

3 Modelo Computacional

Nesta seção serão descritas as principais características do modelo computacional proposto. Serão apresentadas as principais rotinas computacionais para a simulação dos processos estudados. Para isto, será feita uma análise dos modelos matemáticos discutidos no capítulo anterior e serão avaliados os principais parâmetros envolvidos nos processos de transporte fluvial e de incisão na rocha. A caracterização morfométrica da rede de drenagem será feita como descrito no capítulo 2, estabelecendo assim uma hierarquização dos rios, definindo o caminho do fluxo e a ordem em que será feita o processo erosivo. O modelo *steepest-descent* (Figura 10) será utilizado para determinar a rota de drenagem. É importante anotar que esse tipo de modelo predomina nos locais onde o gradiente, ou inclinação local, é o suficientemente alto para deixar o leito de rocha exposto, predominando um transporte limitado pela produção de sedimento (*detachment-limited transport*). No entanto, sempre será verificado que a capacidade de transporte do fluxo não seja excedida por esses valores. Isto é, sob hipótese nenhuma poderá ser erodido um volume de material maior do que aquele que possa ser transportado pelo fluxo.

3.1. Modelagem da superfície do relevo

Para o início da simulação, é necessário a definição de uma superfície inicial que represente o relevo. Neste trabalho, a superfície será representada por um modelo digital de terreno (MDT), ou de elevação. Um MDT pode ser representado por equações analíticas, ou por um conjunto de pontos na forma de um *grid* regular ou irregular. Neste trabalho, a superfície do terreno é representada por uma matriz de células, na forma de um *grid* regular. A entrada de dados será feita através de um arquivo de texto, contendo o número de pontos que conformam a superfície e as coordenadas X, Y e Z de cada um deles. O arquivo deverá conter todos os pontos da superfície. A dimensão das células, Δx e Δy , poderá ser especificada no início da modelagem. Para

modelos de grande escala recomendam-se células com áreas variando entre 1 e 10 km². Mas essa área poderá ser menor, dependendo do grau de precisão que se deseja na representação da rede de canais fluviais, assim como do tipo de processo que será simulado, por exemplo, para simulações de movimentos de massa em encostas é necessário que esse tamanho não seja muito grande, pois esse tipo de processo requer uma análise detalhada e uma simulação com um tamanho de célula muito grande poderá gerar resultados pouco reais. São vários os aspectos que devem ser considerados na hora de definir o tamanho da célula. Se o *grid* for muito refinado, isto é, com um tamanho de célula muito pequeno, existirá um número maior de informações sobre o relevo, sendo maior o tempo necessário para a simulação.

A Figura 15 mostra um MDT que representa a superfície de um relevo.

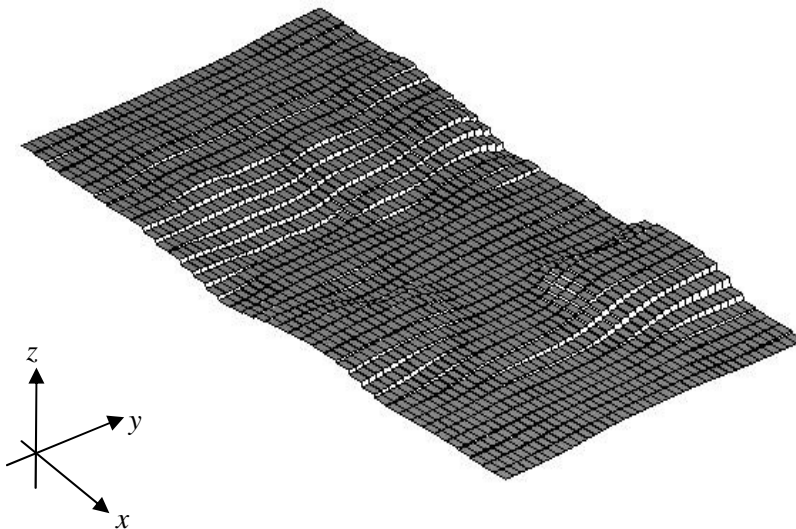


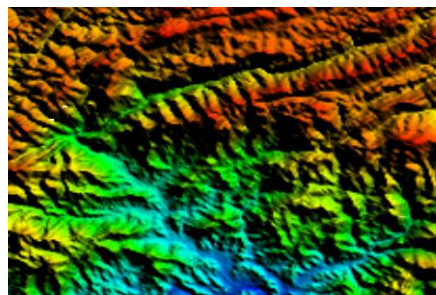
Figura 15 – *Grid* composto por uma matriz de células representando a superfície do relevo.

Nesta primeira fase, o programa será testado modelando algumas paisagens reais. Para fazer o levantamento do modelo de elevação dos relevos será utilizado o modelo de elevação digital oferecido gratuitamente pelo USGS (U. S. *Geological Survey*) [37]. Uma vez obtido o modelo de elevação, será utilizado o *Global Mapper* [38], programa que permite exibir diferentes formatos de *raster*, vetores e dados de elevação. Esse programa permite acessar múltiplas fontes de imagem e *grids* de terreno, e dentre as suas funcionalidades, existe uma que permite transformar esses dados em arquivos de texto, no formato de coordenadas X, Y, Z. Dessa forma, os arquivos obtidos poderão ser carregados facilmente pelo modelo.

O primeiro exemplo corresponde a uma área localizada no sudeste brasileiro, delimitada pelas coordenadas geográficas: (-24.669133,-48.922721), (-24.669133,-48.750141), (-48.750141,-24.524462) e (-24.524462,-48.922721). A Figura 16 mostra uma imagem de satélite da região.



a)



b)

Figura 16 – região no sudeste brasileiro mencionada no parágrafo anterior: a) Imagem de satélite *google maps*; b) Imagem *global mapper*..

O arquivo de texto gerado, contendo as coordenadas dos pontos da superfície, foi carregado no modelo, gerando as superfícies necessárias para a comparação das imagens. Foi conseguida uma resolução de 0.1 x 0.1 km. A Figura 17 mostra os resultados.

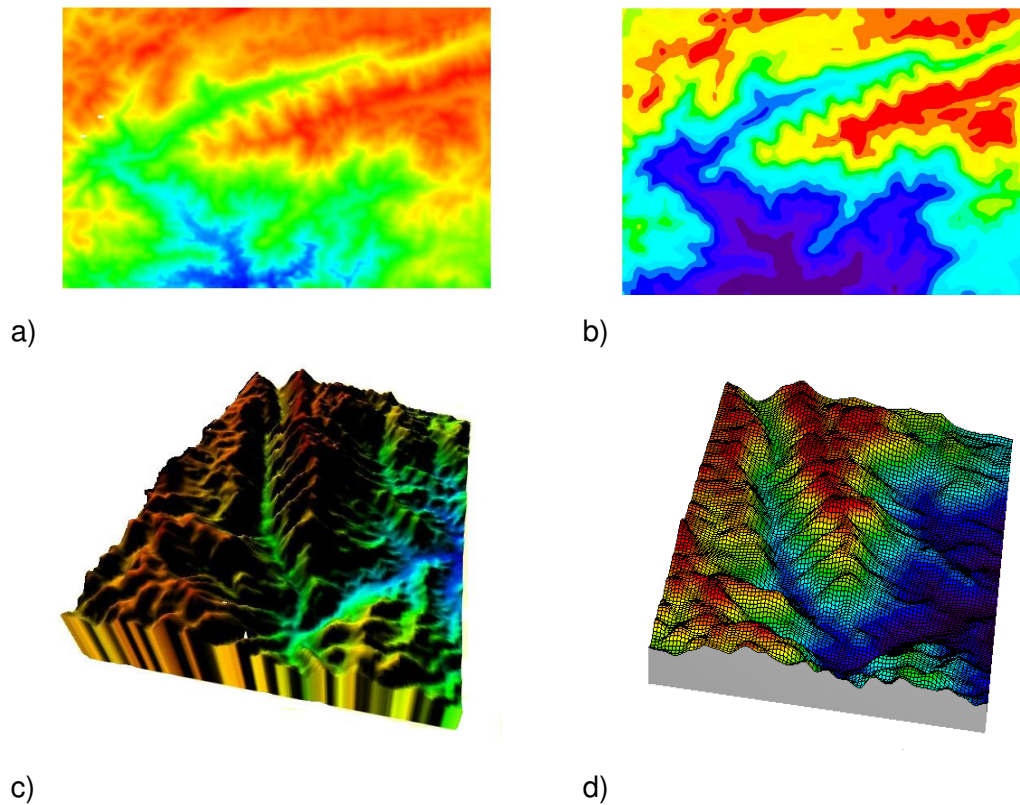


Figura 17 – Comparação da superfície paleobatimétrica e do relevo em 3D.

Na Figura 17, as imagens da esquerda foram obtidas com o programa *global mapper*, as da direita são resultado do modelo desenvolvido. O segundo exemplo corresponde a uma região localizada nos Alpes bolivianos (Figura 18), perto das fronteiras do Peru, Chile, e Argentina. A região estudada, delimitada pelas coordenadas geográficas (-22.99,-64.33), (-22.99,-62.00), (-17.99,-62.00) e (-17.99,-64.33), possui uma área de 143.000 km² (258 x 555 km). O *grid* foi representado com células de 10 km² (2 x 5 km), obtendo um número total de 14.300 células. Os resultados podem ser observados na Figura 19.

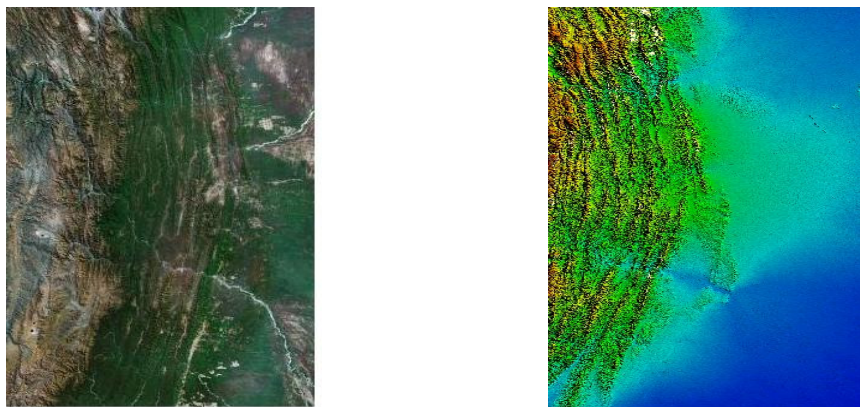


Figura 18 – Região dos Andes bolivianos. a) *google maps*; b) *global mapper*.

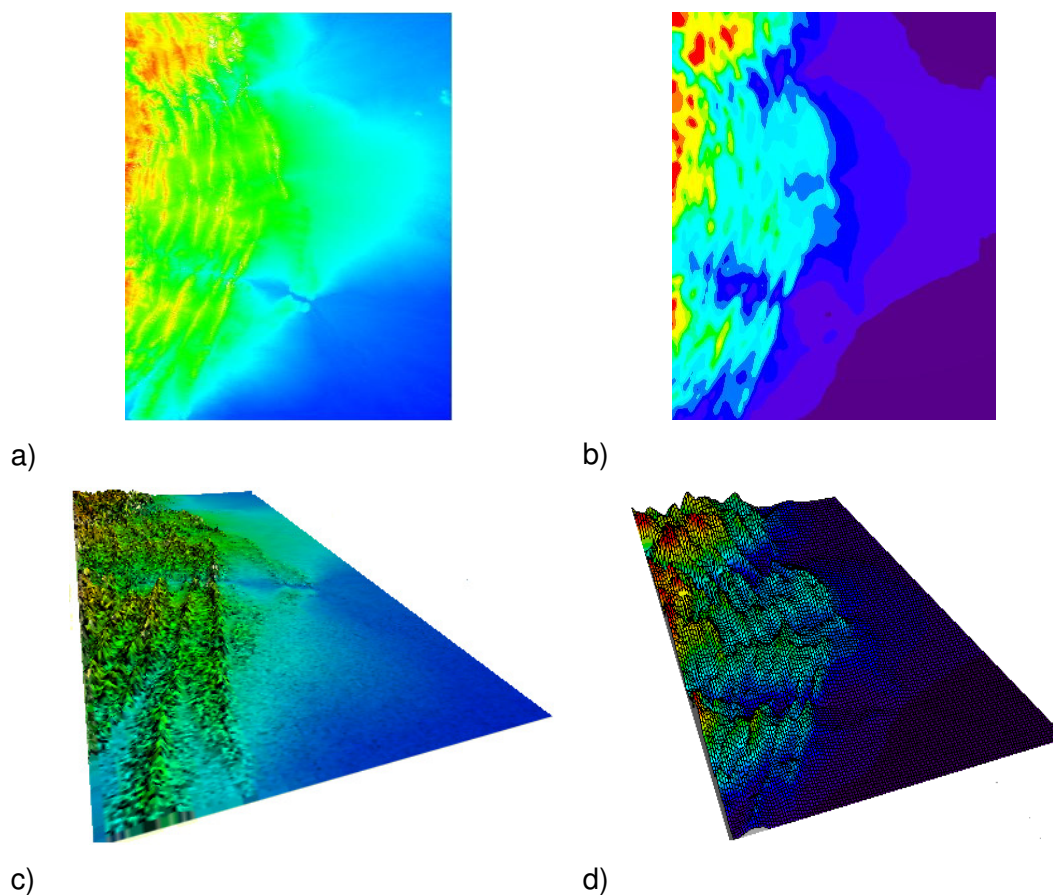


Figura 19 – Andes Bolivianos – esquerda, *global mapper*; direita, modelo desenvolvido.

Um terceiro exemplo foi tomado de um estudo realizado por Garcia e Cristallini [33]. Nesse trabalho, os autores estudam a interação entre os processos de erosão fluvial e deformação tectônica. Para isso, foi aplicado um modelo hidrossedimentológico para avaliar a evolução do relevo da Pré-Cordilheira Mendoza, na Argentina. A região está delimitada pelas coordenadas geográficas: $68^{\circ} 51'$ e $69^{\circ} 09'$ LW, e $32^{\circ} 30'$ e $32^{\circ} 41'$ LS (Figura 20), com uma área de 660 km^2 . A superfície foi modelada com um *grid* de células de $0.25 \times 0.25 \text{ km}$. As Figuras Figura 21 e Figura 22 mostram os resultados.

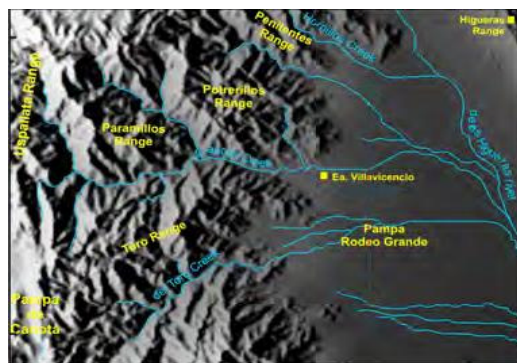


Figura 20 – Mapa da Precordillera Mendoza – relevo e rios da região [33].

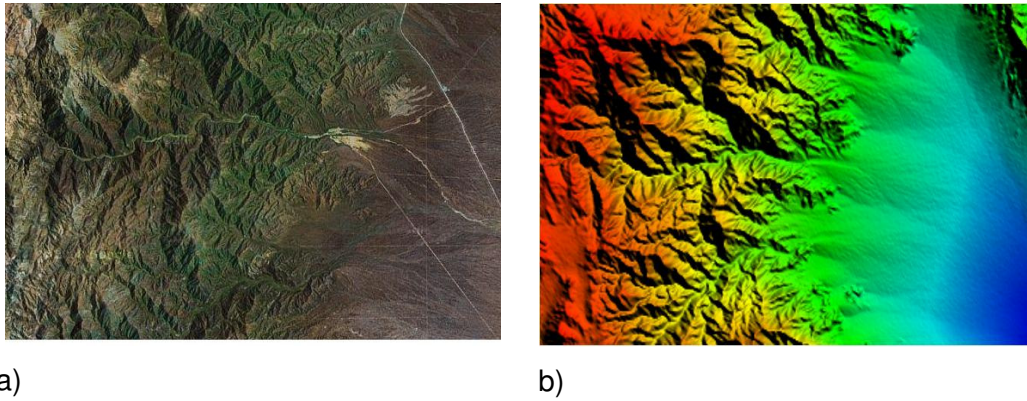


Figura 21 – Precordillera Mendoza. a) Foto *google maps*; b) *global mapper*.

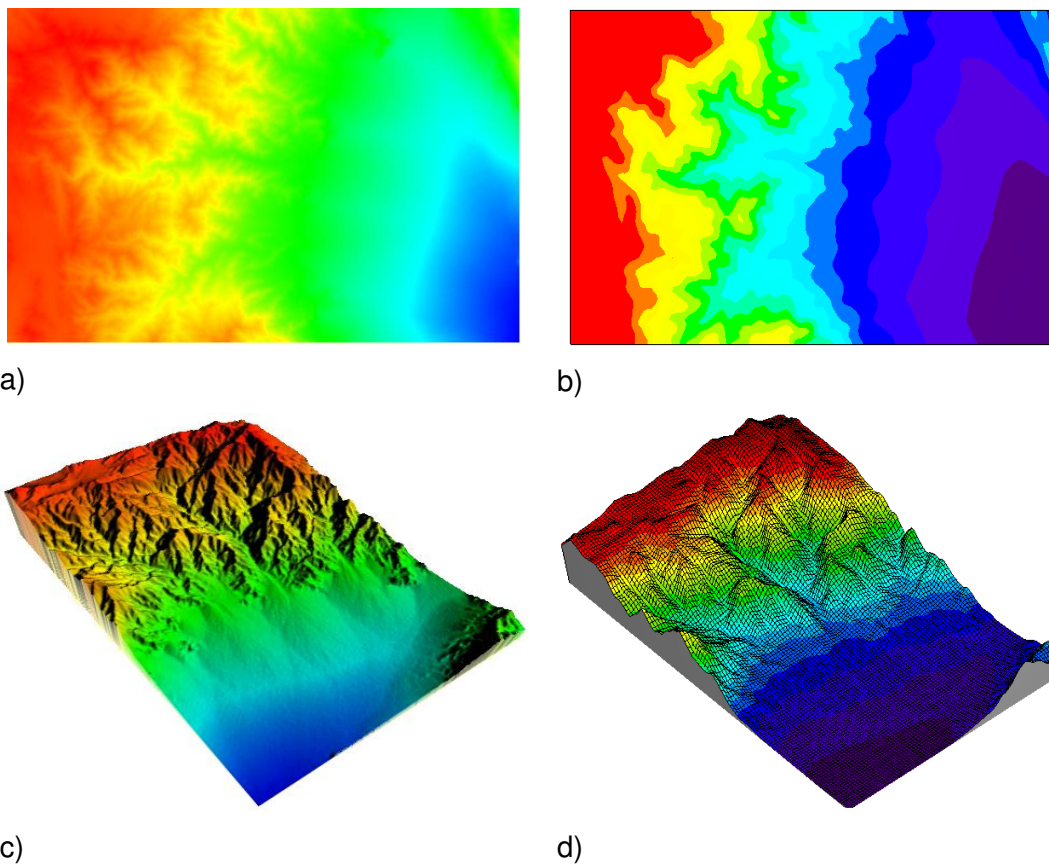


Figura 22 – Imagens obtidas da Precordillera Mendoza. Esquerda, obtidas com o *global mapper*; direita, modelo desenvolvido.

3.2. Modelagem da rede fluvial

Para determinar a rota de drenagem, deve ser calculado o gradiente máximo para cada uma das células do *grid*. Neste trabalho, será utilizado o conceito da máxima inclinação ou *steepest descent*. Nesse modelo de roteamento, o fluxo de uma célula parte para a célula vizinha com maior inclinação (Figura 10 e Figura 11a). Sendo assim, o cálculo da direção é uma função da diferença de alturas entre a célula de referência e as oito células adjacentes, (Figura 23).

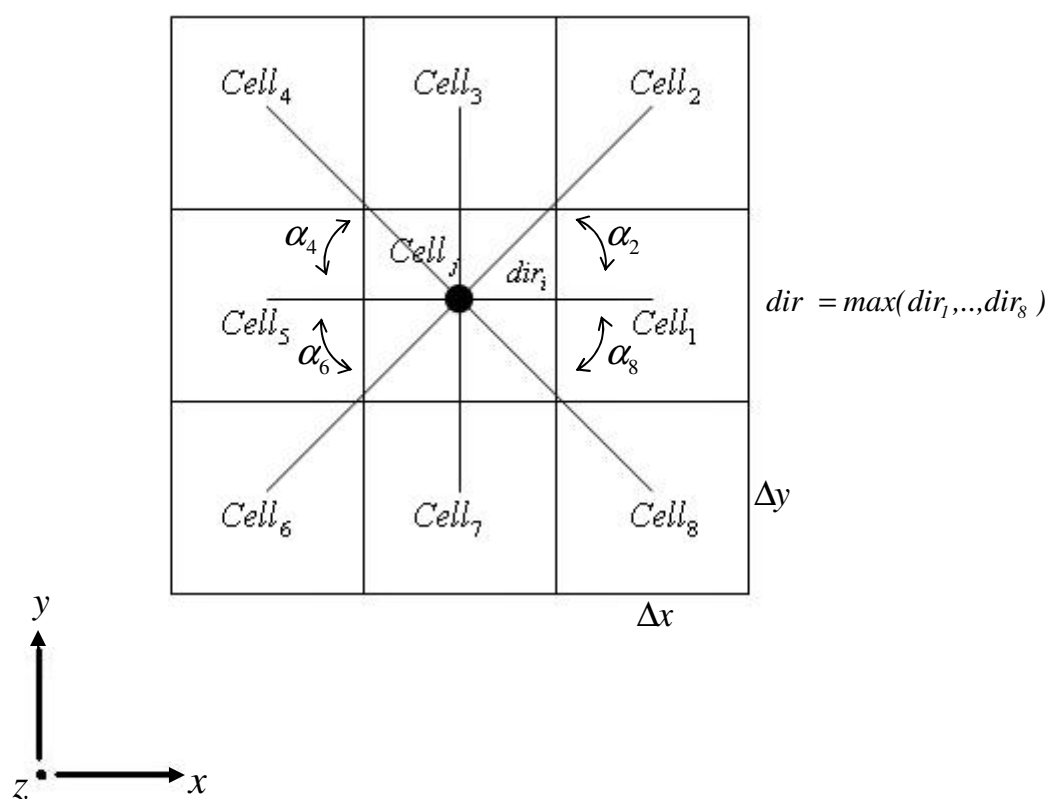


Figura 23 – Cálculo da direção do fluxo. Aplicação do modelo *steepest descent*, a direção é função da diferença de alturas entre as células.

O conjunto de eqs. (75) – (81) permite avaliar a direção para cada uma das células vizinhas.

$$dir_{i=1,3,5,7} = z_i - z_j \quad (75)$$

$$dir_{i=2,4,6,8} = (z_i - z_j) \times \cos \alpha_i \quad (76)$$

$$\alpha_i = \tan^{-1}(\Delta y / \Delta x) \quad (77)$$

Os ângulos de inclinação máximos locais podem ser calculados aplicando uma das três opções das eqs. (78) – (84):

$$S = (\Delta z / \Delta x) \quad (78)$$

$$S = (\Delta z / \Delta y) \quad (79)$$

$$S = (\Delta z / \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}) \quad (80)$$

A eq. (78) deverá ser aplicada, de acordo com a Figura 23, para o cálculo da máxima inclinação das células 1 e 5; a eq. (83) para as células 3 e 7 e finalmente, a eq. (84) para as células 2, 4, 6 e 8.

Durante a modelagem da rede fluvial é possível encontrar pequenas depressões, que podem impossibilitar a continuidade do fluxo d'água. Neste modelo, essas células serão identificadas como “células tipo bacia” e, quando encontradas, serão tratadas de três formas diferentes, assim como é mostrado na Figura 24.

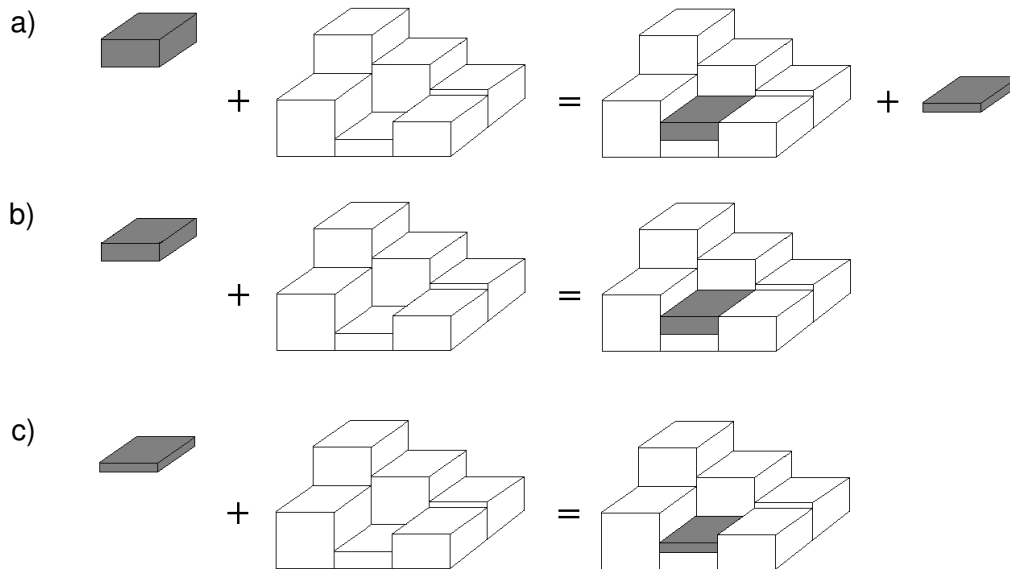


Figura 24 – Tratamento de depressões no *grid*.

Uma vez identificada a depressão, pode acontecer que a carga de sedimento seja o suficientemente alta para preencher a célula até a altura da célula vizinha mais baixa. Nesse caso, o excesso de fluxo e, conseqüentemente, de sedimento seguirão seu curso água abaixo (Figura 24a). Pode acontecer que

a carga de sedimento seja suficiente só para preencher a célula até a altura da célula vizinha mais baixa, mas sem sobrar sedimento para ser transportado. Nesse caso, só a água seguirá o seu curso (Figura 24b). A última possibilidade é que a carga de sedimento seja tão pequena, que nem seja possível preencher a célula até a altura da célula vizinha mais baixa (Figura 24c). Nesse caso, mesmo depositando toda a carga de sedimento, a célula continuará sendo uma depressão, cortando assim a corrente do fluxo. Nos próximos passos, a célula será tratada novamente até conseguir ser preenchida com sedimento e permitir a continuidade do fluxo água abaixo.

Ordenação dos canais fluviais

Para dar início ao processo erosivo, é necessário criar uma hierarquização da rede fluvial. Para isto, foi utilizado o método de ordenação sugerido por Strahler [39]. Como foi visto no capítulo anterior, esse método classifica todos os canais que não possuem tributários como sendo de ordem 1. Os canais de ordem 2 nascem da confluência de dois ou mais canais de ordem 1. Dessa forma, cada vez que dois ou mais canais de ordem k convergirem, darão origem a um novo canal de ordem $k+1$.

Para a modelagem da rede fluvial, foi desenvolvido um algoritmo que cria e posteriormente ordena os canais, levando em consideração o critério de ordenação citado acima. O algoritmo pode ser descrito, de forma geral, em duas etapas: a) criação dos canais fluviais em qualquer ordem, daqui em diante chamados de linhas de erosão; b) hierarquização e ordenação das linhas de erosão.

a) Criação das linhas de erosão

O *grid* é percorrido célula a célula para calcular a direção do fluxo e os ângulos máximos locais (eqs. (75) – (80)). Nesta etapa, não importa a ordem de criação das linhas, o mais importante é determinar a rota que o fluxo tomará. Portanto, inicialmente será atribuído o valor de ordem 1 a todas as linhas de erosão.

Desde o ponto de vista de implementação, utilizando o paradigma de programação orientada a objetos, as linhas de erosão serão uma classe, que contém uma lista dos índices das células que a conformam e a ordem de hierarquização que as classificará dentro da rede fluvial. A Figura 25 ilustra o processo de criação para uma linha de erosão.

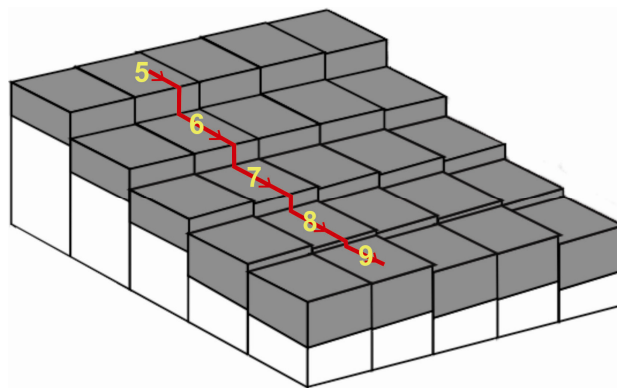


Figura 25 – Criação de uma única linha de erosão. Os números representam os índices das células que formam a linha.

Durante a criação das linhas é possível encontrar células que façam parte de duas ou mais linhas. Para garantir que uma mesma célula não seja atravessada por mais de uma linha de erosão, foi criado um indicador, o qual é ativado uma vez que a célula é inserida na lista de índice de células. Assim, a célula fará parte da primeira linha que for criada e que passar por ela. Esse tipo de evento pode ser visto com melhor detalhe na Figura 26.

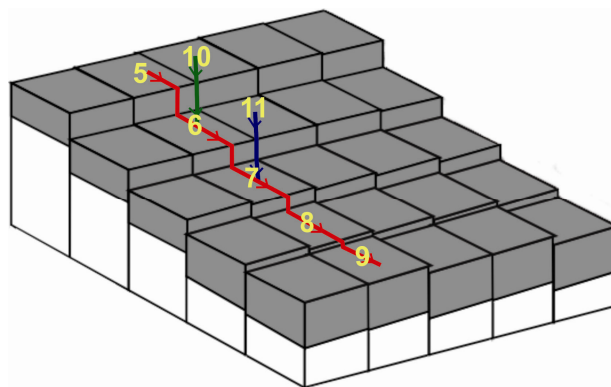


Figura 26 – Criação de três linhas de erosão. O algoritmo verifica que a célula compartilhada seja atravessada por apenas uma linha de erosão.

No exemplo ilustrado na Figura 26, a linha de erosão de cor vermelha foi criada primeiro, sendo assim, as linhas verde e azul são consideradas tributários dela. Nesse caso, as células de confluência, ou finais, das linhas verde e azul são as correspondentes aos índices 6 e 7, respectivamente, e são chamadas de células finais da linha. É importante ressaltar que o índice de uma célula poderá ser repetido em duas ou mais linhas, mas só uma poderá atravessar a célula, as demais linhas terão ela como célula final. A Figura 27 ilustra essa situação.

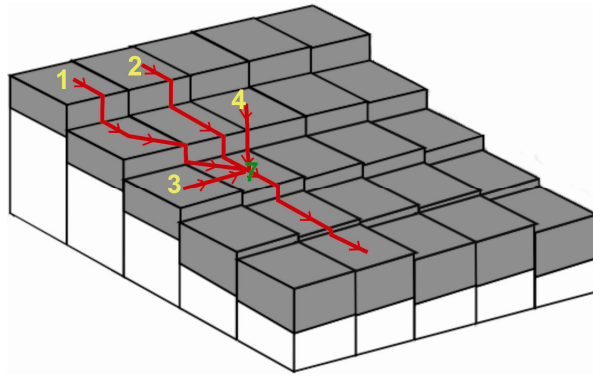


Figura 27 – Célula fazendo parte de varias linhas de erosão, os números vermelhos representam os índices das linhas, o amarelo representa o índice da célula compartilhada.

Na Figura 27, as linhas 1, 2, 3 e 4 compartilham a célula 7, mas só a linha 1 atravessa a célula compartilhada. As demais linhas terminam seu curso nela, portanto a célula 7 é a célula final das linhas 2, 3 e 4.

A Figura 28 mostra o resultado parcial desta primeira fase. Até aqui, todas as linhas possuem a mesma ordem e se encontram no mesmo nível hierárquico.

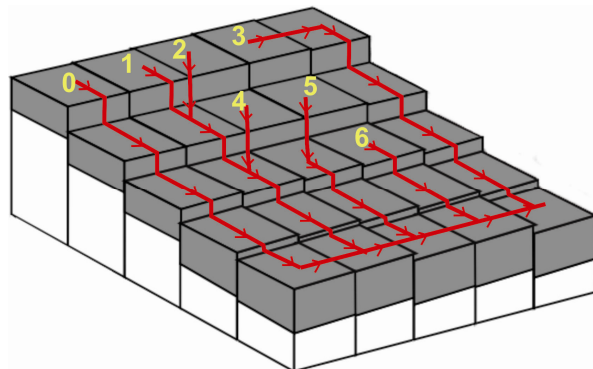


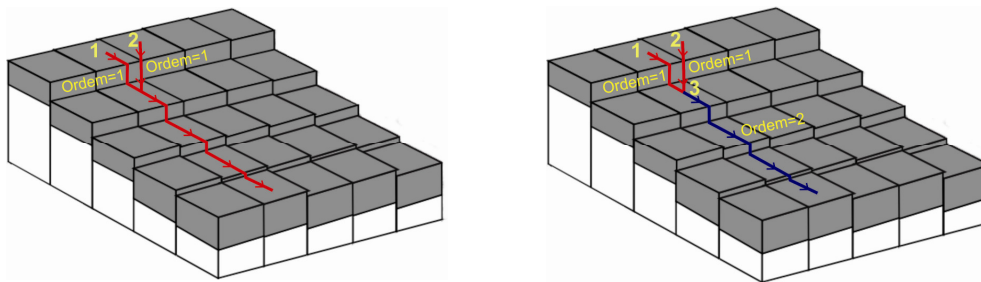
Figura 28 – Criação das linhas de erosão. Os números correspondem aos índices atribuídos internamente pelo programa às linhas.

Uma vez criadas as linhas de erosão, é possível passar ao seguinte passo, que é a ordenação e estabelecimento da hierarquia delas dentro da rede fluvial. Esse passo é muito importante na modelagem, já que com base nessa ordem será feito o processo erosivo-deposicional. As linhas sem tributários, ou de ordem 1, serão a primeiras a erodir, seguidas pelas linhas de ordem 2, e assim por diante.

b) Ordenação das linhas de erosão

Para a ordenação das linhas de erosão, é necessário percorrer as células do *grid*, procurando por aquelas que são compartilhadas por duas ou mais linhas

de erosão. É aqui onde será aplicado o conceito de ordenação de Strahler, isto é, se duas ou mais linhas de ordem k chegam a uma célula, uma nova linha será formada, e a esta será atribuída a ordem $k+1$. Como o algoritmo permite que só uma linha atravesse a célula compartilhada, essa linha será dividida em duas. A nova linha partirá da célula encontrada e terá como célula final a mesma da antiga linha. A célula encontrada passará a ser a nova célula final da linha que foi dividida. Este procedimento pode ser visto com maior detalhe na Figura 29.



a)

b)

Figura 29 – Ordenação das linhas de erosão. a) Linhas antes da ordenação; b) Linhas após a ordenação.

Na Figura 29a pode ser verificado como as linhas 1 e 2, ambas com ordem 1, convergem na mesma célula. De acordo com o critério de hierarquização adotado, uma nova linha é criada e deverá ter uma ordem igual a 2 (Figura 29b).

Para que uma nova linha seja criada, é necessário que pelo menos duas linhas da mesma ordem se encontrem em uma mesma célula. Por exemplo, se três ou mais linhas convergem em um mesmo ponto, a nova linha criada terá uma ordem igual à maior das ordens repetida, incrementada em 1.

Um caso particular que pode acontecer durante a ordenação das linhas de erosão é o de ser aumentada a ordem de uma linha que tenha como célula final uma célula já verificada previamente. Para ilustrar melhor essa situação, Considere-se o caso mostrado na Figura 30.

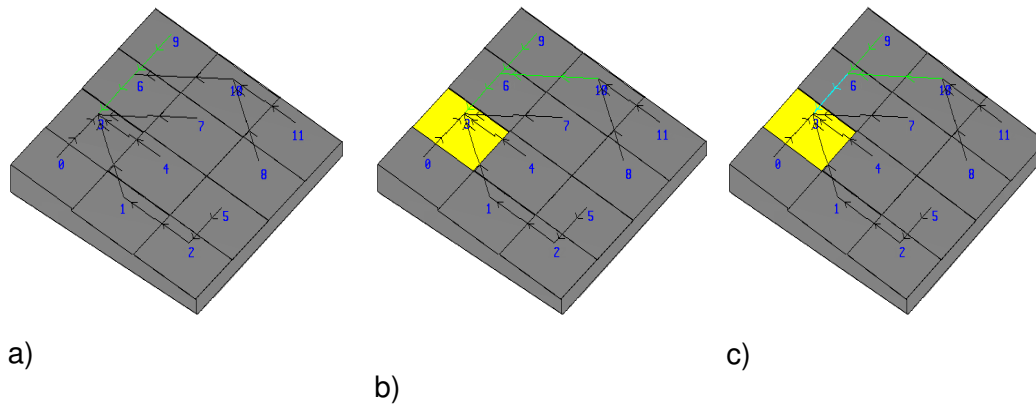
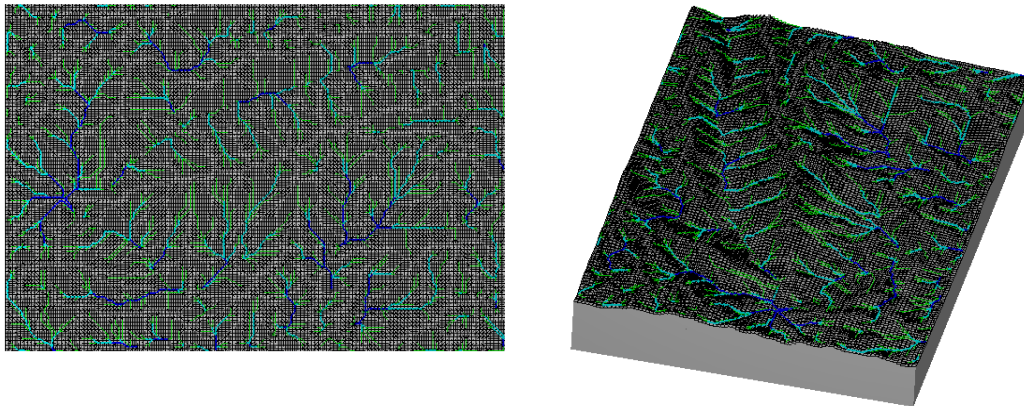


Figura 30 – Atualização da ordem de linhas de erosão. Linhas pretas são de ordem 1, linha verde é de ordem 2. a) linhas antes da ordenação; b) linhas depois da ordenação; c) linhas depois da atualização.

A Figura 30a mostra um sistema de linhas de erosão, todas de ordem 1, com exceção da linha que nasce na célula 9, que tem ordem 2. Para ordenar esse conjunto de linhas, o *grid* será percorrido de forma ascendente, começando pela célula 0 e terminando na célula 11. Neste caso, na hora de procurar as células compartilhadas por duas ou mais linhas de erosão, as células encontradas serão as 3, 6 e a 10. A célula 3 é identificada com uma célula tipo bacia, já que nela convergem várias linhas, mas nenhuma sai dela. A célula 6 é um ponto de encontro de duas linhas, uma de ordem 2 (linha verde, formada pelas células 9-6-3) e uma de ordem 1 (linha preta, formada pelas células 8-10-6). Sendo assim, nenhuma nova linha é formada, pois as linhas convergentes são de ordens diferentes. Por outro lado, na célula 10 deve ser criada uma nova linha de ordem 2, pois a linhas que convergem nela são ambas de ordem 1. Assim, a linha formada pelas células 8-10-6 deverá ser dividida em duas linhas, uma de ordem 1 (formada pelas células 8-10) e outra de ordem 2 (formada pelas células 10-6), ver Figura 30b. A nova linha criada tem como célula final a célula 6, que já foi verificada anteriormente. Ante isto, foi criada uma rotina que verifica se a célula final da nova linha já foi verificada, se for assim, é feita uma atualização da ordem da linha de erosão que passa por ela, neste caso da linha 9-6-3. Esse procedimento é feito recursivamente, e só é finalizado quando o programa achar uma célula do tipo bacia, ver Figura 30c. Sendo assim, a linha 9-6-3, é dividida em duas linhas, uma de ordem 2 (linha 9-6) e uma de ordem 3 (linha azul, 6-3). Logo, a nova linha criada, formada pelos índices 6-3, tem como célula final a célula 3, que também já foi verificada anteriormente. O programa encontra que a célula 3 é uma célula do tipo bacia e finaliza o processo de atualização.

Para a validação desta etapa, o programa foi testado modelando a rede fluvial de alguns relevos naturais. O primeiro caso corresponde à região do sudeste brasileiro, citado no exemplo 1 da seção 3.1 (Figura 16). A Figura 31 mostra a rede fluvial resultante da modelagem.



a)

b)

Figura 31 – Modelagem da rede fluvial da região estudada no exemplo 1 da seção 3.1. a) e b) mostram a rede em 2D e 3D, respectivamente.

As linhas de erosão de ordem 1 são representadas pelas linhas de cor preta; as de 2ª ordem pelas linhas de cor verde; as linhas de cor ciano representam as linhas de erosão de 3ª ordem e, por último, as de 4ª ou maior ordem, daqui em diante chamados de rios principais, são representados pelas linhas de cor azul.

O seguinte exemplo corresponde à região da Precordillera Mendoza, analisada no exemplo 2, da seção 3.1, (Figura 20). Com o objetivo de visualizar melhor os rios principais, estes serão representados por linhas azuis, as demais linhas de erosão de ordem inferior serão representados por linhas pretas. A Figura 32 mostra os resultados.

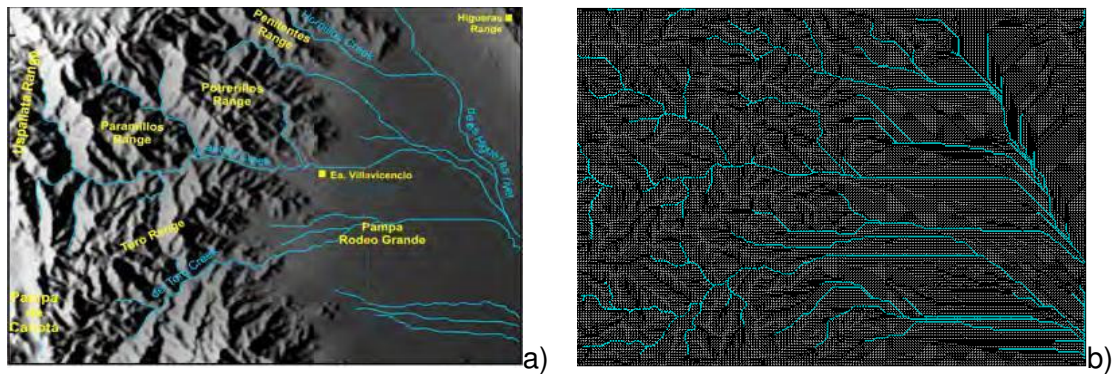


Figura 32 – Modelagem da rede fluvial da Precordillera Mendoza. a) Rede de rios existente; b) Rede de rios obtida com o modelo desenvolvido.

3.3. Modelagem do transporte fluvial e do processo erosivo-deposicional

Com base na revisão bibliográfica feita no capítulo 2, serão discutidos e aplicados alguns modelos para a modelagem dos processos de erosão, transporte e deposição de sedimentos.

a) *Descarga efetiva do canal*

O primeiro passo é calcular a descarga efetiva nos canais. Para isto será aplicada a eq. (18).

$$Q = P.A \quad (81)$$

Onde P , medida em mm/ano, é a taxa de precipitação média anual e A é a área de drenagem ou de contribuição. A área de drenagem para cada linha de erosão corresponde à superfície a montante que as linhas percorrem para chegar a um determinado ponto. Sendo assim, a área de drenagem será calculada multiplicando a área de uma célula, a , pelo número de células que a linha corta, N_c .

$$A = a.N_c \quad (82)$$

Dessa maneira, é fácil conhecer a área de contribuição de qualquer linha em qualquer ponto, pois as linhas de erosão possuem uma lista ordenada dos índices das células que a formam. Por exemplo, considerando a linha de erosão da Figura 25. A área total de drenagem da linha de erosão, assumindo uma área de célula de 1 m^2 , é igual a 5 m^2 e a área de drenagem parcial na célula 7 do *grid* é 3 m^2 .

b) Transporte de sedimentos, erosão e deposição

Os modelos para o transporte de sedimentos, analisados no capítulo 2, basicamente estudam o poder que o fluxo tem para produzir o desprendimento das partículas da base do canal. Observando as diferentes equações que simulam esses processos, pode-se apreciar a semelhança entre cada uma delas. O que diferencia um modelo de outro é a escolha dos valores de coeficientes, expoentes e demais termos envolvidos nas equações. A Tabela 5 mostra uma comparação dos diferentes modelos matemáticos propostos para estudar a incisão em canais com leito rochoso.

Tabela 5 - Comparação de modelos propostos para simulação de incisão em rocha.

Autor	Modelo	Valores
Schlunegger [25]	$\frac{\partial z}{\partial t} = U - KS^n A^m \text{ (eq. (17))}$	$m \sim \frac{1}{3};$ $n \sim \frac{2}{3};$ $K \rightarrow$ Erodibilidade fluvial do substrato
Tucker/ Slingerland [26]	$\frac{\partial h_b}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} - U = k_b Q^m S^n \text{ (eq. (19))}$ $Q = P.A \text{ (eq. (18))}$	Linear: m e $n = 1$
Seidl/ Dietrich [7]	$-\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) = KA^m S^n \text{ (eq. (25))}$	Variação linear $\frac{m}{n} \cong 1$
Howard/Kerby [27]	$\frac{\partial z}{\partial t} = -K_1(\tau - \tau_c)^b \text{ (eq. (27))}$	$K \rightarrow$ Erodibilidade do substrato; $b \rightarrow 1 - 2$, Expoente de tensão cisalhante
Howard <i>et al</i> [8]	1. $\frac{\partial y_b}{\partial t} = -K_i K_z A^{0.6e(1-b)} S^{0.7} \text{ (eq. (30))}$ 2. $\frac{\partial y_b}{\partial t} = -K_p \rho_f A S \text{ (eq.(32))}$	--

	1. <i>Shear Stress Model</i> 2. <i>Stream Power Model</i>	
Howard [9]	$\frac{\partial z}{\partial t} = -K_t (\varphi - \varphi_c)^\zeta \text{ (eq. (37))}$	φ_c → Tensão crítica, depende do tipo de solo; K_t → Erodibilidade do substrato; $\zeta \sim 1$, Expoente de tensão cisalhante
Whipple [5]	$E = K_r K_c K_{\tau r} f(q_s) A^m S^n \text{ (eq. (42))*}$ * Generalização da família dos modelos <i>stream power</i>	$f(q_s), a$ → ver Tabela 1; K_r → Resistência à erosão, f(litologia, largura do canal, aspereza hidráulica); K_c → Condições climáticas; $0 \leq K_{\tau r} \geq 1$ → <i>Thresh old</i> , tensão cisalhante
Tucker/ Slingerland [29]	$\frac{\partial R}{\partial t} = U - [E_w + E_{MF} + E_{BR}] \text{ (eq. (48))}$	U → Soerguimento $f(x, y, t)$ E_w → Erosão por intemperismo; E_{MF} → Erosão de sedimentos (aluvial); E_{BR} → Incisão da rocha.

Em resumo, todos esse modelos estabelecem que o poder do fluxo, para causar incisão na rocha, é uma função direta da inclinação local, S , e da descarga efetiva do canal, Q . A escolha dos valores dos expoentes m e n , correspondentes às equações apresentadas na Tabela 5, determinará qual modelo será adotado. O modelo *shear stress* assume valores de $m = 0.33$ e $n =$

0.67; já o modelo *stream power* estabelece uma variação linear com valores de $m = n = 1$.

Neste trabalho, para avaliar a taxa de incisão da rocha será utilizada uma equação geral, que permita considerar todos esses parâmetros e especificar diferentes valores, dependendo do modelo desejado. Portanto, a equação para calcular a parcela correspondente à variação da elevação devido à incisão de rocha terá a seguinte forma:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -k_r \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_r} S^{n_r} - \tau_{c_r} \right)^{b_r} \quad (83)$$

Onde k_r , ($1/L$ para *stream power*, $1/T^{2/3}$ para *shear stress*), mede a erodibilidade da rocha, k_t é um coeficiente de tensão cisalhante adimensional, W , (L), é a largura do canal, S é a inclinação do terreno, m_r e n_r correspondem aos termos m e n analisados no parágrafo anterior, τ_{c_r} é a tensão cisalhante mínima necessária para haver desprendimento de partículas e b_r é uma constante, geralmente assumida como 1 na maioria dos modelos.

Por outro lado, a parcela correspondente à variação na elevação de depósitos sedimentares, para canais aluviais ou canais mistos, está relacionada com a capacidade de transporte do fluxo. A (84) relaciona essa capacidade de transporte à variação da altura da base sedimentar e garante a continuidade de massa da carga de sedimentos gerada no processo erosivo.

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{\partial q_s / W}{\partial x} \quad (84)$$

Onde q_s (L^3/T) é a capacidade do fluxo para transportar os sedimentos e pode ser calculada de acordo com a (85).

$$q_s = W k_f \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_s} S^{n_s} - \tau_{c_s} \right)^{b_s} \quad (85)$$

Onde k_t é o mesmo coeficiente presente na (83), que é também conhecido como coeficiente de tensão cisalhante. O termo k_f é o coeficiente fluvial de transporte de sedimentos e é adimensional, τ_{c_s} é a tensão cisalhante mínima necessária para haver erosão da camada de sedimento, m_s , n_s e b_s são constantes. A (84) pode ser escrita também da seguinte forma:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{q_{s_in} - q_{s_out}}{WL} \quad (86)$$

Onde L é a distancia percorrida pelo sedimento, neste caso, a distância entre o centro de cada uma das células (Δx , Δy , ou $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$), q_{s_in} e q_{s_out} representam a carga de sedimento entrando e saindo da célula, respectivamente. Se q_{s_out} for maior que q_{s_in} , quer dizer que o fluxo tem uma capacidade maior que a carga de sedimento que está sendo transportada, portanto haverá erosão. Se for menor, quer dizer que a capacidade do fluxo não é o suficientemente alta para transportar a carga de sedimento, havendo nesse caso deposição de material. Note-se que no primeiro caso o resultado será um valor negativo, que é o esperado no caso de existir erosão.

No referente aos processos de encostas, para a avaliação do volume de sedimento erodido será utilizada a equação de difusão linear (eq. (16) e eq (55)). Entretanto, se faz necessário definir um critério de diferenciação entre o que será um processo de incisão fluvial e o que será um processo de encosta. Neste trabalho, o parâmetro que ajudará a diferenciar entre essas duas alternativas será a área de contribuição. Para isso, será assumido que nas linhas de erosão de ordem 1 predominará o transporte difusivo de encostas, já que são as linhas que possuem menor área de drenagem, quando comparadas com as linhas de erosão de ordens superiores. Outra consideração importante, na hora de calcular a parcela da erosão devido ao processo difusivo em encostas, é a existência de sedimento disponível para ser transportado. Isto é, só existirá erosão de encostas, no caso difusivo, se existir algum depósito sedimentar. Neste trabalho, todo o sedimento criado por intemperismo será distribuído pelo processo difusivo das encostas. Sendo assim, o transporte de material proveniente dos processos difusivos de encostas estará limitado pela quantidade de sedimento criado no processo de intemperismo. Para o cálculo desse material, será aplicada a eq. (87).

$$\left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{\text{intemperismo}} = -\varepsilon_0 e^{-\alpha H} \quad (87)$$

Onde $\varepsilon_0 (L/T)$ é uma constante de erosão por intemperismo, $\alpha (1/L)$ é um parâmetro que pode variar, segundo alguns autores [17], entre 0.02 e 0.042 (1/m) e H é a espessura de sedimento perpendicular à superfície da rocha.

Finalmente, a parcela correspondente à variação da elevação do terreno devido a processos de encostas é expressada como:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \nabla q_d = k_d \nabla^2 z \leq \left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{\text{intemperismo}} \quad (88)$$

Em vários trabalhos podem ser encontradas soluções analíticas, lineares e não-lineares, para a eq. (88). Dietrich *et al* [40] propõem uma aproximação não-linear, envolvendo um termo crítico, ou *threshold*, para a inclinação do terreno (S_c), que pode ser escrita da seguinte maneira:

$$q_d = \frac{k_d S}{1 - \left(\frac{S}{S_c}\right)^2} \quad (89)$$

Observando a (89) pode-se concluir que para inclinações baixas, $S \ll S_c$, a solução tende a ser basicamente igual à aproximação dada pela (90).

$$q_d = k_d S \quad (90)$$

Por outro lado, para altas inclinações, $S \geq S_c$, o denominador da eq. (89) poderá adquirir valores iguais a, ou menores que, zero. Para evitar isso, será sempre verificado que cada vez que $S < S_c$ seja aplicada a equação de difusão de encostas. Se não, então será produzido um deslizamento, o qual será tratado como um evento de curta duração e será analisado de acordo com os modelos descritos na seção 2.6.2.

A equação geral para calcular a variação da elevação da superfície do terreno pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = U - k_r \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_r} S^{n_r} - \tau_{c_r} \right)^{b_r} - \nabla(q_s + q_d) \quad (91)$$

Finalmente, a elevação total, z , de uma célula qualquer, no tempo $n + 1$, pode ser calculada aplicando a (92):

$$z^{n+1} = z^n + \Delta t \left(U - k_r \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_r} S^{n_r} - \tau_{c_r} \right)^{b_r} - \nabla(q_s + q_d) \right) \quad (92)$$

Onde Δt é o passo de tempo de simulação. Esse último valor não poderá ultrapassar o tempo máximo permitido para garantir a estabilidade da solução. Para isto, será utilizado o critério de estabilidade de Courant [30]:

$$\Delta t \leq \Delta x / v \quad (93)$$

Onde v (L/T) é a velocidade de onda e pode ser calculada aplicando a eq. (94).

$$v = \frac{k_r Q^m}{W} \quad (94)$$

A eq. (92) será aplicada a um caso simples, com uma única linha de erosão. O Exemplo 3-1 especifica os dados de entrada do problema.

Exemplo 3-1. Avaliar a evolução do perfil e a taxa de denudação da linha de erosão mostrada na Figura 33.

Dados de entrada:

$\Delta x = \Delta y =$	20 km;
Área da célula (a):	$4 \times 10^8 \text{ m}^2$
Precipitação (P):	1.0 m/ano;
Coefficiente de erodibilidade da rocha (k_r):	0.0001/m;
Coefficiente fluvial (k_f):	1.0;
Coefficiente de cisalhamento (k_t):	1.0;
Coefficiente m do sedimento (m_s):	1.0;
Coefficiente n do sedimento (n_s):	1.0;
Coefficiente m da rocha (m_r):	1.0;
Coefficiente n da rocha (n_r):	1.0;
Tensão cisalhante <i>threshold</i> do sedimento (τ_{cs}):	0;
Tensão cisalhante <i>threshold</i> da rocha (τ_{cr}):	0;
Coefficiente de erosão por intemperismo (k_w):	0;
Intervalo de tempo (dt):	2000 anos;
Elevação célula 5 (z_5):	2401 m;
Elevação célula 6 (z_6):	2373 m;
Elevação célula 7 (z_7):	2086 m;
Elevação célula 8 (z_8):	1544 m;
Elevação célula 9 (z_9):	1043 m;

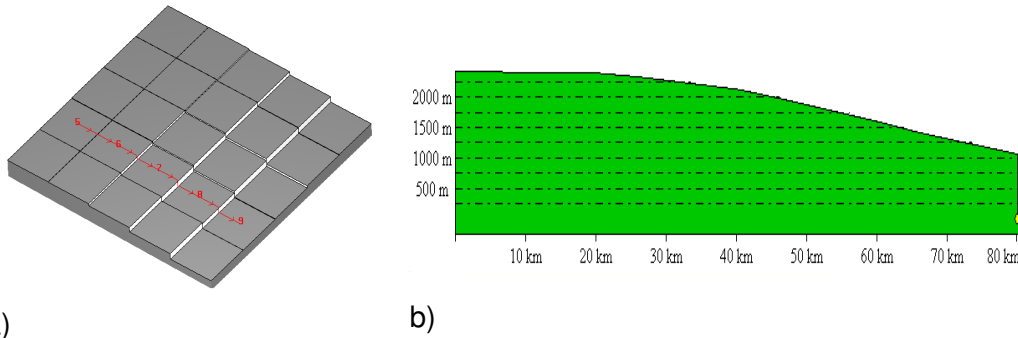


Figura 33 – a) *Grid* com células de 20x20 km mostrando uma linha de erosão. b) perfil inicial do canal cortado pela linha de erosão.

Solução:

Nesta primeira fase, o leito do canal não possui nenhum sedimento, isto é, o canal é formado por rocha exposta.

- **Célula 5:**

Altura de sedimento (sed_5) = 0;

Elevação (z_5) = 2401 m ;

Carga volumétrica de sedimento entrando na célula (q_{s_in})=0;

Descarga efetiva do canal ((81):

$$Q = P.A \rightarrow$$

$$Q = 1 \frac{m}{ano} 400000000m^2 = 400000000 \frac{m^3}{ano}$$

Inclinação local ((78b):

$$S = (\Delta z / \Delta x) \rightarrow$$

$$S = \frac{2401m - 2373m}{20000m} = 0.0014$$

Capacidade efetiva do fluxo ((85):

$$q_s = Wk_f \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_s} S^{n_s} - \tau_{c_s} \right)^{b_s} \rightarrow q_s = 4 \times 10^8 \frac{m^3}{ano} 0.0014 = 560000 \frac{m^3}{ano}$$

Taxa de incisão da rocha ((83):

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} = -k_r \left(k_t \left(\frac{Q}{W} \right)^{m_r} S^{n_r} - \tau_{c_r} \right)^{b_r} \rightarrow \frac{\partial z_s}{\partial t} = - \frac{1e^{-4}}{m} \frac{4 \times 10^8}{20000} \frac{m^3}{m} \frac{m^3}{ano} 0.0014 = -0.0028 \frac{m}{ano}$$

Cálculo da taxa de erosão:

Compara a capacidade de transporte do fluxo com a taxa de incisão da rocha. Esta última não pode exceder a capacidade de transporte do fluxo. Dessa forma, só poderá ser transportada para a seguinte célula a menor das duas quantidades. A taxa de erosão devido à capacidade de transporte pode ser calculada utilizando a (86).

$$dz_{\text{incisão}} = -0.0028 \frac{m}{\text{ano}} dt = -0.0028 \frac{m}{\text{ano}} 2000 \text{anos} = -5.6 m$$

$$dz_{\text{transporte}} = \frac{q_{s_in} - q_{s_out}}{WL} dt = \frac{0 - 5.6 e^5 m^3 / \text{ano}}{(2e^4)^2} 2000 \text{anos} = -2.8 m$$

De acordo com a taxa de incisão da rocha, poderá ser erodido um valor de 5.6 m, mas o fluxo só possui capacidade para transportar 2.8 m de sedimento, sendo assim, a erosão é limitada pelo menor desses dois valores. Portanto, o transporte é limitado pela capacidade do fluxo.

$$dz = -2.8 m$$

Carga volumétrica de sedimento de saída (q_{s_out}):

O volume que entra na célula seguinte é igual ao volume que sai da célula atual, isto é, $q_{s_in_6} = q_{s_out_5}$.

O cálculo deste valor dependerá de se houve sedimentação ou erosão.

Se $dz < 0$ (erosão)

$$q_{s_out} = q_{s_in} - \frac{dz \cdot a}{dt} = - \frac{-2.8 m \cdot 4e^8 m^2}{2000 \text{anos}} = 560000 \frac{m^3}{\text{ano}}$$

Elevação final (z_5):

$$z_5 = z_5 + dz = 2401 m - 2.8 m = 2398.2 m$$

- **Célula 6:**

Altura de sedimento (sed_6) = 0;

Elevação (z_6) = 2373 m ;

Descarga efetiva do canal:

$$Q = 1 \frac{m}{\text{ano}} 400000000 m^2 \cdot 2 = 800000000 \frac{m^3}{\text{ano}}$$

Inclinação local:

$$S = \frac{2373m - 2086m}{20000m} = 0.0574$$

Capacidade efetiva do fluxo:

$$q_s = 8 \times 10^8 \frac{m^3}{ano} 0.0574 = 11480000 \frac{m^3}{ano}$$

Taxa de incisão da rocha:

$$\frac{\partial z_6}{\partial t} = - \frac{1e^{-4}}{m} \frac{8 \times 10^8}{20000} \frac{m^3}{m \text{ ano}} 0.0574 = -0.00574 \frac{m}{ano}$$

Cálculo da taxa de erosão:

$$dz_{\text{incisão}} = -0.00574 \frac{m}{ano} 2000 \text{ anos} = -114.8m$$

$$dz_{\text{transporte}} = \frac{(5.6e^5 - 11.4e^5) m^3 / ano}{(2e^4)^2} 2000 \text{ anos} = -54.6m$$

$$dz = -54.6m \rightarrow \text{Transp. limitado pela capacidade}$$

Carga volumétrica de sedimento de saída (q_{s_out}):

$$dz < 0 \text{ (erosão)}$$

$$q_{s_out} = 5.6e^5 m^3 / ano - \frac{-54.6m \times 4e^8 m^2}{2000 \text{ anos}} = 11480000 \frac{m^3}{ano}$$

Elevação final (z_6):

$$z_6 = z_6 + dz = 2373m - 54.6m = 2318.4m$$

• **Célula 7:**

Altura de sedimento (sed_7) = 0;

Elevação (z_7) = 2086 m ;

Descarga efetiva do canal:

$$Q = I \frac{m}{ano} 400000000 m^2 .3 = 1200000000 \frac{m^3}{ano}$$

Inclinação local:

$$S = \frac{2086m - 1544m}{20000m} = 0.01162$$

Capacidade efetiva do fluxo:

$$q_s = 12 \times 10^8 \frac{m^3}{ano} 0.01162 = 13944000 \frac{m^3}{ano}$$

Taxa de incisão da rocha:

$$\frac{\partial z_7}{\partial t} = - \frac{1e^{-4}}{m} \frac{12 \times 10^8}{20000} \frac{m^3}{m \text{ ano}} 0.01162 = -0.06972 \frac{m}{ano}$$

Cálculo da taxa de erosão:

$$dz_{\text{incisão}} = -0.006972 \frac{m}{ano} 2000 \text{ anos} = -139.44m$$

$$dz_{\text{transporte}} = \frac{(11.4e^5 - 13.9e^5) m^3 / \text{ano}}{(2e^4)^2} 2000 \text{ anos} = -12.32m$$

$$dz = -12.32m \rightarrow \text{Transp. limitado pela capacidade}$$

Carga volumétrica de sedimento de saída (q_{s_out}):

$$dz < 0 \text{ (erosão)}$$

$$q_{s_out} = 11.48e^5 m^3 / \text{ano} + \frac{12.32m \times 4e^8 m^2}{2000 \text{ anos}} = 13944000 \frac{m^3}{ano}$$

Elevação final (z_7):

$$z_7 = 2086m - 12.32m = 2073.68m$$

• **Célula 8:**

Altura de sedimento (sed_8) = 0;

Elevação (z_8) = 1544 m ;

Descarga efetiva do canal:

$$Q = 1 \frac{m}{ano} 4000000000 m^2 \cdot 4 = 12000000000 \frac{m^3}{ano}$$

Inclinação local:

$$S = \frac{1544m - 1043m}{20000m} = 0.012236$$

Capacidade efetiva do fluxo:

$$q_s = 16 \times 10^8 \frac{m^3}{ano} \cdot 0.012236 = 19577600 \frac{m^3}{ano}$$

Taxa de incisão da rocha:

$$\frac{\partial z_8}{\partial t} = -\frac{1e^{-4}}{m} \frac{16 \times 10^8}{20000} \frac{m^3}{m \text{ ano}} \cdot 0.012236 = -0.097888 \frac{m}{ano}$$

Cálculo da taxa de erosão:

$$dz_{\text{incisão}} = -0.097888 \frac{m}{ano} \cdot 2000 \text{anos} = -195.776m$$

$$dz_{\text{transporte}} = \frac{(13.4e^6 - 195.8e^6) m^3 / ano}{(2e^4)^2} \cdot 2000 \text{anos} = -28.17m$$

$$dz = -28.17m \rightarrow \text{Transp. limitado pela capacidade}$$

Carga volumétrica de sedimento de saída (q_{s_out}):

$$dz < 0 \text{ (erosão)}$$

$$q_{s_out} = 139.44e^6 m^3 / ano + \frac{28.17m \times 4e^8 m^2}{2000 \text{anos}} = 19577600 \frac{m^3}{ano}$$

Elevação final (z_8):

$$z_8 = 1544m - 28.17m = 1515.83m$$

O volume total transportado pelo fluxo até a célula 9 é $19577600 m^3 / ano$.

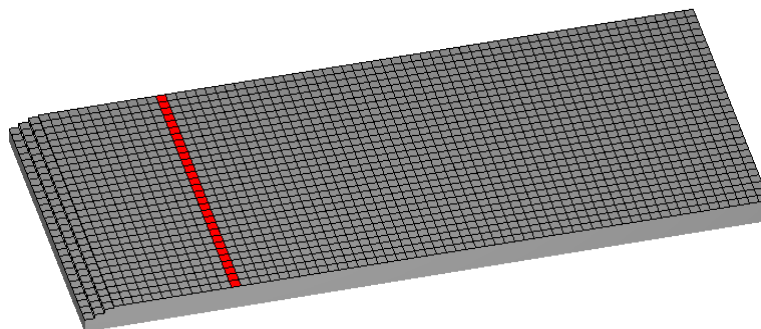
Sendo assim, a taxa de denudação, até esse ponto, pode ser calculada dividindo o volume de sedimento pela área da célula.

Taxa de denudação:

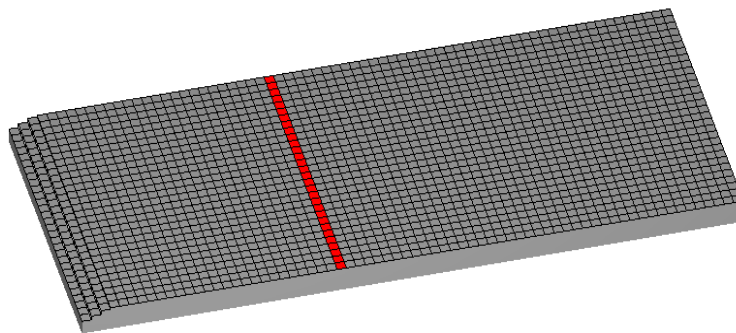
$$\text{taxa denudação} = \frac{19577600 m^3 / ano}{4 \times 10^8 m^2} \times \frac{1000mm}{m} = 48.944 \frac{mm}{ano}$$

3.4. Processos tectônicos

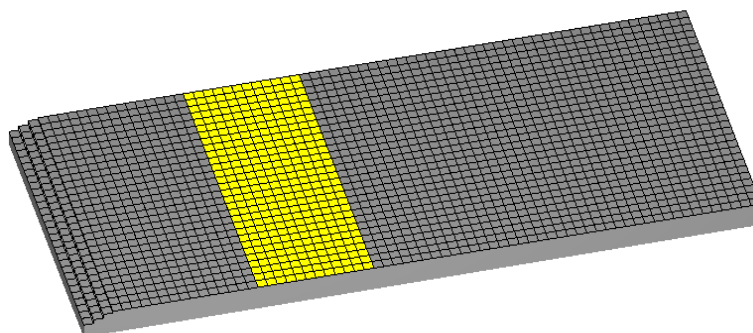
A maioria dos modelos computacionais apresenta certas restrições na hora de modelar os processos de movimentos tectônicos. O modelo Golem, por exemplo, apresenta várias funções para a simulação do soerguimento, tais como *block*, *plateau*, *tiltblock*, *dinamic*, *errfunc*, dentre outras (ver referência [21]), mas só consegue aplicar dentre todas elas uma única função por vez na modelagem. Neste trabalho busca-se melhorar esse tipo de restrição, modelando diferentes processos, seja de maneira simultânea ou intercalados ao longo do tempo de simulação. Poderão ser aplicadas diferentes taxas de soerguimento a diferentes blocos. Poderão existir blocos de rocha sujeitos a taxas de soerguimento contínuas, enquanto que outros poderão obedecer a taxas de soerguimento pontuais. De uma forma geral, o modelo tenta reproduzir fenômenos como falhas de diferentes tipos (capítulo 2) e dobras, para isto é permitido o deslocamento de blocos de célula(s) nas coordenadas X, Y e Z. A Figura 34 mostra o processo de seleção de blocos para a aplicação das taxas de soerguimento.



a) Seleção de uma seção transversal para delimitar o bloco



b) Seleção de uma segunda seção transversal

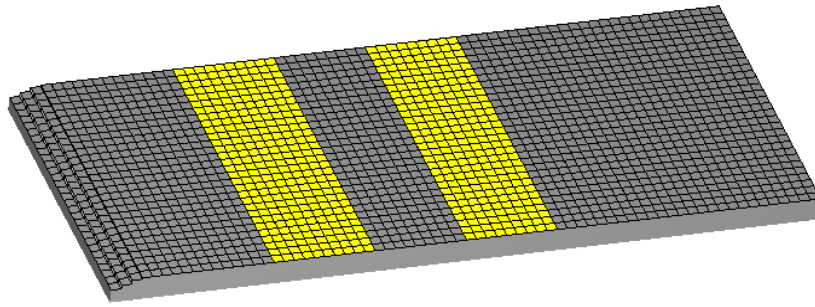


c) Bloco formado delimitado pelas duas seções transversais selecionadas nos passos a e b.

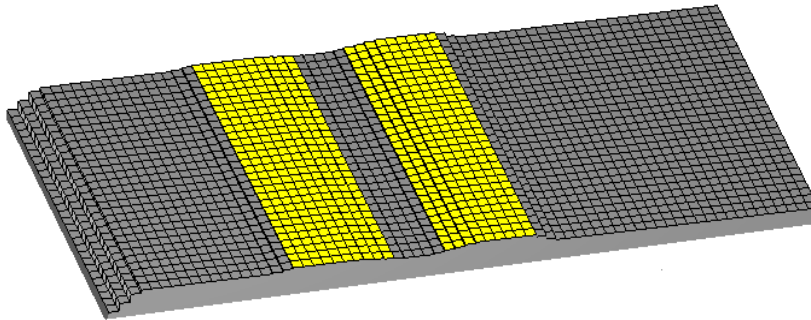
Figura 34 – Seleção de um bloco para posterior aplicação de uma taxa de soerguimento.

Dessa forma, é possível selecionar um ou mais blocos e aplicar as taxas de soerguimento e/ou deslocamentos desejadas.

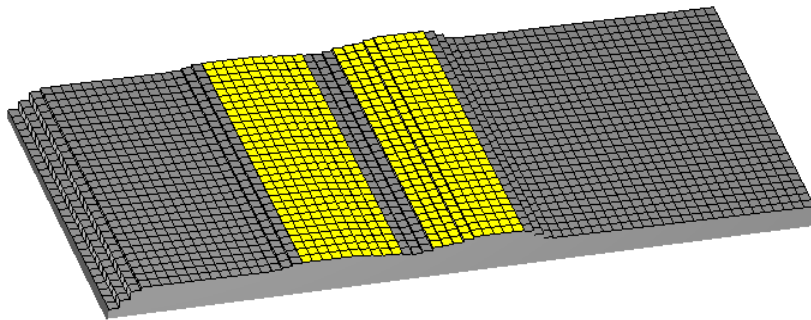
Considere-se o exemplo mostrado na Figura 35, mas agora com dois blocos selecionados, onde cada um deles sofrerá diferentes deslocamentos correspondentes às taxas especificadas.



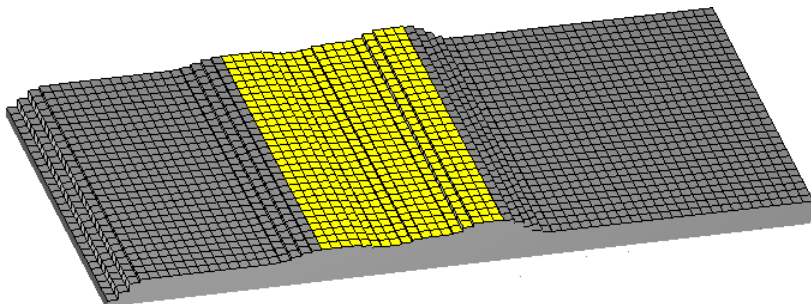
a) Configuração inicial,



b) Após um certo tempo, os dois blocos sofrem soerguimento e se deslocam para um mesmo ponto,



c) Os blocos mais próximos um do outro,

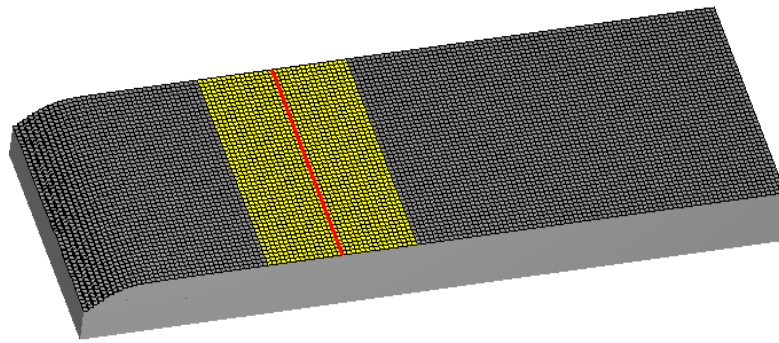


d) No final da simulação os blocos se encontram formando um único bloco, podendo dar início a uma dobra.

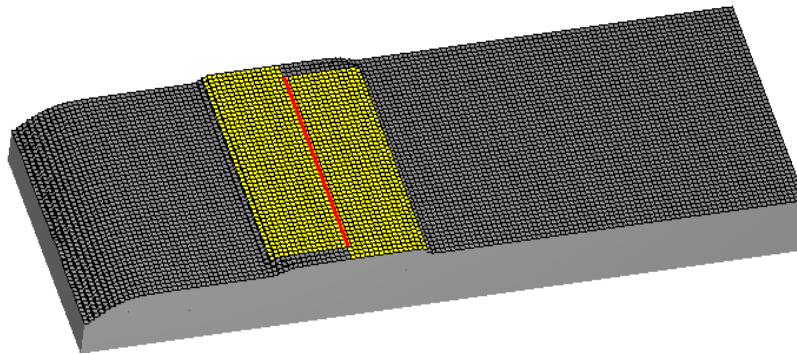
Figura 35 – Soerguimento e deslocamento simultâneo de dois blocos selecionados.

Os blocos mostrados na Figura 35 foram sujeitos a taxas de soerguimento e deslocamentos parecidas, a única diferença é que o bloco da direita obedece a uma taxa positiva de deslocamento em x e o da esquerda a uma taxa negativa. Como pode ser observado, os blocos chegam a colidir após um certo tempo, podendo dar início a uma dobra. Esse exemplo ilustra claramente como funciona a ferramenta, e dá uma idéia geral das diferentes configurações que podem ser executadas através da sua aplicação. Por exemplo, podem ser simulados limites de falhas convergentes, divergentes e, inclusive, transformantes, ou melhor ainda, podem ser simulados processos de deformação de placas que envolvam vários desses processos ao mesmo tempo. O sucesso da simulação dependerá do levantamento de dados, das taxas aplicadas e do tempo de simulação, dentre outros fatores.

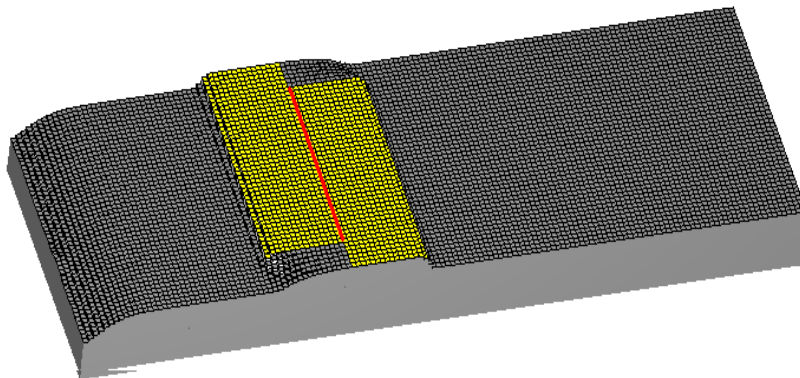
A Figura 36 mostra dos blocos vizinhos divididos por um limite de falha transformante.



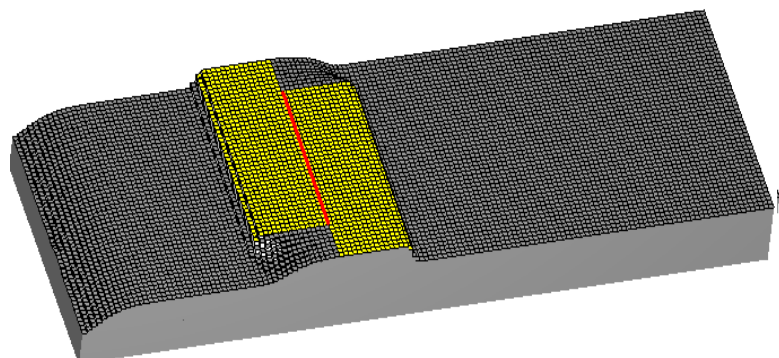
a) Configuração inicial,



b) limite de falha transformante,



c) Deslocamento dos blocos de forma paralela à falha,



d) Configuração final após um certo tempo.

Figura 36 – Blocos vizinhos divididos por limite de falha transformante. Submetidos a taxas de soergimento e deslocamento em y .

3.5. Movimentos de massa

Para a simulação de deslizamentos, será utilizado, neste trabalho, um modelo 1D do sistema de equações de Saint Venant. Para isto, as equações serão aplicadas ao longo do sistema de linhas de erosão descrito na seção 3.2. As equações que garantem a conservação da massa e do movimento, no caso 1D, são:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (95)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\bar{u}^2) = -\gamma_x gh - \frac{\partial}{\partial x}\left(g\gamma_z \frac{h^2}{2}\right) - \mu g \gamma_z h \frac{u_x}{\|\mathbf{u}\|} \quad (96)$$

Onde \bar{u} representa a velocidade média do fluxo no sistema de referencia, h é a profundidade do fluido, γ_i são coeficientes relacionados com o angulo de inclinação local da superfície e se encarregam de projetar a componente de gravidade ao longo da i -direção. Se θ for ângulo de inclinação do terreno, essas componentes podem ser calculadas segundo a eq. (97):

$$\begin{aligned} \gamma_x &= \sin(\theta) \\ \gamma_z &= \cos(\theta) \end{aligned} \quad (97)$$

O último termo da direita da (96) representa a fricção e é função do ângulo de fricção interna da base.

$$\mu = \tan(\delta) \quad (98)$$

Onde $\mu = \tan(\delta)$ e δ é o angulo de fricção interna.

Para verificar se o fluido continuará em movimento se aplicará a (99).

$$\|T_t\| \leq \sigma_c = \mu \|T_n\| \quad (99)$$

Onde, σ_c pode ser calculado aplicando a (100).

$$\sigma_c = \mu \rho g \gamma_z h \quad (100)$$

Sendo assim, o resultante comportamento *Coulomb-type* [34] pode ser resumido da seguinte forma,

$$\|T_t\| \geq \sigma_c \Rightarrow T_{tx} = -\sigma_c \frac{u_x}{\|\mathbf{u}\|} \quad (101)$$

$$\|T_t\| < \sigma_c \Rightarrow u = 0 \quad (102)$$

3.5.1. Solução das equações

Para o sistema representado pela eq. (97) será utilizado o método das diferenças finitas. Primeiro é calculada a parcela da (97) correspondente à quantidade de conservação de movimento sem o termo de fricção, no tempo $m+1$:

$$hu_j^{m+1} = hu_j^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} (h_j u_j^2 - h_{j-1} u_{j-1}^2)^m - \Delta t \sin(\theta) g h_j^m - \frac{\Delta t}{2\Delta x} g \cos(\theta) (h_j^2 - h_{j-1}^2)^m \quad (103)$$

Logo é calculada a componente de fricção utilizando a (100):

$$\sigma_j = \tan(\delta) g \cos(\theta) h_j^m \quad (104)$$

Para determinar se o fluido continua em movimento, comparam-se esses dois valores da seguinte maneira:

$$\text{Se } \|hu_j^{m+1}\| > \sigma_j \Delta t, hu_j^{m+1} = hu_j^{m+1} - \sigma_j \frac{u}{\|u\|} \quad (105)$$

$$\|hu_j^{m+1}\| < \sigma_j \Delta t, u_j^{m+1} = 0$$

Com os valores de hu_j^{m+1} passa-se a resolver a parcela correspondente a conservação de massa ((95)).

$$h_j^{m+1} = h_j^m - \frac{\Delta t}{\Delta x} (hu_j^{m+1} - hu_{j-1}^{m+1}) \quad (106)$$

A estabilidade do modelo numérico é garantida usando a condição CFL (Courant Friedrichs Lewy) [30]. Assim como no caso da erosão, o passo de tempo, Δt , será restrito pela relação entre o espaçamento das células, Δx , e a velocidade máxima calculada, $|u|$.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\max\{|u|\}} \quad (107)$$

3.6. Resumo do algoritmo

Uma vez definidos os valores iniciais, tais como passo de tempo (Δt), tempo total de simulação (t_{Total}), e condições de contorno, os passos do algoritmo se resumem em:

1. Cálculo do numero total de passos de simulação, $nPassos = tTotal / \Delta t$;
2. Para cada passo da simulação $i = 1 .. nPassos$;
 - a. Aplica-se taxa de soerguimento, se existir.
 - b. Calculam-se as linhas de erosão: Criação e ordenação.
 - c. Percorrem-se as linhas de erosão em ordem ascendente e calcula-se a erosão para todas as células. Nesse processo recalcula-se o passo de tempo Δt , de acordo com a (93);
 - i. Linhas de erosão de ordem 1 – Verifica-se se é ultrapassado o valor crítico de inclinação S_c ;
 1. Não, calcula-se a parcela correspondente à erosão difusiva de encostas, (89).
 2. Sim, simula-se deslizamento.
 - ii. Linhas de erosão de ordem superior a 1 – Processo de incisão fluvial (92).
 - d. Atualizam-se valores: elevação das células e taxa de erosão.
3. Verifica-se se $i < nPassos$;
 - a. Sim, volta ao passo 2.a.
 - b. Não, fim do processo.

A Figura 37 ilustra o fluxograma do algoritmo.

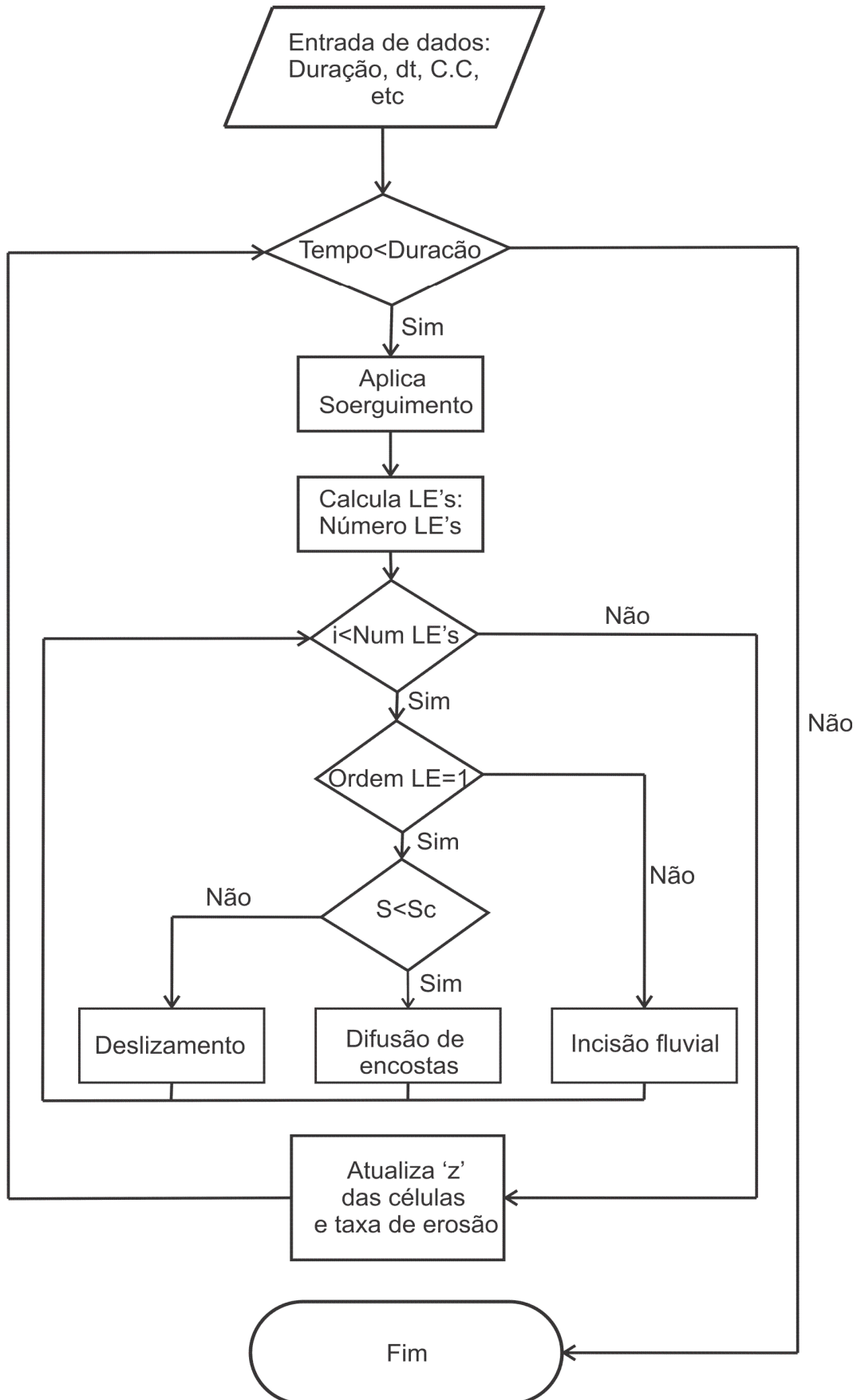


Figura 37 – Fluxograma do algoritmo.