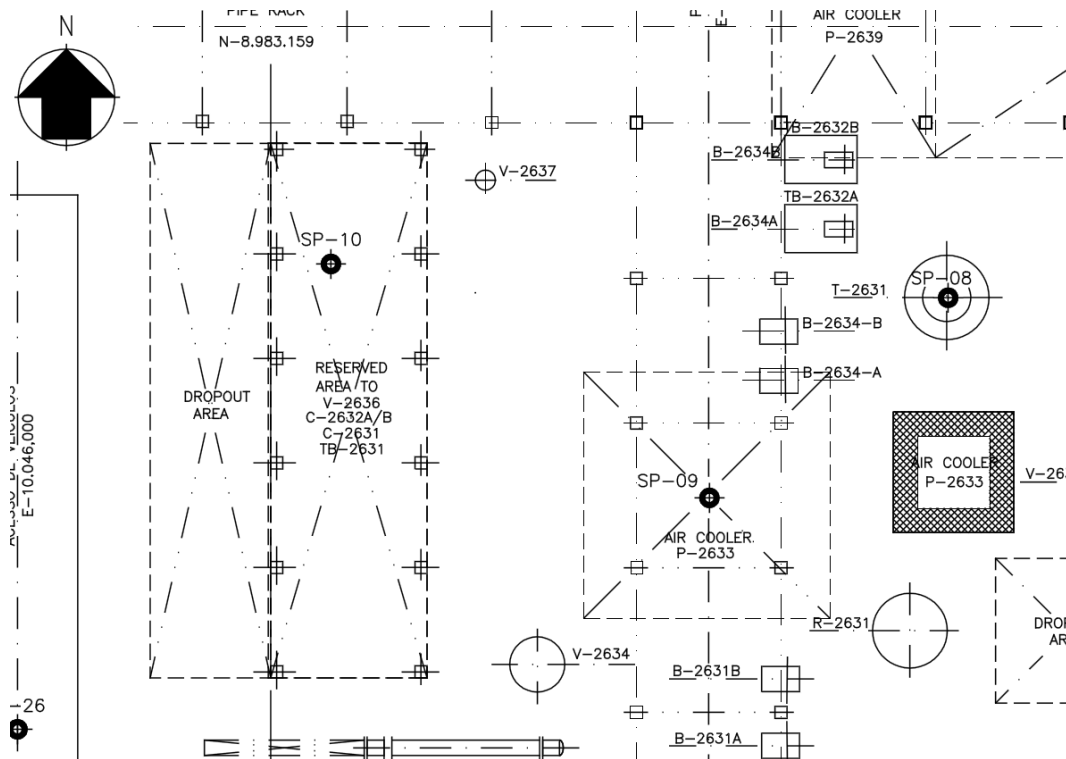


Figura 3-12 – Planta de localização de sondagens do tipo SPT consideradas como referência para caracterização geotécnica do subsolo local

Na Figura 3-13 a seguir está ilustrado um perfil geotécnico típico formado pelos resultados das sondagens SP-10 e SP-08, ambas marcadas na planta de locação acima, demonstrando através dos valores elevados do índice NSPT a alta resistência dos solos da formação Guabirota. A sondagem SP-10 está localizada exatamente dentro dos

limites da estrutura de abrigo dos compressores. Ainda sobre essa figura, as linhas horizontais estão espaçadas de 1 metro ao longo da profundidade do furo de sondagem.

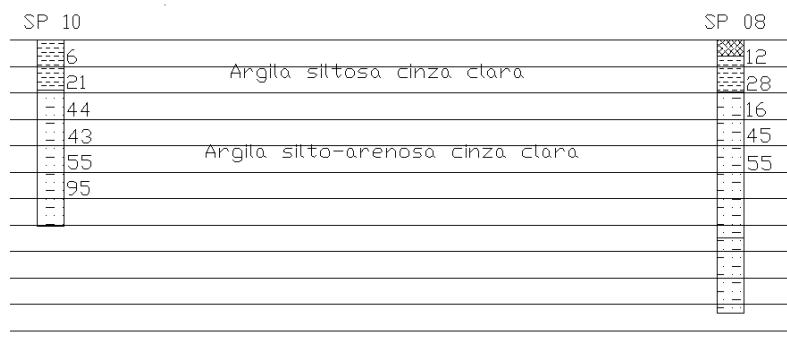


Figura 3-13 – Perfil geotécnico típico do subsolo local

Nascimento e Puppi (1999) citam a pouca parametrização geotécnica dos solos típicos dessa formação geológica, lacuna a partir da qual o presente trabalho encontra oportunidade também em contribuir com o meio acadêmico e de projetos acerca de valores de parâmetros de dinâmica para os solos locais.

3.3.1. Conceitos relacionados a estacas carregadas horizontalmente

Para a avaliação de uma estaca carregada horizontal ou transversalmente, é comumente utilizado o método do coeficiente de reação horizontal, que pressupõe que o solo seja admitido como um meio contínuo.

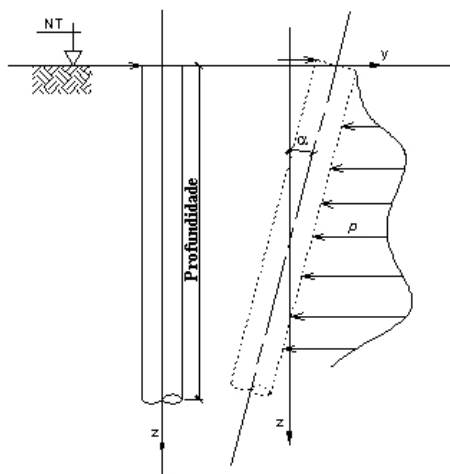


Figura 3-14 – Estaca isolada carregada transversalmente

O coeficiente de reação do solo k_z é definido como a razão entre a pressão unitária atuante p e o respectivo deslocamento horizontal y sofrido pelo solo, em uma dada profundidade z . Sua unidade é dada em força por unidade de volume.

$$k_z = \frac{p}{y} \quad (3-1)$$

O coeficiente de reação horizontal não depende apenas do solo, mas também do diâmetro da estaca d e de seu comprimento ou profundidade z , conforme tratado por Terzagui (1955).

Em relação à profundidade da estaca, o coeficiente de reação horizontal do solo pode se comportar de duas maneiras: constante ou linearmente crescente.

O primeiro caso ocorre tipicamente em argilas rijas ou areias compactas de tal forma que a relação apresentada na equação (3-1) é uma constante, para um dado diâmetro.

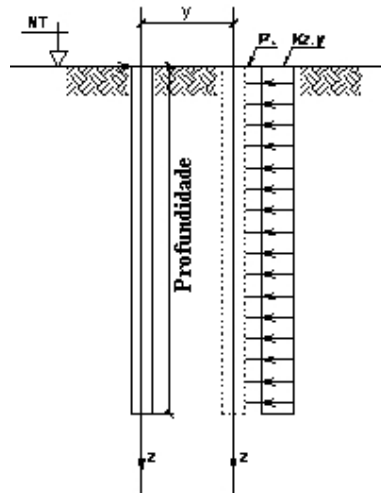


Figura 3-15 – Coeficiente de reação horizontal uniforme

Já o segundo caso é comum em argilas normalmente adensadas ou em areias pouco compactas. Como mostra a equação (3-2), as variáveis se relacionam através do parâmetro n_h , denominado por Terzagui (1955) como Constante do Coeficiente de Reação Horizontal, que pode ser tabelado em função do tipo, compactidade e consistência do solo.

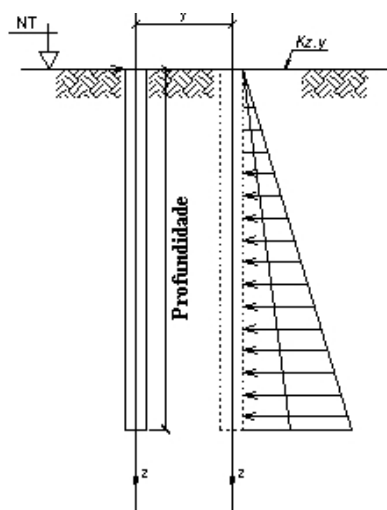


Figura 3-16 – Coeficiente de reação horizontal variável

$$k_z = n_h \frac{z}{d} \quad (3-2)$$

Outra abordagem sobre o tratamento de estacas carregadas horizontalmente é o método do coeficiente de mola de Winkler, o qual propõe uma idealização do solo como um meio discreto formado por uma série de molas independentes e de comportamento linear elástico. As molas assim idealizadas podem ter o seu coeficiente k_m calculado pela razão entre a força horizontal F resistida por ela e o correspondente deslocamento y sofrido no ponto de contato com a estaca. Sua unidade é dada em força por unidade de comprimento.

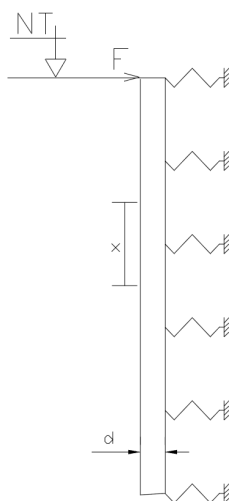


Figura 3-17 – Coeficiente de mola – Modelo de Winkler

$$k_m = \frac{F}{y} \quad (3-3)$$

No caso em que há proporcionalidade entre F e y , o coeficiente de reação horizontal do solo k_z e o coeficiente de mola k_m se relacionam conforme equação (3-4) através da consideração de sua área de influência.

$$k_m = k_z \cdot d \cdot x \quad (3-4)$$

Onde d é o diâmetro da estaca e x a semi-distância entre molas adjacentes.

Tanto o método do coeficiente de reação horizontal do solo como o método do coeficiente de mola leva em conta carregamentos estáticos em sua determinação.

3.3.2. Ensaio de carregamento horizontal

A participação do solo como elemento constituinte de um modelo idealizado de interação estática e dinâmica entre estruturas, fundações e máquinas é materializada a partir da consideração de suas propriedades constitutivas. No âmbito da dinâmica, dentre as propriedades físicas constitutivas básicas do solo que diretamente influenciam o comportamento global de um sistema pode-se citar o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young (E), módulo de elasticidade ao cisalhamento (G), coeficiente de Poisson (ν) e propriedades de amortecimento.

Tanto os métodos analíticos como os métodos numéricos de interação solo-estrutura levam em conta em sua formulação os parâmetros citados. No presente estudo, o solo foi considerado como um componente discreto, de comportamento linear, sem massa, atuando independentemente em duas direções horizontais ortogonais como uma mola de coeficiente k_m . Cada mola é aplicada em um ponto (nó) das fundações (estacas).

No presente estudo, analisa-se um sistema em que o componente mecânico produz essencialmente esforços cíclicos segundo uma direção horizontal, de modo que o solo também é preferencialmente solicitado nessa mesma direção. Considerando o exposto e tendo em vista definir o modelo constitutivo do solo, foi executado em campo ensaio de carregamento estático horizontal em três estacas de mesmo diâmetro (40,0cm) e em uma região próxima àquela onde estão instalados os compressores do problema analisado, com subsolos enquadrados na mesma formação geológica. O aparato utilizado no ensaio está ilustrado na Figura 3-18.

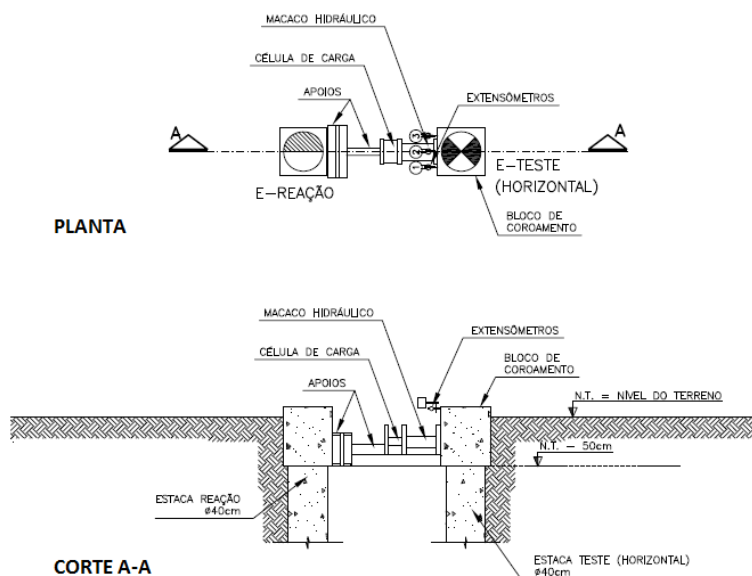


Figura 3-18 – Aparato de montagem do ensaio de carregamento horizontal

O ensaio de carregamento estático é regido pela norma brasileira ABNT NBR 12131 (2006) e por normas internacionais como, por exemplo, a norma ASTM D3966 (2007). Nesse tipo de ensaio, são aplicadas cargas estáticas crescentes no topo de uma estaca, em vários estágios, e medidos os deslocamentos correspondentes através de quatro extensômetros (curso mínimo de 25,00mm e resolução de 0,01mm). De forma geral, as cargas aplicadas podem ser axiais (compressão ou tração) e laterais às estacas. O dispositivo de aplicação de carga é constituído por um ou mais cilindros hidráulicos alimentados por bombas, atuando contra um sistema de reação estável.

Para simular o efeito de um carregamento dinâmico no solo, o ensaio de carregamento estático em duas das estacas testadas foi adaptado. Após o término do teste, promoveu-se acréscimos e decréscimos cíclicos do nível de carregamento na estaca em torno da carga correspondente ao último estágio do ensaio ($\pm 10\%$ do valor da carga do último nível de carregamento). Nesse caso, a velocidade do carregamento seguiu o procedimento de prova de carga rápida previsto na norma ABNT NBR 12131 (2006).

Os resultados dos ensaios de carregamento horizontal para cada uma das estacas-teste foram extraídos do relatório de execução e estão apresentados na Tabela 3-4, Tabela 3-5 e Tabela 3-6 a seguir.

Tabela 3-4 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-11

Estágio	Tempo de Duração (min)	Carga Aplicada (kN)	PCH-02 E-11 Desloc. Final Médio (mm)
1º	30	15	0,16
2º	30	25	0,32
3º	30	35	0,53
4º	30	45	0,79
5º	30	54	1,05
6º	30	64	1,41
7º	60	74	2,02
8º	30	84	2,71
9º	30	94	3,92
10º	1009	104	5,48
11º	15	78	5,19
12º	15	52	4,65
13º	15	26	3,78
14º	30	0	2,28

Tabela 3-5 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-16

Estágio	Tempo de Duração (min)	Carga Aplicada (kN)	PCH-03 E-16 Desloc. Final Médio (mm)
1º	30	15	0,76
2º	30	25	1,64
3º	30	35	2,78
4º	30	45	4,57
5º	60	54	7,71
6º	60	64	10,86
7º	60	74	14,03
8º	891	84 ⁽⁴⁾	20,40
9º	15	64	20,12
10º	30	43	18,66
11º	15	21	16,12
12º	60	0	9,71

Tabela 3-6 – Resultados do ensaio de carregamento horizontal – Estaca-teste E-3

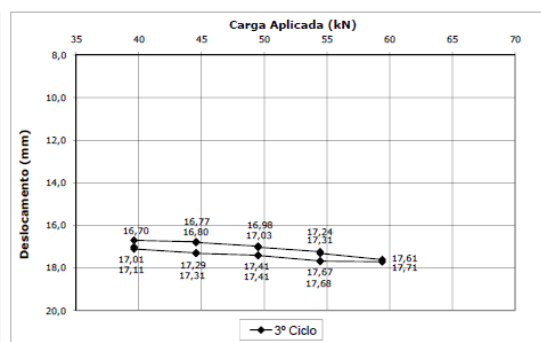
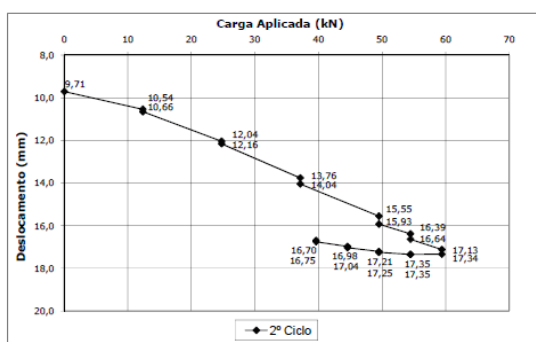
Estágio	Tempo de Duração (min)	Carga Aplicada (kN)	PCH-04 E-3 Desloc. Final Médio (mm)
1º	30	12	0,37
2º	30	24	1,97
3º	30	36	4,19
4º	30	48	8,78
5º	180	59	22,36
6º	930	65	31,31
7º	15	49	30,53
8º	15	32	29,87
9º	15	16	28,40
10º	30	0	22,50

A Tabela 3-7 resume os resultados, destacando a carga máxima atingida no ensaio e o respectivo deslocamento horizontal do topo da estaca. Os resultados deste ensaio servirão para o cálculo do coeficiente de mola do solo dito estático.

Tabela 3-7 – Resumo dos resultados do ensaio de carregamento horizontal

Estaca-Teste	E-11	E-16	E-3
Sondagem de referência	SP-23	SP-13	SP-10A
Carga (kN)	104	84	65
Deslocamento (mm)	5.48	20.4	31.31

Para as estacas-teste E-16 e E-3, realizou-se também o ensaio de carregamento cíclico, cujas curvas Carga Aplicada versus Deslocamento para cada um dos ciclos estão apresentadas a seguir.



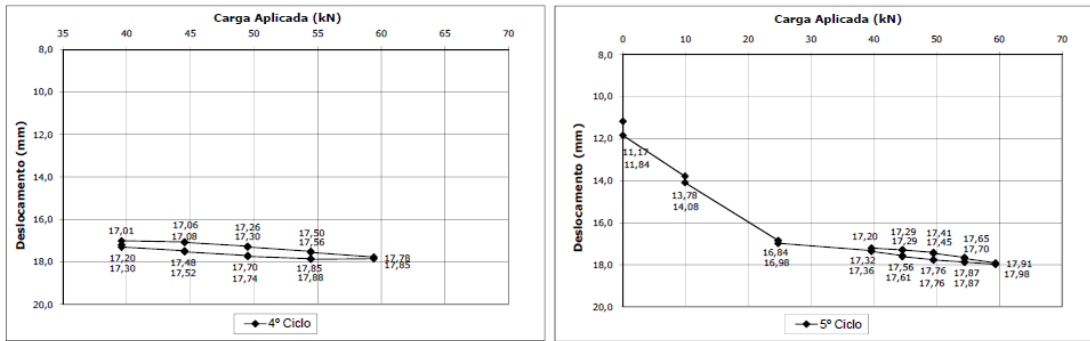


Figura 3-19 – Resultado ensaio carregamento cíclico horizontal – Estaca-teste E-16

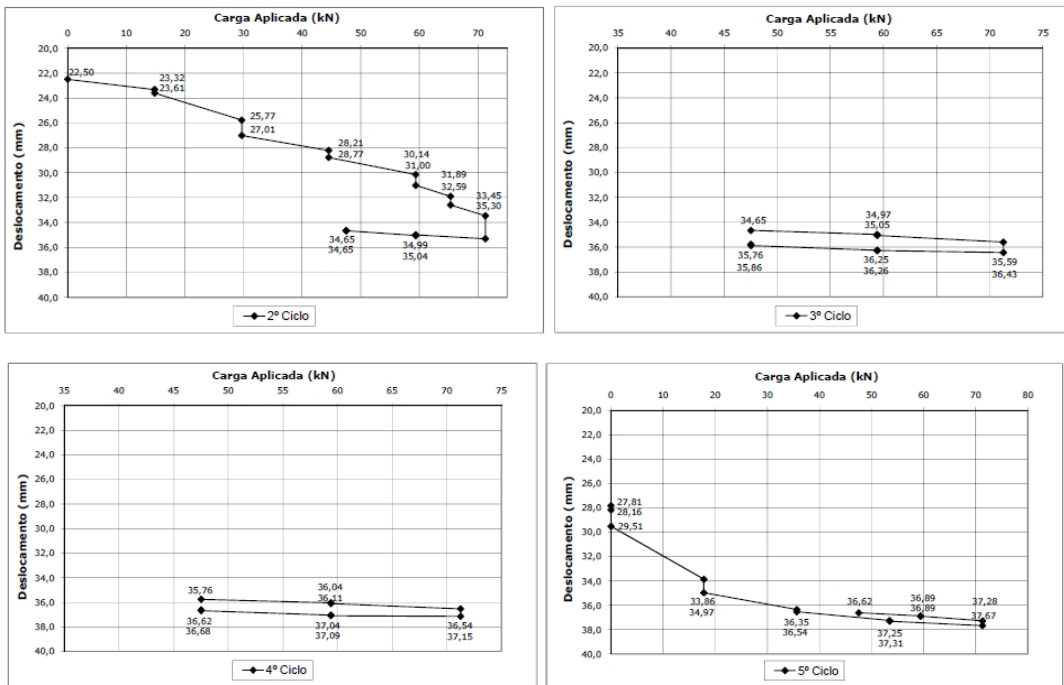


Figura 3-20 – Resultado ensaio carregamento cíclico horizontal – Estaca-teste E-3

Os resultados destes ensaios cíclicos servirão para o calculo do coeficiente de mola do solo dito dinâmico (ou cíclico).

Novak (1974) propõe valores de coeficiente de mola independentes da freqüência a qual o solo está submetido. Essa condição é uma idealização da realidade, de modo que o presente trabalho tem como um dos objetivos também fornecer intervalos típicos de valores dos parâmetros do solo em questão quando carregamentos cíclicos são considerados, e mostrar como um sistema interativo estrutura-solo se comporta sob essas condições.

3.3.3. Retroanálise do resultado do ensaio de carregamento horizontal

Como descrito detalhadamente no item 3.3.2, o ensaio de carregamento horizontal foi feito em duas etapas. A primeira etapa consistiu no incremento de cargas até uma carga máxima pré-definida, medindo-se o correspondente deslocamento. Após essa fase, iniciou-se a segunda etapa com o procedimento de carregamentos cíclicos.

O coeficiente de mola do solo calculado por retroanálise com os resultados da primeira etapa relaciona as grandezas deslocamento e força quando esta última é aplicada independente do tempo.

O coeficiente de mola do solo calculado por retroanálise com os resultados da segunda etapa relaciona as grandezas deslocamento e força quando esta última é aplicada em ciclos, de forma a simular efeitos de vibração. A avaliação do coeficiente de mola foi feito em cada ciclo.

No procedimento de retroanálise utilizou-se dois métodos que tratam da análise de estacas submetidas a carregamentos horizontais. São eles o Método de Miche (1930) e o Método de Hetenyi (1946), ambos amplamente empregados em projeto de fundações de máquinas para representação do modelo constitutivo do solo em função da profundidade.

3.3.3.1. Método de Miche

Miche (1930) analisou o problema de estacas imersas em um meio elástico com coeficiente de reação horizontal crescendo linearmente com a profundidade, submetidas a uma força horizontal em seu topo.

De acordo com o método, o deslocamento horizontal y do topo da estaca devido a uma força F é dado pela fórmula abaixo.

$$y = \frac{2,4T^3 F}{EI} \quad (3-5)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material da estaca, I é o momento de inércia da seção da estaca e T é um parâmetro com dimensão de comprimento dado pela equação (3-6).

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{n_h}} \quad (3-6)$$

Substituindo a equação (3-6) em (3-5) e resolvendo para n_h , chega-se a equação (3-7).

$$n_h = \sqrt[3]{\left(\frac{2,4F}{y}\right)^5 (EI)^2} \quad (3-7)$$

Desta equação são conhecidos os parâmetros E e I , que dependem do material da estaca e de sua geometria, e os valores de F e y , que são obtidos do ensaio de carregamento horizontal descrito anteriormente.

Com os resultados indicados na Tabela 3-7, pode-se então calcular o valor de n_h e consequentemente os valores do coeficiente de mola horizontal ao longo da profundidade da estaca, para o caso dito estático. De maneira análoga, com os resultados indicados na Figura 3-19 e na Figura 3-20, calcula-se os valores do coeficiente de mola horizontal para o caso dito dinâmico.

Os valores de n_h e k_m calculados para o caso dito estático estão apresentados na Tabela 3-8 e na Tabela 3-9.

Tabela 3-8 – Valores de n_h retro analisados

Estaca	E-11	E-16	E-3
H (kN)	104	84	65
y0 (m)	0.00548	0.02040	0.03131
T	0.83744430	1.39366101	1.75104280
n_h (kN/m ³)	64945.9631	5087.9878	1624.9800

Tabela 3-9 – Valores dos coeficientes de mola k_m retro analisados – Caso estático

Estaca	E-11	E-16	E-3
Z (m)	n_h		
	64945.9631	5087.9878	1624.9800
	k_m (kN/m)		
1	64945.9631	5087.9878	1624.9800
2	129891.9261	10175.9755	3249.9599
3	194837.8892	15263.9633	4874.9399
4	259783.8522	20351.9510	6499.9198
5	324729.8153	25439.9388	8124.8998
6	389675.7783	30527.9265	9749.8797
7	454621.7414	35615.9143	11374.8597
8	519567.7045	40703.9020	12999.8396
9	584513.6675	45791.8898	14624.8196
10	649459.6306	50879.8776	16249.7996
k_m médio	357202.7968	27983.9327	8937.3898

Os valores de n_h e k_m para o caso dito dinâmico são calculados para cada um dos ciclos com os dados das provas de carga E-03 e E-16.

Nesse contexto, os ciclos estão divididos em dois tipos, o primeiro denominado ciclo de ida e o segundo denominado ciclo de volta, de modo que cada tipo representa o deslocamento em uma direção.

A Tabela 3-10 mostra os valores de n_h obtidos por retroanálise para o ciclo de ida.

Tabela 3-10 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – Valores de n_h retroanalizados

Ciclo 1 - Ida		Ciclo 2 - Ida		Ciclo 3 - Ida	
Ensaio	E-16	Ensaio	E-16	Ensaio	E-16
H (kN)	20	H (kN)	20	H (kN)	20
y0 (m)	0.00059	y0 (m)	0.0006	y0 (m)	0.00055
T (m)	0.690209389	T (m)	0.694087052	T (m)	0.674245033
n_h (kN/m ³)	170776.2606	n_h (kN/m ³)	166058.8790	n_h (kN/m ³)	191974.2753
n_h/D	426940.6515	n_h/D	415147.1976	n_h/D	479935.6882

Ciclo 4 - Ida	
Ensaio	E-16
H (kN)	20
y0 (m)	0.00062
T (m)	0.701714993
n_h (kN/m ³)	157227.3290
n_h/D	393068.3226

A Tabela 3-11 mostra os valores de n_h obtidos por retroanálise para o ciclo de volta.

Tabela 3-11 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – Valores de n_h retroanalizados

Ciclo 1 - Volta		Ciclo 2 - Volta		Ciclo 3 - Volta	
Ensaio	E-16	Ensaio	E-16	Ensaio	E-16
H (kN)	20	H (kN)	20	H (kN)	20
y0 (m)	0.00101	y0 (m)	0.00084	y0 (m)	0.00078
T (m)	0.82566521	T (m)	0.77646751	T (m)	0.757521668
n_h (kN/m ³)	69712.6988	n_h (kN/m ³)	94779.7101	n_h (kN/m ³)	107239.9283
n_h/D	174281.747	n_h/D	236949.275	n_h/D	268099.8206

Depreende-se dos resultados acima que a magnitude do parâmetro n_h varia em cada ciclo e, além disso, também varia em função da direção em que o carregamento é aplicado. Assim, infere-se que a propriedade física do solo, no caso a constante de mola k_m , não é estritamente apenas uma propriedade constitutiva do material.

Essa constatação demonstra a importância de uma consideração cuidadosa do solo como elemento de um sistema interativo solo-estrutura de modo a gerar modelos de análise robustos e consistentes com a realidade.

Para efeito do presente estudo, serão considerados os valores retroanalizados da constante de mola k_m obtidos a partir do menor e do maior valor de n_h no ciclo de ida

(Tabela 3-12 e Tabela 3-14), e também do menor e do maior valor de n_h no ciclo de volta (Tabela 3-13 e Tabela 3-15).

Tabela 3-12 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 157227.3290 \text{ kN/m}^3$ e $n_h = 191974.2753 \text{ kN/m}^3$

	Ciclo Ida - Menor Valor	Ciclo Ida - Maior Valor
Z	k_m (kN/m)	k_m (kN/m)
1	1.572273E+05	1.919743E+05
2	3.144547E+05	3.839486E+05
3	4.716820E+05	5.759228E+05
4	6.289093E+05	7.678971E+05
5	7.861366E+05	9.598714E+05
6	9.433640E+05	1.151846E+06
7	1.100591E+06	1.343820E+06
8	1.257819E+06	1.535794E+06
9	1.415046E+06	1.727768E+06
10	1.572273E+06	1.919743E+06

Tabela 3-13 – Ensaio E-16 - Ciclo de Volta - k_m para $n_h = 69712.6988 \text{ kN/m}^3$ e $n_h = 107239.9283 \text{ kN/m}^3$

	Ciclo Volta - Menor Valor	Ciclo Volta - Maior Valor
Z	k_m (kN/m)	k_m (kN/m)
1	6.971270E+04	1.072399E+05
2	1.394254E+05	2.144799E+05
3	2.091381E+05	3.217198E+05
4	2.788508E+05	4.289597E+05
5	3.485635E+05	5.361996E+05
6	4.182762E+05	6.434396E+05
7	4.879889E+05	7.506795E+05
8	5.577016E+05	8.579194E+05
9	6.274143E+05	9.651594E+05
10	6.971270E+05	1.072399E+06

Tabela 3-14 - Ensaio E-3 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 34222.4094 \text{ kN/m}^3$ e $n_h = 82482.4884 \text{ kN/m}^3$

	Ciclo Ida - Menor Valor	Ciclo Ida - Maior Valor
Z	k_m (kN/m)	k_m (kN/m)
1	3.422241E+04	8.248249E+04
2	6.844482E+04	1.649650E+05
3	1.026672E+05	2.474475E+05
4	1.368896E+05	3.299300E+05
5	1.711120E+05	4.124124E+05
6	2.053345E+05	4.948949E+05
7	2.395569E+05	5.773774E+05
8	2.737793E+05	6.598599E+05
9	3.080017E+05	7.423424E+05
10	3.422241E+05	8.248249E+05

Tabela 3-15 - Ensaio E-3 - Ciclo de Volta - k_m para $n_h = 183437.5885 \text{ kN/m}^3$ e $n_h = 326398.0336 \text{ kN/m}^3$

	Ciclo Volta - Menor Valor	Ciclo Volta - Maior Valor
Z	k_m (kN/m)	k_m (kN/m)
1	1.834376E+05	3.263980E+05
2	3.668752E+05	6.527961E+05
3	5.503128E+05	9.791941E+05
4	7.337503E+05	1.305592E+06
5	9.171879E+05	1.631990E+06
6	1.100626E+06	1.958388E+06
7	1.284063E+06	2.284786E+06
8	1.467501E+06	2.611184E+06
9	1.650938E+06	2.937582E+06
10	1.834376E+06	3.263980E+06

3.3.3.2. Método de Heteny

Hetenyi (1946) analisou o problema de uma viga sobre apoio elástico, com coeficiente de reação horizontal constante com a profundidade, submetidas a uma força horizontal e a um momento fletor em seu topo.

De acordo com o método, o deslocamento horizontal y do topo da estaca devido a uma força F é dado pela formula abaixo.

$$y = \frac{2F\lambda}{k_z d} \quad (3-8)$$

Onde k_z é o coeficiente de reação horizontal, d é o diâmetro da estaca e λ é um parâmetro da formulação dado pela equação (3-9).

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_z d}{EI}} \quad (3-9)$$

Substituindo a equação (3-9) em (3-8) e resolvendo para $k_z d$, chega-se à equação (3-7).

$$k_z d = \sqrt[3]{\frac{4F^4}{EIy^4}} \quad (3-10)$$

Desta equação são conhecidos os parâmetros E e I , que dependem do material da estaca e de sua geometria, e os valores de F e y , que são obtidos do ensaio de carregamento horizontal descrito anteriormente.

Com os resultados indicados na Tabela 3-7, pode-se então calcular o valor de k_z e consequentemente os valores do coeficiente de mola horizontal k_m ao longo da profundidade da estaca.

Os valores desses parâmetros e a forma como foram utilizados nos testes estão apresentados em detalhe no item 6.4, o qual trata do modelo em que se avalia a resposta do sistema quando k_m é constante com a profundidade.

3.4. Instrumentação

A percepção de movimentos indesejáveis no sistema quando do início dos testes de comissionamento dos equipamentos exigiu que se lançasse mão da instrumentação de modo a confirmar as suspeitas de mau funcionamento do conjunto e a magnitude das vibrações.

O consórcio responsável pelo projeto e execução da unidade industrial contratou uma empresa especializada em manutenção industrial para a realização dos serviços de fornecimento e instalação de instrumentos e a coleta dos dados de vibração em pontos da estrutura de suporte do compressor.

A metodologia seguida por essa empresa consistiu em três etapas. Na primeira etapa foram analisados todos os dados referentes aos equipamentos, tais como características físicas, funcionamento, componentes e, principalmente, a frequência de operação do compressor.

Na segunda etapa, foram escolhidos os pontos potencialmente críticos para a instalação dos instrumentos de coleta de dados, nos quais as medições envolveriam as três direções no sistema de coordenadas cartesianas. Um dos instrumentos, o acelerômetro fixo, foi posicionado em um ponto da estrutura no nível de assentamento do motor elétrico, enquanto o outro acelerômetro era movimentado e posicionado por todos os 56 pontos de medição pré-selecionados da estrutura. Portanto, todas as medições foram feitas tendo como referência o ponto fixo.

Abaixo pode ser visto o croqui do sistema Estrutura-Equipamento com o ponto fixo (Pto 1) e os pontos de localização dos instrumentos. O bloco preto representa o motor elétrico, o bloco azul representa o compressor, o bloco cinza-escuro representa o *skid* metálico e a estrutura de suporte é representada pela cor cinza-claro. Deve-se ressaltar que a numeração utilizada no croqui mencionado é independente de qualquer outra numeração utilizada no modelo computacional a ser descrito no capítulo 5.

Na terceira e última etapa, que consiste basicamente em uma fase de pós-processamento, os dados coletados em campo, especificamente velocidades, são então exportados para um *software* capaz de representá-los visualmente através da animação do conjunto Estrutura-Equipamento em pleno funcionamento. Além do comportamento do sistema no domínio do tempo, nessa fase podem ser construídos espectros de vibração (*rms*) em pontos específicos do conjunto, ou seja, é possível simular qual o valor médio da amplitude de deslocamento – ou de outra variável dinâmica – para diversos valores de frequência que não somente a de operação do compressor.

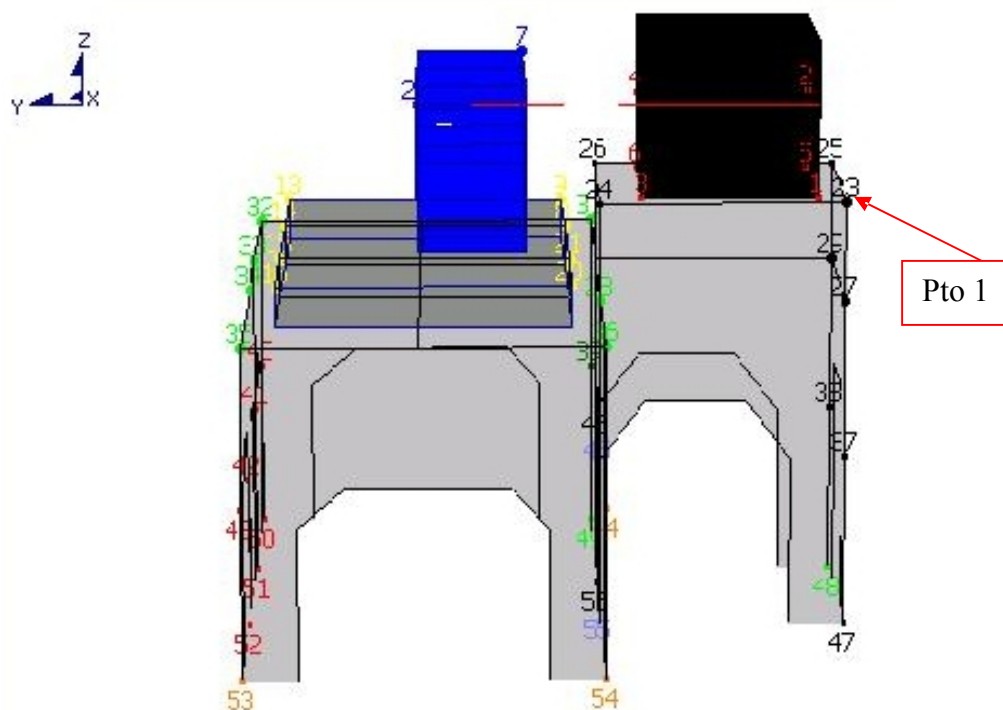


Figura 3-21 – Croqui com os pontos de medição de vibração

Os equipamentos utilizados para o processo de aquisição de dados de campo foram um Coletor e Analisador de Espectros modelo CSI 2120A de dois canais, acelerômetros, cabos e programa computacional *RBMware* de análise de dados de vibração.

Conforme menciona a norma brasileira ABNT NBR 10082 (1987), a velocidade de vibração é um parâmetro significativo para caracterização da severidade da vibração da máquina.

A Figura 3-22 apresenta as amplitudes das velocidades de vibração *rms* (em mm/s) na estrutura de apoio do compressor. Os pontos de coleta de dados foram locados em todos os pilares da estrutura, mais precisamente em dois pontos específicos: o

primeiro ponto a 0,10m do nível do terreno (Ponto baixo = P_b) e o segundo a 2,00m do nível do terreno (Ponto alto = P_a). Os retângulos contendo os valores de amplitude de velocidade de vibração representam os pilares da estrutura.

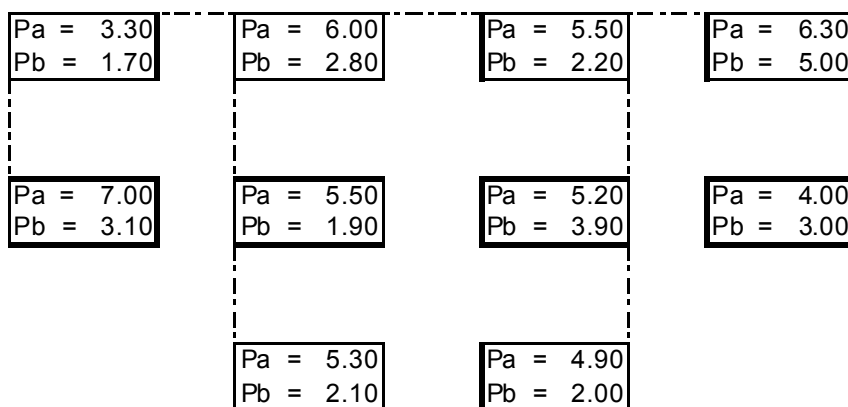


Figura 3-22 – Amplitude das Velocidades de Vibração (mm/s) - Pontos localizados nos pilares

Para a realização de testes e estudos a partir de um modelo matemático de um sistema dinâmico, primeiramente tal modelo deve ter sua confiabilidade garantida. A avaliação da confiabilidade pode ser feita através de comparações de algum parâmetro específico típico do sistema analisado (protótipo ou modelo físico) com o mesmo parâmetro do modelo matemático-computacional desenvolvido, consistindo em um processo de calibração. No caso de estudos de dinâmica de estruturas, é comum a calibração do modelo através da comparação entre, por exemplo, as frequências naturais do sistema obtidas de um ensaio de campo conhecido como teste modal e as correspondentes frequências naturais obtidas do modelo matemático. Seguindo essa metodologia, WU (2004) e STEINWENDER ET AL (1987) realizaram testes modais em uma estrutura de ponte rolante e em suportes de tubulação, respectivamente.

No presente trabalho, o modelo teve a velocidade efetiva (rms) como parâmetro de calibração.

4 Modelos simplificados massa-mola

Neste capítulo serão apresentadas análises de vibração livre do caso estudado a partir de três métodos consagrados na literatura aplicados às estruturas aperticadas. Os dois primeiros métodos, de Rausch (1959) e de Barkan (1962), não levam em consideração a influência do solo na resposta dinâmica do sistema. O terceiro método, proposto por Chowdhury (1984), inclui na análise de vibrações a interação solo-estrutura e seus efeitos sobre o sistema.

4.1. Método de Rausch

Rausch (1959) propôs um modelo matemático para determinação da frequência natural do sistema no qual as massas de cada um dos pórticos transversais que compõem a estrutura, bem como as massas das vigas longitudinais que se ligam a esses pórticos transversais e a massa do conjunto mecânico são consideradas concentradas sobre os pilares que as sustentam, tendo assim apenas 2 graus de liberdade desacoplados (translação vertical e horizontal). O modelo assume também que as fundações são rígidas suficientes de modo que não há deslocamentos da infra-estrutura e, portanto, sem interação solo-estrutura. Além disso, o método não tem como objetivo calcular as amplitudes de vibração, se prestando apenas a verificação de condições de ressonância.

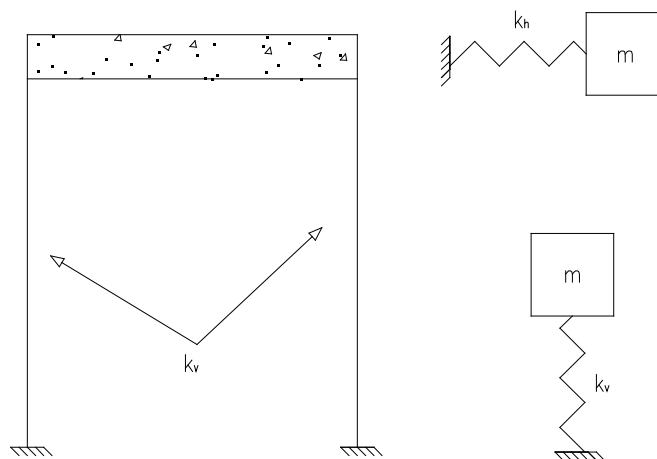


Figura 4-1 – Pórtico transversal típico e modelos Massa-Mola horizontal e vertical

4.1.1. Freqüências naturais referentes aos modos na direção vertical

Na direção vertical, a freqüência natural do sistema ω_{nv} é definida como sendo a média das freqüências naturais individuais de todos os N pórticos que formam o sistema estrutural.

$$\omega_{nv} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega_{nvi} \quad (4-1)$$

Na direção vertical, a freqüência natural de um pórtico é dada pela equação abaixo.

$$\omega_{nvi} = \sqrt{\frac{k_v}{m}} = \sqrt{\frac{k_v g}{W}} \quad (4-2)$$

onde k_v é a rigidez vertical de um pórtico, g é a aceleração da gravidade, m e W são a massa e o peso agindo na direção vertical, respectivamente.

A deformação δ_v de uma mola com rigidez k_v suportando um peso W é dada pela equação (4-3). Nesse caso, a deformação δ_v corresponde à deformação total da viga transversal de cada pórtico, calculada no ponto médio de seu vão.

$$\delta_v = \frac{W}{k_v} \quad (4-3)$$

Portanto, a freqüência natural em Hertz correspondente ao modo de vibração na direção vertical de um pórtico pode ser dada pela equação (4-4).

$$\omega_{nvi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_v}} \quad (4-4)$$

4.1.2. Freqüências naturais referentes aos modos na direção horizontal

De forma semelhante à obtenção da freqüência natural do sistema na direção vertical, a determinação da freqüência natural correspondente ao modo horizontal leva em conta um sistema massa-mola de um grau de liberdade em que sua rigidez corresponde ao somatório das rigidezes horizontais de cada um dos pórticos do sistema estrutural e sua massa corresponde à soma das massas da laje de apoio dos equipamentos com a massa dos próprios equipamentos.

A rigidez horizontal de um dado pórtico é calculada considerando que a massa do sistema m (laje e equipamentos), concentrada na extremidade de uma viga em balanço,

sofre um deslocamento pela ação da gravidade. Assim, o valor da rigidez horizontal desse pórtico k_{hi} é dado pela equação (4-5)

$$k_{hi} = \frac{12EI_p}{H^3} \left(\frac{6\psi + 1}{3\psi + 2} \right) \quad (4-5)$$

Onde ψ é dado pela equação (4-6), em que I_b e I_p são os momentos de inércia da viga transversal e do pilar ou coluna, respectivamente, e L e H são o comprimento da viga transversal e a altura do pilar, respectivamente.

$$\psi = \frac{I_b H}{I_p L} \quad (4-6)$$

Portanto, a frequência natural na direção horizontal em rad/s do modelo simplificado massa-mola pode ser dada pela equação (4-7).

$$\omega_{nh} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N k_{hi}}{m}} = \sqrt{\frac{g}{W} \sum_{i=1}^N k_{hi}} \quad (4-7)$$

Onde N é o numero de pórticos que formam o sistema estrutural.

4.1.3.

Determinação das frequências naturais do modelo estudado

Com auxílio do programa de computação simbólica *MAPLE*®, foi escrita uma rotina para o cálculo da frequência natural vertical e horizontal pelo método de Rausch (1959). A Tabela 4-1 resume os dados de geometria de cada um dos pórticos componentes do sistema estrutural analisado, bem como as massas equivalentes suportadas por eles. A rigidez de cada pórtico, nas duas direções consideradas, também está apresentada na tabela. Os dados de geometria estão expressos em metros, as massas em *kg* e as rigidezes em *N/m*.

Tabela 4-1 - Dados dos pórticos componentes do sistema estrutural

Pórtico	Viga Transversal			Pilar		Massa	Rigidez	
	Menor dimensão	Maior dimensão	Comprimento	Seção			Vertical	Horizontal
1	0.6	1.2	3.3	0.6	0.6	14380.61	2.199760000E+09	7.360090000E+07
2	0.6	1.4	3.3	0.6	0.6	25929.21	2.210770000E+09	7.487980000E+07
3	0.6	1.4	3.3	0.6	0.6	25929.21	2.210770000E+09	7.487980000E+07
4	0.6	1.2	3.3	0.6	0.6	14280.61	2.218720000E+09	7.360090000E+07

As duas frequências naturais, correspondentes aos modos de vibração na direção vertical e na direção horizontal, foram então calculadas. A Tabela 4-2 a seguir apresenta os resultados obtidos.

Tabela 4-2 – Resultados para as frequências naturais – Modelo de Rausch

Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)
Horizontal	9.67
Vertical	61.28

4.2.

Método de Barkan

Com base no método de Rausch (1959), Barkan (1962) propôs um modelo matemático para determinação da frequência natural do sistema considerando um conjunto de duas massas e duas molas.

A primeira das massas do modelo corresponde à soma entre a massa do equipamento e uma fração da massa da viga transversal do pórtico. A segunda massa do modelo corresponde à soma entre a massa da viga longitudinal ligada ao pórtico transversal, uma fração da massa da viga transversal do mesmo pórtico e uma fração da massa do pilar.

Em relação às molas, a primeira delas equivale à rigidez à flexão da viga transversal do pórtico e a segunda equivale à rigidez axial dos pilares.

Além disso, como no método de Rausch (1959), o modelo assume que as fundações são rígidas suficientes de modo que não há deslocamentos da infra-estrutura e, portanto, sem interação solo-estrutura.

No método de Barkan (1962), as frequências naturais correspondentes aos modos de vibração vertical podem ser apenas obtidas para cada um dos pórticos individualmente, não permitindo o cálculo para o sistema estrutural como um todo. Dessa forma, uma vez que um dos interesses aqui é comparar os resultados dos métodos de análise de vibração para o modelo global, nesse capítulo serão apenas obtidas as frequências naturais correspondentes aos modos de vibração horizontal.

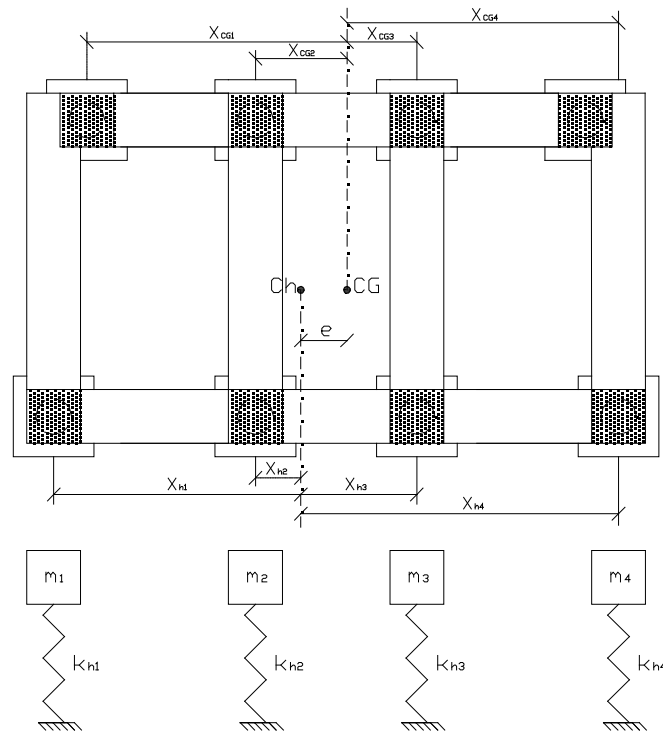


Figura 4-2 – Modelo Massa-Mola para movimento na direção horizontal

4.2.1. Frequências naturais referentes aos modos na direção horizontal

A determinação da frequência natural na direção horizontal leva em conta um sistema massa-mola com dois graus de liberdade: translação horizontal (x) e rotação no plano (φ).

Novamente, a rigidez resultante do sistema corresponde ao somatório das rigidezes horizontais de cada um dos pórticos, e a massa resultante corresponde à soma das massas da laje de apoio dos equipamentos com a massa dos próprios equipamentos.

$$kh = \sum_{i=1}^N k_{hi} \quad (4-8)$$

$$m = \sum_{i=1}^N m_i$$

Os parâmetros m_i e k_{hi} são dados pelas equações abaixo.

$$m_i = m_{0i} + m_{bi} + 0.3m_{pi} + m_{Li} \quad (4-9)$$

$$k_{hi} = \frac{12EI_p}{H^3} \left(\frac{6\psi + 1}{3\psi + 2} \right)$$

onde m_i é a massa total de um dado pórtico, m_{bi} é a massa da viga transversal, m_{pi} é a massa dos pilares, m_{oi} é a massa do equipamento suportado pela viga transversal e m_L é a massa da viga longitudinal ligada ao pórtico. Os parâmetros da expressão da rigidez horizontal são definidos exatamente como no método de Rausch (1959).

Na formulação de Barkan (1962), três novos parâmetros são considerados: e , J_ϕ e γ . O parâmetro e corresponde a distância, no plano, entre os centros de gravidade e de rigidez do sistema estrutural. J_ϕ é o momento de inércia de massa e γ é o momento de inércia de rigidez do sistema estrutural.

$$J_\phi = \sum_{i=1}^N m_i X_{CGi}^2 \quad (4-10)$$

$$\gamma = \sum_{i=1}^N k_{hi} X_{hi}^2$$

A equação matricial de movimento do sistema analisado em vibração livre pode ser escrita conforme apresentado a seguir.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h & k_h e \\ k_h e & k_h e^2 + \gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = 0 \quad (4-11)$$

As duas frequências naturais acopladas do sistema, na direção horizontal, podem ser obtidas pela extração dos autovalores da equação matricial acima.

4.2.2. Determinação das frequências naturais do modelo estudado

Com auxílio do programa de computação simbólica *MAPLE®*, foi escrita uma rotina para o cálculo das frequências naturais correspondentes aos modos de vibração horizontal. Os dados de geometria, massas equivalentes e rigidezes são idênticos aos apresentados na Tabela 4-1 do item 4.1.3.

As duas frequências naturais correspondentes aos modos de vibração na direção horizontal, mais precisamente a translação horizontal e a rotação da laje superior em torno de um eixo perpendicular ao seu plano, foram então calculadas. A seguir estão resumidos os resultados obtidos.

Tabela 4-3 – Resultados para as frequências naturais – Modelo de Barkan

Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)
Translação	9.67
Rotação	11.08

Verifica-se pelos resultados anteriores que os valores das frequências naturais correspondentes ao modo de vibração em que o sistema sofre translação da laje de apoio dos equipamentos resultaram idênticas quando calculadas pelos métodos de Rausch e Barkan.

4.3. Modelo de interação dinâmica estrutura-solo

As duas metodologias apresentadas anteriormente não levam em conta a participação do solo para efeito da análise dinâmica do sistema estrutura-solo-equipamento.

Esses dois métodos foram propostos em uma época em que as máquinas nas plantas industriais eram muito pesadas e robustas, sendo normalmente montadas sobre bases de concreto massivas no nível do solo. É claro que esse tipo de configuração ainda existe, porém é cada vez mais comum a instalação dessas máquinas em estruturas elevadas.

Para o caso de bases massivas apoiadas diretamente no solo ou apoiadas em estacas, devido a sua grande rigidez, tem-se normalmente uma estrutura sobre-sintonizada e, portanto, menor preocupação com problemas de amplificação dinâmica. Já para o caso de bases apoiadas em pilares, comumente tem-se uma estrutura sub-sintonizada. É nesse segundo caso em que minimizar a influência do solo na resposta dinâmica do sistema pode levar ao fracasso do projeto.

Assim, um modelo mais racional que considerasse a contribuição do solo na resposta dinâmica de uma estrutura aporticada foi então proposto por Chowdhury (1984).

4.3.1. Frequências naturais referentes aos modos na direção vertical

Na direção vertical, o modelo é formado por três massas conectadas entre si por molas cujas rigidezes equivalem à rigidez translacional (constante de mola) do solo na direção vertical (k_1), rigidez axial dos pilares (k_2) do pórtico e a rigidez flexural da viga transversal do mesmo pórtico (k_3).

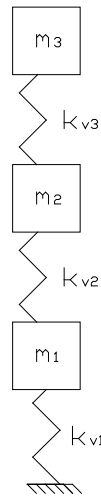


Figura 4-3 – Modelo Massa-Mola para movimento na direção Vertical

As massas m_1 , m_2 e m_3 do modelo são dadas pelas expressões a seguir.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= m_f + m_s + 0.30m_p \\
 m_2 &= m_L + 0.25m_b + 0.30m_p \\
 m_3 &= m_0 + 0.45m_b
 \end{aligned}
 \tag{4-12}$$

Onde m_f é a massa das fundações no nível do solo, m_s é a massa do solo que participa da vibração, m_b é a massa da viga transversal do pórtico, m_p é a massa dos pilares, m_L é a massa da viga longitudinal ligada ao pórtico e m_0 é a massa do equipamento suportado pela viga transversal.

A rigidez torsional da viga longitudinal ligada ao pórtico transversal é desprezada uma vez que sua magnitude é muito menor que a rigidez flexural da viga transversal e que a rigidez axial do pilar.

De forma semelhante ao método de Rausch (1959), cada pórtico é tratado individualmente e a contribuição de cada um deles é somada ao final do processo de cálculo.

A resultante da rigidez translacional do solo na direção vertical k_l é dada pela soma de cada constante de mola do solo considerada no modelo. No caso estudado, considera-se que existe uma mola devido ao solo para cada um dos pilares do sistema estrutural, conforme equação (4-13).

$$k_1 = \sum_1^N k_{vi} \quad (4-13)$$

A rigidez axial resultante dos N pórticos é dada pela equação (4-14).

$$k_2 = \sum_1^N \frac{2EA_p}{H} \quad (4-14)$$

A rigidez flexural resultante das vigas transversais dos N pórticos do sistema estrutural é representada pela equação (4-15).

$$k_3 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\delta_{vi}} \quad (4-15)$$

Onde a deformação vertical δ_{vi} de uma dada viga transversal é dada pela equação (4-16).

$$\delta_{vi} = \frac{L^3}{96EI_b} \left(\frac{1+2\psi}{2+\psi} \right) \quad (4-16)$$

Considerando que as massas se deslocam na direção z , a equação matricial de movimento do sistema analisado pode ser escrita conforme apresentado a seguir.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (4-17)$$

Portanto, três frequências naturais do sistema na direção vertical podem ser obtidas pela extração dos autovalores da equação matricial acima.

4.3.2. Frequências naturais referentes aos modos na direção horizontal

Em comparação com o método de Rausch, que considera um grau de liberdade na direção horizontal, e o método de Barkan, que considera dois graus de liberdade nessa direção, o método proposto por Chowdhury (1984) considera quatro graus de liberdade. Além da translação horizontal (x) e rotação no plano (φ) da laje de apoio dos equipamentos, são introduzidas a translação das fundações (u) e um movimento de rotação (θ) das fundações no plano perpendicular àquele onde ocorre a rotação φ . A figura apresenta em corte um pórtico típico, destacando-se a laje de apoio, os pilares, a fundação e os graus de liberdade associados.

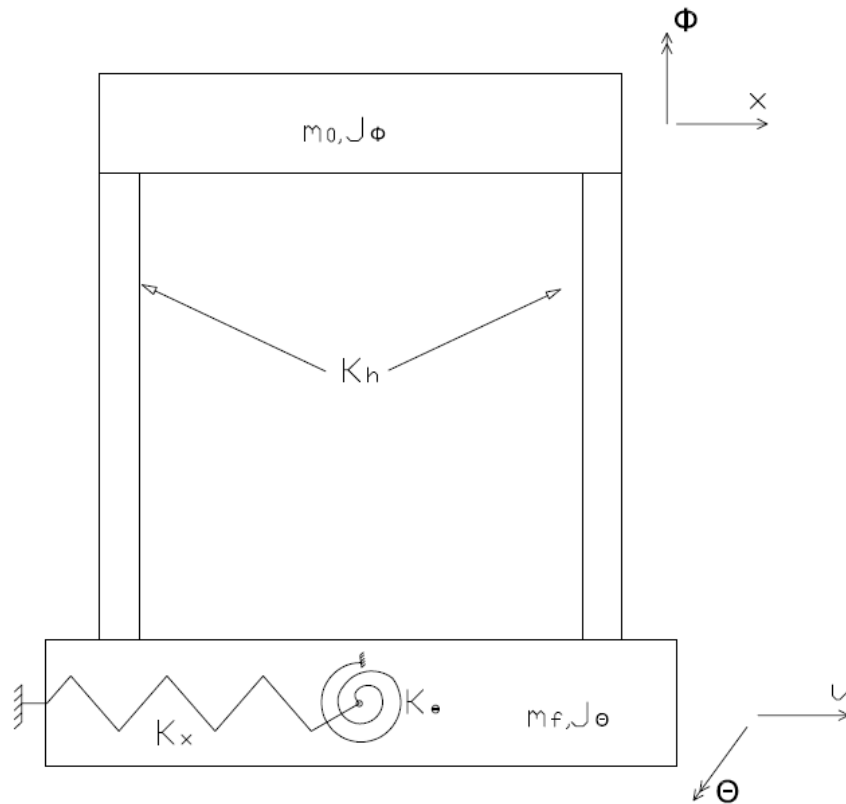


Figura 4-4 – Modelo simplificado de interação solo-estrutura

A equação de movimento desse sistema de quatro graus de liberdade é obtida a partir do princípio da conservação da energia formulado por Lagrange, computando-se as energias cinéticas e potenciais do sistema analisado, considerado conservativo, e as coordenadas generalizadas referentes aos graus de liberdade típicos desse sistema. O funcional de energia correspondente ao sistema analisado é então minimizado, de acordo com o princípio de Hamilton, obtendo-se finalmente as equações de Euler-Lagrange e, conseqüentemente, a equação de movimento do problema.

A dedução da equação do movimento em vibração livre conforme descrito no parágrafo anterior não será feita aqui, de modo que ela está diretamente apresentada a seguir.

$$\begin{bmatrix} m & me & m & mH \\ me & J_\Phi + me^2 & me & meH \\ m & me & m + m_f & mH \\ mH & meH & mH & J_\Theta + mH^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{u} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_h e^2 + \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \varphi \\ u \\ \theta \end{Bmatrix} = 0 \quad (4-18)$$

Onde m é a massa resultante de todos os componentes suportados pelos pilares, m_f é a massa das fundações no nível do solo, e corresponde a distância, no plano, entre os

centros de gravidade e de rigidez do sistema estrutural, J_ϕ é o momento de inércia de massa, γ é o momento de inércia de rigidez, H é o comprimento de um pilar, k_h é a rigidez resultante do sistema estrutural na direção horizontal, k_x é a rigidez resultante translacional do solo na direção horizontal e k_θ é a rigidez rotacional do solo.

Vê-se que pelo fato da matriz de massa ser cheia, as equações do sistema são acopladas.

No caso estudado, devido à presença das estacas e pelo fato dessas estarem embutidas em solo com resistência muito elevada ao longo de sua profundidade, considera-se que as fundações não sofrem rotações segundo o grau de liberdade θ . Portanto, a quarta linha e a quarta coluna das matrizes de massa e de rigidez foram eliminadas.

As três frequências naturais acopladas do sistema, na direção horizontal, podem ser então obtidas pela extração dos autovalores da equação matricial (4-18).

4.3.3.

Determinação das frequências naturais do modelo estudado

Novamente com auxílio do programa de computação simbólica *MAPLE®*, foi escrita uma rotina para o cálculo das frequências naturais correspondentes aos modos de vibração do modelo de interação solo-estrutura. Os dados de geometria, massas equivalentes e rigidezes são idênticos aos apresentados na Tabela 4-1 do item 4.1.3.

As três frequências naturais correspondentes aos modos de vibração do modelo, a saber translação horizontal e rotação da laje superior em torno de um eixo perpendicular ao seu plano, além da translação horizontal das fundações, são então calculadas.

O elemento solo é representado no modelo através de seu coeficiente de mola no nível das fundações. Utilizando-se o modelo proposto por Chowdhury (1984), avalia-se a influencia do parâmetro do solo k_m na determinação das frequências naturais do sistema. Nessa avaliação, são utilizados os coeficientes de mola obtidos por retroanálise no item 3.3.3, referentes ao caso estático e cíclico. No caso em que os coeficientes de mola variam com a profundidade (Modelo de Miche), é considerado apenas o seu valor na superfície do terreno. Os coeficientes de mola obtidos pelo modelo de Hetenyi (1946) também são empregados na análise.

A seguir estão resumidos os resultados obtidos. Os três modos de vibração citados no parágrafo anterior estão associados ao primeiro, terceiro e quarto modos obtidos pelo método de elementos finitos, respectivamente. Essa associação é importante quando se

compara no capítulo 6 os resultados dos modelos simplificados aos resultados do modelo de elementos finitos.

Tabela 4-4 – Resultados para as frequências naturais (Hz)– Modelo de Interação Solo-Estrutura

Modos de Vibração	Característica	Caso Estático - Miche		
		Ensaio E-11	Ensaio E-16	Ensaio E-03
		km (N/m)		
		64945963	5087988	1624980
Modo 1	Translação Topo	7,15	2,51	1,44
Modo 3	Rotação Topo	11,14	11,06	11,05
Modo 4	Translação Fundação	17,62	14,15	13,98

Modos de Vibração	Característica	Caso Cíclico - Miche						Caso Cíclico - Hetenyi	
		Ensaio E-16			Ensaio E-03			Ensaio E-03	
		km (N/m)							
		69712699	107239928	157227329	191974275	34222409	326398034	16093599	97769351
Modo 1	Translação Topo	7,28	7,99	8,47	8,66	5,82	9,02	4,28	7,85
Modo 3	Rotação Topo	11,14	11,17	11,19	11,20	11,11	11,23	11,08	11,16
Modo 4	Translação Fundação	17,92	20,20	23,04	24,87	15,74	31,05	14,71	19,63

Os resultados apresentados na tabela estão apresentados graficamente abaixo.

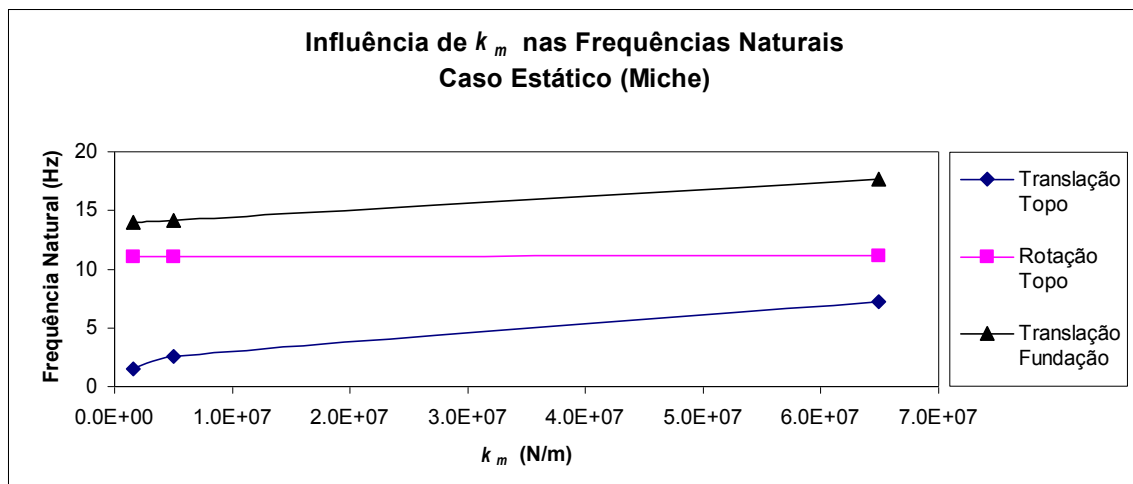


Gráfico 4-1 - Curva Frequência Natural versus k_m – Caso Estático

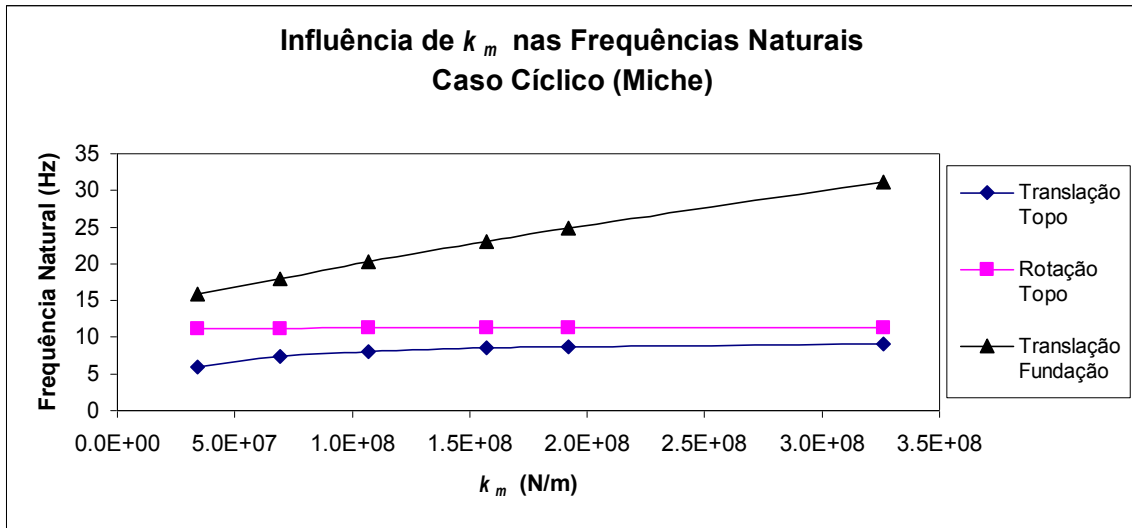


Gráfico 4-2 - Curva Frequência Natural versus k_m – Caso Cíclico (Miche)

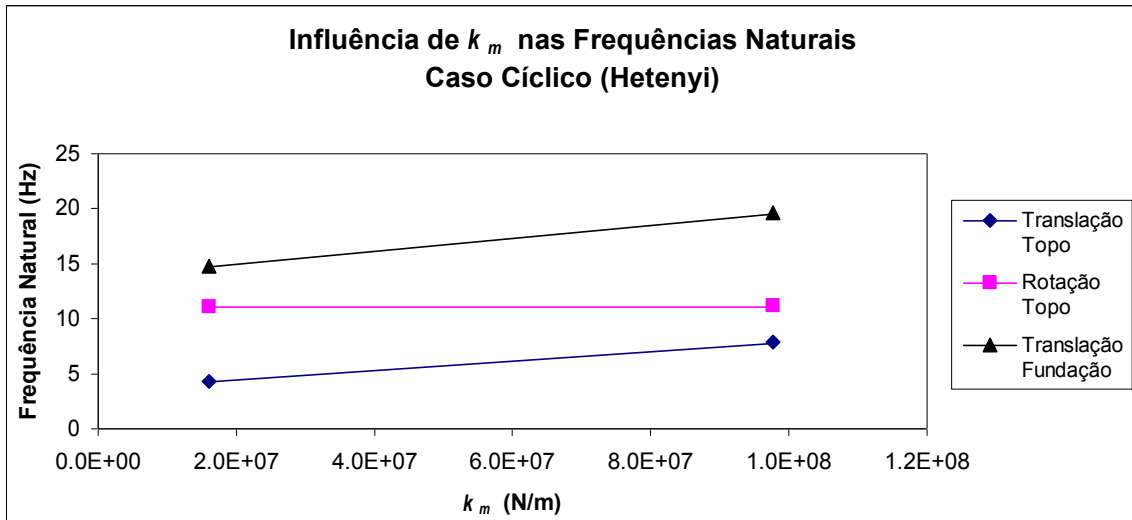


Gráfico 4-3 - Curva Frequência Natural versus k_m – Caso Cíclico (Hetenyi)

As curvas mostradas no Gráfico 4-2 e no Gráfico 4-3 são desenhadas simultaneamente, conforme indicado no Gráfico 4-4.

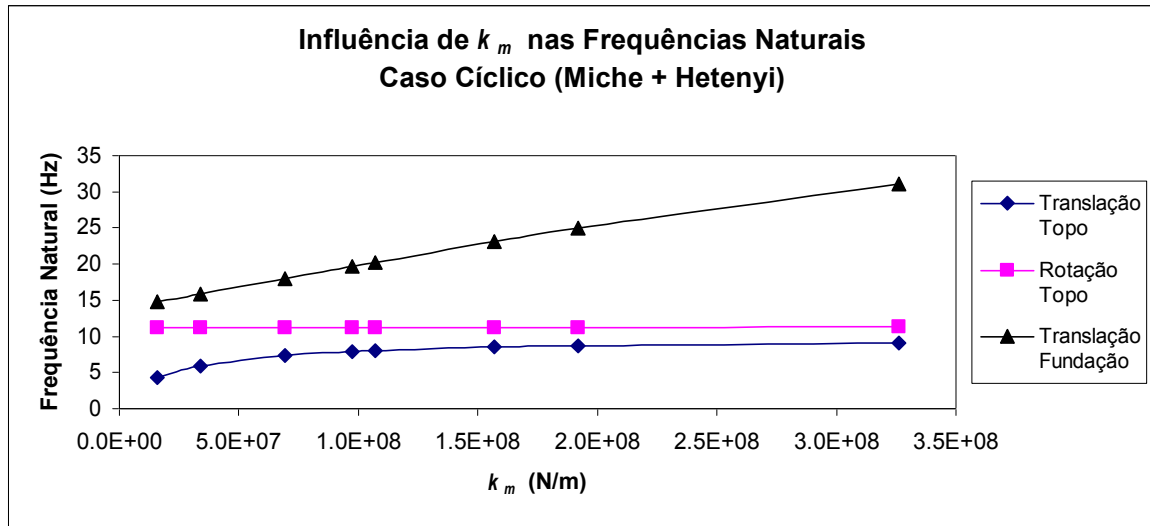


Gráfico 4-4 - Curva Frequência Natural versus k_m - Caso Cíclico - (Miche e Hetenyi)

O Gráfico 4-4 mostra que os pontos das curvas Frequência Natural *versus* k_m correspondentes aos valores de coeficiente de mola constantes com a profundidade recaíram sobre as curvas correspondentes aos valores de coeficiente de mola variáveis com a profundidade, mostrando assim a mesma tendência de variação.

Dentro do intervalo de 16000 kN/m a 326000 kN/m, as frequências naturais correspondentes à rotação da laje de apoio dos equipamentos praticamente não sofrem influência do coeficiente de mola, seja ele estático ou cíclico, seja ele constante ou variável com a profundidade. A frequência natural correspondente a esse modo de vibração é de aproximadamente 11.0 Hz.

Dentro do intervalo de 16000 kN/m a 326000 kN/m, as frequências naturais correspondentes à translação da laje de apoio dos equipamentos apresenta maior variação até o valor de k_m igual a 97000 kN/m. A partir desse valor e até o limite superior do intervalo analisado do coeficiente de mola, as frequências naturais sofrem pequena variação, cerca de 14%, atingindo valor aproximado de 8 Hz.

As duas frequências notáveis identificadas nos dois parágrafos imediatamente anteriores estão situadas no intervalo de $\pm 20\%$ da frequência de operação do compressor tratado no presente estudo. Uma vez que é sabido sobre os excessos de velocidade de vibração medidas na estrutura estudada, tendo suas partes superiores excitadas sob condições de amplificação consideráveis, pode-se inferir que o modelo simplificado de interação solo-estrutura foi capaz de dar satisfatoriamente indícios de potencial ocorrência de condições de ressonância do sistema avaliado.

As frequências naturais correspondentes à translação das fundações sofrem influência significativamente maior em relação às demais frequências, crescendo aproximadamente de forma linear em função do coeficiente de mola. Essa constatação permite ao projetista lançar mão de alguma estratégia de enrijecimento do solo nos primeiros metros de profundidade de modo a forçar a frequência natural do sistema a se afastar da frequência de excitação dos equipamentos dinâmicos.

5 Modelo numérico-computacional desenvolvido no **ABAQUS®**

Neste capítulo será apresentado o modelo numérico-computacional de Elementos Finitos em 3 dimensões do sistema estrutura-solo-equipamento estudado. O modelo foi desenvolvido com base nos elementos disponíveis no programa de análise por elementos finitos *ABAQUS®*.

Conforme trata o item 3.4 sobre instrumentação, o modelo numérico-computacional precisa ser calibrado. O processo de calibração do modelo desenvolvido no presente capítulo está apresentado no capítulo 6 seguinte.

Os resultados obtidos a partir do modelo elaborado em elementos finitos serão também comparados com os resultados obtidos a partir dos modelos simplificados massa-mola.

5.1. Características do modelo numérico-computacional

Um sistema físico é representado por um modelo numérico-computacional tendo como premissa fundamental a sua compatibilidade com o respectivo protótipo. É fato que para cada representação de um sistema físico por um modelo qualquer, um conjunto de aproximações é feita e, para cada uma delas, a qualidade dos resultados é diretamente influenciada.

De uma forma geral, a modelagem numérico-computacional de um problema de interação estrutura-solo-equipamento não depende apenas dos parâmetros dos elementos do sistema, mas também do tipo de análise desenvolvida (BHATIA, 2008). O Método dos Elementos Finitos (MEF) permite a modelagem da máquina, estrutura, fundação e solo como um conjunto e, conseqüentemente, o comportamento do modelo tende a se tornar o mais próximo do comportamento do seu protótipo, resultando assim em maior confiabilidade.

A estrutura ou superestrutura de suporte dos equipamentos mecânicos foi modelada com dois tipos distintos de elementos. Dada sua característica massiva, as bases propriamente ditas foram modeladas com elementos tipo C3D4 (sólidos

tetraédricos lineares de 4 nós). Já os pilares e as vigas de travamento no nível das fundações foram modelados com elementos lineares de viga do tipo B31.

As fundações em estacas e sua interação com o solo são modeladas considerando as estacas como elementos lineares de viga e o solo como um conjunto de molas lineares atuando nas duas direções perpendiculares às estacas, cujas constantes são invariantes com a direção em que se deformam e independentes da frequência de excitação ao qual o solo possa estar submetido. Na direção vertical, as estacas são consideradas fixas. O elemento utilizado para representar as molas é o elemento de conexão SPRING1, o qual possui um dos nós fixo e o outro deslocável. Assim, o solo é considerado um componente essencialmente elástico, sem massa e sem amortecimento.

Na modelagem dos equipamentos, uma preocupação imediata é a representação do sistema mecânico de tal forma que sua massa seja adequadamente considerada e o correspondente centro de gravidade se ajuste com o do protótipo ou modelo físico. Assim, a modelagem dos equipamentos leva em conta a concentração de suas massas nos respectivos centros de gravidade e a sua ligação com a estrutura através de elementos rígidos de vigas (BHATIA, 2008).

O sistema mecânico, ou seja, o compressor, o motor elétrico e os acessórios são considerados no modelo através de dois tipos de carregamento, um estático e um dinâmico, aplicados em seus centros de gravidade. O carregamento estático corresponde ao peso do compressor, do motor elétrico e dos acessórios em geral, enquanto o carregamento dinâmico corresponde às forças e aos momentos (ou torque) transientes devidos ao compressor alternativo.

Além da participação como carregamento, o sistema mecânico também influencia o comportamento dinâmico do modelo uma vez que ele contribui com a matriz de massa do sistema de equações de movimento. Portanto, para efetivar essa contribuição, foram aplicadas nos centros de gravidade dos equipamentos mecânicos suas respectivas massas. Nesse caso, são utilizados os elementos do tipo MASS, ao qual estão associados 3 graus de liberdade à translação. As massas dos equipamentos estão apresentadas na Tabela 5-1.

Tabela 5-1 – Massas concentradas correspondentes aos equipamentos mecânicos

Componentes	Massa (kg)
Compressor	10000
Suporte Cilíndrico 1	18000
Suporte Cilíndrico 2	18000
SKID	7163
Motor Elétrico	7000

A Figura 5-1 mostra o aspecto geral do modelo do sistema Estrutura-Fundação-Solo-Equipamento desenvolvido.

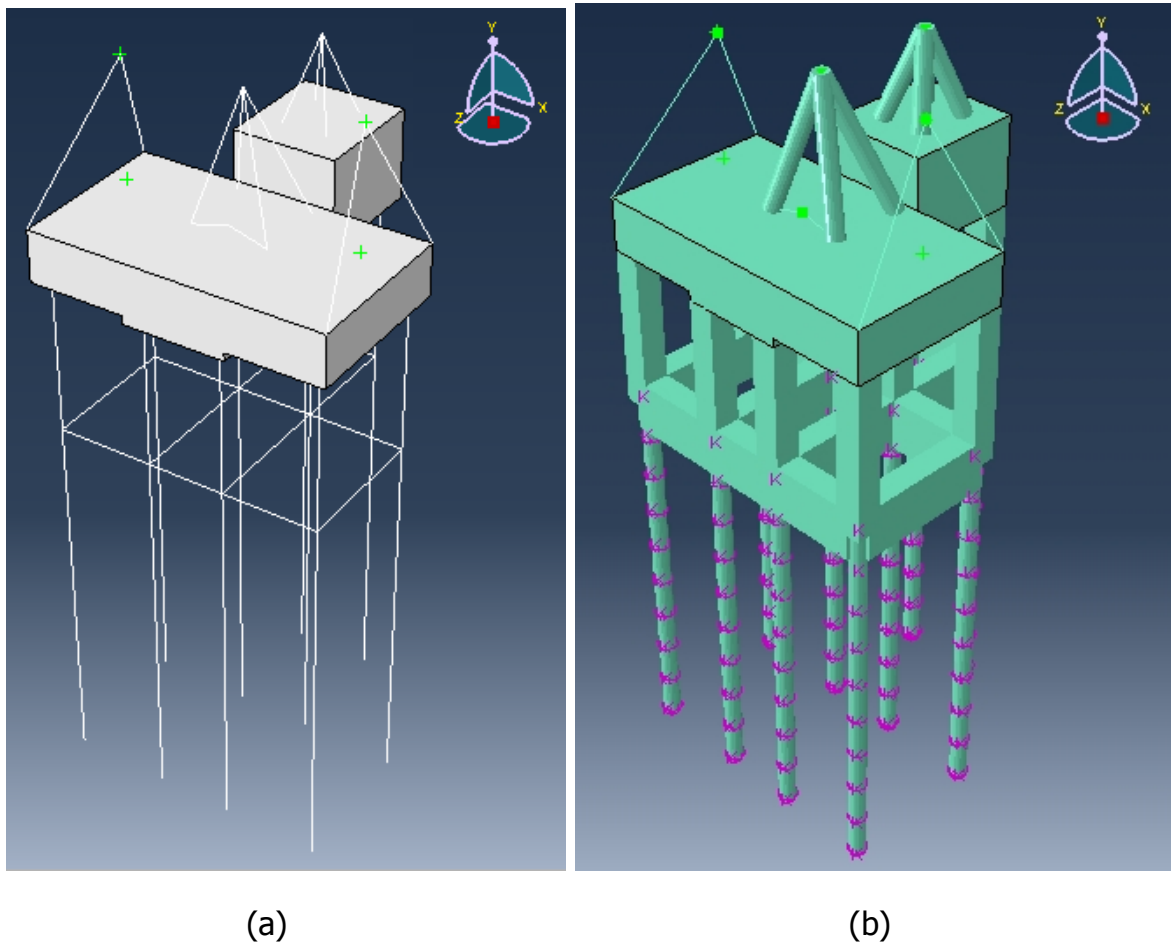


Figura 5-1 - (a) Modelo 3D do sistema Estrutura-Fundação-Solo-Equipamento feito no software ABAQUS® (b) Modelo renderizado

Os principais dados de entrada do modelo estão apresentados na Tabela 5-2.

Tabela 5-2 – Dados gerais do modelo computacional em ABAQUS®

Componentes	Sub-Componentes	Geometria (m)			Tipo de Elemento
		Seção		Diâmetro	
		Menor Dimensão	Maior Dimensão		
Estrutura	Grelha (Fundações)	0.6	1.2	-	Viga
	Pilares	0.6	0.6	-	Viga
	Bases	-	-	-	Sólido Tetraédrico Linear de 4 nós
Fundações	Estacas	-	-	0.4	Viga
	Solo	-	-	-	Mola Linear

Componentes	Sub-Componentes	Material	Propriedades Físicas			
			Módulo de Elasticidade (N/m ²)	Coefficiente de Poisson	Peso Específico (N/m ³)	Constante de Mola (N/m)
Estrutura	Grelha (Fundações)	Concreto Armado	21287367145.8	0.2	25000	-
	Pilares					
	Bases					
Fundações	Estacas	-	-	-	-	-
	Solo	-	-	-	-	Ver testes

No modelo constitutivo do concreto, uma vez que as tensões desenvolvidas na estrutura devidas às condições normais de operação de um equipamento dinâmico são de ordem inferior (BHATIA, 2008), considerou-se que o valor do módulo de elasticidade é independente das deformações, ou seja, adotou-se o módulo de elasticidade estática.

Nesse contexto, o módulo de elasticidade utilizado no modelo foi calculado conforme formulação proposta na norma ABNT NBR 6118 (2007), em função da resistência característica do concreto f_{ck} .

$$E = 4760\sqrt{f_{ck}} \quad (5-1)$$

O valor do coeficiente de Poisson foi adotado como sendo 0,2, que corresponde a um valor típico utilizado em projetos de engenharia, principalmente quando as tensões e deformações se relacionam entre si de forma linear (ABNT NBR 6118, 2007). De forma semelhante, o peso específico do concreto armado adotado, 25 kN/m³, também é um valor típico.

Para a taxa de amortecimento ζ do sistema (incluindo equipamento e fundações), a norma alemã DIN 4024 Part 1 (1988) orienta a utilizar o valor 0,02 quando informações precisas desse parâmetro não estão disponíveis. Esse valor foi empregado no modelo estudado.

5.2. Teste de malha

Como uma primeira verificação do modelo estudado, foram realizados testes para validação do tamanho da malha e do passo de tempo. Este teste de malha foi realizado com intenção de definir qual seria o maior tamanho de malha que fornecesse os mesmos resultados de uma malha mais refinada. Ou seja, a malha tem o grau de refinamento requerido para não alterar o resultado da resposta dinâmica. Além disso, a malha não deveria ser computacionalmente dispendiosa, de forma a não inviabilizar a simulação.

O deslocamento na direção x em dois nós do modelo foi utilizado como parâmetro de teste da qualidade da malha.

Na Tabela 5-3 estão apresentados os tipos e quantidades de elementos finitos resultantes do teste de refinamento da malha considerada.

Tabela 5-3 – Tipos e quantidade de elementos finitos utilizados para análise modal

Tipo de Elemento	Nomenclatura	Graus de Liberdade Total	Quantidade
Sólido	C3D4	3	11460
Viga	B31	12	629
Mola	SPRING1	1	199
Massa	MASS	3	5

No caso do procedimento para extração das freqüências naturais de vibração e determinação dos respectivos modos de vibração, o maior grau de refinamento da malha não influenciou os resultados. Possivelmente esse comportamento seja devido à grande rigidez de todos os elementos do sistema estrutural.

Assim, para as análises de vibração livre, utilizou-se o modelo com uma malha de elementos finitos menos densa, conforme mostra a Tabela 5-4.

Tabela 5-4 – Tipos e quantidade de elementos finitos utilizados para extração das freqüências naturais e determinação dos modos de vibração do modelo

Tipo de Elemento	Nomenclatura	Graus de Liberdade Total	Quantidade
Sólido	C3D4	3	3115
Viga	B31	12	397
Mola	SPRING1	1	199
Massa	MASS	3	5

Pode-se verificar que, com uma redução de densidade de malha de aproximadamente 70%, a variação percentual entre os autovalores calculados com a malha escolhida para a análise modal e aqueles calculados com a malha indicada na Tabela 5-4 não ultrapassou 0,5%.

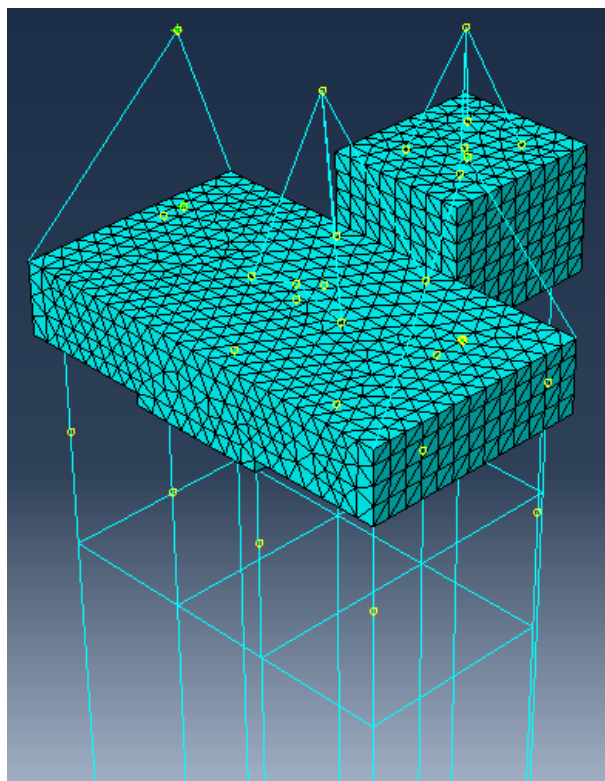


Figura 5-2 – Aspecto geral da malha de elementos finitos gerada para o modelo

5.3. Definição do passo de tempo

Após definir o tamanho da malha, deve ser realizada a avaliação do passo de tempo. Para tanto, foi utilizada a malha escolhida para análise modal, conforme o item anterior. Foram realizados testes com três passos de tempo diferentes: 0,005s, 0,0025s e 0,00125s.

A escolha dos três tamanhos do passo de tempo está baseada no período da excitação da vibração forçada de modo que cada um deles corresponde a aproximadamente 5%, 2,5% e 1% do tamanho do período.

Da mesma forma como é feito no teste de malha, o parâmetro de teste para escolha do tamanho do passo foi o deslocamento na direção x em dois pontos do modelo. Como resultado, foi definido como passo de tempo 0,0025s.

5.4. Carregamentos envolvidos

Conforme já apresentado em itens anteriores, os carregamentos envolvidos no problema são de duas naturezas: estática e dinâmica.

5.4.1. Carregamento estático

O carregamento estático aqui é considerado como sendo o peso de todos os componentes do sistema Estrutura-Equipamento. Nesse sentido, o carregamento estático devido aos elementos estruturais é levado em conta no modelo de forma automática uma vez que o ABAQUS® calcula o peso próprio de cada um deles diretamente em função dos dados de geometria e peso específico do material.

A contribuição dos equipamentos no carregamento estático se dá pela inserção da respectiva força peso no centro de gravidade de cada um deles.

5.4.2. Carregamento dinâmico

Como visto no item 2.5.1, o problema estudado envolve um sistema submetido a um vetor força de excitação $\underline{F}(t)$ e a um vetor torque de excitação $\underline{\tau}(t)$ causados pelo movimento alternativo dos pistões do compressor. Esses vetores são aplicados no centro de gravidade do compressor. As equações (5-2) e (5-3) representam matematicamente as cargas de excitação do problema estudado.

$$\vec{F}(t) = F_{01} \vec{\cos \omega t} + F_{02} \vec{\cos 2\omega t} \quad (5-2)$$

$$\vec{\tau}(t) = \tau_{01} \vec{\cos \omega t} + \tau_{02} \vec{\cos 2\omega t} \quad (5-3)$$

Essas cargas de excitação são aplicadas diretamente no centro de gravidade do compressor, de modo que a força $\underline{F}(t)$ age em um plano horizontal segundo a direção x do sistema de coordenadas global do modelo e o torque $\underline{\tau}(t)$ atua tanto no plano horizontal como também no vertical. O torque resulta do fato da barra de conexão entre a manivela e o pistão ser excêntrica em relação ao eixo do pistão, tanto no plano que o contém como também fora dele.

As forças e os torques gerados pelo compressor alternativo do estudo são dados fornecidos pelo fabricante do equipamento. As amplitudes das cargas de excitação primárias e secundárias, bem como as correspondentes frequências de excitação estão apresentadas a seguir.

$$F_{0x1} = 17865N \quad (\text{Amplitude da força de excitação primária horizontal}) \quad (5-4)$$

$$F_{0x2} = 2923N \quad (\text{Amplitude da força de excitação secundária horizontal})$$

$$\omega = 9,83Hz$$

Para o torque $\underline{\tau}(t)$, as amplitudes da excitação atingem os seguintes valores.

$$\tau_{0x1} = 31667N.m \quad (\text{Amplitude do torque de excitação primário horizontal})$$

$$\tau_{0x2} = 3620N.m \quad (\text{Amplitude do torque de excitação secundário horizontal}) \quad (5-5)$$

$$\tau_{0y1} = 9542N.m \quad (\text{Amplitude do torque de excitação primário vertical})$$

$$\tau_{0y2} = 0N.m \quad (\text{Amplitude do torque de excitação secundário vertical})$$

No caso do torque, a frequência de excitação também é de 9,83Hz.

A definição da excitação no ABAQUS® apresenta uma peculiaridade no sentido em que a função matemática que representa a sua forma de variação no domínio do tempo deve ser dada por uma série de Fourier.

Como dado de entrada, é necessário fornecer os valores dos coeficientes a_m e b_m das séries de Fourier de *coseno* e de *seno*, respectivamente, que representam a função de excitação. Uma vez que a excitação é representada por uma função *seno*, tem-se diretamente os coeficientes a_m e b_m , conforme a Tabela 5-5.

Tabela 5-5 - Coeficientes das séries de Fourier de seno e coseno para a força de excitação

m	a_m	b_m
0	0	-
1	0	0
2	0	1

5.5.

Análise dinâmica por Superposição Modal

A análise dinâmica transiente fornece a resposta de um modelo como uma função do tempo baseada em um dado carregamento dependente do tempo. A resposta da estrutura é baseada em um conjunto de modos de vibração do sistema, os quais são extraídos a partir de uma análise de vibração livre prévia e, em seguida, combinados.

Para sistemas lineares, a análise dinâmica por superposição modal implica em muito menos esforço computacional do que métodos de integração direta de todo o sistema de equações. Além disso, sendo o sistema linear e representado corretamente pelos seus modos de vibração, o método de superposição modal é preciso pois a

integração executada é exata sempre que as funções de carregamento dinâmico variarem linearmente no intervalo de tempo. Nesse sentido, a escolha do tamanho do passo no tempo deve ser consistente com essa condição.

O *ABAQUS*® permite que se escolha o número de modos de vibração que se deseja utilizar na análise por superposição modal. Inicialmente, uma vez que não se tinha sensibilidade do número mínimo de modos necessários para promover uma análise adequada, escolheu-se 20 modos que foram obtidos através de um procedimento de extração das frequências naturais do sistema estrutural analisado.

Para consideração do amortecimento do sistema em uma análise linear por superposição modal, o *ABAQUS*® permite a escolha entre quatro tipos: fração do amortecimento crítico, amortecimento de Rayleigh, amortecimento modal compósito e amortecimento estrutural. No presente estudo, o amortecimento é considerado em cada modo de vibração do modelo como uma fração do amortecimento crítico, de sorte que contribui somente com os elementos da diagonal do sistema de equações.

A análise dinâmica realizada considera que o sistema apresenta condições iniciais nulas, tanto em relação aos deslocamentos como em relação às velocidades.

No capítulo seguinte a análise dinâmica por superposição modal é então executada de modo a subsidiar o estudo dos parâmetros do problema investigado.

Destaca-se que os estudos estão baseados na avaliação do sistema quando este está sob vibração livre e vibração forçada.

6 Estudos paramétricos

Esse capítulo se propõe a descrever os estudos paramétricos realizados a partir do modelo de elementos finitos do sistema interativo estrutura-solo-equipamento-fundação, e dos modelos simplificados massa-mola, além de analisar a influência dos parâmetros identificados no comportamento dinâmico desse sistema.

Dentre os componentes do sistema interativo, a estrutura e o equipamento são aqueles que possuem características bem definidas e de fácil controle, não sendo aqui objetos de análise de sensibilidade. Diferentemente, o solo é o componente que carrega as maiores incertezas em suas características, exigindo assim atenção especial na consideração de suas propriedades em modelos matemáticos analíticos ou numéricos de modo a fazê-los representativos.

Em projetos de fundações de máquinas, ou até mesmo em análises estáticas de estruturas que interagem com o solo, coeficiente de mola linear k é o parâmetro de engenharia mais amplamente utilizado. Isso se deve à sua fácil implementação em modelos simplificados massa-mola e também em modelos de elementos finitos.

Alguns dos principais aspectos que estão relacionados à incorreta interpretação do solo como elemento do sistema são:

- Dados não representativos do subsolo local;
- Falta de conhecimento do nível de deformações ao qual o solo está submetido;
- Falta de dados de ensaios dinâmicos de campo;
- Utilização de parâmetros correlacionados inadequadamente com parâmetros estáticos;
- Inerente heterogeneidade do material.

Assim, uma análise adequada de um problema com tal nível de complexidade preferencialmente se faz para intervalos de valores dentro dos quais são obtidas as melhores estimativas dos parâmetros.

Primeiramente, utilizando-se o modelo de elementos finitos desenvolvido, é avaliada a resposta do sistema para o caso em que não há interação entre a estrutura e o

solo, ou seja, as fundações são consideradas indeslocáveis. Em seguida, avalia-se a resposta do sistema para cada um dos coeficientes de mola retroanalisados no item 3.3.

Como visto no item 3.4, as velocidades efetivas medidas em campo estão organizadas esquematicamente em retângulos. A esse esquema adiciona-se outra coluna, agora também representando as velocidades efetivas calculadas do modelo de elementos finitos, conforme mostra a Figura 6-1 abaixo. Dessa forma, a primeira linha representa os valores medidos e calculados de velocidade efetiva dos pontos altos (*Pa*), no topo de cada pilar, e a segunda linha representa os valores medidos e calculados de velocidade efetiva dos pontos baixos (*Pb*), à 0,10 do nível do terreno.

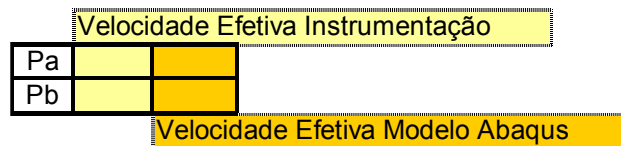


Figura 6-1 – Legenda para a apresentação dos resultados

Para melhor entendimento e visualização, a Figura 6-2 mostra novamente o projeto da estrutura estudada.

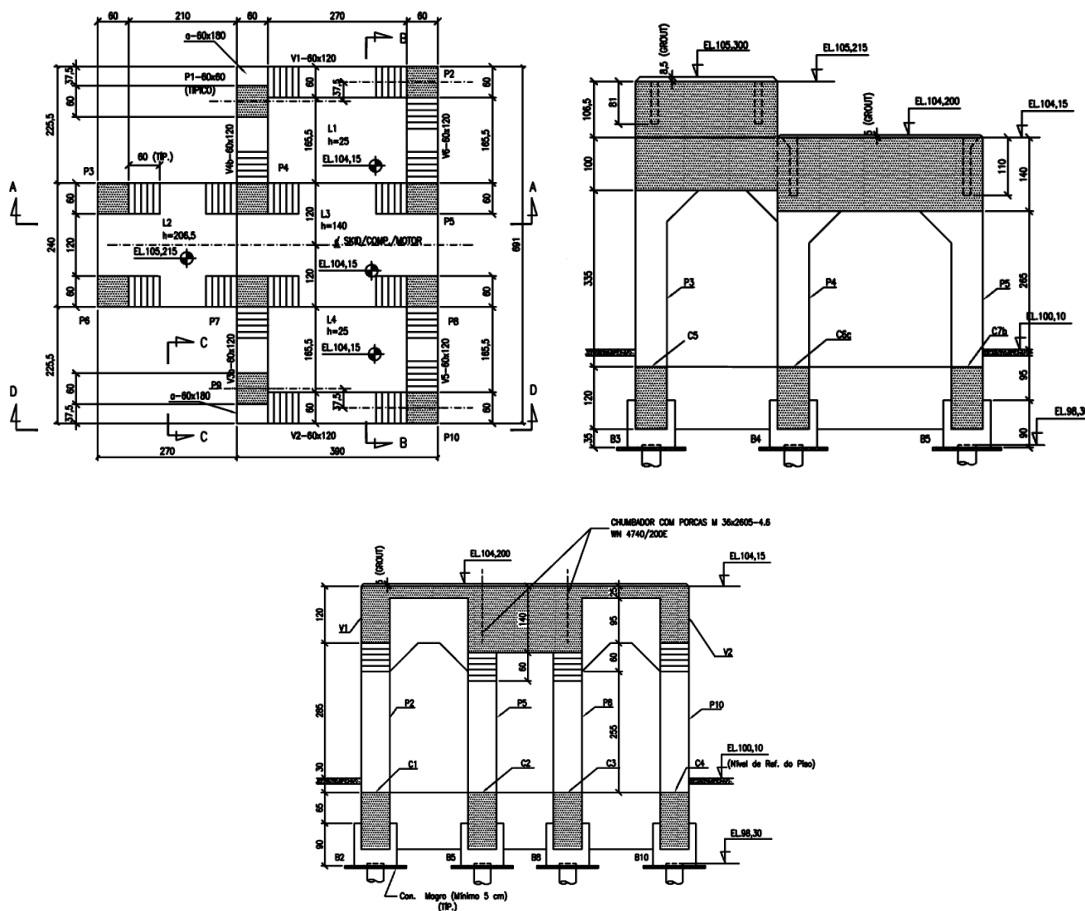


Figura 6-2 – Planta e cortes da estrutura de suporte do compressor

A magnitude do erro entre os valores medidos e os valores calculados é definida pela equação.

$$Erro = \frac{\text{menor} (V_{calculada}, V_{medida})}{\text{maior} (V_{calculada}, V_{medida})} \times 100 \quad (6-1)$$

A medida do erro foi calculada em cada uma das simulações, para cada ponto de controle da estrutura (pontos de medição de velocidade efetiva). A partir das medidas individuais do erro, foram calculados os erros médios correspondentes aos pontos de controle Pa e aos pontos de controle Pb , além do erro médio global correspondente a todos os pontos de controle.

Barkan (1962) realizou vários testes de campo para determinação do coeficiente de mola k_m do solo no caso de fundações diretas, e também testes dinâmicos de campo para determinação das frequências de ressonância dos mesmos tipos de fundações. Utilizando em um modelo massa-mola não-amortecido os valores dos coeficientes de mola determinados em campo, ele calculou as frequências de ressonância para o sistema e as comparou com as frequências de ressonância medidas em campo. Barkan (1962) então concluiu que as frequências calculadas a partir do modelo massa-mola resultaram dentro de um intervalo de 85% a 121% da magnitude da frequência ressonante medida em campo, intervalo esse considerado por ele aceitável do ponto de vista do ajuste entre o modelo e o protótipo.

No presente trabalho, apesar da grandeza dinâmica utilizada para avaliação da resposta dos modelos não ser a frequência ressonante, e sim as velocidades efetivas de vibração, considera-se como aceitável um erro percentual da mesma ordem de grandeza daquele considerado por Barkan (1962), ou seja, $\pm 20\%$ do valor medido.

Na apresentação dos resultados, os valores destacados na cor verde são aqueles que atendem ao limite aceitável estabelecido para o erro. Ao contrário, os valores destacados em vermelho correspondem àqueles que não estão dentro dos limites aceitáveis.

6.1.

Teste 1: modelo com base indeslocável

A Figura 6-3 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas para o compressor.

Pa	3.30	1.21	Pa	6.00	1.66	Pa	5.50	1.66	Pa	6.30	1.66
Pb	1.70	0.00	Pb	2.80	0.00	Pb	2.20	0.00	Pb	5.00	0.00
Pa	7.00	1.13	Pa	5.50	1.17	Pa	5.20	1.22	Pa	4.00	1.16
Pb	3.10	0.00	Pb	1.90	0.00	Pb	3.90	0.00	Pb	3.00	0.00
			Pa	5.30	0.74	Pa	4.90	0.79			
			Pb	2.10	0.00	Pb	2.00	0.00			

Figura 6-3 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)

A Tabela 6-1 apresenta as freqüências naturais correspondentes a cada um dos 10 primeiros modos de vibração.

Tabela 6-1 – Freqüências naturais calculadas

Modos de Vibração	Freqüências Naturais (Hz)
1	5.14
2	5.28
3	6.92
4	40.25
5	42.09
6	42.43
7	47.01
8	49.89
9	52.31
10	52.31

Como mostra Figura 6-4 dos erros percentuais, é clara a não convergência entre os resultados medidos e calculados, o que confirma a necessidade de se considerar o solo no modelo de modo a gerar resultados minimamente coerentes. Mesmo os pontos mais altos da estrutura, onde em tese a indeslocabilidade da base teria menor influência, não ficam bem representados.

Pa	63.43	Pa	72.29	Pa	69.87	Pa	73.64
Pb	100.00	Pb	100.00	Pb	100.00	Pb	100.00
Pa	83.90	Pa	78.78	Pa	76.45	Pa	71.10
Pb	100.00	Pb	100.00	Pb	100.00	Pb	100.00
		Pa	86.02	Pa	83.87		
		Pb	100.00	Pb	100.00		
		Global	Pa	Pb			
		Erro Medio	87.97	75.93	100.00		

Figura 6-4 - Erros percentuais - Velocidade efetiva Medida x Velocidade efetiva calculada

6.2.

Teste 2: modelo com k_m estático e variável com a profundidade

Os valores de n_h e k_m retroanalizados para o caso dito estático foram apresentados na Tabela 3-8 e na Tabela 3-9.

A seguir são realizadas as avaliações relativas às respostas do sistema aos valores da Constante do Coeficiente de Reação Horizontal (n_h) e conseqüentemente do coeficiente de mola (k_m), retroanalizados a partir dos ensaios de carregamento horizontal de campo E-11, E-16 e E-03, utilizando-se o método de Miche (1930).

6.2.1.

Ensaio E-11

A Figura 6-5 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas considerando o valor do parâmetro do solo $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$, e a Figura 6-12 resume os erros percentuais correspondentes.

Pa	3.30	3.39	Pa	6.00	4.58	Pa	5.50	3.11	Pa	6.30	2.72
Pb	1.70	5.01	Pb	2.80	3.7	Pb	2.20	2.22	Pb	5.00	2.794
Pa	7.00	5.20	Pa	5.50	3.78	Pa	5.20	3.88	Pa	4.00	5.39
Pb	3.10	4.09	Pb	1.90	2.24	Pb	3.90	2.49	Pb	3.00	4.502
Pa	5.30	3.49	Pa	4.90	4.82						
Pb	2.10	2.22	Pb	2.00	3.86						

Figura 6-5 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$

Pa	9.28	Pa	17.48	Pa	30.46	Pa	48.57
Pb	63.29	Pb	7.46	Pb	49.78	Pb	64.56
Pa	24.86	Pa	27.39	Pa	20.52	Pa	24.96
Pb	11.02	Pb	48.50	Pb	62.08	Pb	26.00
Pa	34.56	Pa	3.43				
Pb	34.93	Pb	40.55				
		Global	Pa	Pb			
Erro Medio		32.48	24.15	40.81			

Figura 6-6 - Erros percentuais - $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-2 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 64945.9630 \text{ kN/m}^3$

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.18
2	4.32
3	6.18
4	17.36
5	19.98
6	20.37
7	21.55
8	21.73
9	23.90
10	37258.00

6.2.2. Ensaio E-16

A Figura 6-7 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas considerando o valor do parâmetro do solo $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$, e a Figura 6-8 resume os erros percentuais correspondentes.

Pa 3.30 3.35 Pb 1.70 4.74	Pa 6.00 4.70 Pb 2.80 3.11	Pa 5.50 3.47 Pb 2.20 1.47	Pa 6.30 3.06 Pb 5.00 1.905
Pa 7.00 4.73 Pb 3.10 3.64	Pa 5.50 3.86 Pb 1.90 1.41	Pa 5.20 4.01 Pb 3.90 1.81	Pa 4.00 5.00 Pb 3.00 3.774
	Pa 5.30 3.54 Pb 2.10 1.75	Pa 4.90 4.71 Pb 2.00 3.38	

Figura 6-7 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$

Pa 5.39 Pb 68.78	Pa 20.79 Pb 19.19	Pa 31.40 Pb 8.26	Pa 47.36 Pb 49.25
Pa 25.75 Pb 29.55	Pa 28.81 Pb 7.91	Pa 22.83 Pb 41.19	Pa 26.94 Pb 31.35
	Pa 30.70 Pb 1.87	Pa 3.21 Pb 45.65	
	Global 27.31	Pa 24.32	Pb 30.30

Figura 6-8 - Erros percentuais - $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-3 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 5087.9877 \text{ kN/m}^3$

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	3.30
2	3.40
3	4.61
4	10.53
5	10.66
6	12.66
7	17.37
8	20.35
9	21.20
10	31.27

6.2.3. Ensaio E-03

A Figura 6-9 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas considerando o valor do parâmetro do solo $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$, e a Figura 6-10 resume os erros percentuais correspondentes.

Pa 3.30 3.39 Pb 1.70 4.73	Pa 6.00 4.77 Pb 2.80 3.08	Pa 5.50 3.58 Pb 2.20 1.46	Pa 6.30 2.92 Pb 5.00 1.954
Pa 7.00 4.92 Pb 3.10 3.62	Pa 5.50 3.84 Pb 1.90 1.69	Pa 5.20 3.94 Pb 3.90 1.69	Pa 4.00 5.02 Pb 3.00 3.678
	Pa 5.30 3.52 Pb 2.10 1.65	Pa 4.90 4.74 Pb 2.00 3.32	

Figura 6-9 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$

Pa 11.44 Pb 63.29	Pa 16.53 Pb 7.46	Pa 32.33 Pb 49.78	Pa 48.57 Pb 64.56
Pa 24.86 Pb 11.02	Pa 26.48 Pb 48.50	Pa 20.52 Pb 62.08	Pa 27.79 Pb 26.00
	Pa 33.45 Pb 34.93	Pa 3.95 Pb 40.55	
	Global 32.70	Pa 24.59	Pb 40.81
Erro Medio			

Figura 6-10 - Erros percentuais - $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-4 – Frequências naturais de vibração - $n_h = 1624.9799 \text{ kN/m}^3$

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	2.62
2	2.68
3	3.52
4	8.86
5	8.98
6	11.12
7	17.37
8	20.34
9	21.18
10	28.27

6.2.4.

Análise dos resultados

Neste item, todos os resultados apresentados em 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3 são então interpretados, tanto em termo das velocidades efetivas como em termos das frequências naturais.

Os erros percentuais correspondentes a cada um dos testes realizados estão resumidos a seguir, considerando os dados dos ensaios E-11, E-16 e E-03, respectivamente.

Tabela 6-5 – Resumo dos erros percentuais

Local de Avaliação	Erros Médios Percentuais		
	E-11	E-16	E-03
Pa	24.15	24.32	24.59
Pb	40.81	30.30	40.81
Global	32.48	27.31	32.70

Os erros globais médios dos pontos altos *Pa* e dos pontos baixos *Pb* resultaram maiores que o admissível. Contudo, vê-se que em alguns casos individuais os erros percentuais entre os dados medidos e os dados calculados resultaram ora dentro dos limites admissíveis, sendo que em certas situações muito menores que o erro máximo limite, ora extremamente divergentes. A partir de critérios adequados de estatística, a eliminação dos resultados individuais que apresentaram muita discrepância entre os dados medidos e calculados poderá mostrar um melhor ajuste entre o modelo e a realidade.

A análise dos números mostrados na Tabela 6-5 permite concluir que as velocidades obtidas pelo modelo de elementos finitos tiveram melhor aproximação em relação às velocidades medidas em campo para os pontos da estrutura correspondentes ao topo dos pilares. Além disso, para esses mesmos pontos e entre os ciclos de carregamento, houve pouca variação dos erros percentuais das velocidades efetivas, o que indica a menor suscetibilidade dos pontos mais altos da estrutura às variações das condições do solo.

Nos gráficos a seguir, as curvas das velocidades efetivas medidas em campo (linhas pretas) e calculadas (linhas rosa) através do modelo de elementos finitos estão desenhadas simultaneamente em função do parâmetro n_h do solo, parâmetro esse retroanalísado a partir dos dois ensaios E-11, E-16 e E-03.

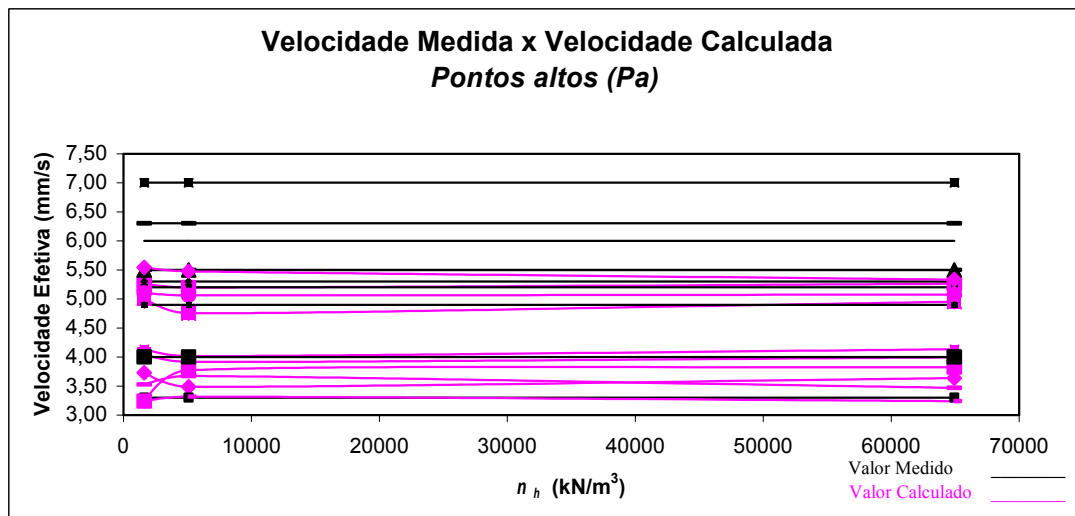


Gráfico 6-1 – Curvas Velocidades Efetivas versus n_h – Pontos P_a

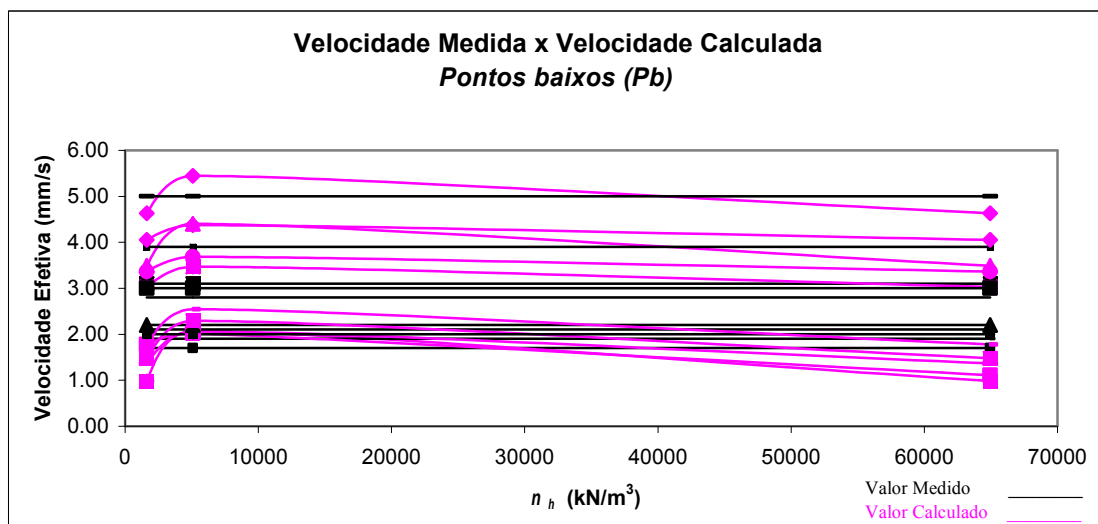


Gráfico 6-2 – Curvas Velocidades Efetivas versus n_h – Pontos P_b

O Gráfico 6-1 se refere aos pontos altos da estrutura, próximos da laje de apoio do compressor. Dele se observa que as velocidades calculadas se enquadram em dois limites estreitos bem distintos, o primeiro entre as velocidades efetivas de 3.2 mm/s e 4.0 mm/s, e o segundo entre 5 mm/s e 5.5 mm/s, considerando os valores de n_h entre 1600 kN/m³ e 65000 kN/m³. Para valores de n_h mais baixos, aproximadamente entre 1600 kN/m³ e 5000 kN/m³, as velocidades efetivas apresentam maior variabilidade, e para valores superiores a 5000 kN/m³, observa-se uma tendência de menor influência de n_h na resposta dinâmica do sistema.

O Gráfico 6-2 se refere aos pontos baixos da estrutura, próximos do nível do terreno. Dele se observa que para valores de n_h dentro do intervalo aproximado de 1600 kN/m³ a 5000 kN/m³, as velocidades efetivas calculadas apresentam um tendência de crescimento, passando a serem maiores do que as velocidades efetivas medidas. Em se aumentando o valor do parâmetro n_h , as velocidades efetivas calculadas tendem para valores inferiores aos medidos. Assim, no primeiro intervalo de valores de n_h o método de Miche (1930) proporciona velocidades efetivas superestimadas, e no segundo intervalo, o método proporciona velocidades efetivas subestimadas.

O comportamento das frequências naturais em relação ao parâmetro do solo n_h é então analisado a partir dos resultados resumidos na Tabela 6-6 e Gráfico 6-3.

Tabela 6-6 – Frequências naturais em função dos valores de n_h

Modos de Vibração	ENSAIOS			Variação (%)
	E-11	E-16	E-03	
	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)			
1	4.18	3.30	2.62	37.31
2	4.32	3.40	2.68	37.94
3	6.18	4.61	3.52	43.12
4	17.36	10.53	8.86	48.94
5	19.98	10.66	8.98	55.04
6	20.37	12.66	11.12	45.42
7	21.55	17.37	17.37	19.43
8	21.73	20.35	20.34	6.40
9	23.90	21.20	21.18	11.39
10	37.26	31.27	28.27	24.13

n_h (kN/m ³)	64945.9631	5087.9878	1624.9800
----------------------------	------------	-----------	-----------

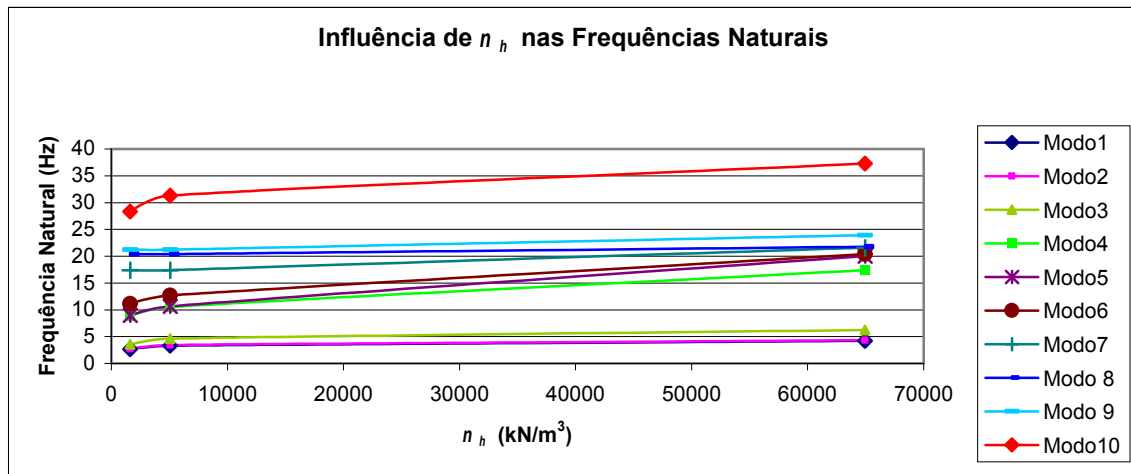


Gráfico 6-3 - Curva Freqüência Natural versus nh

Para os valores de n_h (estático) dentro do intervalo típico do solo estudado, observa-se que as freqüências naturais apresentam variação significativa. Praticamente, apenas as freqüências naturais correspondentes aos modos 8 e 9 apresentaram variação inferior a 20%, permitindo assim inferir que o parâmetro n_h obtido sob condições estáticas não é adequado para representar o solo em modelos quando se pretende obter os autovalores do sistema interativo estrutura-fundação-solo.

6.3.

Teste 3: modelo com k_m cíclico e variável com a profundidade

A seguir estão apresentadas as avaliações relativas às respostas do sistema aos valores da Constante do Coeficiente de Reação Horizontal (n_h) e conseqüentemente do coeficiente de mola (k_m) retroanalizados a partir dos ensaios de carregamento horizontal de campo E-16 e E-03, utilizando-se o método de Miche (1930). Primeiramente são tratados os dados obtidos do ensaio E-16 e em seguida os obtidos do ensaio E-03. A apresentação desses dados está organizada de tal modo que os ciclos de carregamento foram tratados separadamente em Ciclos de Ida e Ciclos de Volta.

6.3.1. Ensaio E-16

6.3.1.1. Ciclo de ida

O ciclo de ida corresponde ao valor de $n_h = 157227.3290 \text{ kN/m}^3$ e coeficientes de mola representados novamente abaixo. Este é o ciclo que resultou no menor valor de n_h .

Tabela 6-7 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 157227.3290 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Ida - Menor Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	1.572273E+05
2	3.144547E+05
3	4.716820E+05
4	6.289093E+05
5	7.861366E+05
6	9.433640E+05
7	1.100591E+06
8	1.257819E+06
9	1.415046E+06
10	1.572273E+06

A Figura 6-11 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas e a Figura 6-12 resume os erros percentuais correspondentes.

Pa 3.30 3.64	Pa 6.00 4.93	Pa 5.50 3.68	Pa 6.30 3.22
Pb 1.70 4.63	Pb 2.80 2.97	Pb 2.20 1.08	Pb 5.00 1.77
Pa 7.00 5.06	Pa 5.50 3.89	Pa 5.20 4.04	Pa 4.00 5.24
Pb 3.10 3.49	Pb 1.90 1.04	Pb 3.90 1.48	Pb 3.00 4.06
Pa 5.30 3.52	Pa 4.90 5.05		
Pb 2.10 1.34	Pb 2.00 3.19		

Figura 6-11 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Menor

Pa	9.28	Pa	17.78	Pa	33.07	Pa	48.86
Pb	63.31	Pb	5.72	Pb	50.82	Pb	64.50
Pa	27.66	Pa	29.21	Pa	22.37	Pa	23.74
Pb	11.06	Pb	45.39	Pb	62.00	Pb	26.11
Pa	33.65	Pa	2.97				
Pb	36.10	Pb	37.27				
		Global	Pa	Pb			
Erro Medio		32.54	24.86	40.23			

Figura 6-12 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-8 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Menor

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.31
2	4.46
3	6.39
4	17.37
5	20.28
6	21.12
7	28.35
8	28.76
9	32.11
10	38.00

Em seguida, são apresentados os demais casos correspondentes aos outros valores de n_h retroanalizados.

Tabela 6-9 – Ensaio E-16 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 191974.2753 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Ida - Maior Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	1.919743E+05
2	3.839486E+05
3	5.759228E+05
4	7.678971E+05
5	9.598714E+05
6	1.151846E+06
7	1.343820E+06
8	1.535794E+06
9	1.727768E+06
10	1.919743E+06

Pa	3.30	3.64	Pa	6.00	4.95	Pa	5.50	3.82	Pa	6.30	3.24
Pb	1.70	4.63	Pb	2.80	3.03	Pb	2.20	1.10	Pb	5.00	1.77
Pa	7.00	5.26	Pa	5.50	3.99	Pa	5.20	4.13	Pa	4.00	5.33
Pb	3.10	3.48	Pb	1.90	0.98	Pb	3.90	1.48	Pb	3.00	4.05
Pa	5.30	3.47	Pa	4.90	5.07						
Pb	2.10	1.37	Pb	2.00	3.36						

Figura 6-13 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Maior

Pa	9.28	Pa	17.48	Pa	30.46	Pa	48.57	
Pb	63.29	Pb	7.46	Pb	49.78	Pb	64.56	
Pa	24.86	Pa	27.39	Pa	20.52	Pa	24.96	
Pb	11.02	Pb	48.50	Pb	62.08	Pb	26.00	
Pa	34.56	Pa	3.43					
Pb	34.93	Pb	40.55					
		Global	Pa	Pb				
Erro Medio		32.48	24.15	40.81				

Figura 6-14 - Erros percentuais - Ciclo Ida Maior

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-10 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Maior

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.33
2	4.48
3	6.42
4	17.37
5	20.29
6	21.13
7	30.41
8	30.87
9	34.42
10	38.00

6.3.1.2. Ciclo de volta

Tabela 6-11 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 69712.6988 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Volta - Menor Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	6.971270E+04
2	1.394254E+05
3	2.091381E+05
4	2.788508E+05
5	3.485635E+05
6	4.182762E+05
7	4.879889E+05
8	5.577016E+05
9	6.274143E+05
10	6.971270E+05

Pa	3.30	3.49	Pa	6.00	4.75	Pa	5.50	3.77	Pa	6.30	3.32
Pb	1.70	5.45	Pb	2.80	3.47	Pb	2.20	2.02	Pb	5.00	2.54
Pa	7.00	5.20	Pa	5.50	3.92	Pa	5.20	4.01	Pa	4.00	5.48
Pb	3.10	4.40	Pb	1.90	2.06	Pb	3.90	2.29	Pb	3.00	4.37
Pa	5.30	3.67	Pa	4.90	5.06						
Pb	2.10	2.06	Pb	2.00	3.68						

Figura 6-15 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)–Ciclo Volta Menor

Pa	5.39	Pa	20.79	Pa	31.40	Pa	47.36	
Pb	68.78	Pb	19.19	Pb	8.26	Pb	49.25	
Pa	25.75	Pa	28.81	Pa	22.83	Pa	26.94	
Pb	29.55	Pb	7.91	Pb	41.19	Pb	31.35	
Pa	30.70	Pa	3.21					
Pb	1.87	Pb	45.65					
		Global	Pa	Pb				
Erro Medio		27.31	24.32	30.30				

Figura 6-16 - Erros percentuais - Ciclo Volta Menor

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-12 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Menor

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.20
2	4.34
3	6.20
4	17.36
5	20.07
6	20.61
7	21.96
8	21.99
9	24.45
10	37.58

Tabela 6-13 – Ensaio E-16 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 107239.9282 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Volta - Maior Valor

Z	k_m (kN/m)
1	1.072399E+05
2	2.144799E+05
3	3.217198E+05
4	4.289597E+05
5	5.361996E+05
6	6.434396E+05
7	7.506795E+05
8	8.579194E+05
9	9.651594E+05
10	1.072399E+06

Pa 3.30 3.73	Pa 6.00 5.01	Pa 5.50 3.72	Pa 6.30 3.24
Pb 1.70 4.63	Pb 2.80 3.03	Pb 2.20 1.10	Pb 5.00 1.77
Pa 7.00 5.26	Pa 5.50 4.04	Pa 5.20 4.13	Pa 4.00 5.54
Pb 3.10 3.48	Pb 1.90 0.98	Pb 3.90 1.48	Pb 3.00 4.05
Pa 5.30 3.53	Pa 4.90 5.10		
Pb 2.10 1.37	Pb 2.00 3.36		

Figura 6-17 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s)–Ciclo Volta Maior

Pa	11.44	Pa	16.53	Pa	32.33	Pa	48.57
Pb	63.29	Pb	7.46	Pb	49.78	Pb	64.56
Pa	24.86	Pa	26.48	Pa	20.52	Pa	27.79
Pb	11.02	Pb	48.50	Pb	62.08	Pb	26.00
Pa	33.45	Pa	3.95				
Pb	34.93	Pb	40.55				
Erro Medio		Global	Pa	Pb			
		32.70	24.59	40.81			

Figura 6-18 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-14 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Maior

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.26
2	4.41
3	6.31
4	17.36
5	20.24
6	21.05
7	24.89
8	25.20
9	28.17
10	37.99

6.3.2. Ensaio E-03

A seguir está apresentada a avaliação da resposta do sistema aos valores do coeficiente de mola retroanalizados a partir do ensaio de carregamento horizontal de campo E-03. Somente serão avaliados o menor coeficiente de mola dos ciclos de ida e o maior coeficiente de mola dos ciclos de volta uma vez que os demais valores de coeficiente de mola se aproximam muito daqueles já avaliados no item 6.3.1.

6.3.2.1. Ciclo de ida

O ciclo de ida corresponde ao valor de $n_h = 34222.4094 \text{ kN/m}^3$ e coeficientes de mola reagentados novamente abaixo. Este é o ciclo que resultou no menor valor de n_h .

Tabela 6-15 – Ensaio E-03 – Ciclo de Ida – k_m para $n_h = 34222.4094 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Ida - Menor Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	3.422241E+04
2	6.844482E+04
3	1.026672E+05
4	1.368896E+05
5	1.711120E+05
6	2.053345E+05
7	2.395569E+05
8	2.737793E+05
9	3.080017E+05
10	3.422241E+05

A Figura 6-19 apresenta a comparação entre as velocidades medidas e calculadas.

Pa 3.30 Pb 1.70	3.33 4.71	Pa 6.00 Pb 2.80	4.58 3.43	Pa 5.50 Pb 2.20	3.39 1.98	Pa 6.30 Pb 5.00	2.90 2.09
Pa 7.00 Pb 3.10	4.58 3.70	Pa 5.50 Pb 1.90	3.66 2.39	Pa 5.20 Pb 3.90	3.78 2.48	Pa 4.00 Pb 3.00	4.74 4.00
Pa 5.30 Pb 2.10	3.47 2.67	Pa 4.90 Pb 2.00	4.61 3.66				

Figura 6-19 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) – Ciclo Ida Menor

Pa 0.88 Pb 63.89	Pa 23.61 Pb 18.32	Pa 38.31 Pb 10.08	Pa 54.00 Pb 58.14
Pa 34.53 Pb 16.21	Pa 33.40 Pb 20.51	Pa 27.39 Pb 36.45	Pa 15.62 Pb 25.07
Pa 34.56 Pb 21.23	Pa 5.82 Pb 45.32		
	Total	Pa	Pb
Erro Medio	29.17	26.81	31.52

Figura 6-20 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-16 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Ida Menor

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.05
2	4.18
3	5.95
4	16.98
5	17.13
6	17.42
7	19.60
8	20.45
9	21.29
10	34.90

6.3.2.2. Ciclo de volta

Tabela 6-17 – Ensaio E-03 – Ciclo de Volta – k_m para $n_h = 326398.0336 \text{ kN/m}^3$

Ciclo Volta - Maior Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	3.263980E+05
2	6.527961E+05
3	9.791941E+05
4	1.305592E+06
5	1.631990E+06
6	1.958388E+06
7	2.284786E+06
8	2.611184E+06
9	2.937582E+06
10	3.263980E+06

Pa 3.30 3.63 Pb 1.70 5.20	Pa 6.00 5.05 Pb 2.80 3.01	Pa 5.50 3.82 Pb 2.20 1.06	Pa 6.30 3.21 Pb 5.00 1.97
Pa 7.00 5.18 Pb 3.10 3.47	Pa 5.50 3.91 Pb 1.90 1.00	Pa 5.20 4.06 Pb 3.90 1.46	Pa 4.00 5.23 Pb 3.00 4.04
	Pa 5.30 3.52 Pb 2.10 1.34	Pa 4.90 4.83 Pb 2.00 3.35	

Figura 6-21 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Volta Maior

Pa	9.14	Pa	15.89	Pa	30.52	Pa	49.00
Pb	67.29	Pb	6.92	Pb	52.04	Pb	60.60
Pa	26.02	Pa	28.89	Pa	21.91	Pa	23.57
Pb	10.62	Pb	47.42	Pb	62.68	Pb	25.83
		Pa	33.65	Pa	1.52		
		Pb	36.15	Pb	40.36		
		Total	Pa	Pb			
Erro Medio		32.50	24.01	40.99			

Figura 6-22 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-18 – Frequências naturais de vibração - Ciclo Volta Maior

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.38
2	4.53
3	6.49
4	17.37
5	20.31
6	21.16
7	36.79
8	37.46
9	38.02
10	41.50

6.3.3. Análise dos resultados

Neste item, todos os resultados apresentados em 6.3.1 e 6.3.2 são então interpretados, tanto em termo das velocidades efetivas como em termos das frequências naturais.

Os erros percentuais correspondentes a cada um dos testes realizados estão resumidos na Tabela 6-19 e na Tabela 6-20, considerando os dados dos ensaios E-16 e E-03, respectivamente.

Tabela 6-19 – Resumo dos erros percentuais – Ensaio E-16

Local de Avaliação	Erros Médios Percentuais por Ciclo			
	Ida menor	Ida Maior	Volta Menor	Volta Maior
Pa	24.86	24.15	24.32	24.59
Pb	40.23	38.74	30.30	40.81
Global	32.54	31.44	27.31	32.70

Tabela 6-20 – Resumo dos erros percentuais – Ensaio E-03

Local de Avaliação	Erros Médios Percentuais por Ciclo	
	Ida menor	Volta Maior
Pa	26.81	24.01
Pb	31.52	40.99
Global	29.17	32.50

Os erros globais médios dos pontos altos *Pa* e dos pontos baixos *Pb* resultaram maiores que o admissível. Contudo, vê-se que em alguns casos individuais os erros percentuais entre os dados medidos e os dados calculados resultaram ora dentro dos limites admissíveis, sendo que em certas situações muito menores que o erro máximo limite, ora extremamente divergentes. A partir de critérios adequados de estatística, a eliminação dos resultados individuais que apresentaram muita discrepância entre os dados medidos e calculados poderá mostrar um melhor ajuste entre o modelo e a realidade.

A análise dos números mostrados na Tabela 6-19 e na Tabela 6-20 permite concluir que as velocidades obtidas pelo modelo de elementos finitos tiveram melhor aproximação em relação às velocidades medidas em campo para os pontos da estrutura correspondentes ao topo dos pilares. Além disso, para esses mesmos pontos e entre os ciclos de carregamento, houve pouca variação dos erros percentuais das velocidades efetivas, o que indica a menor suscetibilidade dos pontos mais altos da estrutura às variações das condições do solo.

Nos gráficos abaixo as curvas das velocidades efetivas medidas em campo (linhas pretas) e calculadas (linhas rosa) através do modelo de elementos finitos estão desenhadas simultaneamente em função do parâmetro n_h do solo, retroanalisado a partir dos dois ensaios E-03 e E-16.

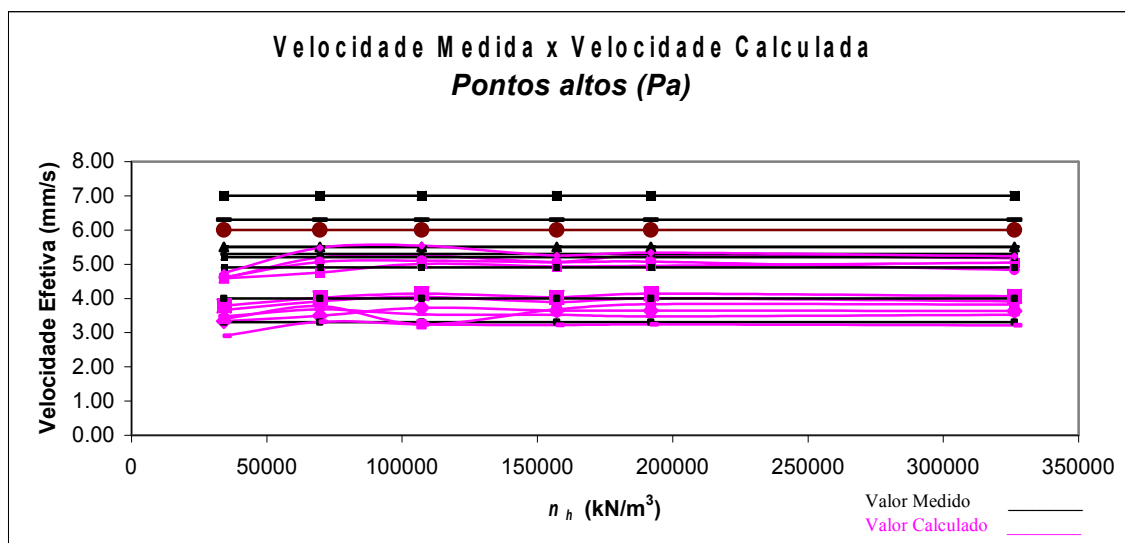


Gráfico 6-4 – Curvas Velocidades Efetivas versus n_h – Pontos P_a

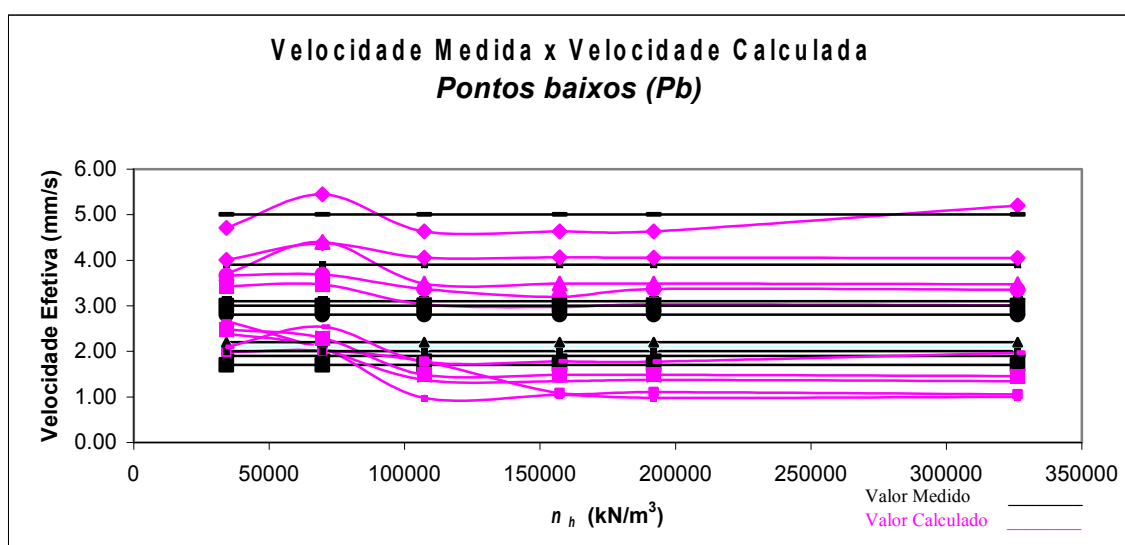


Gráfico 6-5 – Curvas Velocidades Efetivas versus n_h – Pontos P_b

O Gráfico 6-4 se refere aos pontos altos da estrutura, próximos da laje de apoio do compressor. Dele se observa que as velocidades calculadas estão predominantemente subestimadas para valores do parâmetro n_h dentro do intervalo analisado de 34000 kN/m³ a 326000 kN/m³.

O Gráfico 6-5 se refere aos pontos baixos da estrutura, próximos do nível do terreno. Dele se observa que para valores de n_h dentro do intervalo aproximado de 34000 kN/m³ a 80000 kN/m³, as velocidades efetivas calculadas são maiores que as velocidades efetivas medidas em campo. A partir desse valor do parâmetro do solo, ora as velocidades efetivas calculadas predominantemente são maiores que as velocidades efetivas medidas, ora ocorre o contrário.

O comportamento das freqüências naturais em relação ao parâmetro do solo n_h é então analisado a partir dos resultados resumidos na Tabela 6-21 e Gráfico 6-6, referentes ao ensaio E-16, e no Gráfico 6-7 e Tabela 6-22, referentes ao ensaio E-03.

Tabela 6-21 – Freqüências naturais em função dos valores de n_h - Ensaio E-16

Modos de Vibração	Ciclos - Ensaio E-16				Variação (%)
	Ida menor	Ida Maior	Volta Menor	Volta Maior	
	Freqüências Naturais (Hz)				
1	4.31	4.33	4.20	4.26	3.15
2	4.46	4.48	4.34	4.41	3.18
3	6.39	6.42	6.20	6.31	3.35
4	17.37	17.37	17.36	17.36	0.02
5	20.28	20.29	20.07	20.24	1.09
6	21.12	21.13	20.61	21.05	2.47
7	28.35	30.41	21.96	24.89	27.78
8	28.76	30.87	21.99	25.20	28.78
9	32.11	34.42	24.45	28.17	28.98
10	38.00	38.00	37.58	37.99	1.12

n_h (kN/m ³)	157227.3290	191974.2753	69712.6988	107239.9283
----------------------------	-------------	-------------	------------	-------------

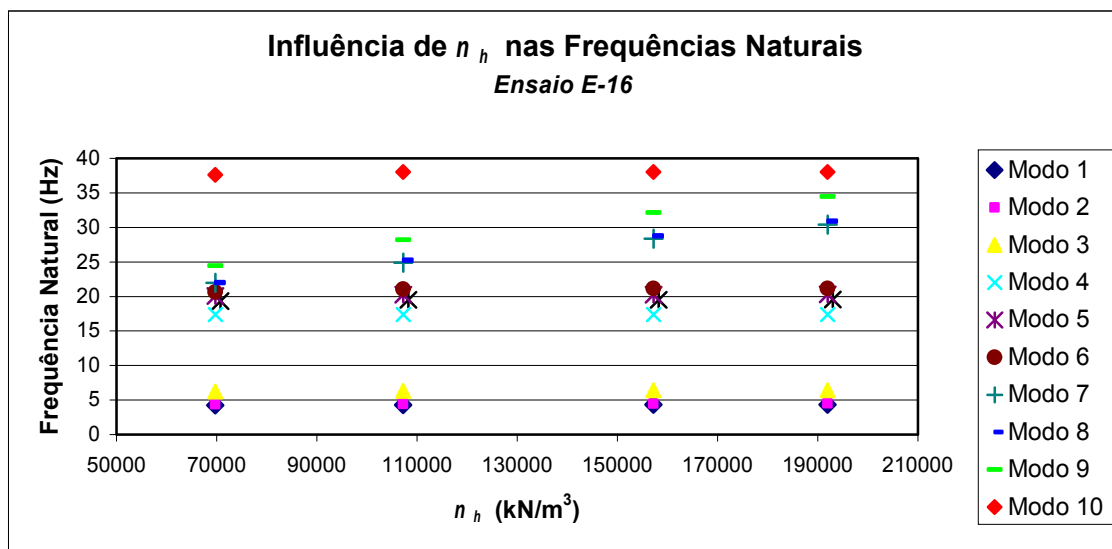


Gráfico 6-6 - Curva Freqüência Natural versus n_h - Ensaio E-16

Para os seis primeiros modos de vibração, a variação percentual das freqüências naturais não foi superior a 3,5% quando se varia o valor de n_h de aproximadamente 64%, ou seja, quando n_h está entre 69000 kN/m³ e 192000 kN/m³. Em contrapartida, a variação percentual das freqüências naturais a partir do sétimo modo de vibração, quando se varia o valor de n_h , foi de aproximadamente 28%.

Conclui-se que a verificação da condição de ressonância para compressores alternativos com freqüência de operação até 20 Hz, instalados nos solos estudados no

presente trabalho, será firme e confiável uma vez que a maioria dos códigos normativos e a boa prática de engenharia de fundações de máquinas exigem a defasagem mínima de 20% entre a frequência de operação dos equipamentos e a frequência natural do sistema estrutural de suporte.

Em relação ao comportamento das frequências naturais em função do parâmetro do solo n_h , retroanalisado a partir dos resultados do ensaio E-03, verifica-se a mesma tendência observada anteriormente, conforme se observa da Tabela 6-22 e do Gráfico 6-7.

Tabela 6-22 – Frequências naturais em função dos valores de n_h - Ensaio E-03

Modos de Vibração	Ciclos - Ensaio E-03		Variação (%)
	Ida menor	Volta Maior	
	Frequências Naturais (Hz)		
1	4.05	4.38	7.58
2	4.18	4.53	7.66
3	5.95	6.49	8.30
4	16.98	17.37	2.21
5	17.13	20.31	15.67
6	17.42	21.16	17.69
7	19.60	36.79	46.73
8	20.45	37.46	45.41
9	21.29	38.02	44.01
10	34.90	41.50	15.92

n_h (kN/m ³)	34222.4094	326398.0336	89.52
----------------------------	------------	-------------	-------

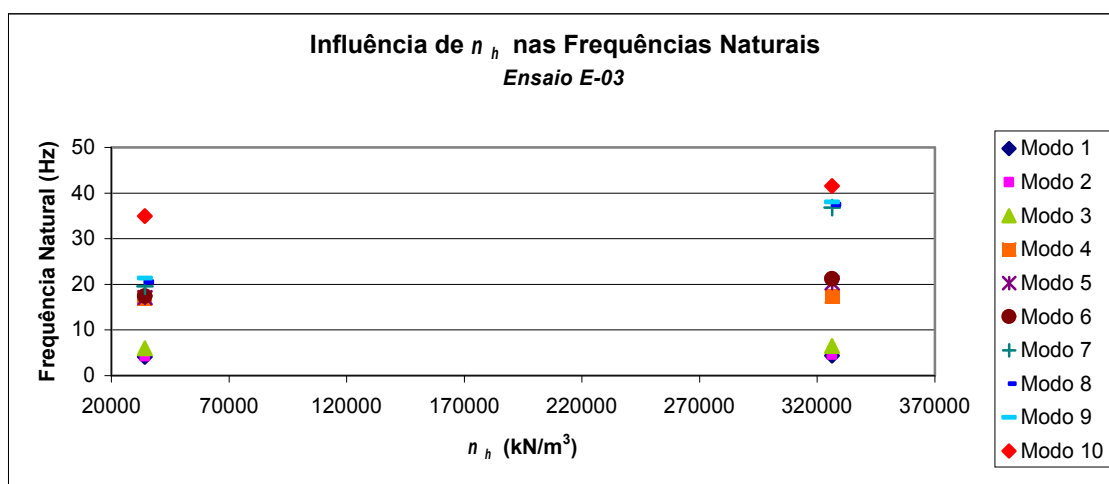


Gráfico 6-7 - Curva Frequência Natural versus n_h - Ensaio E-03

Para os seis primeiros modos de vibração, a variação percentual das frequências naturais não foi superior a 18% quando se varia o valor de n_h de aproximadamente 89%, ou seja, quando n_h está entre 34000 kN/m³ e 327000 kN/m³. Entre esses modos, os quatro primeiros evidenciam menores variações, não ultrapassando 8.3%

Em contrapartida, a variação percentual das frequências naturais a partir do sétimo modo de vibração, quando se varia o valor de n_h , foi de aproximadamente 45%.

Conclui-se novamente que a verificação da condição de ressonância para compressores alternativos com frequência de operação até 20 Hz, instalados nos solos estudados no presente trabalho, será firme e confiável uma vez que a maioria dos códigos normativos e a boa prática de engenharia de fundações de máquinas exigem a defasagem mínima de 20% entre a frequência de operação dos equipamentos e a frequência natural do sistema estrutural de suporte.

6.4.

Teste 4: modelo com k_m cíclico e constante com a profundidade

6.4.1.

Ensaio E-03

A seguir está apresentada a avaliação da resposta do sistema aos valores do coeficiente de mola retroanalizados a partir do ensaio de carregamento horizontal e do método de Hetenyi (1930). Uma vez que os resultados obtidos no item 6.3 mostram-se convergentes entre si ao se utilizar os dados do ensaio de campo E-03 e E-16, adota-se para efeito dos testes apenas os dados referentes ao ensaio E-03. Diferentemente do que foi feito para o caso em que o parâmetro do solo é variável com a profundidade, aqui somente serão avaliados os menores e maiores valores da propriedade elástica do subsolo, o que corresponde ao menor valor do ciclo de ida e ao maior valor do ciclo de volta.

6.4.1.1.

Ciclo de ida

O ciclo de ida corresponde ao valor do coeficiente de mola $k_m = 16093.5988$ kN/m reapresentado novamente abaixo. Este é o ciclo que resultou no menor valor de k_m .

Tabela 6-23 – Ensaio E-03 – Ciclo de Ida – $k_m = 16093.5988$ kN/m

Ciclo Ida - Menor Valor	
Z	k_m (kN/m)
1	1.609360E+04
2	1.609360E+04
3	1.609360E+04
4	1.609360E+04
5	1.609360E+04
6	1.609360E+04
7	1.609360E+04
8	1.609360E+04
9	1.609360E+04
10	1.609360E+04

Pa 7.10 3.33 Pb 3.10 5.20	Pa 5.50 4.55 Pb 1.80 3.18	Pa 5.50 3.34 Pb 1.30 1.50	Pa 8.00 2.91 Pb 1.30 1.93
Pa 6.00 4.76 Pb 1.60 3.63	Pa 5.60 3.69 Pb 1.30 1.51	Pa 4.00 3.82 Pb 1.40 1.75	Pa 4.80 4.94 Pb 1.10 3.73
	Pa 5.80 3.28 Pb 1.30 1.70	Pa 6.20 4.58 Pb 1.50 3.45	

Figura 6-23 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Ida Menor

Pa 53.11 Pb 40.43	Pa 17.34 Pb 43.31	Pa 39.22 Pb 13.60	Pa 63.63 Pb 32.63
Pa 20.60 Pb 55.97	Pa 34.16 Pb 13.65	Pa 4.49 Pb 19.92	Pa 2.84 Pb 70.47
	Pa 43.47 Pb 23.49	Pa 26.18 Pb 56.51	
	Global	Pa	Pb
Erro Medio	33.75	30.50	37.00

Figura 6-24 - Erros percentuais - Ciclo Ida Menor

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

**Tabela 6-24 – Frequências naturais de vibração – Mola Constante - Ciclo Ida
Menor**

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	3.70
2	3.82
3	5.31
4	12.39
5	12.60
6	14.69
7	17.37
8	20.37
9	21.22
10	32.22

**6.4.1.2.
Ciclo de volta**

Tabela 6-25 – Ensaio E-03 – Ciclo de volta – $k_m = 97769.3507$ kN/m

Ciclo Volta - Maior Valor

Z	k (kN/m)
1	9.776935E+04
2	9.776935E+04
3	9.776935E+04
4	9.776935E+04
5	9.776935E+04
6	9.776935E+04
7	9.776935E+04
8	9.776935E+04
9	9.776935E+04
10	9.776935E+04

Pa 7.10 3.73 Pb 3.10 5.66	Pa 5.50 4.82 Pb 1.80 3.59	Pa 5.50 3.60 Pb 1.30 1.80	Pa 8.00 3.41 Pb 1.30 2.45
Pa 6.00 5.29 Pb 1.60 4.17	Pa 5.60 3.94 Pb 1.30 1.80	Pa 4.00 4.06 Pb 1.40 2.12	Pa 4.80 5.28 Pb 1.10 4.39
	Pa 5.80 3.59 Pb 1.30 1.80	Pa 6.20 5.07 Pb 1.50 3.63	

Figura 6-25 - Velocidade Efetiva de Vibração (mm/s) - Ciclo Volta Maior

Pa	47.51	Pa	12.30	Pa	34.63	Pa	57.37
Pb	45.19	Pb	49.92	Pb	27.86	Pb	46.86
Pa	11.87	Pa	29.58	Pa	1.60	Pa	9.12
Pb	61.63	Pb	27.85	Pb	33.98	Pb	74.93
		Pa	38.17	Pa	18.18		
		Pb	27.85	Pb	58.66		
		Global	Pa	Pb			
Erro Medio		35.75	26.03	45.47			

Figura 6-26 - Erros percentuais - Ciclo Volta Maior

As frequências naturais correspondentes aos dez primeiros modos de vibração são as seguintes.

Tabela 6-26 – Frequências naturais de vibração Mola Constante Ciclo Volta Maior

Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)
1	4.24
2	4.38
3	6.26
4	17.36
5	20.11
6	20.79
7	23.01
8	23.24
9	25.95
10	37.97

6.4.2. Análise dos resultados

Neste item, todos os resultados apresentados em 6.4.1 são então interpretados, tanto em termo das velocidades efetivas como em termos das frequências naturais.

Os erros percentuais correspondentes a cada um dos testes realizados neste item estão resumidos na tabela Tabela 6-27.

Tabela 6-27 – Resumo dos erros percentuais para cada teste

Local de Avaliação	Erros Médios Percentuais por Ciclo	
	Ida menor	Volta Maior
Pa	30.50	26.03
Pb	37.00	45.47
Global	33.75	35.75

Conforme também ocorreu nos testes anteriores, os erros globais médios totais, dos pontos altos *Pa* e dos pontos baixos *Pb* resultaram maiores que o admissível, sendo

que em alguns casos individuais, o erro percentual entre os dados medidos e os dados calculados resultaram ou dentro dos limites admissíveis, em certas situações muito menores que o erro máximo limite, e em outros casos extremamente divergentes.

Novamente as velocidades obtidas pelo modelo de elementos finitos tiveram melhor aproximação com as velocidades medidas em campo somente para os pontos da estrutura correspondentes ao topo dos pilares.

De forma geral, a magnitude dos erros foi maior nos casos em que o método de Hetenyi (1930) foi utilizado para estimativa dos coeficientes de mola, contudo não significativamente maior do que a magnitude dos erros nos casos em que a propriedade elástica do solo varia com a profundidade. Esse fato mostra que o solo influencia a resposta do sistema estrutural aos carregamentos dinâmicos até certa profundidade.

Nos gráficos abaixo as curvas das velocidades efetivas medidas em campo (linhas pretas) e calculadas (linhas rosa) através do modelo de elementos finitos estão desenhadas simultaneamente em função do parâmetro n_h do solo, retroanalizado a partir do ensaio E-03.

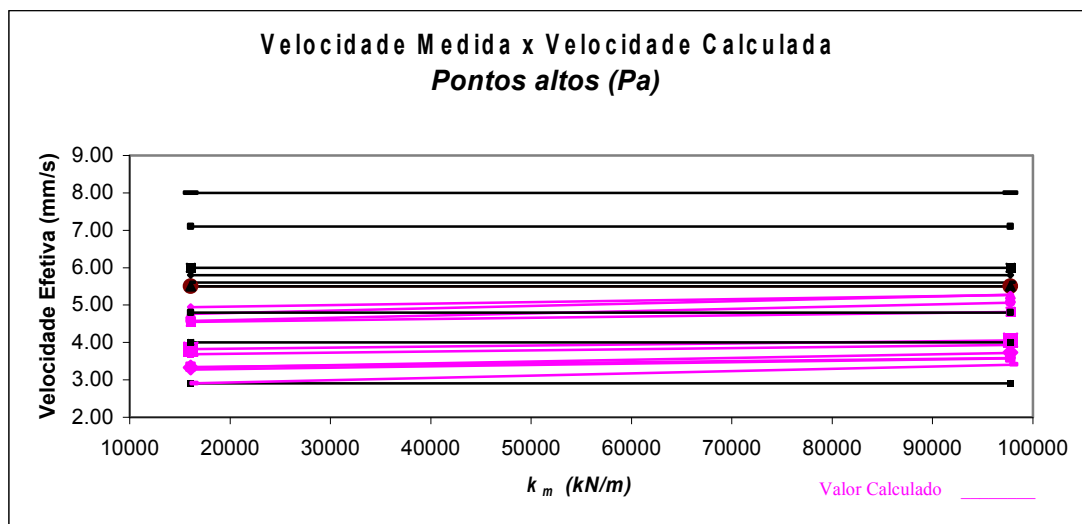


Gráfico 6-8 – Curvas Velocidades Efetivas versus k_m – Pontos P_a

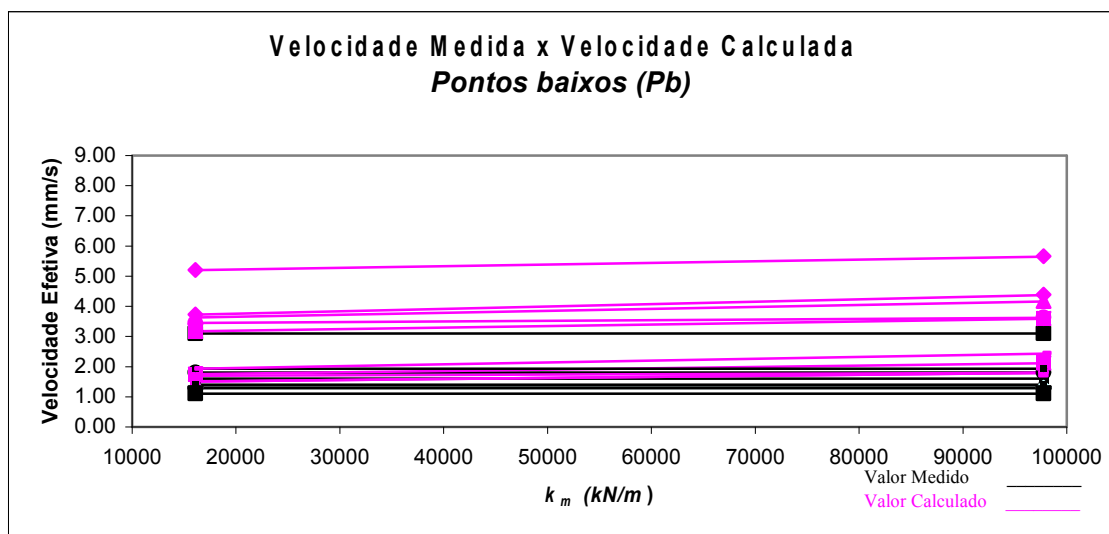


Gráfico 6-9 – Curvas Velocidades Efetivas versus k_m – Pontos P_b

O Gráfico 6-8 se refere aos pontos altos da estrutura, próximos da laje de apoio do compressor. Dele se observa que as velocidades calculadas estão predominantemente subestimadas para valores do parâmetro k_m dentro do intervalo analisado de 16000 kN/m a 100000 kN/m.

O Gráfico 6-9 se refere aos pontos baixos da estrutura, próximos do nível do terreno. Dele se observa que para valores de k_m dentro do intervalo aproximado de 16000 kN/m a 100000 kN/m, as velocidades efetivas calculadas são maiores que as velocidades efetivas medidas em campo.

O comportamento das frequências naturais em relação ao parâmetro do solo k_m é então analisado a partir dos resultados resumidos na Tabela 6-21 e Gráfico 6-6, referentes ao ensaio E-16, e no Gráfico 6-7 e Tabela 6-22, referentes ao ensaio E-03.

Tabela 6-28 – Frequências naturais em função dos valores de k_m

Modos de Vibração	Ensaio E-03		Variação (%)
	Ida menor	Volta Maior	
	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)		
1	3.70	4.24	12.68
2	3.82	4.38	12.73
3	5.31	6.26	15.22
4	12.39	17.36	28.63
5	12.60	20.11	37.32
6	14.69	20.79	29.32
7	17.37	23.01	24.53
8	20.37	23.24	12.35
9	21.22	25.95	18.25
10	32.22	37.97	15.14
k_m (kN/m)	34222	326398	

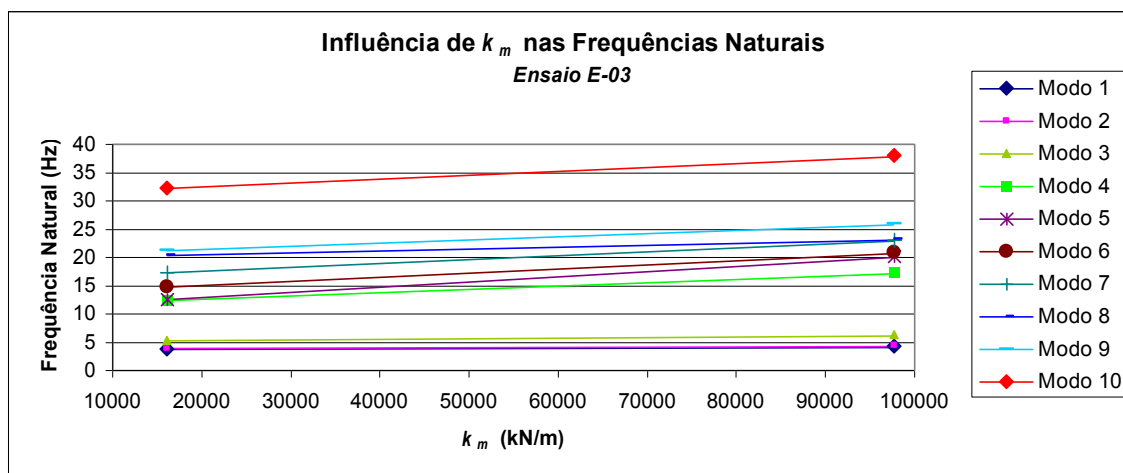


Gráfico 6-10 - Curva Freqüência Natural versus k_m

Para os três primeiros modos de vibração, a variação percentual das freqüências naturais não foi superior a 15,5% quando se varia o valor de k_m de aproximadamente 84%, ou seja, quando k_m está entre 16000 kN/m³ e 97000 kN/m³. Em contrapartida, dentro desse mesmo intervalo de valores de k_m , a variação percentual das freqüências naturais entre o quarto e o sétimo modos foi superior a 24%

Conclui-se que a verificação da condição de ressonância para compressores alternativos com freqüência de operação até 15 Hz, instalados nos solos estudados no presente trabalho, será firme e confiável uma vez que a maioria dos códigos normativos e a boa prática de engenharia de fundações de máquinas exigem a defasagem mínima de 20% entre a freqüência de operação dos equipamentos e a freqüência natural do sistema estrutural de suporte.

6.5.

Comparação entre modelos numéricos simplificados e em Elementos Finitos

Neste item as freqüências naturais obtidas a partir dos modelos simplificados são então confrontadas com as freqüências naturais obtidas do modelo em elementos finitos.

Os modelos simplificados são capazes de representar no máximo quatro graus de liberdade. O modelo de Rausch (1959) representa apenas as translações (horizontal e vertical). O modelo de Barkan pode representar as translações (horizontal e vertical) e a rotação da laje de apoio em seu próprio plano. Com o modelo proposto por Chowdhury (1984) é possível obter as translações horizontais da laje de apoio e das fundações, além de suas rotações, embora no caso estudado a rotação das fundações tenha sido desconsiderada. Portanto, de modo a permitir comparações, são consideradas do modelo

em elementos finitos apenas as frequências naturais correspondentes a esses modos de vibração, quais sejam modos 1, 3 e 4.

A Figura 6-27, Figura 6-28 e Figura 6-29 mostram graficamente e simultaneamente as frequências naturais calculadas através do modelo simplificado proposto por Chowdhury (1984), e as frequências naturais obtidas do modelo em elementos finitos. Para efeito das comparações, a escolha do modelo simplificado citado se justifica pelo fato de melhor representar a interação entre solo e estrutura, que é exatamente a mesma motivação de modelos de fundações de máquinas baseados em elementos finitos.

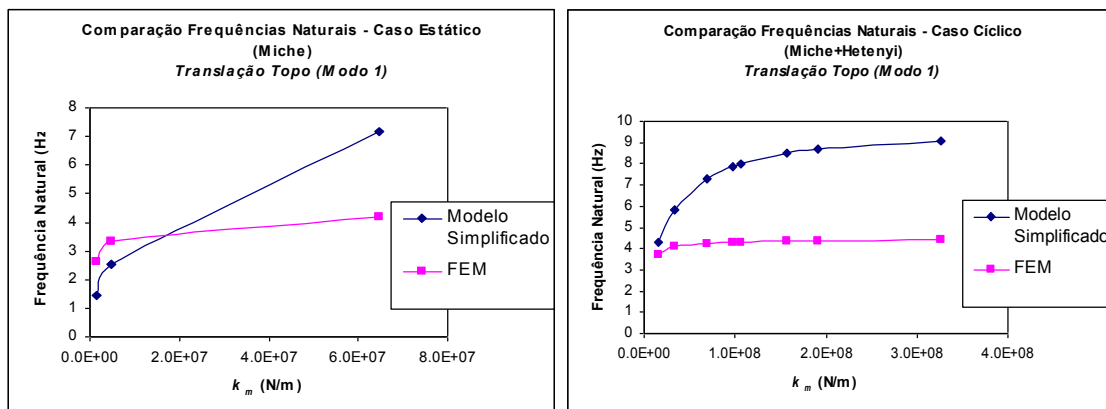


Figura 6-27 – Comparação Modelo Simplificado versus FEM – Modo 1

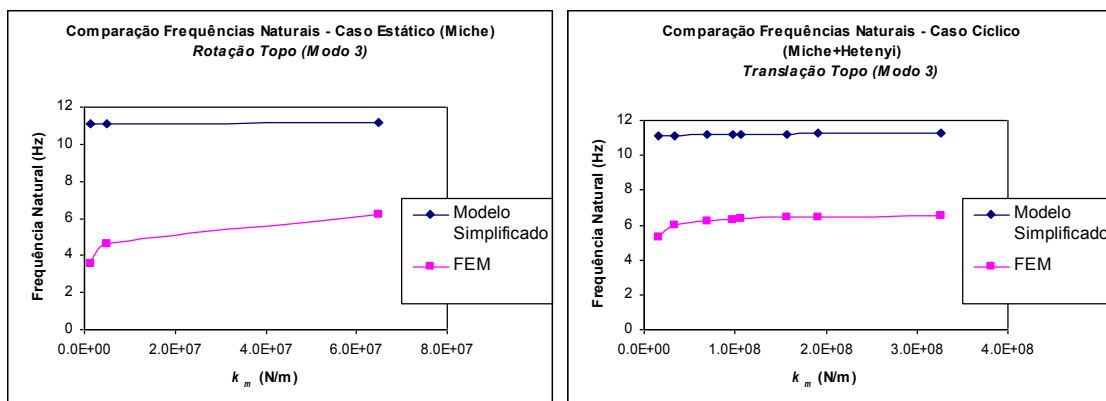


Figura 6-28 – Comparação Modelo Simplificado versus FEM – Modo 3

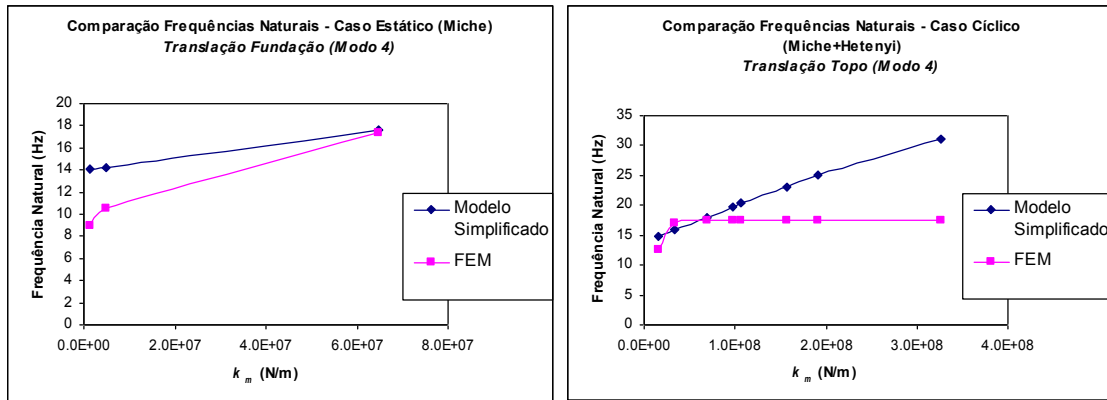


Figura 6-29 – Comparação Modelo Simplificado versus FEM – Modo 4

De forma geral, conclui-se que o modelo simplificado massa-mola fornece valores de freq ncias naturais superiores aos valores obtidos com o modelo em elementos finitos para quaisquer dos modos considerados. Essa conclusão vale para o domínio do parâmetro k_m compreendido entre 20000 kN/m e 64000 kN/m, quando este é obtido por ensaio estático, e entre 69000 kN/m e 326000 kN/m, quando é obtido por carregamentos cíclicos.

7

Considerações finais

7.1.

Conclusões

Um dos principais objetivos do presente trabalho consiste no aperfeiçoamento do processo de projeto de estruturas e fundações de máquinas. De forma geral, a maneira como o trabalho está apresentado retrata os procedimentos a serem seguidos na concepção de um sistema estrutural submetido a carregamentos dinâmicos alternativos. Portanto, sugere-se que sejam seguidos cronologicamente cada um dos passos, desde o levantamento dos dados de cada elemento constituinte do sistema de interação estrutura-solo-equipamento, passando por ensaios de campo e terminando com as simulações do seu comportamento. Com o cumprimento dessas etapas, espera-se que naturalmente o comportamento do sistema após início de operação seja concordante, dentro de limites aceitáveis, com as previsões do início do empreendimento. Deve-se ressaltar que essa proposta é válida também para outros tipos de plantas industriais, que não somente plantas de refino de petróleo.

Em termos das velocidades efetivas de vibração e das frequências naturais, são tecidas conclusões específicas acerca das modelagens desenvolvidas.

Ao se restringir no modelo de elementos finitos todos os graus de liberdade da estrutura no nível das fundações, negligenciando a influencia das deformações do solo na resposta do sistema, constata-se que a resposta do sistema aos carregamentos dinâmicos diverge significativamente da resposta medida na estrutura real.

Ao se utilizar parâmetros do solo obtidos sob condições estáticas, observa-se intervalos distintos de valores de n_h onde a resposta dinâmica do sistema ora é superestimada e ora é subestimada. Para os valores de n_h estático dentro do intervalo típico do solo estudado, observa-se que as frequências naturais apresentam variação significativa. Praticamente, apenas as frequências naturais correspondentes aos modos 8 e 9 apresentaram variação inferior a 20%, alertando-se assim sobre a necessidade da

determinação cuidadosa do parâmetro do solo de tal forma a não proporcionar erros de interpretação da condição de ressonância do sistema.

Ao se utilizar parâmetros do solo obtidos sob condições cíclicas, observa-se também intervalos distintos de valores de n_h onde a resposta dinâmica pode ser sub ou superestimada. Em relação às frequências naturais, constata-se que a partir do sétimo modo de vibração há significativa variabilidade de sua magnitude em função de n_h . Para o caso de compressores com alta frequência de operação, a escolha do parâmetro do solo deve ser cuidadosa de modo a evitar erro de interpretação da condição de ressonância do sistema. Já os seis primeiros modos de vibração sofrem pequena variação em função do aumento da rigidez causada por carregamentos dinâmicos. Tal fato motiva a realização de ensaios de campo com maior número de ciclos de carregamento.

Em termos da representatividade dos modelos propostos por Miche e Hetenyi, observa-se que a magnitude dos erros das velocidades efetivas foi maior nos casos em que o método de Hetenyi foi utilizado para estimativa dos coeficientes de mola, contudo não significativamente maior do que a magnitude dos erros nos casos em que a propriedade elástica do solo varia com a profundidade. Esse fato mostra que o solo influencia a resposta do sistema estrutural aos carregamentos dinâmicos até certa profundidade.

De forma geral, conclui-se que o modelo simplificado massa-mola fornece valores de frequências naturais superiores aos valores obtidos com o modelo em elementos finitos para quaisquer dos modos considerados. Essa conclusão vale para o domínio do parâmetro k_m compreendido entre 20000 kN/m e 64000 kN/m, quando este é obtido por ensaio estático, e entre 69000 kN/m e 326000 kN/m, quando é obtido por carregamentos cíclicos.

7.2. Recomendações para trabalhos futuros

O estudo da interação entre equipamentos, estruturas, fundações e solo é um campo vasto e possui inerentemente muitas incertezas, o que muitas das vezes exige dos especialistas envolvidos no projeto desse tipo de sistema integrado assumir valores de parâmetros que podem levar ao sucesso ou ao fracasso do desempenho das máquinas de uma planta industrial qualquer.

Nesse contexto, com o objetivo de complementar os estudos realizados nessa pesquisa, sugere-se o desenvolvimento dos seguintes aspectos:

- Testar o efeito na resposta dinâmica do sistema em relação ao uso de molas não-lineares como parâmetro representante do solo. Nesse caso, deve-se utilizar um procedimento de análise dinâmica que não por superposição modal de modo permitir a incorporação dos elementos não-lineares;

- Testar o efeito na resposta dinâmica do sistema em relação ao uso de molas associadas a amortecedores viscosos como parâmetro representante do solo;

- Avaliar o efeito da degradação da rigidez do solo devido ao efeito de cargas dinâmicas;

- Avaliar a sensibilidade dos modelos massa-mola e de elementos finitos em relação à rigidez dos elementos estruturais das fundações visando à otimização de projetos;

- Testar valores retroanalisados de parâmetros do solo obtidos de ensaios com maior número de ciclos de carregamento e ciclos com nível de carregamento de serviço;

- Testar o efeito na resposta dinâmica do sistema em relação ao uso de isoladores de vibração.

8

Referencias bibliográficas

ARYA, S. C.; O'NEILL, M. W.; PINCUS, G. **Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines**, Gulf Publishing Company, USA, 4th edition, 1979.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12131: Estacas – prova de carga estática – Método de ensaio**, 2006.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D3966 - 07: Standard test methods for deep foundations under lateral load**, 2007.

BARKAN, D. D. **Dynamics of bases and foundations**, Mcgraw-Hill, USA, 1962.

BHATIA, K. G. **Foundations for industrial machines**, D-CAD Publishers, New Delhi, 2008.

CHOWDHURY, I.; DASGUPTA, S. P. **Dynamics of structure and foundation – A Unified approach**, Taylor & Francis Group, London, UK, Vol. 2, 2009.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**, New York, McGraw- Hill, 1975.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **ABAQUS 6.10-1 – Documentation Collection**, 2010.

GAZETAS, G. **Analysis of machine foundation: State of the art**. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier, Volume 2, Issue 1, pp. 2-42, 1983.

HETENYI, M. *Beams on elastic foundation*. University of Michigan Press, 1946.

MICHE, R. J. **Investigation of piles subject to horizontal forces. Application to quay walls**. *Journal of the School of Engineering*, n. 4, Giza, Egípt, 1930, apud Velloso, 2010.

NASCIMENTO, N. A.; PUPPI, R. F. K. **Formação Guabirota: Algumas características e comentários sobre fundações e contenções**, Anais da mesa redonda Características Geotécnicas da Formação Guabirota, pp. 189–195, Curitiba, 1999.

NOGAMI, T. **Simplified subgrade model for three-dimensional soil-foundation interaction analysis**, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, Volume 15, number 7, pp. 419-429, 1996.

NOVAK, M. **Dynamic stiffness and damping of piles**, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 11, pp. 574–598, 1974.

STEINWENDER, F.; NORMANN, R. **Parameter adjustment of a finite element model by means of measured natural frequencies**, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Volume 27, Issue 3, pp. 179-190, 1987.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 2372: Mechanical vibration of machines with operating speeds from 10 to 200 rev/s - Basis for specifying evaluation Standards**, 1974.

PRAKASH, S. **Soil Dynamics**, McGraw-Hill, USA, 1981.

RAUSCH, E. **Fundamente und andere dynamisch beanspruchte baukonstruktionen**, Verlag, Dusseldorf, 1959.

TERZAGHI, K. **Evaluation of coefficients of subgrade reaction**, *Geotechnique*, Vol. 5, pp. 297-326, 1955.

WU, J. **Finite element modeling and experimental modal testing of a three-dimensional framework**, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 46, Issue 8, pp. 1245–1266, 2004.