

## 4

### Avaliação das Condições de Estabilidade de Tensão [7] [8]

#### 4.1

##### Método de Análise

O objetivo é identificar se a solução de tensão para uma determinada barra  $i$  está na parte superior, na inferior e a distância à “ponta do nariz” da curva  $\phi$  constante no plano  $S_i V_i$ ,  $P_i V_i$  ou  $Q_i V_i$ . A “ponta do nariz” corresponde à máxima quantidade de potência ativa e reativa que pode ser transmitida à carga ou a partir de um gerador. O carregamento da rede de transmissão é representado por condições nodais associadas ao máximo fluxo de potência ativa e reativa que pode ser transmitida dos geradores para as cargas. A análise baseada em “menores autovalores” [9] ou em “valores singulares mínimos” [10] é adequada para estudos de planejamento da expansão e para o planejamento da operação. Seus pesquisadores e usuários não encorajam o uso dessas técnicas na operação em tempo real. O objetivo da análise em tempo real deve ser o estabelecimento de índices de estabilidade de tensão capazes de avaliar a margem instantânea do ponto de operação atual com relação ao limite de instabilidade e identificar se a região de operação é estável ou instável. Há a necessidade que esses índices sejam aplicados na operação em tempo real e, portanto, devem ser calculados com medidas da rede e de seus controles em tempo real. Além disso, o tempo de computação usado para o cálculo deve ser mínimo a fim de ter-se uma resposta com tempo hábil para a tomada de decisão. Desta forma, esses índices podem acionar ações de controle assertivas capazes de evitar condições de operação instáveis.

Com a finalidade de suprir essa demanda na operação em tempo real foi desenvolvida uma ferramenta analítica de avaliação dessas condições nodais com base em um modelo matemático simples, mas poderoso, de uma interpretação física direta do fenômeno. Índices abrangentes e significativos de avaliação são deduzidos.

O sistema linearizado das equações estáticas de fluxo de carga é:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Colocando as equações e variáveis relacionadas com a barra em análise para baixo, fica:

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \vdots \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \vdots & B \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C & \vdots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \vdots \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

As sub-matrizes A, B, C e D são as partições da matriz Jacobiano [J], onde:

A - representa a matriz Jacobiana original do sistema, excluindo as linhas e colunas referentes à barra em análise.

B - representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa do sistema em relação às variáveis dependentes da barra em estudo.

C - representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às outras variáveis dependentes do sistema.

D - representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às suas próprias variáveis dependentes.

Assume-se uma variação infinitesimal de carga ou geração  $\Delta P_i$  e  $\Delta Q_i$  somente para a barra i de um sistema multi-nó, isto equivale a  $\Delta P' = \Delta Q' = 0$ . As relações de sensibilidade entre as injeções de potência ativa e reativa e a magnitude e o ângulo da tensão na barra i, levando em consideração o restante do sistema podem ser avaliadas por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$[D'] = [D] - [C] \cdot [A^{-1}] \cdot [B] \quad (4.4)$$

A matriz  $[D']$  relaciona  $P_i$ ,  $Q_i$ , com  $\theta_i$  e  $V_i$ , levando em consideração o restante do sistema. Tem dimensão  $2 \times 2$ . No sistema multi-nó:  $[D'] \neq [D] \neq [J]$ .

É demonstrado que o sinal do determinante e a magnitude da matriz  $[D']$  indicam respectivamente, a região de operação e a distância ao máximo carregamento.

## 4.2

### Magnitude do Determinante da Matriz $[D']$

#### 4.2.1

##### Sistema de Duas Barras [6]

Em um sistema de duas barras o fluxo de potência que chega na barra  $i$  é igual à carga consumida. Considerando  $k$  como uma barra de geração o determinante da matriz  $[D']$  é calculado por:

$$\det[D'] = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} * \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} - \frac{\partial P_i}{\partial V_i} * \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \quad (4.5)$$

onde:

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (4.6)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (4.7)$$

Derivando (4.6) e (4.7) e substituindo em (4.5), obtém-se:

$$\begin{aligned} \det[D'] = & -V_i V_k^2 (G_{ik}^2 + B_{ik}^2) + 2V_i^2 B_{ii} (V_k G_{ik} \sin \theta_{ik} - V_k B_{ik} \cos \theta_{ik}) \\ & - 2V_i^2 G_{ii} (V_k G_{ik} \cos \theta_{ik} + V_k B_{ik} \sin \theta_{ik}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Fazendo  $Y_{ik}^2 = (G_{ik}^2 + B_{ik}^2)$  e multiplicando ambos os lados de (4.8) por  $V_i$ :

$$\begin{aligned} \det[D'] V_i = & -[V_i V_k Y_{ik}]^2 + 2V_i^2 B_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})] \\ & - 2V_i^2 G_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Por outro lado, a potência aparente injetada na barra  $i$  é dada por  $S_i = P_i + jQ_i$ . De (4.6) e (4.7):

$$S_i^2 = P_i^2 + Q_i^2 = V_i^4 \cdot (G_{ii}^2 + B_{ii}^2) + V_i^2 \cdot V_k^2 \cdot Y_{ik}^2 + 2V_i^2 G_{ii} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) - 2V_i^2 B_{ii} V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (4.10)$$

Fazendo  $S_{io} = V_i^2 \cdot Y_{ii}$ , comparando (4.9) e (4.10) obtém-se finalmente:

$$\det[D'] V_i = S_{io}^2 - S_i^2 \quad (4.11)$$

O resultado obtido é muito importante para o estudo do carregamento da rede. O termo  $S_{io}^2$  é função do elemento diagonal da matriz admitância de barra e do módulo da tensão na barra  $i$ . Supondo a tensão constante na barra  $i$  e aumentando gradualmente o valor da potência injetada  $S_i$ , o máximo será alcançado quando  $S_i^2$  for igual a  $S_{io}^2$  fazendo com que o produto  $\det[D'] V_i$  seja igual a zero.

Assim, a condição de otimalidade "gradientes alinhados" do problema "maximizar  $P(V, \theta)$  e  $Q(V, \theta)$  sujeito a  $\phi$  constante" é satisfeita com  $\det[D'] = 0$ , como foi demonstrado de (3.10) a (3.13) e será utilizada mais a frente para avaliar o carregamento da rede através do ângulo entre os vetores gradiente.

Dessa forma, pode-se dizer que para um sistema de duas barras:

- $S_i$  é a potência injetada na barra  $i$  no ponto de operação em análise.
- $S_{io}$  é a máxima potência que pode ser injetada na barra  $i$  (dado por  $S_{io} = V_i^2 \cdot Y_{ii}$ ).
- $\det[D'] V_i$  é o indicador da distância de  $S_i^2$  a  $S_{io}^2$ .

### 4.2.2

#### Sistema Multi-Nó

Um importante resultado obtido para um sistema de duas barras agora é estendido ao sistema multi-nó. Seja  $[D]$  a matriz que relaciona linearmente as injeções de potência ativa e reativa ao ângulo e módulo da tensão na barra  $i$ :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & z \\ y & u \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

seja:

$$[-C.A^{-1}.B] = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Usando (4.12) e (4.13) em (4.4):

$$\det[D'] = \det \left[ \begin{pmatrix} x & z \\ y & u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{pmatrix} \right] \quad (4.14)$$

$$\det[D'] = [x.u - y.z] + [x.b_4 - y.b_3] + [b_1.u - b_2.z] + [b_1.b_4 - b_2.b_3] \quad (4.15)$$

De (4.12) tem-se:

$$\det[D] = [x.u - y.z] \quad (4.16)$$

Substituindo (4.16) em (4.15):

$$\det[D'] = \det[D] + [x.b_4 - y.b_3] + [b_1.u - b_2.z] + [b_1.b_4 - b_2.b_3] \quad (4.17)$$

O resultado obtido para um sistema de duas barras, onde  $[D'] \equiv [D]$ , aqui repetido para comodidade,  $\det[D]V_i = S_{io}^2 - S_i^2$  pode ser estendido.

Multiplicando-se ambos os lados de (4.17) por  $V_i$ , fica na forma:

$$\det[D'].V_i = \det[D].V_i - \Delta \det.V_i \quad (4.18)$$

onde:

$$\Delta \det.V_i = -V_i \{ [xb_4 - yb_3] + [b_1u - b_2z] + [b_1b_4 - b_2b_3] \} \quad (4.19)$$

ou

$$\det[D'].V_i = (S_{io}^2 - \Delta \det.V_i) - S_i^2 \quad (4.20)$$

O novo termo  $\Delta \det.V_i$  pode ser obtido de (4.18):

$$\Delta \det.V_i = (\det[D] - \det[D']).V_i \quad (4.21)$$

Dessa forma, pode-se dizer que para um sistema multi-nó:

- $S_i^2$  é a potência injetada ao quadrado na barra i no ponto de operação em análise.
- $S_{io}^2$  é a estimativa da potência ao quadrado “máxima” que poderia ser injetada para a barra i (dado por  $S_{io}^2 = V_i^4 \cdot Y_{ii}^2$ ).
- $\Delta \det.V_i$  está relacionada à potência injetada no restante do sistema que limita a injeção de potência na barra i (dado por  $\Delta \det.V_i = (\det[D] - \det[D']).V_i$ ).
- $S_m^2 = S_{io}^2 - \Delta \det.V_i$  é definida como a estimativa da máxima potência aparente ao quadrado que poderia ser injetada na barra i, considerando todo o sistema.
- $S_m = \text{sign} \left( S_{io}^2 - \Delta \det.V_i \right) \sqrt{S_{io}^2 - \Delta \det.V_i}$  é uma estimativa da máxima potência aparente que estaria sendo injetada na barra i, calculada no ponto de operação em análise.

É possível que o índice  $S_m^2$  possua valores negativos quando  $S_{io}^2 < \Delta \det.V_i$  e isso pode acontecer:

- se o termo  $S_{i0}^2 = V_i^4 \cdot Y_{ii}^2$  for pequeno, isto é, se o elemento diagonal da matriz admitância da barra for pequeno ou
- se o termo  $\Delta \det \cdot V_i = (\det[D] - \det[D']) \cdot V_i$  for grande, o que ocorre principalmente se  $\det[D'] V_i < 0$ .

Casos especiais como este já foram detectados em pontos de operação reais, como é o caso das barras que compõe o tronco de transmissão Itaipu – Tijuco Preto. Há presença de compensação série e paralela envolvendo as barras desta rede e sua estrutura física pode ser analisada em [7].

### 4.2.3

#### Sinal do Determinante da Matriz $[D']$

Os vetores gradiente de potência ativa e reativa podem ser escritos como:

$$\dot{V}P = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad \text{e} \quad \dot{V}Q = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (4.22)$$

onde  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{k}$  são vetores de uma base ortonormal para  $\mathbb{R}^3$ .

O produto vetorial é:

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \left[ \left( \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \right) - \left( \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (4.23)$$

Substituindo (4.5) em (4.23):

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \det[D'] \cdot \vec{k} \quad (4.24)$$

Como:

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = |\dot{V}P| \cdot |\dot{V}Q| \cdot \sin(\beta) \cdot \vec{k} \quad (4.25)$$

onde  $\beta$  é o ângulo entre  $\dot{V}P$  e  $\dot{V}Q$ , então:

$$\det[D'] = |\dot{\nabla}P| \cdot |\dot{\nabla}Q| \cdot \sin(\beta) \quad (4.26)$$

Como o sinal de  $\det[D']$  é função somente de  $\beta$ , tem-se:

- $\det[D'] > 0$  se  $\sin\beta > 0$ ,  $\rightarrow 0^\circ < \beta < 180^\circ$
- $\det[D'] < 0$  se  $\sin\beta < 0$ ,  $\rightarrow 0^\circ > \beta > -180^\circ$
- $\det[D'] = 0$  se  $\sin\beta = 0$ ,  $\rightarrow \beta = \pm 180^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$

Observa-se na Figura 4.1 que, tomando  $\dot{\nabla}P_i$  como eixo de referência, na região superior da curva SV sempre ocorre  $0^\circ < \beta < 180^\circ$  e na região inferior da mesma curva sempre ocorre  $0^\circ > \beta > -180^\circ$ . No ponto máximo, os vetores gradientes  $\dot{\nabla}P_i$  e  $\dot{\nabla}Q_i$  estão alinhados, e então o ângulo  $\beta$  formado por esses dois vetores é  $\pm 180^\circ$  ou  $0^\circ$ .

Portanto,  $\det[D'] > 0$  caracteriza a parte superior da curva SV e  $\det[D'] < 0$  caracteriza a parte inferior da mesma curva, enquanto que  $\det[D'] = 0$  caracteriza a fronteira entre essas duas regiões, isto é, a “ponta do nariz”.

Pode-se perceber que o ângulo  $\beta$  complementa a avaliação do carregamento da rede, indicando a região de operação e a distância angular até o máximo.

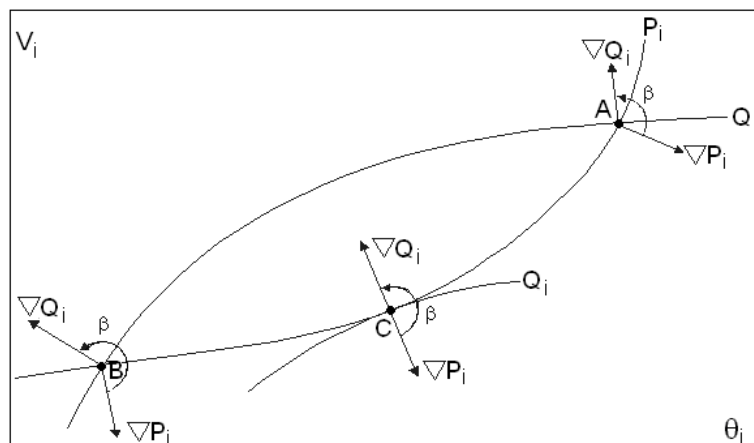


Figura 4.1- Localização do Vetor Gradiente de  $P_i$  e  $Q_i$  no Plano  $V\theta$



#### 4.2.4

#### Margem de Potência

O valor  $(S_m - S_i)$  é a diferença de potência em MVA entre a potência que está sendo injetada e a máxima potência estimada para o ponto de operação em análise. O problema de interpretação do tamanho do índice é resolvido usando-se  $S_i$  e  $S_m$ . A margem é grande ou pequena? Pode ser grande em uma barra e pequena para outra. Por exemplo, se  $S_m=10$  e  $S_i=1$ , então, então a margem é 9 vezes o que está sendo injetado. Se, por outro lado,  $S_i=99$  e  $S_m=100$ , então a margem é aproximadamente 0,01 do que está sendo injetado.

Na região superior da curva SV da Figura 4.2, a margem de potência  $(S_m - S_i)$  é um valor positivo e deve ser lido como a quantidade em MVA que poderia ser "adicionada" a  $S_i$  para atingir a estimativa do máximo  $S_m$ . Pode-se definir uma margem em pu ou em percentual. Esta margem será igual à unidade quando a potência injetada na barra  $i$  é nula ( $S_i=0$ ), e tende a zero à medida que a injeção tende ao valor máximo ( $S_i=S_m$ ). Esta margem é definida como:

$$M = \left( \frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left( 1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \text{ em pu de } S_m, \text{ ou} \quad (4.27)$$

$$M = \left( \frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left( 1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \times 100 \% \text{ em percentual de } S_m \quad (4.28)$$

Na região inferior da curva SV da Figura 4.2, a margem de potência  $(S_m - S_i)$  é um valor negativo e deve ser lido como a quantidade em MVA que deveria ser "retirada" de  $S_i$  para atingir a estimativa do máximo  $S_m$ . Pode-se definir uma margem em pu ou em percentual. Esta margem será igual a zero quando a injeção na barra  $i$  é máxima ( $S_i=S_m$ ) e tende a -1 quando  $S_m$  tende a zero. Esta margem é definida como:

$$M = \left( \frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left( \frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \text{ em pu de } S_i, \text{ ou} \quad (4.29)$$

$$M = \left( \frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left( \frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \times 100 \% \text{ em percentual de } S_i \quad (4.30)$$

No ponto de operação correspondente ao máximo carregamento,  $(S_m - S_i)$  é nulo e, portanto, não há nada a adicionar ou retirar de  $S_i$  para atingir  $S_m$ .

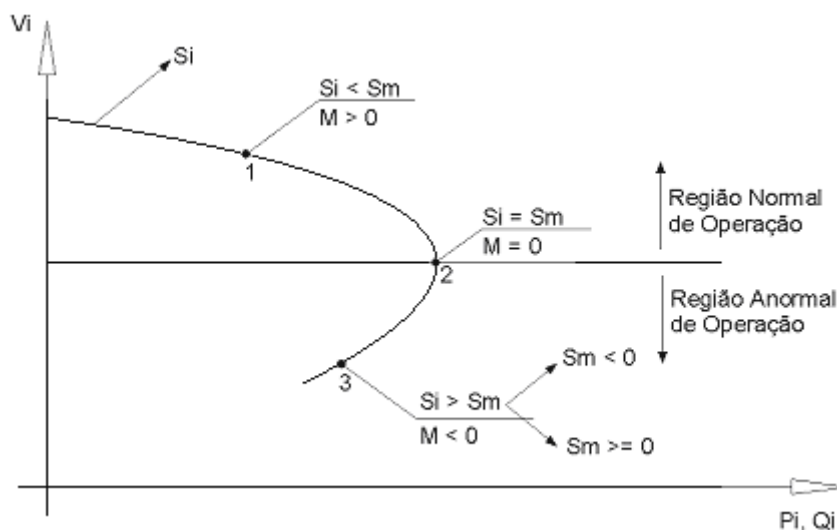


Figura 4.2 - Sinal da Margem na Curva SV

Em sistemas multi-nó pode acontecer que na região inferior da curva SV, além da margem ser negativa, pode estar abaixo de -100 % em alguns casos (quando  $S_m < 0$  isto implica que  $M < -100\%$ ), [7]. Esta é uma situação crítica e quando ocorre em uma barra vem acompanhada por várias barras adjacentes. Uma redução na carga em algumas dessas barras levaria a um ponto de operação com índices melhores.

#### 4.2.5

##### Índice de Influência [1]

Outro índice que é útil relaciona as margens de potência entre dois pontos de operação, por exemplo, antes e depois de uma ação de controle. Ficaria caracterizada a eficácia ou não desta ação. Esse índice também pode ser usado para avaliar o efeito de variações de carga, de contingências, e de qualquer outro evento. É definido como:

$$II_i = (\text{sinal } \beta_{0_i}) \cdot \left[ \frac{M_{1_i}}{M_{0_i}} - 1 \right] \quad (4.31)$$

onde:

$II_i$	Índice de influência da ação de controle sobre a margem da barra $i$
$M_{0_i}$	Margem de potência na barra $i$ no ponto de operação de referência
$M_{1_i}$	Margem de potência na barra $i$ num outro ponto de operação
sin $\beta_{0_i}$	Sinal do índice $\beta$ na barra $i$ no ponto de operação de referência

A definição do índice também pode ser escrita como:

$$II_i = \frac{M_{1_i}}{M_{0_i}} - 1 \quad \text{quando } M_{0_i} > 0 \quad (4.32)$$

$$II_i = 1 - \frac{M_{1_i}}{M_{0_i}} \quad \text{quando } M_{0_i} < 0 \quad (4.33)$$

O movimento do ponto de operação descrito na curva SV da Figura 4.3 corresponde à deterioração do sistema e, conseqüentemente, do índice de influência. Obviamente, o movimento contrário corresponde à melhoria das condições do sistema.

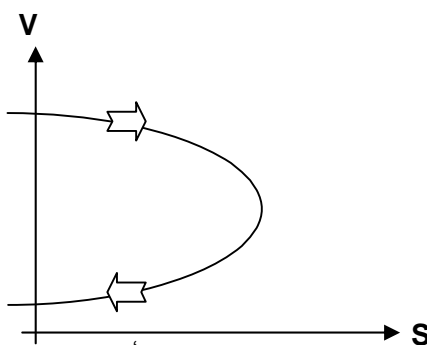


Figura 4.3 - Movimento dos Pontos de Operação Correspondendo à Deterioração da Margem

Se o ponto B da Figura 4.4 é o ponto de operação de referência, uma ação de controle eficaz faz com que o ponto se desloque na direção do ponto A; a margem  $M_1$  é maior que a margem original  $M_0$  e o índice  $II$  é positivo. Se a ação

deteriora o sistema, o ponto de operação se aproxima do ponto C; a margem  $M_1$  é menor que a margem original  $M_0$  e o índice II é negativo ( $II=-1$  em C).

Se o ponto D da Figura 4.4 é o ponto de operação de referência, uma ação de controle eficaz faz com que o ponto se desloque na direção do ponto C; a margem  $M_1$  é maior (menos negativa) que a margem original  $M_0$  e o índice II é positivo ( $II=+1$  em C). Se a ação deteriora o sistema, o ponto de operação se aproxima do ponto E; a margem  $M_1$  é menor (mais negativa) que a margem original  $M_0$  e o índice II é negativo.

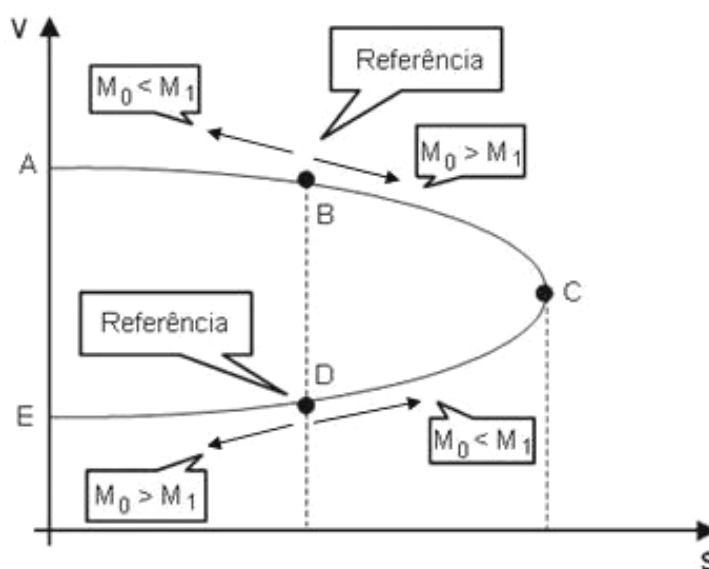


Figura 4.4 - Curva SV para Análise do Índice de Influência

### 4.3

#### Conclusões

Neste capítulo foram apresentadas as ferramentas utilizadas na avaliação das condições de estabilidade de tensão. Através de método de análise que avalia o fluxo de potência ativa e reativa transmitidos dos geradores para as cargas, obtêm-se índices com significado físico e matemático que indicam a proximidade ao ponto de máxima transmissão e a região de operação na curva  $SV$  para fator de potência constante, no ponto de operação em análise.

A análise é realizada em um ponto de operação ou em uma sequência de pontos de operação reais, no caso de sua utilização na operação em tempo real, que se demonstra perfeitamente viável dado o baixo custo computacional.

A análise através dos índices “margem de potência” e “ângulo  $\beta$ ” é baseada na inspeção da matriz  $[D']$ . Estuda-se a variação infinitesimal da injeção de potência ativa e reativa e seus efeitos no módulo e ângulo das tensões, em cada barra. A avaliação é nodal, ao invés de sistêmica (ou modal). Esta é uma vantagem do método, já que os problemas ocorrem em regiões localizadas.

Os índices obtidos são calculados para todas as barras, inclusive para as barras com geradores e compensadores síncronos e, finalmente, o resultado da análise indica a região de operação na curva  $SV$  para fator de potência constante, superior ou inferior, e a margem ao ponto de máximo carregamento.