

4

Estudo de Casos e Validação do Modelo

Para validar o modelo proposto, são apresentados nesta seção vários cenários que envolvem processos de incisão fluvial, erosão difusiva, deformação tectônica e, de forma geral, alguns casos de deslizamentos e exemplos de escoamento superficial.

Serão discutidos os modelos numéricos, valores de parâmetros e constantes envolvidos na simulação em cada caso particular. Cada um dos casos analisados procura validar um ou mais dos módulos descritos no capítulo 3. No caso de cenários já analisados em outros trabalhos, serão definidas as configurações iniciais e de contorno de acordo com as encontradas na literatura e os resultados serão comparados e analisados.

4.1.

Modelagem da rede fluvial

Neste primeiro exemplo é testado o módulo encarregado da modelagem da rede fluvial. É analisada a criação e ordenação das linhas de erosão de uma bacia localizada na Suíça. Para isto, será utilizado o trabalho desenvolvido por Schlunegger [25]. Nele, o autor estuda a influência dos processos de encostas na eficiência erosional de bacias hidrográficas, considerando longos períodos de tempo (milhares de anos). É apresentado um exemplo de uma pequena bacia, localizada nos Alpes centrais da Suíça, a qual tem experimentado uma erosão superficial significativa sob as condições climáticas predominantes da região. O autor propõe uma comparação da resposta erosional da bacia para diferentes combinações de processos de incisão fluvial e difusivos.

A Bacia de drenagem “Fischenbach”, utilizada para este caso de estudo, encontra-se localizada ao norte dos Alpes suíços, delimitada pelas coordenadas (47° 0' 54", 8° 6' 35"), (47° 0' 54", 8° 10' 24"), (46° 57' 38", 8° 10' 24") e (46° 57' 38", 8° 6' 35"), possui 10 km² de área e compreende três tributários constantes que drenam as partes ocidental, central e oriental dela. Cada um desses tributários abrange áreas de drenagem similares, de 3 – 4 km².

A condição inicial utiliza a topografia glacial restaurada. Um modelo de elevação digital do terreno, com um tamanho de 128 x 94 células, com resolução de 30 m, é empregado. A Figura 38a mostra a localização da área em estudo. Na Figura 38b são visualizados os rios principais da bacia.

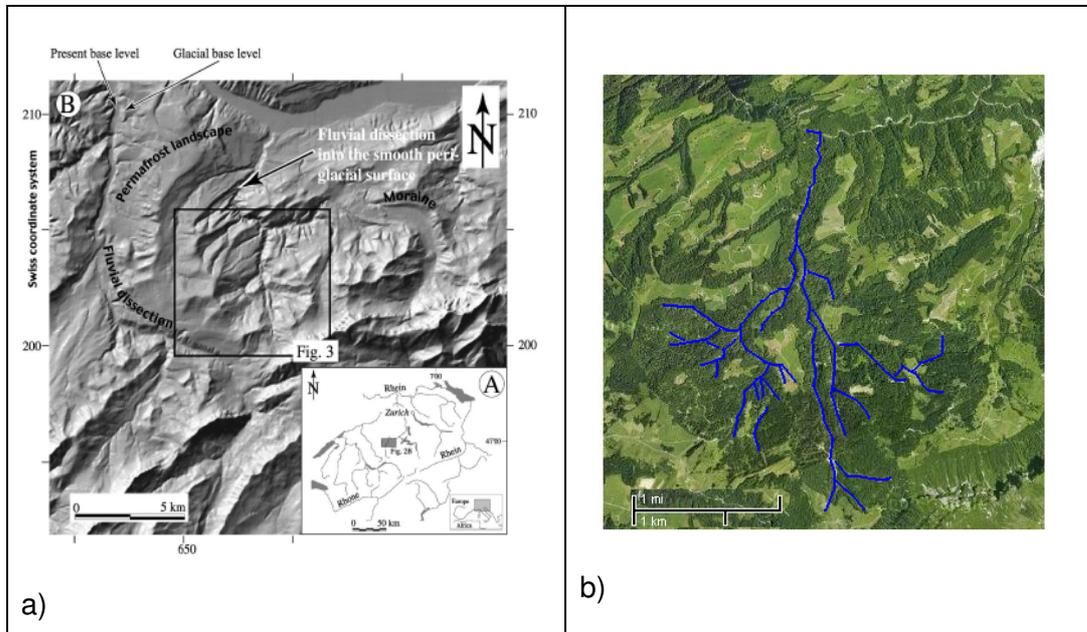


Figura 38 – Foto aérea da bacia Fischenbach, nos Alpes Suíços. a) localização, tomada da referência [25], b) foto de satélite *google maps*.

Resultados:

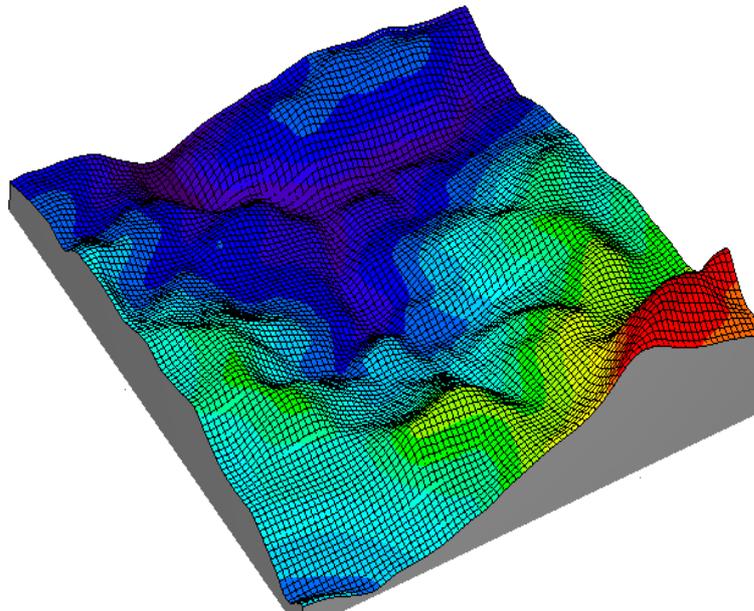


Figura 39 – Modelagem da bacia Fischenbach – Exemplo 4.1.

A topografia da bacia foi modelada com um *grid* regular com células de 30x30 m (Figura 39). As linhas de erosão foram criadas e ordenadas de acordo

com os critérios adotados neste trabalho, descritos no capítulo 3. As Figuras 40 e 41 comparam a configuração final da rede fluvial obtida com o modelo com a apresentada no trabalho acima citado e com a rede real observada.

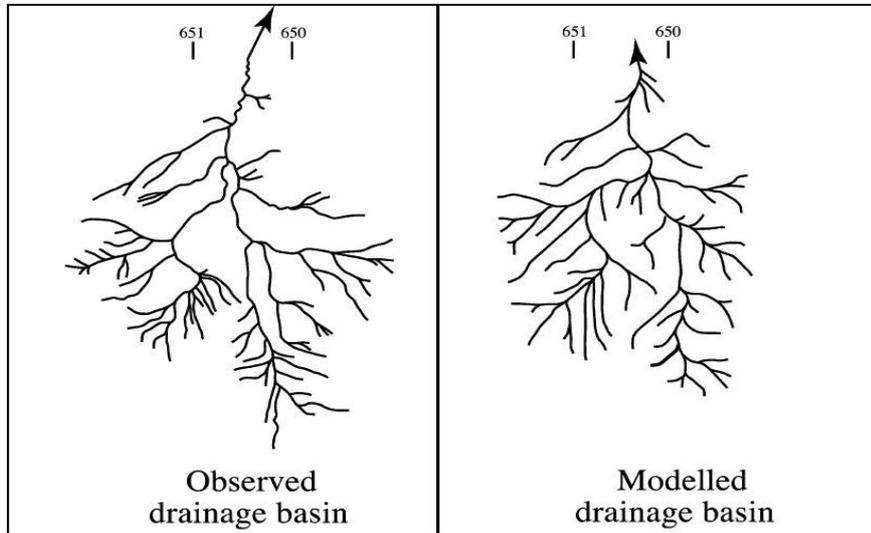


Figura 40 – Configuração observada e modelada por Schlunegger [25].

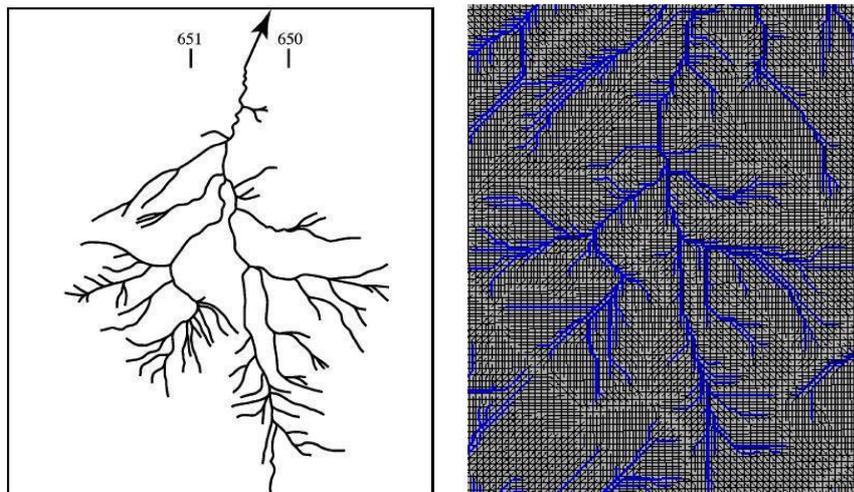


Figura 41 – Configuração observada e obtida com o modelo desenvolvido.

4.2. Incisão fluvial

O segundo caso, tomado do trabalho desenvolvido por Tucker e Slingerland [29], corresponde a um platô com um rifte continental de alta elevação e tem como objetivo principal analisar o recuo erosivo de uma borda escarpada. A configuração inicial do problema é ilustrada na Figura 42.

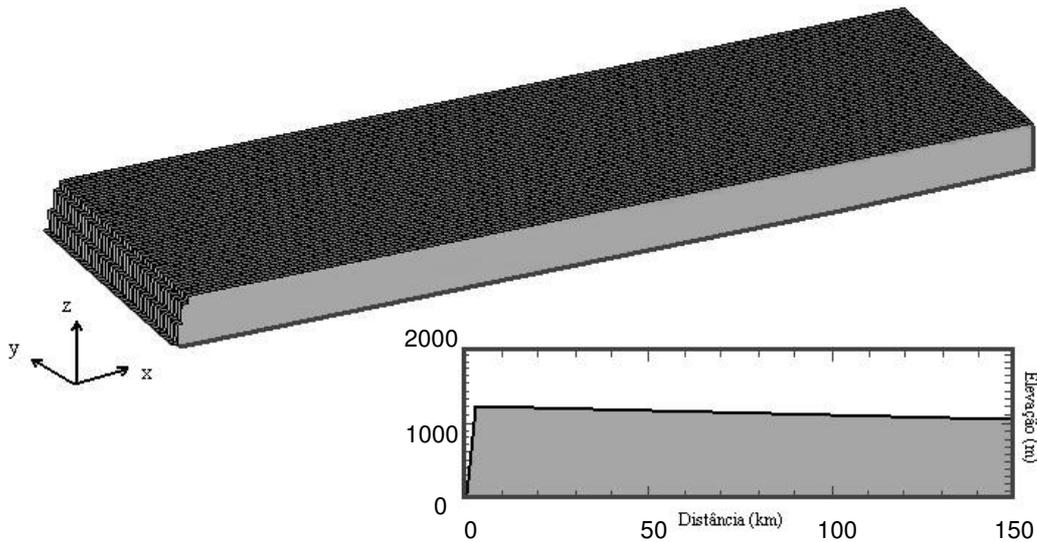


Figura 42 – Configuração inicial do Exemplo 4.2.

O experimento consiste em aplicar uma única lei de erosão, neste caso a de erosão devido à incisão fluvial. A topografia utilizada como condição inicial consiste de um platô com uma leve inclinação para o leste de (1m/km, ou $\sim 0.06^\circ$), terminando com uma inclinação acentuada do lado oeste, de (600 m/km, ou $\sim 31^\circ$). O borde oeste, na coordenada $x = 0$, representa uma linha de costa sem progressão, isto é, permanecerá fixa ao longo da simulação. A elevação máxima do platô é 1200 m, baseada em uma estimativa da elevação do pré-ribe do sudoeste Africano. O processo de incisão fluvial na rocha é simulado utilizando o modelo *stream power*:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - U = k_r Q^m S^n \quad (108)$$

Onde Q (L^3/T) é a descarga efetiva do canal, k_r (1/L) é o coeficiente de erodibilidade da rocha, S é a inclinação local, m e n são coeficientes unitários, como é o caso do modelo *stream power*.

A capacidade de transporte do fluxo é calculada aplicando a (109).

$$q_s = k_f Q^m S^n \quad (109)$$

Onde k_f é a constante de transporte fluvial do solo e é adimensional.

O *grid*, de 150 por 50 células, é formado por células de 1 km^2 e os bordes superior e inferior são tratados como sendo adjacentes um do outro. O tempo total de simulação é de 1.6 Ma. Os valores de k_r e k_f utilizados são 10^{-5} m^{-1} e 0.1, respectivamente.

Neste caso, a simulação foi feita aplicando o modelo de incisão fluvial em rocha, empregando a (110 adaptada às características do problema.

$$\frac{\partial z}{\partial t} = U - k_r \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_r} S^{n_r} - \tau_{c_r} \right)^{b_r} - \nabla(q_s + q_d) \quad (110)$$

Resultados:

Para a simulação deste caso foi adotado um passo de tempo inicial mínimo, Δt , de 100 anos, o qual era comparado em cada iteração com o passo de tempo máximo necessário para garantir a convergência do problema, (93. Após o tempo total de simulação, 1.6 Ma, com mais de 16000 iterações, a borda principal, $x = 0$, apresentou um recuo erosivo de aproximadamente 100 km. As comparações podem ser observadas nas Figuras Figura 43 e Figura 44.

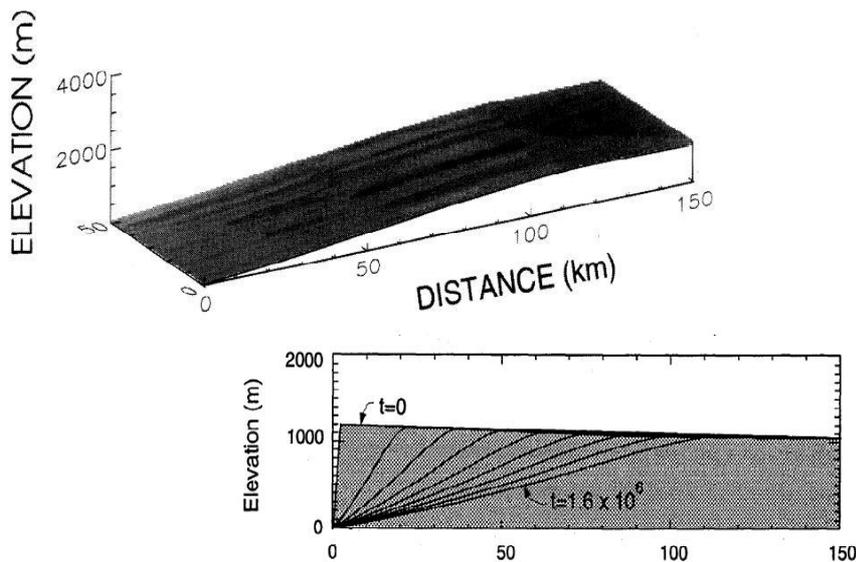
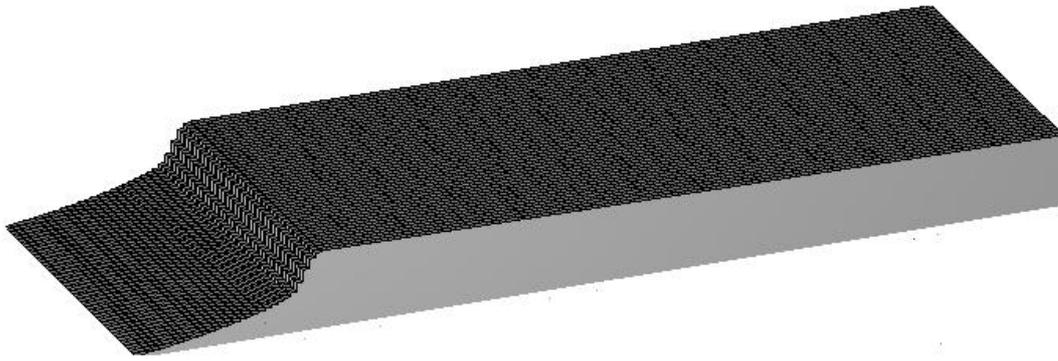
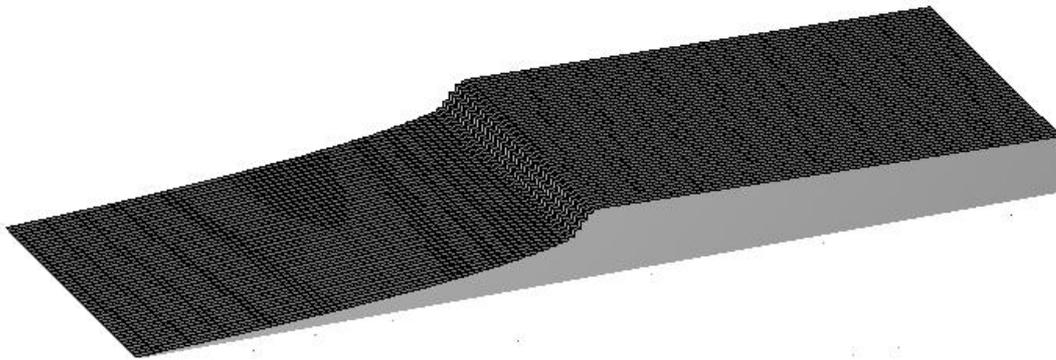


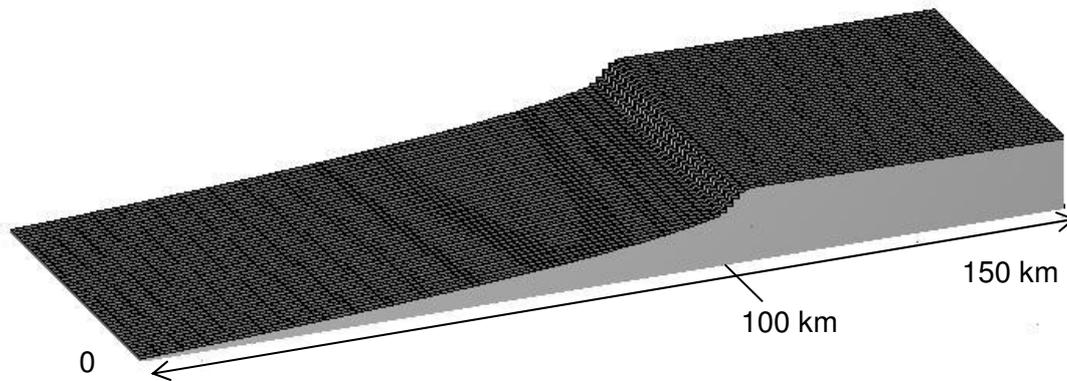
Figura 43 – Configuração final segundo Tucker e Slingerland [26]. 1.6 Ma de erosão contínua (incisão em rocha).



a) Após 0.5 Ma



b) Após 1Ma



c) Após 1.6 Ma – recuo de escarpa total de 100 km

Figura 44 – Recuo de borda devido a incisão em rocha para a) 0.5 Ma, b) 1Ma e c)1.6 Ma. Recuo total de aproximadamente 100 km.

4.3. Erosão por difusão

O terceiro caso de estudo corresponde a um platô com a mesma configuração inicial do caso anterior. O platô da Figura 42 foi submetido a um processo de erosão, mas nesta ocasião o único fenômeno atuante é a difusão linear. Para isto, foi empregado o seguinte conjunto de equações:

$$\left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{\text{intemperismo}} = -\varepsilon_0 e^{-\alpha H} \quad (111)$$

$$\text{Se } H > 0, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \nabla q_d = k_d \nabla^2 z \leq \left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{\text{intemperismo}} \quad (112)$$

$$q_d = \frac{k_d S}{1 - \left(\frac{S}{S_c} \right)^2} \quad (113)$$

O valor de ε_0 utilizado pelo autores foi de 5×10^{-5} m/ano. Como os autores não especificam o α utilizado, neste exemplo será atribuído um valor que pode variar entre 0.02 e 0.042 m^{-1} [40]. O S_c , ou inclinação crítica, terá um valor de 0.7, que o máximo utilizado pelos autores. Finalmente, será obedecida a restrição dada pela (112, isto é, o volume de material transportado por difusão não poderá exceder em nenhuma situação o volume de material criado por intemperismo. O tempo total de simulação utilizado pelos autores foi de 32 Ma, no entanto, para este caso foi considerado um tempo menor de simulação, 16 Ma, que possui também dados suficientes para serem comparados com os obtidos com o modelo proposto.

Resultados:

Os autores apresentam um gráfico com diferentes perfis, correspondentes à evolução do relevo em diferentes tempos de simulação (Figura 45). Para o tempo de 16 Ma pode ser apreciado um recuo erosivo de aproximadamente 70 km.

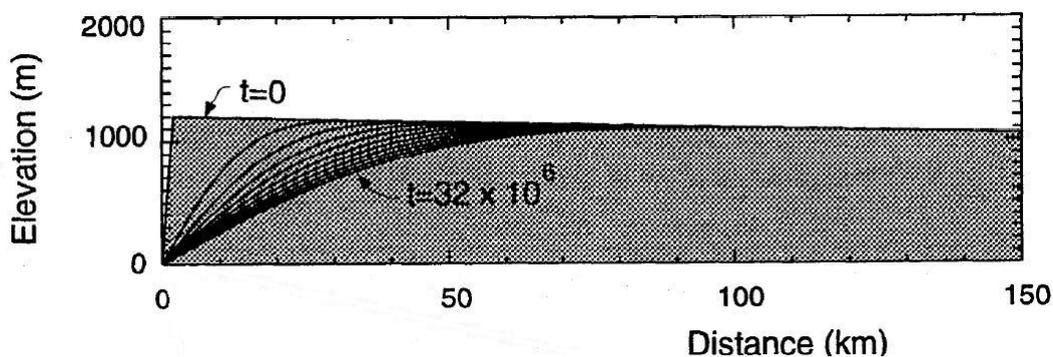


Figura 45 – Evolução do relevo devido a difusão linear do caso de estudo número 3, segundo Tucker e Slingerland [26].

Após o tempo total de simulação foi obtido um recuo de borda, devido à erosão por difusão, de aproximadamente 70 km (Figura 46). Pode ser observado

também, em ambas figuras, como os perfis apresentam formas convexas, característica predominante em relevos submetidos a esse tipo de processo.

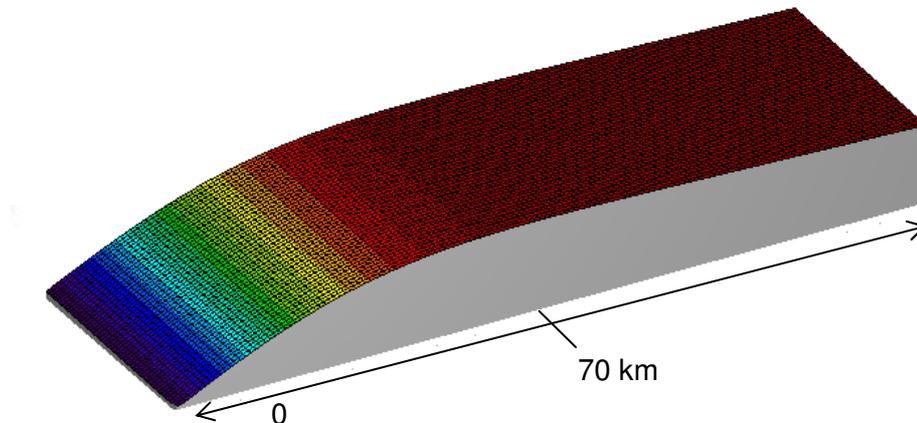


Figura 46 – Recuo de borda do caso No. 3 devido a erosão por difusão linear. Imagem obtida com o modelo proposto.

4.4. Aporte de sedimentos

O objetivo principal deste exemplo é quantificar o volume total de sedimento produzido em uma bacia submetida a um processo de erosão contínuo, com uma determinada taxa de precipitação, durante um dado período de tempo, assim como identificar as células, pertencentes à linha de costa, que receberão esse material e passarão a ser os pontos principais de aporte. Esse material poderá depois ser transportado, como no caso do STENO, pelas correntes submarinas e depositado nas áreas submersas do modelo. Mas neste exemplo só será simulado o processo erosivo que dará origem ao aporte de sedimentos. Os dados utilizados para comparação serão tomados da Tabela 4, elaborada pelos pesquisadores do Cenpes e descrita no capítulo 2 do presente trabalho.

Para a configuração inicial da bacia analisada nesta simulação foi considerado um platô modelado com um *grid* de 50 x 50 km, com células quadradas com resolução de 0.5 km. O platô apresenta entre as coordenadas $0 < x < 5$ km uma inclinação de (180m/km ou $\sim 10^\circ$), logo entre as coordenadas $5 < x < 50$ km a elevação permanece constante com 0.9 km, as células entre as coordenadas $0 < x < 3$ km encontram-se por debaixo do nível do mar. A Figura 47 mostra a configuração inicial do modelo.



Figura 47 – Configuração inicial do caso 4.4.

Para o processo erosivo foi aplicado o modelo de potência da corrente, ou *Stream Power Model*, descrito no capítulo 2, para a incisão fluvial e para a erosão em encostas foram considerados os efeitos de difusão linear. Foi simulado um fenômeno de subducção oceânica, onde a linha de costa foi tomada como referência, isto é, a linha de costa representa uma falha a partir da qual todas as células localizadas no seu lado direito foram submetidas a uma taxa de soerguimento contínuo, durante toda a simulação. A Figura 48 mostra as células submetidas à taxa de soerguimento em cor amarela.

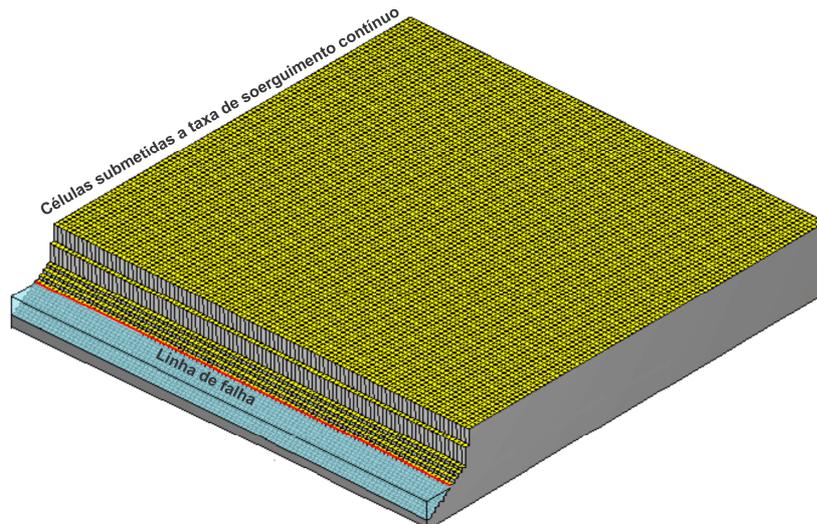


Figura 48 – Visualização de células submetidas à taxa de soerguimento.

Para que a rede fluvial e a criação dos canais não se concentrasse em um único caminho durante toda a simulação, foi considerada uma taxa de precipitação variável, para isto foram definidos dois limites, um mínimo e outro máximo, entre os quais essa taxa poderia variar de maneira aleatória para cada uma das células do *grid*. Para a definição dos principais parâmetros relacionados com os modelos erosivos e envolvidos na simulação, tais como o coeficiente de

erodibilidade da rocha, k_r , coeficiente de difusividade, k_d , e o coeficiente de capacidade de transporte do fluxo, k_f , foram tomados como referência trabalhos disponíveis e estudados em capítulos anteriores (Tucker e Slingerland [26], Moreira [21], Schlunegger [25], dentre outros). Já os valores de taxas de precipitação foram definidos de acordo com valores mostrados na Tabela 4, a qual também serviu como referência para comparar os dados obtidos na simulação. O valor de k_r especificado na simulação é de extrema importância, pois é ele quem estabelece diretamente a capacidade de incisão na rocha e, portanto, a descarga volumétrica de sedimento que, neste caso particular, estará sendo transportada até o oceano. Para esta simulação, optou-se por trabalhar com um valor relativamente baixo comparado com os encontrados nas referências acima citadas.

Dados de entrada:

Tempo de Simulação: 3.2 Ma;

$\Delta t = 100$ anos;

$k_r = 1 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$;

$k_f = 0.01$;

$k_d = 0.001 \text{ m}^2/\text{ano}$;

$k_w = 1 \times 10^{-4} \text{ m/ano}$;

$U = 0.0000265 \text{ m/Ma}$;

Taxa de precipitação mínima (P_{min}) = 600 mm/ano;

Taxa de precipitação máxima (P_{max}) = 1200 mm/ano;

Resultados:

Após 3.2 Ma de simulação foi calculada uma descarga volumétrica de sedimentos de $\sim 0.02 \text{ km}^3/\text{ano}$, o qual é um valor aceitável quando se trata de uma bacia como a que foi modelada neste caso (2500 km^2). A Tabela 6 mostra a descarga volumétrica de alguns dos maiores rios do mundo com suas respectivas áreas de drenagem.

Tabela 6 – Descarga volumétrica dos maiores rios do mundo [36].

Rio	Área (10^3 km^2)	Descarga Volumétrica (km^3/ano)	Taxa de erosão (m/ano)* * calculada com base nos dados da Tabela 4
Amazonas	6000	225	0.038
Orinoco	1039	38	0.037
Ganges	956	820	0.85
Alaska	1500	15	0.01

O valor da densidade do sedimento utilizado para o cálculo da descarga volumétrica foi de 2.66 g/cm^3 [36]. Com os valores definidos para a simulação dos processos erosivos e a configuração inicial adotada obteve-se uma taxa de erosão de 0.008 m/ano . Com base nesses resultados é sugerido que sejam utilizados para este tipo de simulações valores de $1 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1} < k_r < 5 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$, tratando-se do modelo *stream power* ($m=n=1$).

A Figura 49 ilustra a evolução do processo erosivo ao longo do tempo e a identificação dos pontos de aporte de sedimentos. A Tabela 7 mostra o volume de sedimento correspondente às células identificadas como pontos de aporte (células na cor verde da Figura 49g). No total, foram identificadas 200 células, mas serão apresentados só os valores mais representativos.

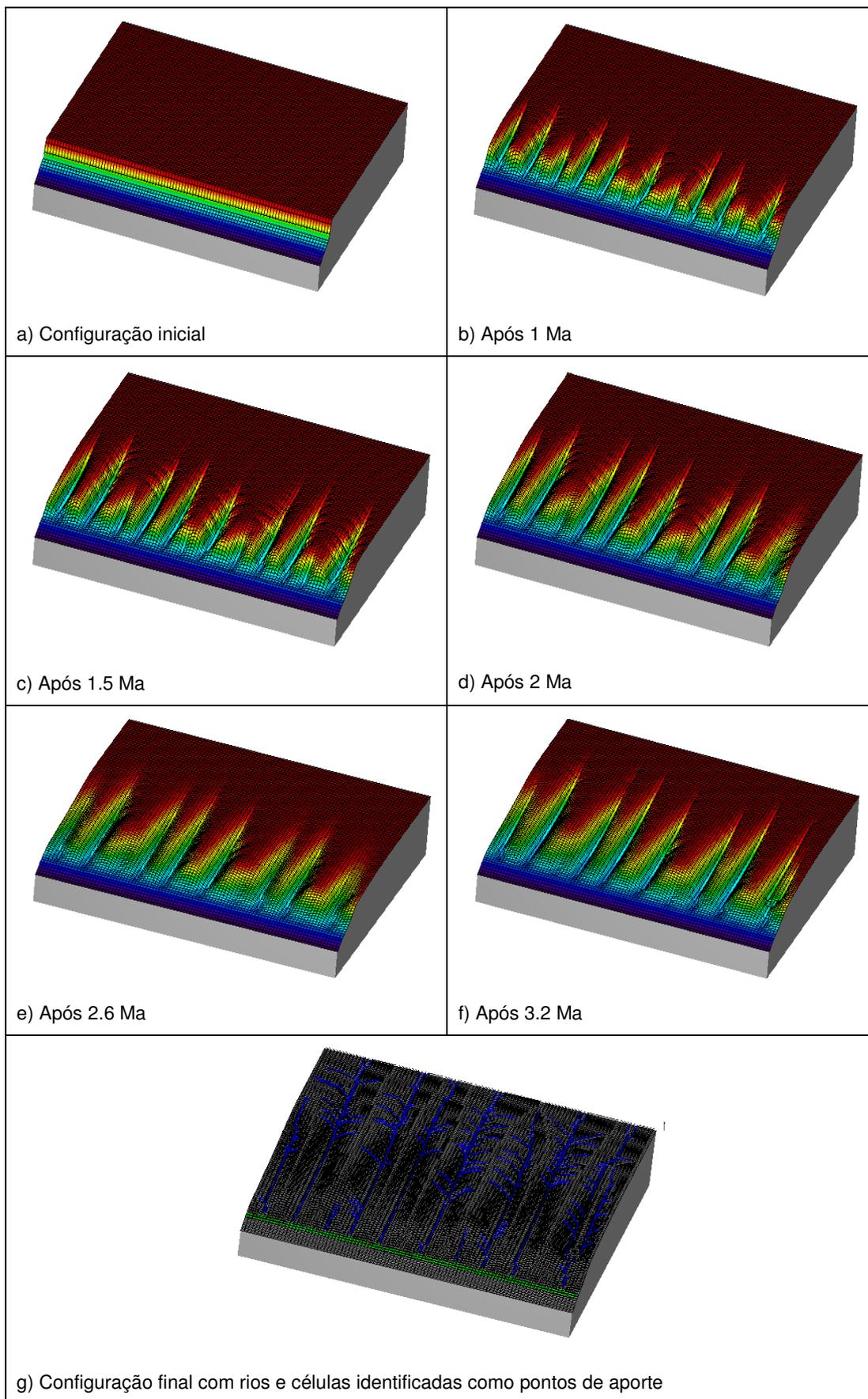


Figura 49 – Evolução do relevo ao longo do tempo do caso 4.4.

Tabela 7 – Aporte de sedimento por células, caso 4.4.

Índice da célula	Volume (10^2 Km^3)
206	1.99
506	33.87
1406	6.58
2006	40.95
2007	10.10
2906	37.06
2907	7.28
3706	9.69
4806	41.08
4807	7.65
5406	3.65
6006	42.57
6906	41.45
7606	13.16
8606	46.62
9506	33.54

4.5. Evolução do recuo de uma borda de falha

O objetivo principal deste caso é medir a taxa de erosão e analisar a evolução da borda de falha de uma bacia sedimentar. Para isto, foi considerado o trabalho desenvolvido por Moreira [21]. Nesse trabalho, o autor estuda o recuo erosivo da borda de falha da bacia de Resende, localizada no extremo oeste do Estado do Rio de Janeiro. Dada bacia possui uma frente escarpada na sua borda norte, que por sua vez faz parte do grande escarpamento da Serra da Mantiqueira. A Bacia constitui uma depressão tectônica alongada, com comprimento longitudinal de aproximadamente 50 km na direção N75E e largura de 5 a 6 km. A Figura 50 mostra a localização da bacia analisada e a Figura 51 mostra a topografia atual da região.

Para a simulação, o autor utilizou o modelo computacional Golem, descrito em capítulos anteriores, e recriou vários cenários com diferentes condições iniciais. Foi utilizado um *grid* de 59 células, na direção X, por 79 células, na direção Y, com uma resolução de 0.5 km. A falha é definida através de um vetor

que representa a posição da borda norte da bacia (limite entre os blocos alto e baixo).

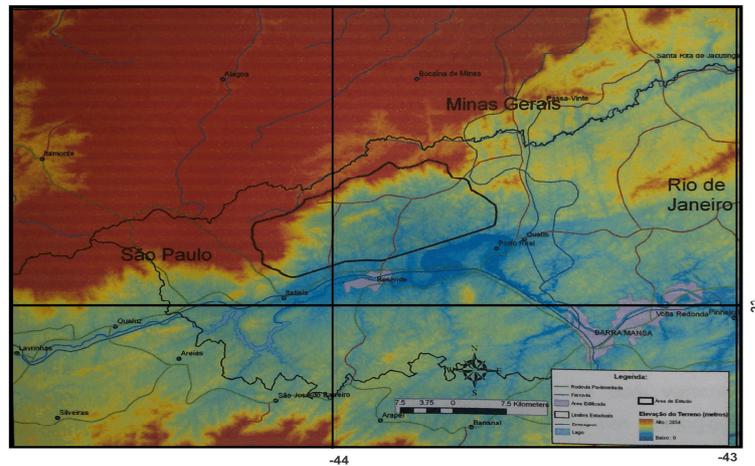


Figura 50 – Localização da bacia de Resende. Tomada da referência [21].

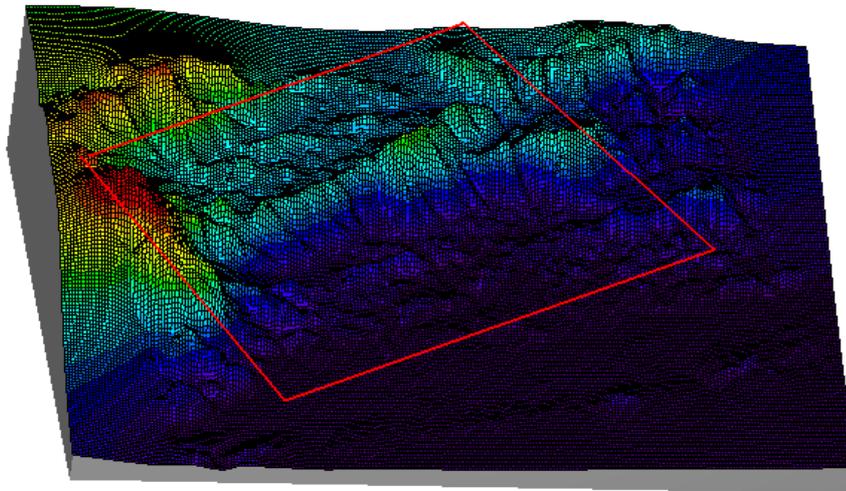


Figura 51 – Topografia atual da região estudada no caso 4.5. Bacia de Resende dentro do retângulo vermelho.

No referente às elevações iniciais dos blocos alto e baixo, separados pela falha, foram atribuídos diversos valores. Inicialmente o autor começa com uma configuração plana, nas que ambos blocos possuem a mesma elevação inicial. A configuração vai variando para cada um dos cenários simulados e a principal diferença é a elevação inicial atribuída ao bloco alto (bloco do lado esquerdo da falha). Segundo o autor, os melhores resultados foram obtidos para aqueles

cenários onde a condição inicial consistia de um platô com elevações de 1000, 1500 e 2000 m. Devido a isto, optou-se por adotar uma configuração inicial com um platô com uma elevação inicial de 1000 m, tendo como referência o bloco baixo, a Figura 52 mostra essa situação.

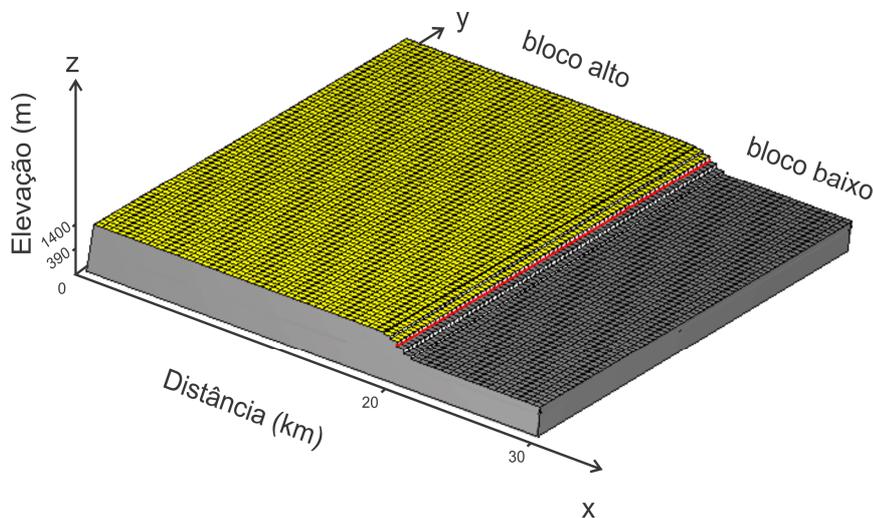


Figura 52 – Configuração inicial da bacia de Resende.

O tempo total de simulação para este exemplo foi de 48 Ma, nos que as células que formam o bloco alto foram submetidos a três diferentes taxas de soerguimento, divididas em 3 fases: na primeira fase, correspondentes aos primeiros 8 Ma, bloco em amarelo sofreu um soerguimento de 0.000087 m/Ma; na segunda, entres os 8 e 18 Ma, foi aplicada uma taxa de 0.0000265 m/Ma; na terceira, entre os 18 e 28 Ma, o bloco soerguiu 0.0000007 m/Ma; já nos últimos 20 Ma de simulação a taxa de soerguimento foi nula.

Os demais dados utilizados na simulação foram:

Tempo de Simulação: 48 Ma;

$\Delta t = 100$ anos;

$k_r = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$;

$k_f = 0.01$;

$k_d = 5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{ano}$;

$k_w = 1 \times 10^{-4} \text{ m/ano}$;

$U = 0.0000875 \text{ m/Ma}$ de 0 a 8 Ma;

$U = 0.0000265 \text{ m/Ma}$ de 8 a 18 Ma;

$U = 0.0000007 \text{ m/Ma}$ de 18 a 28 Ma;

$U = 0$, resto da simulação de 28 a 48 Ma;

Taxa de precipitação mínima (P_{min}) = 800 mm/ano;

Taxa de precipitação máxima (P_{max}) = 1200 mm/ano;

Resultados:

Para a análise dos resultados deste caso foram tomados como referência os valores obtidos pelo autor para o cenário com as mesmas condições iniciais. Os valores de referência podem ser observados na Tabela 8.

Tabela 8 – Valores de referência para recuo de borda e taxas de erosão. Tomada da referência [21]

Elevação bloco alto*(m) <small>*com relação ao baixo</small>	Denudação (m)	Recuo total (m)	Taxa de erosão (m/Ma)
1000	1968	7000	41.67
1500	2468	7000	51.42
2000	3468	7500	72.92

Após 48 Ma de simulação, mais de 500.000 de iterações (100 horas), foi obtida uma **taxa de erosão** de 5.6×10^{-5} m/ano ou **56 m/Ma**, correspondentes a uma **denudação** total de **~2800 m**. Obteve-se um **recuo** de borda total máximo de **11 km** e mínimo de **5 km**. Os resultados podem ser observados na Figuras Figura 53 e Figura 54.

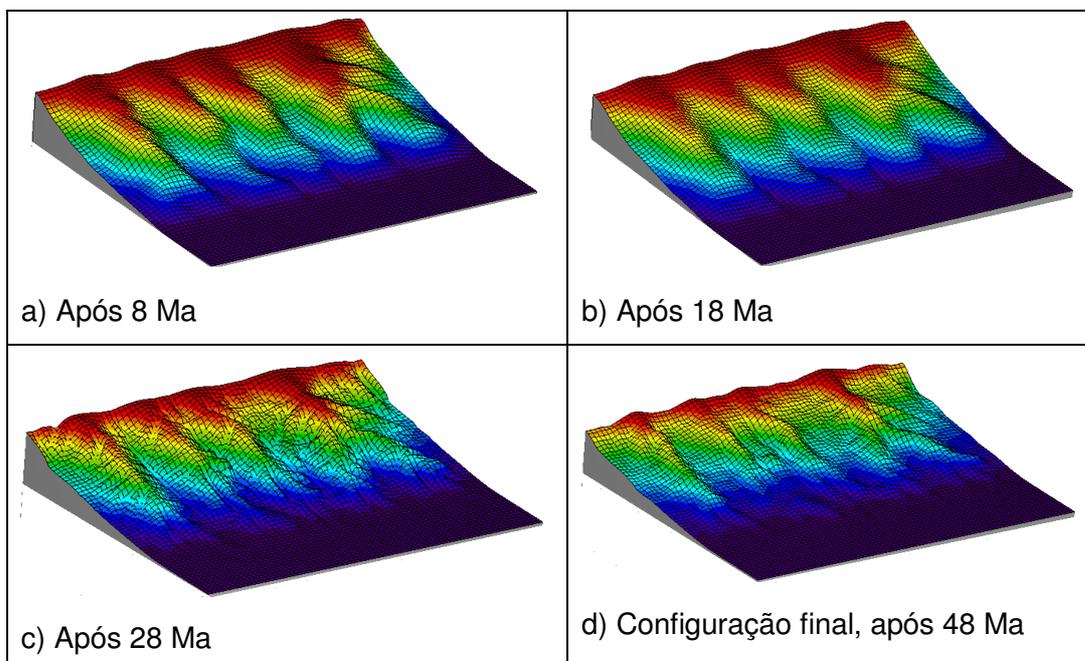


Figura 53 – Evolução do relevo da bacia de Resende.

A Figura 54 mostra a configuração final da bacia após os 48 Ma de simulação, pode-se apreciar o recuo sofrido pela borda devido aos diferentes processos considerados na simulação.

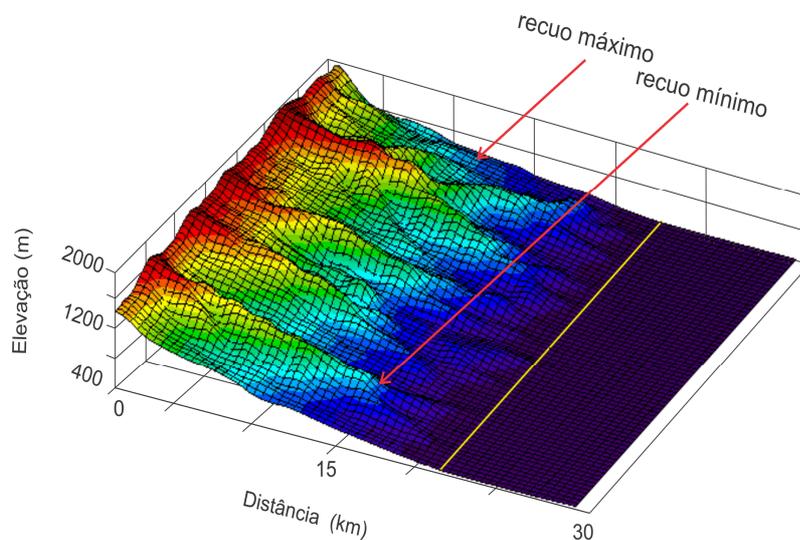


Figura 54 – Configuração final e recuo total do borde de falha da bacia Resende.

4.6. Deslizamentos

Para a validação desta fase, o modelo será aplicado em diferentes situações envolvendo o fluxo de água nos primeiros cenários, sem nenhum termo de fricção e com uma elevação da base constante. Depois, serão analisadas situações de deslizamentos com variações na elevação do leito.

4.6.1. Rompimento de uma represa

O primeiro caso corresponde a uma situação tomada do trabalho desenvolvido por Audusse *et al* [34], que trata sobre o rompimento de uma represa que possui um comprimento de 2000 m, tendo uma elevação de água da coordenada $x=0$ até $x=1000$ de 1 m, a elevação na segunda metade é de 0.5 m. Supõe-se um rompimento da represa na coordenada $x=1000$ m. Os resultados são mostrados para um tempo de simulação de 200 segundos, para dois tamanhos diferentes de Δx , $L/100$ e $L/1000$.

Resultados:

A Figuras Figura 55 e Figura 56 mostram os resultados obtidos por Audusse *et al* [34] para um tempo de simulação de 200 segundos e para $\Delta x = 20$ e $\Delta x = 2$ m.

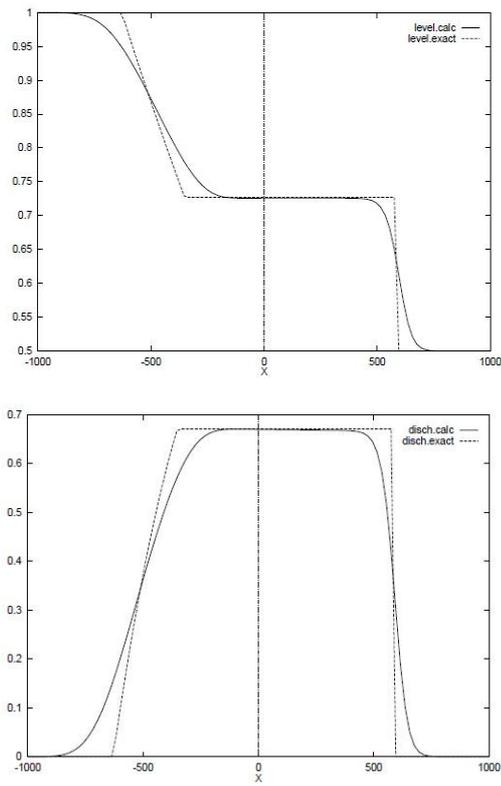


Figura 55 – Rompimento de represa, h e h_u , $\Delta x = 20$ m.

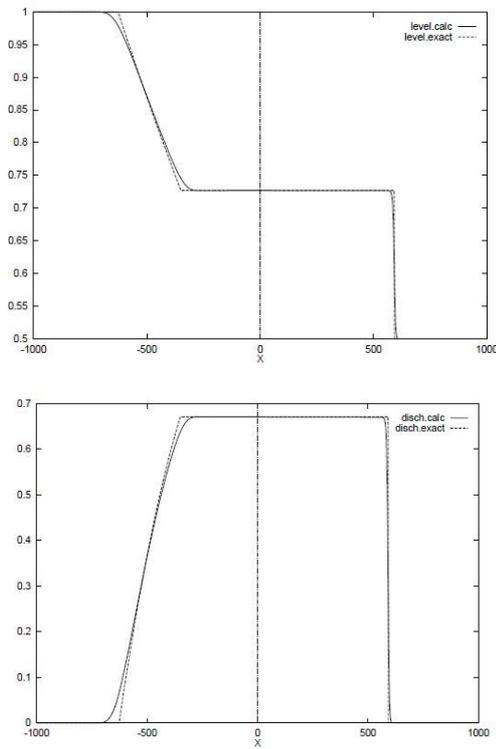


Figura 56 – Rompimento de represa, h e h_u , $\Delta x = 2$ m.

A Figuras Figura 57 e Figura 58 mostram os resultados obtidos com o modelo desenvolvido.

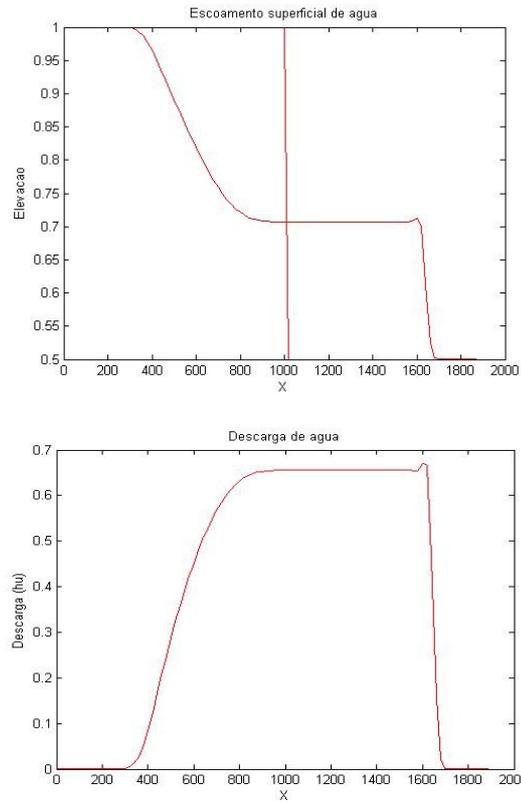


Figura 57 – Rompimento de represa, h e hu, $\Delta x = 20$ m e $\Delta t = 1$ seg.

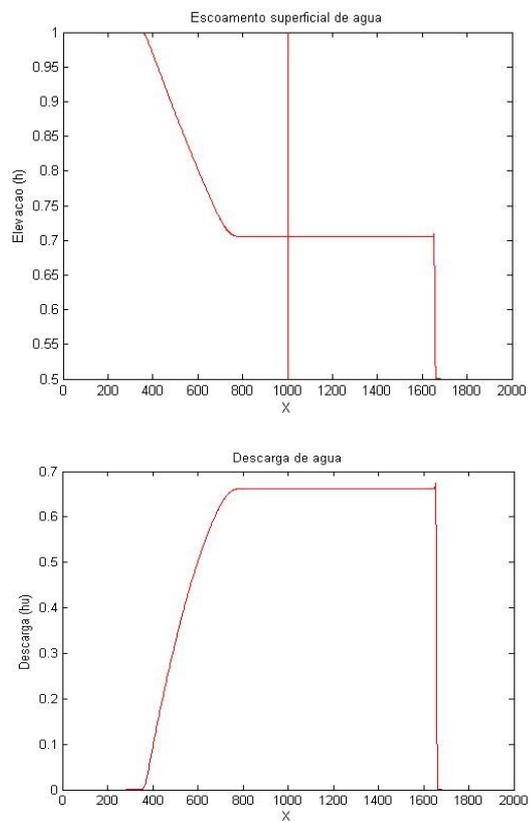


Figura 58 – Rompimento de represa, h e h_u , $\Delta x = 2$ m e $\Delta t = 1$ seg.

O segundo caso é parecido com o primeiro, com a única diferença de que agora existe um lado seco, isto é, a metade da represa que tinha uma elevação de 0.5 m agora não possui água. Os autores simularam o processo até 150 segundos. Nesta ocasião só serão mostrados os resultados para $\Delta x = 2$ m.

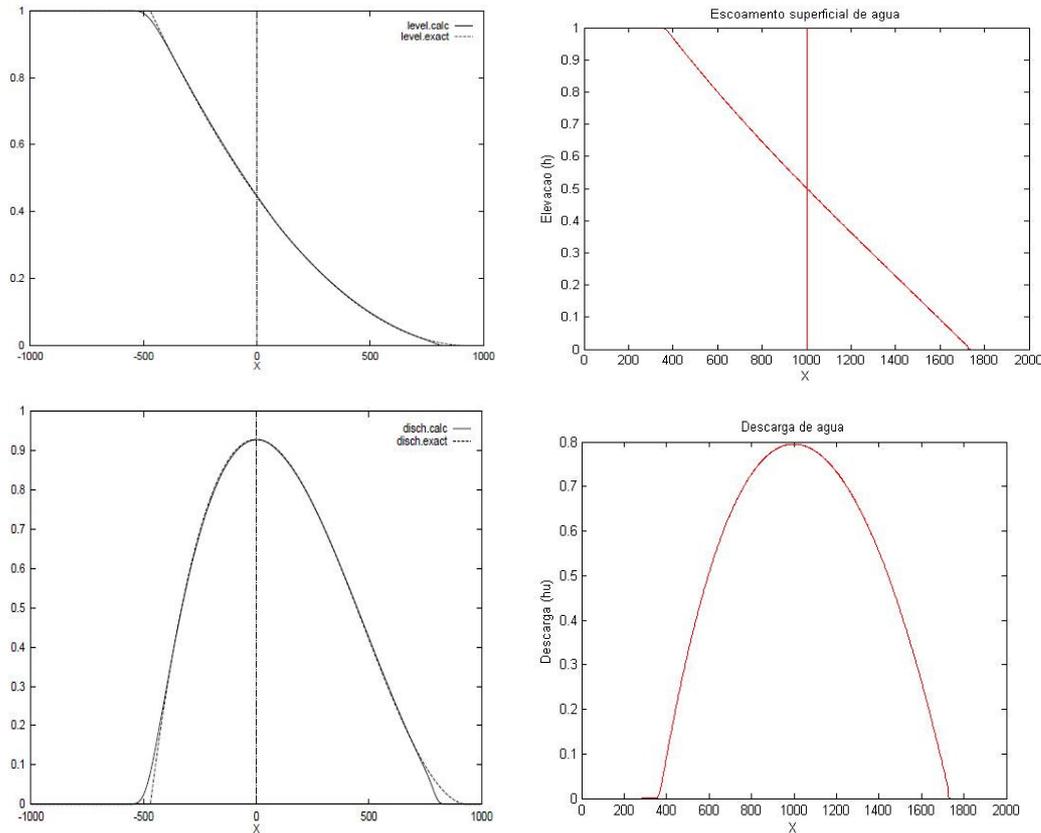
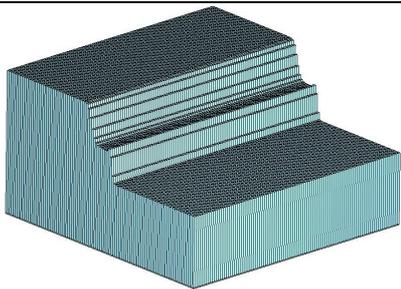
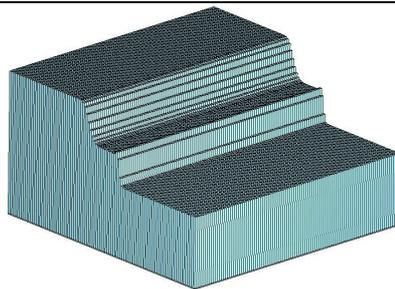


Figura 59 – Rompimento de represa, lado seco. Comparação Audusse et al [34] e modelo. h e h_u , $\Delta x = 2$ m e $\Delta t = 1$ seg.

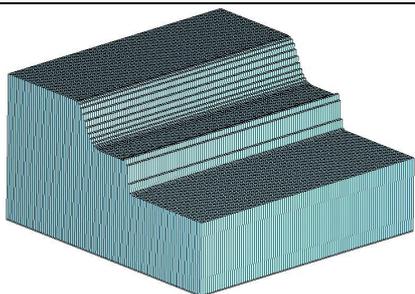
Tendo feito essas comparações, o seguinte passo foi adaptar as equações do modelo 1D, para deslizamentos e escoamentos superficiais, às linhas de erosão criadas pelo programa. Sendo assim, a rede de drenagem, originalmente criada para aplicar as equações de erosão (transporte e depósito de sedimentos), terá a capacidade de simular processos de escoamento superficial em modelos 3D, considerando valores médios da velocidade e da altura do fluxo em Z . Para mostrar essa funcionalidade, se recriou o primeiro exemplo do rompimento da represa, no qual a primeira metade possui uma elevação de água de 1 m e a segunda 0.5 m. O valor de Δx utilizado foi de 20 m. A Figura 60 mostra a evolução do rompimento da represa até o tempo final se simulação, 200 segundos. As imagens foram tomadas com um intervalo de 20 segundos.



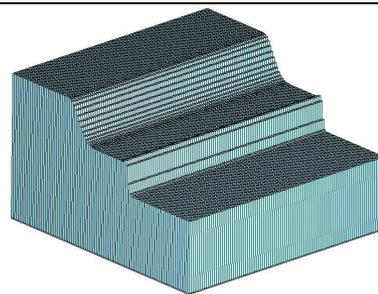
a) Após 20 segundos



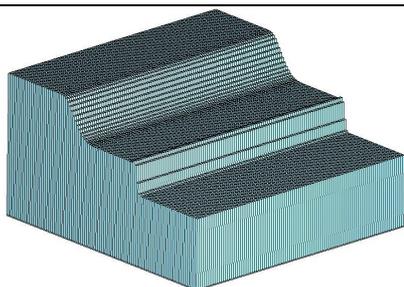
b) Após 40 segundos



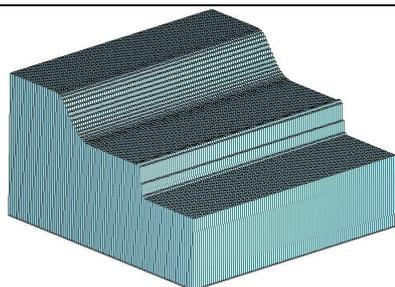
c) Após 60 segundos



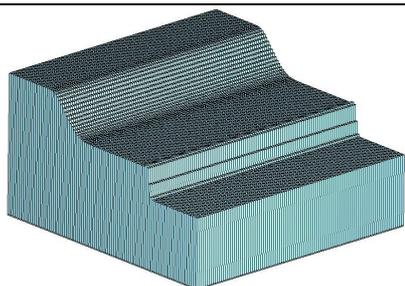
d) Após 80 segundos



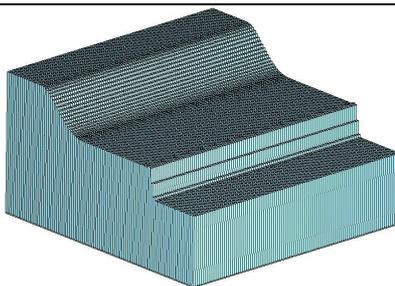
e) Após 100 segundos



f) Após 120 segundos



g) Após 140 segundos



h) Após 160 segundos

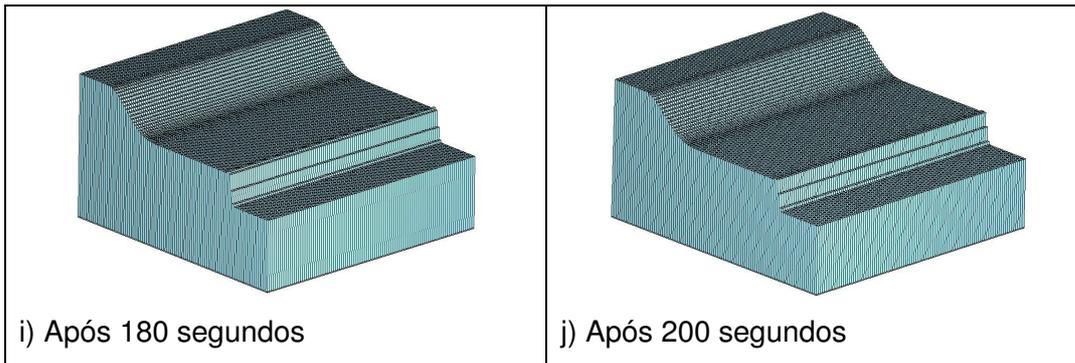


Figura 60 – Evolução de rompimento de represa, $t = 200$ seg., $\Delta x = 20$ m.

O modelo também foi aplicado ao exemplo da represa com o lado seco. Neste caso só se mostraram 3 estágios da simulação, após 50, 100 e 150 segundos. Sendo esse último o tempo total de simulação. A Figura 61 mostra os resultados.

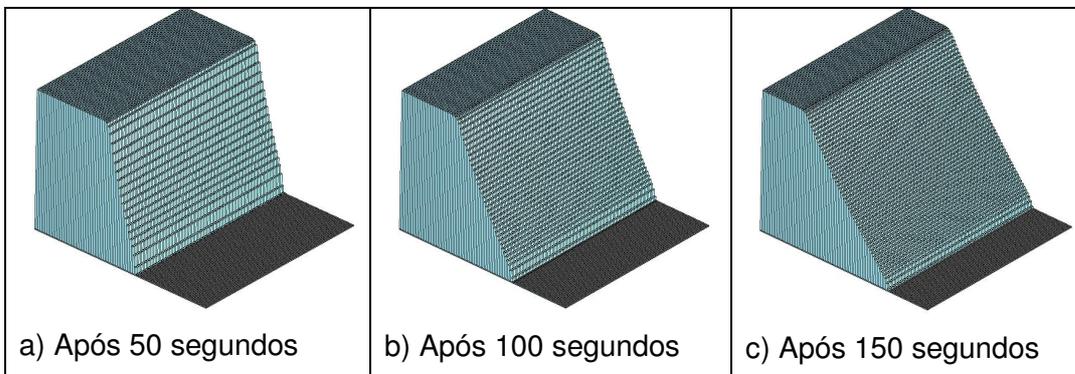


Figura 61 – Caso de represa com lado seco. $t = 150$ seg., $\Delta x = 20$ m.

4.6.2. Deslizamentos com base inclinada

O seguinte exemplo foi tomado da pesquisa desenvolvida Remaître *et al* [41] e corresponde a um deslizamento ocorrido na bacia Barcelonnette, na França. O fluxo de detritos envolveu um volume de material de aproximadamente 5000 m^3 , para mais detalhes ver a referência citada. A Figura 62 mostra a evolução do fluxo.

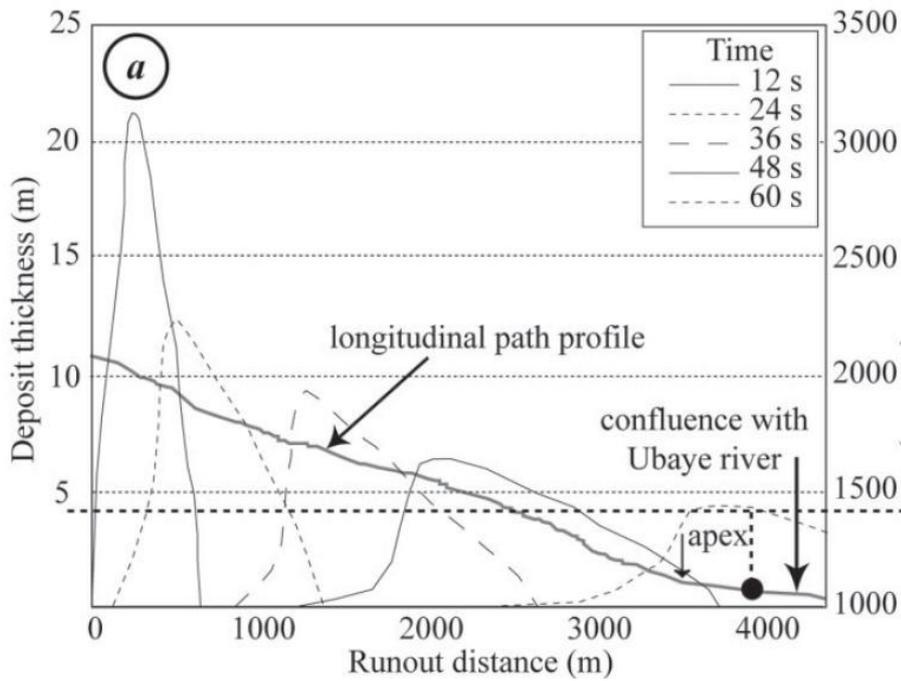


Figura 62 – Evolução do deslizamento na bacia Barcelonnette, na França. Tomada de Remaître *et al*[41].

As figuras seguintes mostram os resultados obtidos com o modelo.

Primeiro, foi feita uma simulação no *Matlab*, a configuração resultante pode ser observada na Figura 63, nela podem ser vistos os estágios do recorrido do fluxo nos tempos 12, 24, 36, 48 e 60 segundos.

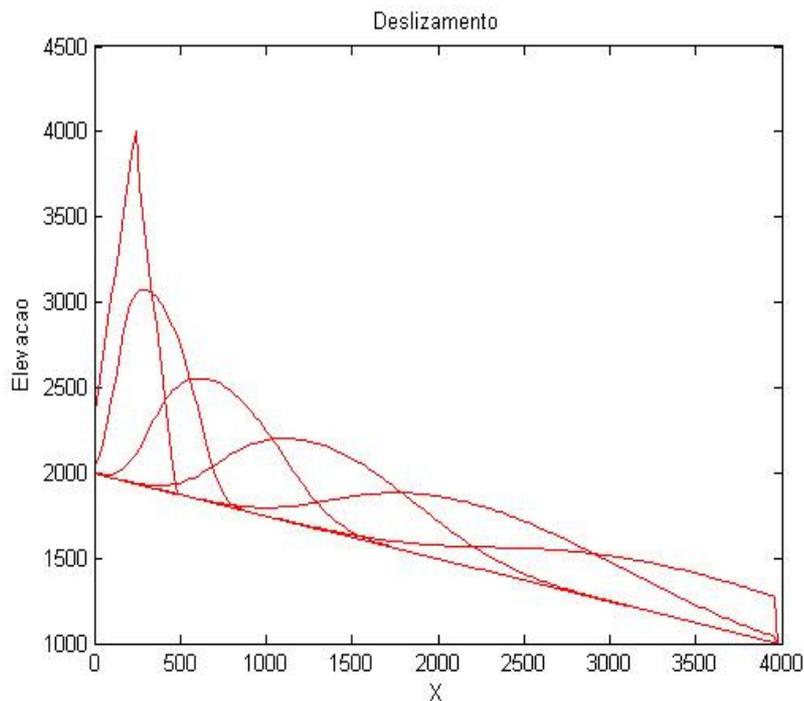


Figura 63 – Fluxo modelado no Matlab.

A Figura 64 mostra o resultado obtido com a aplicação do modelo para 12, 24, 48 e 60 segundos.

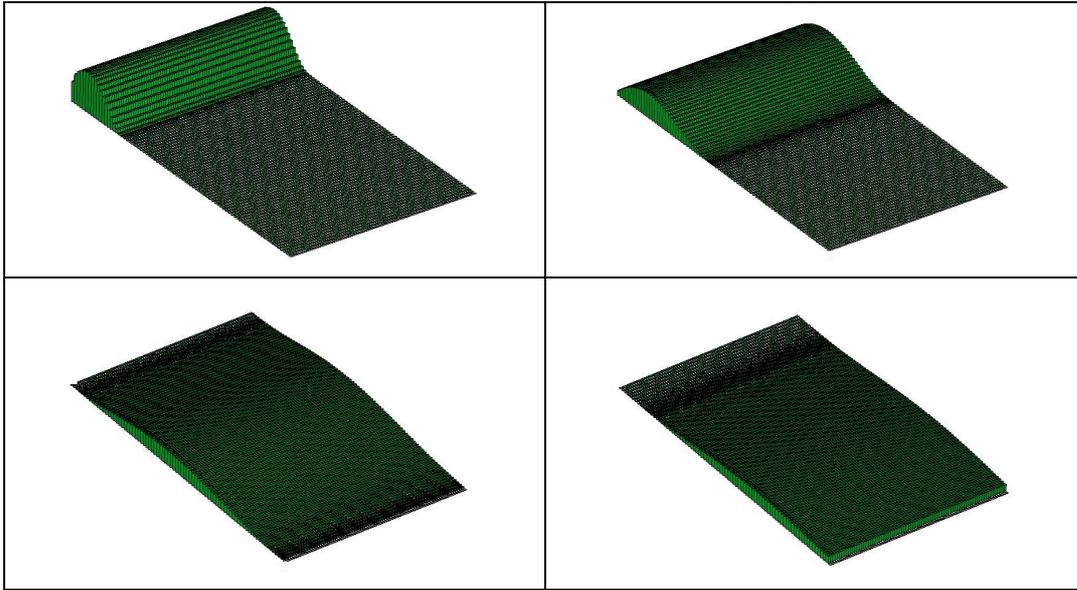


Figura 64 – Resultados do deslizamento da bacia de Barcelonnette. Passos de tempo 12, 24, 48 e 60 segundos.

O volume de material envolvido no deslizamento foi verificado antes e depois do processo, respeitando os princípios de conservação de massa. Neste ultimo caso foi utilizado um angulo de fricção interno, δ , de 4° .