

## Referências Bibliográficas

- [1] ALÉSSIO, O. **Computer Aided Geometric Design**. Differential geometry of intersection curves in  $\mathbb{R}^4$  of three implicit surfaces, journal, v.26, n.4, p. 455 – 471, 2009. Geometric Modeling and Processing 2008, 5th International Conference on Geometric Modeling and Processing.
- [2] AN, Y.; SHAO, C.; WANG, X. ; LI, Z. **Computers & Graphics**. Geometric properties estimation from discrete curves using discrete derivatives, journal, v.35, n.4, p. 916 – 930, 2011.
- [3] E LINS SOUZA, A. L. **Dissertação de Mestrado**. Silhuetas de superfícies no  $\mathbb{R}^4$ , journal, 2011.
- [4] ESTROZI, L. F.; FILHO, L. G. R.; BIANCHI, A. G. C.; JR, R. M. C. ; DA FONTOURA COSTA, L. **Digital Signal Processing**. 1D and 2D fourier-based approaches to numeric curvature estimation and their comparative performance assessment, journal, v.13, p. 172–197, 2003.
- [5] HOFFMAN, C. M.; ZHOU, J. **Computer-Aided Design**. Some techniques for visualizing surfaces in four-dimensional space, journal, v.23, n.1, p. 83–91, 1991.
- [6] LEWINER, T.; A DOMINGOS GOMES JR., J.; LOPES, H. ; CRAIZER, M. **Computers & Graphics**. Curvature and torsion estimators based on parametric curve fitting, journal, v.29, n.5, p. 641 – 655, 2005.
- [7] MOKHTARIAN, F.; MACKWORTH, A. K. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**. A theory for multiscale, curvature based shape representation for planar curves, journal, v.14, p. 789–805, 1992.
- [8] PATRIKALAKIS, N. M.; MAEKAWA, T. **Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing**. Springer Verlag, 2002.
- [9] WORRING, M.; SMEULDERS, A. W. M. **CVGIP: Image Understanding**. Digital curvature estimation, journal, v.58, n.3, p. 366–382, 1993.

## A

### Análise do tempo de execução

A seguir, apresentaremos tabelas comparativas do tempo de execução de cada curva presente neste trabalho em relação aos dois métodos implementados (*coordenadas independentes* e *derivadas discretas*) nas versões sem ruído e, depois, com ruído de raio  $\sigma$ . Para o caso paramétrico, na ausência de ruído, foi verificado que os tempos de execução são similares para ambos os métodos analisados (ver tabela A.1). Para os casos com ruído, foi verificado que o tempo de execução aumenta em relação aos casos com ausência de ruído e método das *Derivadas discretas* saiu-se um pouco melhor (ver tabela A.2).

#### A.1

##### Legenda de curvas e apresentação das tabelas

1.  $(\cos(3t), (3/5)\text{sen}(t) + \text{sen}(3t), (2/5)\text{sen}(3t) - \text{sen}(6t), t/2)$
2.  $(2\cos(2t) + 2\cos(3t), 2\text{sen}(t) - 2\text{sen}(3t), 4\text{sen}(2t), t^2/2)$
3.  $(\cos(t) + \cos(3t), \text{sen}(t) + \text{sen}(3t), t^2, \text{sen}(t))$
4.  $(2\text{sen}(t) + 2\text{sen}(t)\cos(t), 2\text{sen}^2(t), t\text{sen}(t), t^2)$
5. Considere a curva  $C_{fgh}^0$  que contem o ponto  $p_0 = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ , interseção das hipersuperfícies

$$\begin{cases} f(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + z^2 + w^2 - 2 \\ h(x, y, z, w) = x^2 + y^2 + z^2 - w^2 \\ g(x, y, z, w) = x^2 + y^2 - x \end{cases}$$

6. Considere a curva  $C_{fgh}^0$  que contem o ponto  $p_0 = (0, 0, 1, -2.2)$ , interseção das hipersuperfícies

$$\begin{cases} f(x, y, z, t) = y^2 + z^2 - 1 \\ h(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + (z + t)^2 - 1.44 \\ g(x, y, z, t) = 4xy - 4yt - 4xz \end{cases}$$

7. Considere a curva  $C_{fgh}^0$  que contem o ponto  $p_0 = (0, 0, 2.7, -1.7)$ , interseção das hipersuperfícies

$$\begin{cases} f(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + (z + t)^2 - 1 \\ h(x, y, z, t) = x^2 + y^2 + (z + 2t)^2 - 0.49 \\ g(x, y, z, t) = 4t(x - y) \end{cases}$$

8. Considere a curva  $C_{fgh}^0$  que passa pelo ponto  $P_0 = (5.0034, 36.083, 6, 36)$ , interseção das hipersuperfícies

$$\begin{cases} f(x, y, z, w) = (x - z)^2 + (y - w)^2 - 1 \\ h(x, y, z, w) = w - z^2 \\ g(x, y, z, w) = -2x + 2z - 4yz + 4zw \end{cases}$$

<i>Curva</i>	<i>Coordenadas independentes</i>	<i>Derivadas discretas</i>
1	1.5430 s	1.5420 s
2	1.52270 s	1.5700 s
3	1.5650 s	1.5360 s
4	1.5490 s	1.5480 s
5	3.6290 s	3.4900 s
6	3.6220 s	3.7120 s
7	3.5290 s	3.4560 s
8	4.7480 s	4.9010 s

Tabela A.1: Tempo de execução sem ruído

<i>Curva</i>	<i>raio (<math>\sigma</math>)</i>	<i>Coordenadas independentes</i>	<i>Derivadas discretas</i>
1	$10^{-3}$	3.0460 s	3.1820 s
2	$10^{-4}$	4.5140 s	3.0800 s
3	$10^{-4}$	3.2530 s	3.0420 s
4	$10^{-3}$	3.0710 s	2.9920 s
5	$10^{-5}$	3.1040 s	3.0010 s
6	$10^{-3}$	3.4350 s	2.9810 s
7	$10^{-3}$	3.2610 s	3.1710 s
8	$10^{-3}$	4.2160 s	3.7720 s

Tabela A.2: Tempo de execução com ruído