

3

Desenvolvimento do Acoplamento

Como alternativa para a solução do problema físico em estudo, no trabalho (Fontoura & Inoue, 2009) foi escolhido um esquema de acoplamento parcial, onde dois programas distintos, que utilizam soluções numéricas diferentes (método das diferenças finitas para simulação de reservatórios e método dos elementos finitos para análise de tensões) são acoplados. Foi implementado um código de computador em C++ para realizar o acoplamento parcial entre os dois programas (Fontoura & Inoue, 2009). O programa de acoplamento roda os simuladores de reservatório/programa de análise de tensões, faz a leitura dos arquivos de resultados, calcula os parâmetros de acoplamento e reescrevem os arquivos de entrada, todas as etapas são realizadas de forma automatizada.

Uma vez que o programa gerenciador é iniciado, não há necessidade de interferência do usuário e o programa verifica sempre o tamanho do *timestep* para garantir a convergência da solução dentro de um número de iterações.

Nesta seção serão mostrados os simuladores empregados nesta dissertação para fazer uso do código mencionado acima, assim como as principais formulações envolvidas para os três esquemas usados e o que difere nestas.

3.1.

Estudo dos Simuladores

No presente trabalho, um simulador de reservatórios (ECLIPSE) e um programa de análise de tensões (ABAQUS) se comunicam e trocam informações até alcançar o equilíbrio entre a solução de fluxo e tensão em um determinado intervalo de tempo através de um código C++ de forma automatizada.

O software (Computer Modelling Group STARS, 2009) também foi estudado para mostrar como é resolvido este tipo de problemas em um simulador que apresenta modulo geomecânico.

3.1.1. Softwares envolvidos no Acoplamento

ECLIPSE é um simulador de reservatórios de petróleo e gás originalmente desenvolvido pela ECL (*Exploração Consultants Limited*) e atualmente propriedade, comercializado e mantido pela Schlumberger (Schlumberger, 2009.2).

A simulação é feita pelo método de diferenças finitas que é uma das ferramentas mais poderosas para orientar decisões de gestão do reservatório. ECLIPSE software permite aos engenheiros prever e controlar o fluxo de fluido de forma mais eficiente, com maior discernimento e modelagem mais precisa.

Eclipse oferece um modelo de três componentes, conhecido como o modelo *blackoil*, para situações de reservatório em que as reservas de petróleo e de recuperação de petróleo precisam ser conhecidas, mas os efeitos da composição da fase fluida sobre o comportamento do fluxo não devem ser necessariamente consideradas. O modelo *blackoil* assume que os fluidos do reservatório estão compostos por três elementos (água, óleo e gás) em um sistema trifásico (gás, líquido e gás em solução) com componentes miscíveis em todas as proporções. Duas versões são usadas:

Eclipse 100 resolve as equações de *Blackoil* (um modelo de líquidos) e eclipse 300 é um simulador composicional com a equação cúbica de estado. Eclipse 300 pode ser executado totalmente implícito (IMPES) e adaptável implícito (AIM) (Schlumberger, 2009.2).

Ambos os programas são escritos em linguagem FORTRAN. Nesta versão foi usado para a solução das equações de fluxo a versão eclipse 300.

ABAQUS é o outro simulador empregado para o cálculo de tensões e deslocamentos que oferece flexibilidade completa para fazer a distinção entre a resposta estática e dinâmica a carregamentos, a mesma análise pode conter várias fases estáticas e dinâmicas (SIMULIA, 2010). O método empregado para a solução de equações e o método de elementos finitos.

Nesta dissertação será utilizado a funcionalidade de "Acoplamento da análise do fluxo do fluido dos poros e Tensões", que o programa oferece.

Um meio poroso é modelado em Abaqus/Standard através de uma abordagem convencional, que considera o meio como um material multifásico e adota um princípio de tensão efetiva para descrever o seu comportamento. A modelagem do meio poroso considera a presença de dois fluidos no meio. Um deles é o líquido molhante que se supõe ser relativamente incompressível.

Muitas vezes, o outro é um gás, que é relativamente compressível. Um exemplo desse sistema é o solo contendo água subterrânea. Quando o meio é parcialmente saturado, ambos os fluidos existem em um ponto, quando estiver totalmente saturada, os vazios são completamente preenchidos com o líquido molhante. O volume elementar é constituído por um volume de grãos de material sólido, um volume de vazios e um volume de líquido molhante, que é livre para se mover através do meio poroso (SIMULIA, 2010).

No caso em estudo são utilizadas o análise de tensões e deslocamento, ver seção 6.3 do manual, e acoplamento do análise do fluxo do fluido dos poros com tensões ver seção 6.7 do manual (SIMULIA, 2010).

3.1.2. Modelagem do Reservatório

A análise de um problema qualquer pelo método analítico correspondente envolve três etapas distintas: discretização do domínio (pré-processamento); cálculo das variáveis do problema, tais como, deslocamentos, deformações, tensões, cargas totais, poropressões e gradientes hidráulicos (processamento); e visualização dos resultados (pós-processamento).

Nesta seção serão detalhados alguns aspectos de pré-processamento e processamento a considerar no momento da construção de um modelo, para os dois tipos de solução analítica empregada para resolver o problema físico em estudo, o método de diferenças finitas (MDF) para um simulador de fluxo e o método de elementos finitos (MEF) para o simulador geomecânico, suas principais diferenças nestas etapas e como foram assumidas para poder gerenciar o acoplamento.

3.1.2.1. Geometria do Modelo

O esquema de discretização do domínio é diferente nos dois casos, enquanto que a simulação de reservatórios utiliza o método das diferenças finitas para aproximar as equações governantes, na análise de tensões é utilizado o método dos elementos finitos (Capasso & Mantica, 2006).

É de notar que a malha de diferenças finitas é construída de acordo com a estrutura geológica do reservatório, ou seja, estratigrafia e geometrias de falha são respeitadas tanto quanto possível. Isso pode produzir uma série de irregularidades que são permitidas no método das diferenças finitas, porém não

são no método dos elementos finitos. Para descrever a geometria real dos níveis de solo com espessura variável ("*pinch-outs* ou pontos de conexão"), algumas células na malha de diferenças finitas pode ter colapso em um único ponto pela presença de falhas, além disso, é muitas vezes descrita com deslocamento real, que provoca o deslocamento entre os nós de duas células vizinhas. Pequenas irregularidades são removidas durante o processamento da rede ajustando levemente a posição do nó, a fim de obter uma malha de elementos finitos adequada, sem perder a correta estrutura geológica (ver Figura 8).

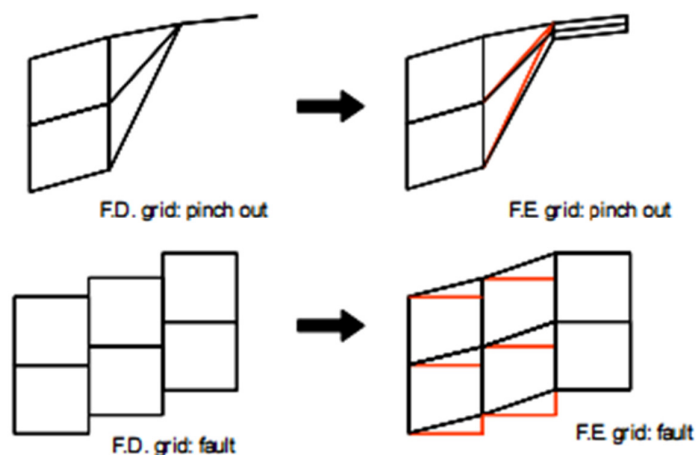


Figura 8 - Construção de uma malha de elementos finitos: remoção de irregularidades (Capasso & Mantica, 2006).

O uso de elementos finitos é muito mais adequado para descrever completamente o comportamento geomecânico de um reservatório e do material circundante. É possível, neste caso, construir um modelo de elementos finitos com uma descrição detalhada da geometria, tendo em conta a estrutura geológica das camadas de produção (reservatório) e das camadas acima e abaixo desta; através de regiões com diferentes propriedades mecânicas e leis constitutivas para considerar corretamente o comportamento dos materiais.

Como as malhas geomecânicas e do reservatório são diferentes é necessário o uso de técnicas de interpolação para criar o modelo inteiro. No trabalho (Fontoura & Inoue, 2009) é construído primeiro a malha do reservatório com discretização pelo método das diferenças finitas (ECLIPSE), são extraídos os dados e completada as camadas de *overburden*, *siderburden* e *underburden* com o simulador de deslocamentos (ABAQUS).

Somente dois elementos tridimensionais são suportados pelo código de elementos finitos do programa de acoplamento parcial, elemento finito linear de 8 nós (*brick*) e elemento finito tetraédrico linear de 4 nós (*tetrahedron*). Na discretização do modelo do reservatório, apenas um tipo de elemento pode ser utilizado, pois o código de elementos finitos para conversão de pressão de poros em forças nodais do programa de acoplamento parcial ainda não permite trabalhar com diferentes elementos (Inoue & Fontoura, 2008).

3.1.2.2. Número de Células

Outro ponto importante está relacionado com o número de células usado inicialmente para descrever o modelo de fluxo. Em alguns casos, o grande número de células na malha de diferenças finitas empregada para modelar o reservatório e o fato de que a malha em elementos finitos incluirá as rochas adjacentes, torna impossível manter a mesma discretização.

A malha em diferenças finitas, no entanto é o resultado de um estudo detalhado do campo que considera a informação proveniente de pesquisas sísmicas, o conhecimento geológico da área e um programa de desenvolvimento do reservatório. A discretização vertical é de importância superior a descrever corretamente as propriedades do material do meio poroso e o abaixamento da pressão (Capasso & Mantica, 2006).

Então na prática, células de maiores dimensões no programa ABAQUS serão usadas para as rochas adjacentes os elementos de 8 e 4 nós dependendo do problema.

O programa ABAQUS poderá diferenciar quais elementos pertencem ao reservatório e quais as rochas adjacentes através de tipos de elementos, sendo usados C3D8P/C3D20P (tensão/deslocamento/pressão de poro) para o reservatório, e C3D8/C3D20 (tensão/deslocamento) para as zonas externas.

3.1.2.3. Cálculo das variáveis

A localização onde as variáveis primárias são calculadas na simulação de reservatórios e na análise de tensões é inerente aos métodos utilizados para aproximar as equações governantes. No método das diferenças finitas as variáveis primárias (pressão de poros, saturação, temperatura, etc.) são

calculadas no centro da célula do *grid* de simulação, enquanto que no método dos elementos finitos as variáveis primárias (deslocamento) são calculadas nos *nós* dos elementos (Inoue & Fontoura, 2008). A Figura 9 ilustra a localização dos centros das células em vermelho e nós dos elementos em azul onde as variáveis primárias são calculadas em cada método.

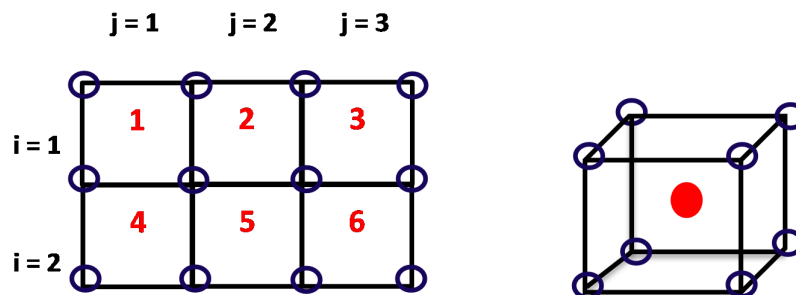


Figura 9 - Localização onde as variáveis primárias são calculadas (Capasso & Mantica, 2006).

É necessário transferir os cálculos realizados nos centros das células para os pontos nodais e ao contrário, para gerenciar uma correta troca de informações, para o qual o Grupo de Tecnologia na Engenharia do Petróleo (GTEP) nos trabalhos Fontoura & Inoue (2008, 2009) utiliza o seguinte critério, foi implementado no código de acoplamento uma rotina de interpolação para transferir pressão de poros do centro da célula do grid de diferenças finitas para os nós dos elementos da malha de elementos finitos, e também transferir pseudo-compressibilidade e porosidade dos nós para os centros das células.

A formulação empregada é a mesma usada no trabalho (Capasso & Mantica, 2006).

A evolução temporal da pressão é automaticamente extraída dos arquivos de saída do simulador de fluxo, e reescrita a fim de ser diretamente acessíveis como dados de entrada no ABAQUS.

A pressão de poros P_i em cada *nó* i da malha de elementos finitos pode ser obtida através de uma média ponderada das pressões p_j do centro das células do grid de diferenças finitas.

$$P_i = \frac{\sum_{j=1,8} p_j(i) \cdot porv_j(i)}{\sum_{j=1,8} porv_j(i)} \quad (3.1)$$

Onde são j células que compartilham o *nó* i , caracterizado pela pressão de poros $p_j(i)$ e volume poroso $porv_j(i)$.

O esquema de interpolação utiliza o inverso da distância como peso. Estes pesos podem ser gravados em dois arquivos externos, um para transferir de diferenças finitas para elementos finitos e outra no sentido contrário (Inoue & Fontoura, 2008).

3.1.3. Estudo Software com modulo Geomecânico

STARS é um simulador térmico tridimensional e trifásico com um sistema de malhas que podem ser cartesianas, cilíndricas ou profundidade variável / espessura variável. Permite trabalhos em configurações bidimensionais e tridimensionais.

3.1.3.1. Modelo Geomecânico:

Várias práticas de produção respondem dinamicamente às mudanças nas tensões aplicadas. Estas incluem a deformação plástica, dilatância, e unidade de compactação na injeção cíclica / estratégias de produção, injeção, assim como produção. Um modelo geomecânico constituído por três sub-módulos está disponível para tratar os aspectos dos problemas acima.

3.1.3.2. Descrição do Acoplamento Iterativo no STARS

O acoplamento entre a deformação do meio poroso e o fluxo no reservatório acontece de forma sequencial, ou seja, os cálculos se alternam passando informações de um modelo para o outro (geomecânico para fluxo e vice-versa). O modelo de fluxo atualiza as pressões e temperaturas num intervalo especificado.

O módulo geomecânico atualiza as deformações em função das pressões e temperaturas provenientes. Para completar o *loop*, o módulo geomecânico envia a informação do cálculo da nova deformação de volta para o modelo de

fluxo para ser utilizada no passo de tempo seguinte. A informação é transmitida do simulador de fluxo para o módulo geomecânico via condições de contorno de pressão e temperatura. Entretanto, não é óbvio como o módulo geomecânico alimenta o modelo de fluxo.

Um simulador de fluxo convencional calcula a porosidade como função da pressão e da temperatura, de tal forma que o volume poroso e o balanço de massa sejam conservados entre dois intervalos de tempo (*time steps*) subsequentes. Aqui, “conservado” significa que a porosidade no início de um *time step* é igual à porosidade no final do *time step* anterior nas referentes pressões e temperaturas. Quando a função porosidade $\phi(p, T)$ não varia com o tempo, o balanço de materiais está assegurado.

Entretanto, a função porosidade pode variar entre *time steps* permanecendo a conservação de massa. Sendo p^n e T^n as soluções de um bloco para o *time step* “n” que usa a função porosidade $\phi^n(p, T)$. O próximo *time step*, “n + 1”, começa com $p = p^n$ e $T = T^n$, mas tendo uma diferente função porosidade $\phi^{n+1}(p, T)$. A porosidade e o balanço de massa serão conservados entre dois *times steps* se $\phi^n(p, T) = \phi^{n+1}(p, T)$. Entretanto, ϕ^n e ϕ^{n+1} podem ter derivações diferentes no que diz respeito às variáveis p e T em $p = p^n$ e $T = T^n$.

A deformação volumétrica causada pela consideração do acoplamento geomecânico é expressa no simulador de fluxo através da mudança de parâmetros na função porosidade.

Esses parâmetros são mantidos constantes durante a convergência de um *time step*, mas são atualizadas entre os *times steps* mantendo-se conservados a porosidade e o balanço de materiais. A atualização do módulo geomecânico é computada para cada bloco do grid de simulação, sendo os parâmetros da função porosidades variáveis por bloco.

O acoplamento utilizado nos casos estudados nessa dissertação apresenta a variação da porosidade sendo função da pressão, temperatura, e da tensão total média, seguindo a fórmula (Computer Modelling Group STARS, 2009):

$$\phi^{n+1} = \phi^n + (c_0 + c_2 a_1)(p - p^n) + (c_1 + c_2 a_2)(T - T^n) \quad (3.2)$$

$$c_1 = \frac{V_p}{V_b^0} \beta \quad (3.3)$$

$$c_1 = \frac{V_p}{V_b^0} \beta \quad (3.4)$$

$$c_2 = -\frac{V_b}{V_b^0} \alpha c_b \quad (3.5)$$

$$a_1 = \text{factor} \left\{ \frac{2}{9} \frac{E}{(1-\nu)} \alpha c_b \right\} \quad (3.6)$$

$$a_2 = \text{factor} \left\{ \frac{2}{9} \frac{E}{(1-\nu)} \beta \right\} \quad (3.7)$$

c_b = Compresibilidade de bulk (1/ kPa | 1/ psi)

E = Módulo de Young's (kPa | psi)

V_b = Bulk Volume (m^3 | f^3)

a = Numero de Biot.

ν = Coef. de Poisson's.

σ_m = Tensão media (kPa | psi).

β = Coeficiente de expansão termica da rocha.

factor = variável dependente das condições de contorno.

Por exemplo, para factor = 0 o reservatório é impedido de se deslocar apenas na sua base e movimentos liberados nas outras direções (Tipo 1). Se o reservatório é impedido de se deslocar lateralmente e é livre para deslocamentos verticais (Tipo 2), factor = 1. Se o reservatório possui condições de contorno em todas as direções, tem-se factor = $(1-\nu) / (1-2\nu)$. A

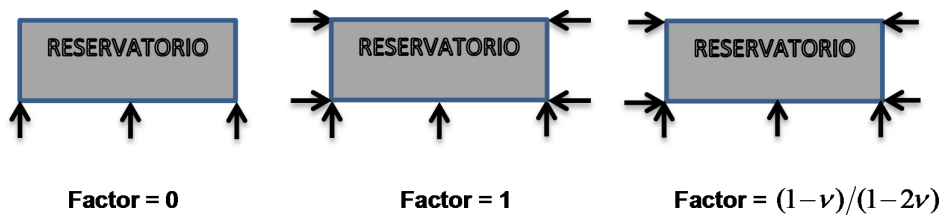


Figura 10 ilustra essas condições.

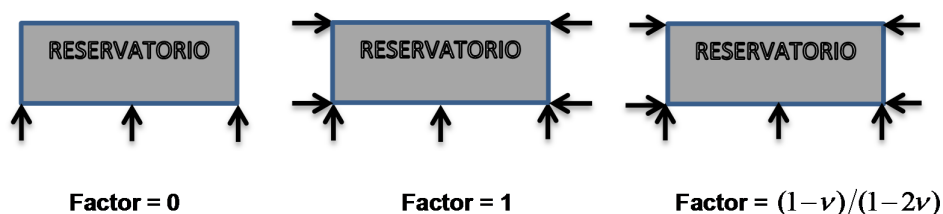


Figura 10 - Condições de contorno (Computer Modelling Group STARS, 2009).

3.2.

Formulação dos Esquemas de Acoplamento

3.2.1.

Equações Governantes

O estudo de fluxo de fluidos nos meios porosos tem como ponto central uma equação chamada equação de difusividade hidráulica ou simplesmente equação da difusividade, a partir da qual são desenvolvidas soluções para as diversas situações em que os reservatórios podem se encontrar (Rosa, *et al.*, 2006).

A equação de difusão é obtida da equação da continuidade, equação de transporte de (lei de Darcy) e a equação de estado, o que difere a forma final da equação de difusão é a equação da porosidade introduzida na parcela de acumulação. É com esta equação em suas diferentes formulações que o acoplamento é realizado, selecionando as variáveis que serão trocadas, para o qual, nesta parte do capítulo serão mostradas suas diferenças.

3.2.2.

Simulação convencional de fluxo

A equação da difusividade hidráulica, como é utilizada na engenharia de reservatórios é obtida a partir da associação de três equações básicas: equação da continuidade, que é uma equação de conservação de massa. A lei de Darcy, que é uma equação de transporte de massa, e uma equação de estado que tanto pode ser uma lei dos gases como a equação de compressibilidade para o caso dos líquidos (Rosa, *et al.*, 2006).

Na formulação da equação da difusividade hidráulica serão admitidas as seguintes hipóteses:

- Meio poroso homogêneo e isotrópico;
- Fluxo Estritamente horizontal e isotérmico;
- Permeabilidade constante;
- Pequenos gradientes de pressão;
- Fluido com compressibilidade pequena e constante;
- Rocha com compressibilidade pequena e constante;
- Forças gravitacionais desprezíveis.

O processo inteiro de desenvolvimento da equação encontra-se (Rosa, *et al.*, 2006), as principais equações envolvidas serão apresentadas a seguir:

3.2.2.1. Equação de Continuidade

A massa de fluido que entra na face $\mathbf{A}(x)$ menos a massa de fluido que sai da face $\mathbf{A}'(x + \Delta x)$ é igual à massa acumulada no volume de controle em um intervalo de tempo Δt . Na Figura 11 está representado o volume de controle utilizado para deduzir a equação da continuidade

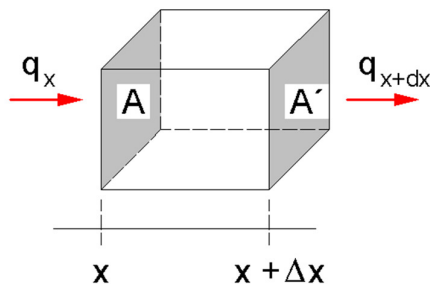


Figura 11 - Fluxo de fluido através de um volume de controle (Inoue & Fontoura, 2008).

A equação da continuidade é obtida através da definição de derivada:

$$\frac{\partial}{\partial x}(u_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y}(u_y \rho) + \frac{\partial}{\partial z}(u_z \rho) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) \quad (3.10)$$

Onde:

q_x , q_y e q_z = são as vazões através do volume de controle nas direções x , y e z , respectivamente; $q_x = u_x \Delta y \Delta z$, $q_y = u_y \Delta x \Delta z$ e $q_z = u_z \Delta x \Delta y$, u_x , u_y e u_z = são as *velocidades aparentes do fluido* através nas direções x , y e z , respectivamente e $\Delta y \Delta z$, $\Delta x \Delta z$ e $\Delta x \Delta y$ = são as áreas das faces do volume de controle perpendiculares, as direções x , y e z , respectivamente; ρ = massa específica e ϕ = porosidade.

3.2.2.2. Equação de fluxo

O fluxo de fluido através do meio poroso é governado pela lei de Darcy. Esta lei relaciona a velocidade aparente do fluido com gradiente de pressão, ou de uma forma mais geral, com gradiente de potencial, através da equação:

$$u_s = - \frac{k_s \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s} \quad (3.11)$$

Onde:

s = trajetória do fluxo;

v_s = *velocidade aparente do fluido* na direção do fluxo;

k_s = permeabilidade do meio poroso na direção do fluxo;

γ = peso específico do fluido;

μ = viscosidade do fluido;

Φ = potencial de fluxo;

A diferença de potencial Φ entre dois pontos gera o fluxo no meio poroso. O fluxo ocorre do ponto de maior potencial para o menor. Se os pontos tiverem a mesma altura em relação a um plano de referência horizontal, a gradiente potencial não é dependente da carga de elevação, sendo função apenas da carga de pressão.

As equações da velocidade aparente do fluido nas direções x , y e z podem ser escritas como:

$$u_x = -\frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad u_y = -\frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \text{e} \quad u_z = -\frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3.12)$$

Levando as equações da velocidade aparente (3.12) na equação da continuidade (3.10), chega-se uma nova forma para a equação diferencial de escoamento.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (3.13)$$

Os efeitos gravitacionais podem ser desprezados quando não afetam o fluxo no meio poroso. Nesta condição o potencial pode ser substituído pela razão (p/γ) , introduzindo o termo de pressão na equação de diferencial de escoamento (3.13).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (3.14)$$

3.2.2.3. Equação de estado

Estas equações são aquelas que representam as compressibilidades dos fluidos e da rocha. Para o caso de fluxo de líquidos pode-se usar a equação geral da compressibilidade dos fluidos, escrita na forma:

$$c_p = \frac{1}{\phi^0} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) = \frac{1}{V_p^0} \left(\frac{\partial V_p}{\partial p} \right) \quad (3.15)$$

$$\phi = \phi^0 \left[1 + c_p (p - p^0) \right] \quad (3.16)$$

Onde:

ϕ^0 = porosidade na pressão de referência p^0 ;

V_p^0 = volume poroso na pressão de referência p^0 ;

c_p = compressibilidade dos poros, sendo calculada como: A soma da compressibilidade dos poros c_p com a compressibilidade do fluido c_f é

chamada compressibilidade total c_t , isto é $c_t = c_p + c_f$. Introduzindo as equações (3.9) e (3.10) Assim, a equação de difusão pode ser reduzida a:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.17)$$

Substituindo a compressibilidade e com o operador de Laplace a equação de difusão no simulador convencional resulta:

$$\left(\phi^0 c_f + \phi^0 c_p \right) \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \nabla^2 p = 0 \quad (3.18)$$

3.2.3. Acoplamento Total

Para o entendimento da equação de difusividade no acoplamento total é necessário ter o conhecimento da teoria da poro elasticidade de Biot.

As equações governantes do problema poro elásticas provêm das equações de equilíbrio, compatibilidade deformação-deslocamento, relação tensão- deformação da teoria da elasticidade e da lei de Darcy (Biot, 1940).

3.2.3.1. Equações de equilíbrio

Para que um elemento infinitesimal esteja em equilíbrio pode-se escrever o sistema de equações a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{zx}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_y) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{zy}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.2.3.2. Compatibilidade deformação-deslocamento

Denominando os deslocamentos nas direções x, y e z como u, v e w, respectivamente, e adotando-se a hipótese das pequenas deformações, as deformações lineares no solo são:

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad e_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.20)$$

Analogamente, as deformações angulares são:

$$\gamma_x = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \gamma_y = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_z = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.21)$$

3.2.3.3. Teoria da Elasticidade

Aplicando a lei de Hooke para um material isotrópico, da teoria da elasticidade (Terzaghi, 1943) sobre o solo tem se que:

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\tau_{yx} + \tau_{zx}) \\ e_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\tau_{xy} + \tau_{zy}) \\ e_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\tau_{xz} + \tau_{yz}) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \end{aligned} \quad (3.22)$$

As constantes elásticas da equação (3.22) são:

E = Módulo de Elasticidade longitudinal ou de Young.

G = Módulo de elasticidade transversal;

ν = coeficiente de Poisson da parte sólida.

As constantes E , G , ν são referidas a solo drenado.

A relação entre os módulos de elasticidade transversal, longitudinal e o coeficiente de Poisson:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.23)$$

Acrescentando-se o efeito da variação da pressão hidrostática nas equações (3.22) obtém-se

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\tau_{yx} + \tau_{zx}) + \frac{p}{3H} \\ e_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\tau_{xy} + \tau_{zy}) + \frac{p}{3H} \\ e_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\tau_{xz} + \tau_{yz}) + \frac{p}{3H} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Onde H é uma constante física poro elástica adicional introduzido por Biot. Biot considerou que a variável θ e as tensões relacionavam-se da seguinte maneira:

$$\theta = a_1 \sigma_x + a_2 \sigma_y + a_3 \sigma_z + a_4 \tau_{xy} + a_5 \tau_{xz} + a_6 \tau_{yz} + a_7 p \quad (3.25)$$

As constantes a_4, a_5, a_6 são nulas porque devido à isotropia do material as tensões tangenciais não influenciam θ e as demais constantes a_1, a_2, a_3 são iguais entre si.

Logo a equação (3.25) toma a seguinte forma:

$$\theta = \frac{1}{3H_1}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \frac{p}{R} \quad (3.26)$$

Onde H_1 e R são duas constantes poros elásticos.

Biot demonstrou detalhadamente em seu trabalho de 1941 que as constantes poroelásticas H e H_1 são iguais, o que leva a equação (3.24) a ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2G \left(e_x + \frac{\nu \varepsilon_v}{1-2\nu} \right) - \alpha p \\ \sigma_y &= 2G \left(e_y + \frac{\nu \varepsilon_v}{1-2\nu} \right) - \alpha p \\ \sigma_z &= 2G \left(e_z + \frac{\nu \varepsilon_v}{1-2\nu} \right) - \alpha p \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \alpha &= \frac{2(1+\nu)G}{3(1-2\nu)H} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Onde:

$$\varepsilon_v = \text{deformação volumétrica} = e_x + e_y + e_z$$

A variável θ pode ser também escrita como:

$$\theta = \alpha \varepsilon_v + \frac{p}{Q} \quad (3.28)$$

Onde:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R} - \frac{\alpha}{H} \quad (3.29)$$

Sendo Q e R duas novas constantes poro elástico definido por Biot. Substituindo as equações (3.27) nas equações de equilíbrio (3.19) obtém-se

$$\begin{aligned} G \nabla^2 u + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial x} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ G \nabla^2 v + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial y} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ G \nabla^2 w + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Sendo ∇^2 o operador diferencial de Laplace, ou seja,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

O comportamento mecânico é governado pela equação de equilíbrio escrita em termos de deslocamento e pressão, também chamada de equação de Navier generalizada para o problema poro elástico:

$$G \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{G}{1-2\nu} \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} = \alpha \nabla p \quad (3.30)$$

Entretanto, ainda é necessária uma relação para o comportamento difusivo, esta relação será obtida do balanço de massa. Considerando-se que um fluido incompressível atravessa um cubo de dimensões infinitesimais, a taxa de fluido que atravessa uma área unitária em um tempo t deverá ser igual à variação de volume de fluido no cubo no mesmo tempo t.

O volume de fluido que atravessa o cubo é dado pela lei de Darcy

$$v_x = -\frac{K_x}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x}, v_y = -\frac{K_y}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial y}, v_z = -\frac{K_z}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.31)$$

Tem se:

$$\theta = \alpha \varepsilon_v + \frac{p}{Q} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial V_{ii}}{\partial x_{ii}} \quad (3.33)$$

Substituindo a expressão (3.31) em (3.33) obtém-se:

$$\frac{k}{\mu} \nabla^2 p = \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1}{Q} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.34)$$

(Geertsma, 1957) Escreveu as constantes H e R em termos das compressibilidades e porosidade:

$$\frac{1}{R} = \{c_t - (1 + \phi) c_r\} \quad (3.35)$$

$$\frac{1}{H} = (c_t - c_r) \quad (3.36)$$

Onde c_t é a compressibilidade total (bulk) e c_r é a compressibilidade dos grãos (matriz). Substituindo na equação (3.34), obtém se a equação de difusão para o acoplamento total.

$$\left[\phi^0 c_f + c_s (\alpha - \phi^0) \right] \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \nabla^2 p = -\alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (3.37)$$

3.2.4. Acoplamento Parcial

O esquema de acoplamento parcial é uma aproximação do acoplamento total, porém a equação de difusão é a mesma da simulação convencional de reservatórios. O comportamento mecânico no acoplamento parcial é governado pela mesma equação de equilíbrio (equação de Navier generalizada) do acoplamento total.

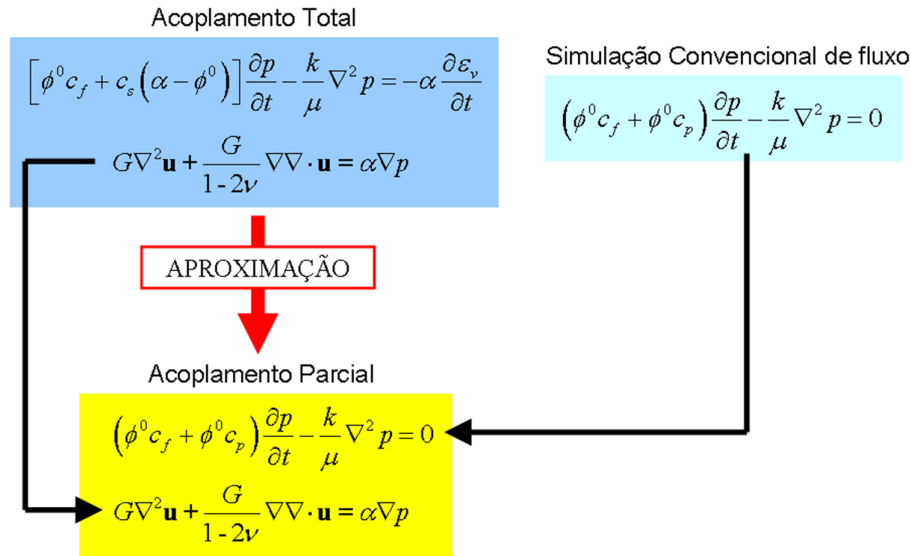


Figura 12 - Equações governantes (Inoue & Fontoura, 2008).

Nos três casos, a equação de difusão é obtida da equação da continuidade. O que difere a forma final da equação de difusão é a equação da porosidade introduzida na parcela de acumulação, sendo esta fundamental para obter a precisão nas respostas do comportamento do reservatório.

3.3. Filosofia empregada na tese

Uma nova solução foi desenvolvida para garantir um esquema de acoplamento parcial iterativo mais rigoroso. O que difere o acoplamento total do acoplamento parcial iterativo é a equação de difusão, pois no acoplamento parcial a equação de difusão é resolvida por um simulador de reservatórios comercial.

Da experiência mostrada nos trabalhos (Fontoura & Inoue, 2008, 2009) se verificou que os parâmetros de acoplamento adotados para realizar o acoplamento parcial iterativo não geraram esquemas rigorosos o suficiente para que o resultado de pressão média obtido fosse próximo do acoplamento total.

Para garantir que o acoplamento parcial iterativo apresente resultados semelhantes ao acoplamento total, é necessário que as equações de difusão apresentem respostas semelhantes (Inoue & Fontoura, 2008). Portanto, as equações de difusão são igualadas como:

$$\phi^0 c_f \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \nabla^2 p = -\phi^0 c_p \frac{\partial p}{\partial t} + c_s (\alpha - \phi^0) \frac{\partial p}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (3.38)$$

A parcela $-\phi^0 c_p \partial p / \partial t$ não faz parte da equação de difusão do acoplamento total, portanto esta parcela deve ser acrescentada do lado direito da equação de difusão do acoplamento parcial, para adicionar/retirar fluido. A equação de difusão do acoplamento parcial não possui as parcelas $c_s (\alpha - \phi^0) \partial p / \partial t - \alpha \partial \varepsilon_v / \partial t$ encontradas na equação de difusão do acoplamento total, portanto estas parcelas devem ser adicionadas/retiradas do lado direito. A Figura 13 ilustra a solução adotada para obter a equação de difusão do acoplamento parcial iterativo.

Simulação Convencional de Reservatórios:

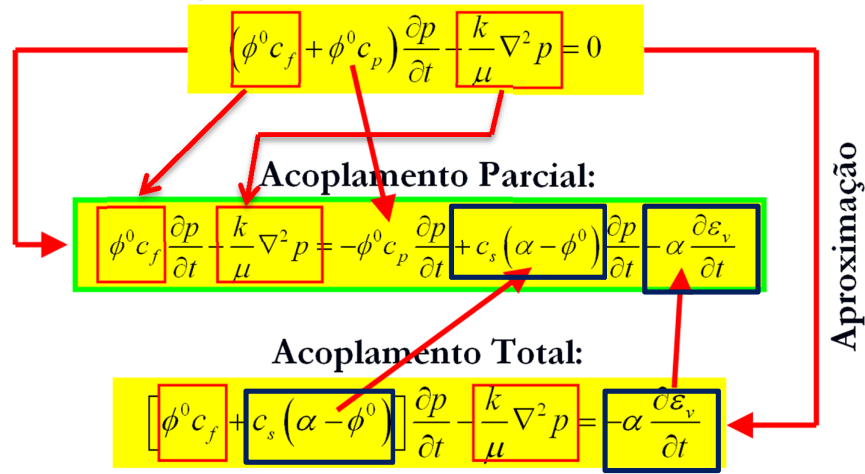


Figura 13- Compatibilização das equações de difusão (Inoue & Fontoura, 2008).

3.4. Esquemas de Acoplamento Utilizados

O número de esquemas usados nesta pesquisa é três. Dois destes o esquema iterativo e o esquema de uma via, ambos desenvolvidos nos trabalhos (Fontoura & Inoue, 2009). Além disso, uma nova variante no esquema iterativo será apresentada atualizada este ano pelo GTEP com os mesmos autores.

A formulação empregada nos esquemas é a mesma mostrada no item 3.3 do presente capítulo para as três metodologias diferenciando-se por outros parâmetros explicados a continuação.

3.5.

Fluxograma dos programas implementados

O procedimento parte com disparar o simulador de fluxo (ECLIPSE), o código lê as pressões calculadas e são transformadas em forças nodais para o arquivo de entrada da simulação de tensões (ABAQUS).

Com estes dados modificados o programa faz o análise de tensões, e atualizam os arquivos de saída as porosidades e pseudo compressibilidades ,para ser reiniciado no simulador de fluxo e passar ao seguinte intervalo de tempo (Fontoura & Inoue, 2010).

3.5.1.

Acoplamento Parcial Iterativo

Considerada a metodologia mais rigorosa. Na primeira rodada, as propriedades de porosidade e pseudo-compressibilidade empregadas na simulação de reservatórios (ECLIPSE) são do passo de tempo anterior. Antes de entrar na segunda rodada o critério é analisado, sendo a concordância aceita, os valores de porosidades e pseudo-compressibilidades, recalculadas pelo programa de análise de tensões (ABAQUS) passam como dados de entrada para o seguinte passo de tempo, se fosse o contrario o processo fica iterativo até chegar a convergir.

O critério adotado e o mesmo empregado nos trabalhos (Dean, *et al.*, 2003) e (Samier & De Gennaro, 2007) que é a diferença da pressão media do reservatório, com um valor inicial de 0.01 *psi*.

Adicionalmente, o código inclui um esquema que, uma vez que a convergência do processo iterativo não foi alcançada para o número máximo de 12 iterações, o programa reduz o intervalo de tempo desse passo de tempo pela metade, necessitando assim a adição de um novo passo de tempo para garantir o tempo total de simulação.

Na Figura 14 e mostrado o fluxograma que explica como é feito o acoplamento iterativo.

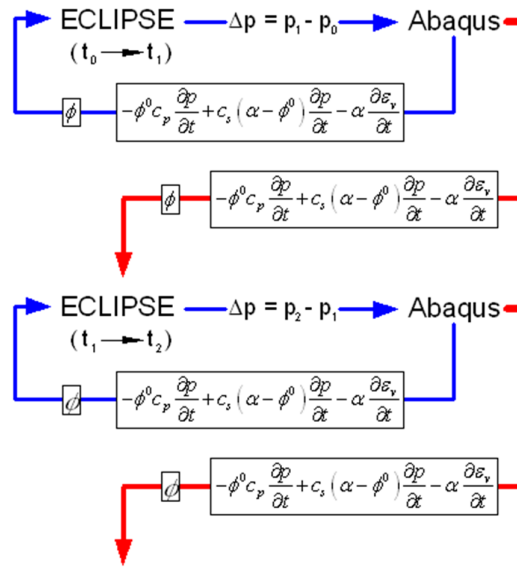


Figura 14 – Fluxograma esquema iterativo (Inoue & Fontoura, 2008).

3.5.2.

Acoplamento parcial em duas vias com duas iterações

A diferença com o método iterativo anterior é que nesta implementação não é apresentado um critério de tolerância, e a simulação é forçada a ser rodada duas vezes por passo de tempo, sem importar se está chegou a convergir, pelo qual este método não apresenta critério de convergência nem número de iterações máximo.

Na primeira rodada, as propriedades de porosidade e pseudo-compressibilidades empregadas na simulação de reservatórios são do passo de tempo anterior. Na segunda rodada o simulador de reservatórios utiliza as propriedades, porosidades e pseudo-compressibilidades, recalculadas pelo programa de análise de tensões, que utiliza a variação do campo de pressão do passo de tempo simulado como carregamento nodal. A resposta da segunda rodada do programa de análise de tensões é utilizada para calcular a porosidade e pseudo-compressibilidades do novo passo de tempo.

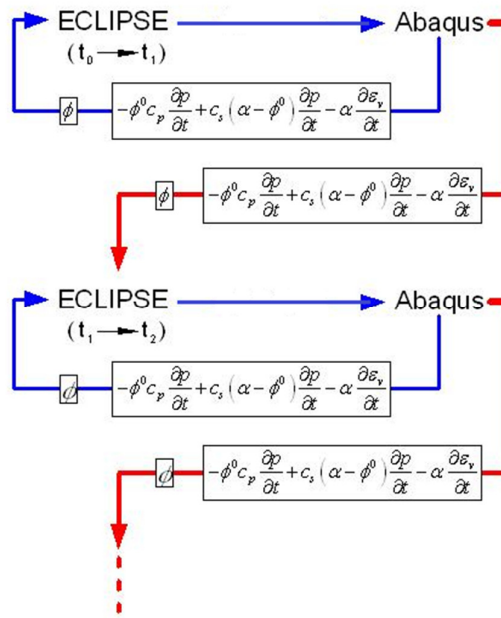


Figura 15- Fluxograma duas vias com duas iterações (Inoue & Fontoura, 2008).

3.5.3.

Acoplamento parcial em uma via

O acoplamento em uma via é considerado a formulação menos rigorosa, já que a interação ocorre só de simulador de reservatórios para o geomecânico e não vice-versa.

O simulador de fluxo é disparado ao igual que nos casos anteriores, as respostas das pressões são passadas como forças nodais ao simulador geomecânico, mas as atualizações procedentes do cálculo de tensões no simulador geomecânico atualiza as porosidades e pseudo compressibilidades para o seguinte intervalo de tempo.

Este método não é iterativo e nem apresenta critério de convergência, nem iterações em sua solução, dando os resultados menos confiáveis. O fluxograma é apresentado na Figura 16.

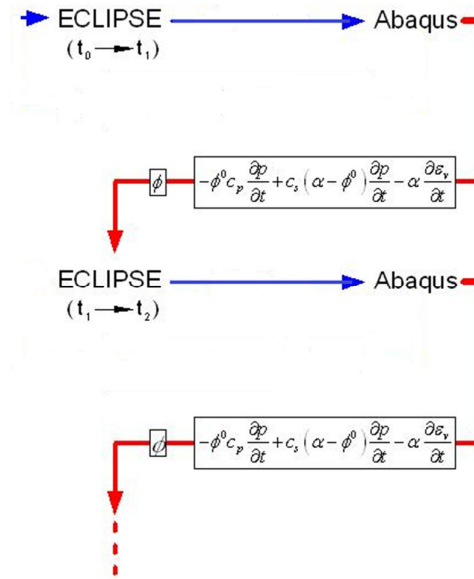


Figura 16 – Fluxograma esquema de uma via (Inoue & Fontoura, 2008).

Maior descrição dos esquemas e as principais ferramentas envolvidas são apresentadas nos trabalhos (Fontoura & Inoue, 2008, 2010).

As metodologias foram estudadas e juntamente com o código de C++ desenvolvido (Fontoura & Inoue, 2009) os três esquemas serão utilizados nesta tese, para ser avaliados e mostrar as principais diferenças em seus resultados comparados com o acoplamento total.