Referências Bibliográficas

[1] R. C. de Lamare and R. Sampaio Neto, "Receptores Multiusuário MMSE com Posto Reduzido para DS-CDMA usando Filtros FIR Interpolados." 1

[2] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, "Adaptive Reduced-Rank MMSE Filtering with Interpolated FIR Filters and Adaptive Interpolators," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 12, no. 3, pp. 177–180, março 2005. 1

[3] ——, "Reduced-Rank Interference Suppression for DS-CDMA Based on Interpolated FIR Filters," *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 3, pp. 213–215, 2005. 1

[4] ——, "Adaptive Interference Suppression for DS-CDMA Systems Based on Interpolated FIR Filters With Adaptive Interpolators in Multipath Channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 5, pp. 2457–2474, 2007. 1

[5] M. Yukawa, R. C. de Lamare, and R. Sampaio-Neto, "Efficient Acoustic Echo Cancellation With Reduced-Rank Adaptive Filtering Based on Selective Decimation and Adaptive Interpolation," *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 16, no. 4, pp. 696–710, 2008. 1

[6] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, "Adaptive Reduced-Rank Processing Based on Joint and Iterative Interpolation, Decimation, and Filtering," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 7, pp. 2503–2514, 2009. 1

[7] R. C. de Lamare, R. Sampaio-Neto, and M. Haardt, "Blind Adaptive Constrained Constant-Modulus Reduced-Rank Interference Suppression Algorithms Based on Interpolation and Switched Decimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 2, pp. 681–695, 2011. 1

[8] A. d. O. P. Silva, "Detecção de Sinais em Sistema de Comunicações de Banda Ultra-Larga," *Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro*, dezembro 2010. 1, 1.1, 1.3, 4, 4.1, 4.1.3, 4.1.3, 4.1.6, 4.1.6

[9] A. d. O. P. Silva, R. Sampaio-Neto, and C. A. Medina, "Detecção de Sinais em Sistemas UWB Baseados no Padrão IEEE 802.15.4a," in *Anais do 29º*. Curitiba, PR: Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, outubro 2011. 1, 4.1

[10] R. C. de Lamare, "Estruturas e Algoritmos para Detecção Multiusuário e Supressão de Interferência em Sistemas DS-CDMA," *Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro*, Dezembro 2004. 3.1.1, A

[11] J. Proakis, *Digital Communications*, ser. 3rd Ed, McGraw-Hill, Ed., New York, 1995. 3.1.1

[12] T. T. V. Vinhoza, "Estructuras e Algoritmos Adaptativos para Detecção às Cegas de Sinais DS-CDMA," Ph.D. dissertation, Dezembro 2007. 3.1.1, 3.1.1

[13] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed., Prentice-Hall, Ed., 2001. 3.1.1, 3.1.1

[14] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementations*, 2nd ed., K. A. Publishers, Ed., Boston, 2002. 3.1.1

[15] A. M. H. e Y. Bar-Ness, "An Eigenanalysis Interference Canceler," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, pp. 76–84, Janeiro 1991. 3.2

[16] X. Wang and H. Poor, "Blind Multiuser Detection: A Subspace Approach," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 677 –690, mar 1998. 3.2

[17] "IEEE Standard for Information Technology - Telecommunications and Information Exchange Between Systems - Local and Metropolitan Area Networks - Specific Requirement Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (WPANs)," *IEEE Std 802.15.4a-2007 (Amendment to IEEE Std 802.15.4-2006)*, pp. 1 –203, 2007. 4.1, 4.1.1

[18] A. Molisch, D. Cassioli, C.-C. Chong, S. Emami, A. Fort, B. Kannan, J. Karedal, J. Kunisch, H. Schantz, K. Siwiak, and M. Win, "A Comprehensive Standardized Model for Ultrawideband Propagation Channels," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 11, pp. 3151 –3166, nov. 2006. 4.1.3, 4.2

[19] A. Molisch, "Ultra-Wide-Band Propagation Channels," *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 2, pp. 353 –371, feb. 2009. 4.1.3, 4.2

[20] A. F. Molisch, K. Balakrishnan, C. chin Chong, S. Emami, A. Fort, J. Karedal, J. Kunisch, H. Schantz, U. Schuster, and K. Siwiak, "IEEE 802.15.4a Channel Model - Final Report," in *Converging: Technology, work and learning. Australian Government Printing Service*. Online]. Available, 2004. 4.2

A
Método das Componentes Principais (PC)

No Método da Componentes Principais o vetor observação $\mathbf{r}$ de dimensão N é projetado em uma estimativa do subespaço que contém o conjunto de sinais presentes na observação $\mathbf{r}$. A base desta estimativa do subespaço dos sinais de dimensão $D \leq N$, é obtida por meio da descomposição em valores singulares (SVD) da matriz autocorrelação do vetor observação $\mathbf{r}$.

Um diagrama de blocos que representa o processo realizado pelo método é apresentado na Figura A.1.

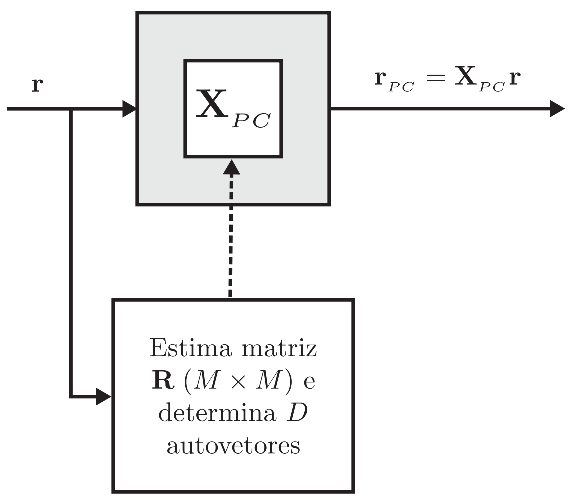

Figura A.1: Diagrama em blocos do método PC

A matriz de projeção $\mathbf{X}_{PC}$ de dimensão $(D \times M)$, é expressa por:

$$\mathbf{X}_{PC} = [\bar{\mathbf{e}}_1 | \ldots | \bar{\mathbf{e}}_D]^{\mathcal{H}} \tag{A-1}$$

onde, $\bar{\mathbf{e}}_1, \ldots, \bar{\mathbf{e}}_D$ são os D autovetores normalizados associados aos D maiores autovalores de $\mathbf{R} = \mathbb{E}\left[\mathbf{r}\mathbf{r}^{\mathcal{H}}\right]$.

Em particular, o método PC é capaz de melhorar a rapidez na convergência e o desempenho no rastreamento quando o ganho de processamento (N) é muito maior do que a dimensão do subespaço dos sinais, que por sua vez deve ser pequeno para o bom funcionamento do método. Na prática essa suposição não é verdadeira. Por exemplo em sistemas celulares comerciais com carregamento médio e alto, o subespaço do sinal e N são grandes [10].

B
Método das Potencias: Algoritmo Recursivo, Maior Autovalor

Seja $\mathbf{B}$ uma matriz hermitiana simétrica definida não negativa, e $\mathbf{e}_{\max}$ e $\mathbf{e}_{\min}$ os autovetores normalizados associados ao maior ($\lambda_{\max}$) e menor ($\lambda_{\min}$) autovalores de $\mathbf{B}$, respectivamente.

Teorema B.1 *Se λ_{max} é não repetido (multiplicidade 1),*

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{B}\mathbf{x}_{k-1}\ ; \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

e $\mathbf{x}_0$ é não perpendicular a $\mathbf{e}_{max}$, então:

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|} = \mathbf{e}_{max} \tag{B-1}$$

B.1
Demo: Maior Autovalor

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{B}\mathbf{x}_{k-1} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x}_k = \mathbf{B}\mathbf{x}_0 \tag{B-2}$$

Supor: $\lambda_{\max} = \lambda_1 > \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_{N-1} > \lambda_N = \lambda_{\min} \geq 0$, os autovalores da matriz definida não-negativa $\mathbf{B}$ e sejam $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \ldots, \mathbf{q}_N$ os autovetores associados (Como $\mathbf{B}$ é hermitiana simétrica estes autovetores são linearmente independentes e formam uma base para o $\mathbb{R}^n$).

Assim, sendo $\mathbf{x}_0$ um valor inicial para $\mathbf{x}_k$ temos:

$$\mathbf{x}_0 = c_1\mathbf{q}_1 + c_2\mathbf{q}_2 + \ldots + c_N\mathbf{q}_N \tag{B-3}$$

com $c_1 \neq 0$, se $\mathbf{x}_0$ <u>é não perpendicular</u> a $\mathbf{q}_1$. Usando (B-2) temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= \mathbf{R}^k\mathbf{x}_0 && \text{(B-4)}\\ &= c_1\lambda_1^k\mathbf{q}_1 + c_2\lambda_2^k\mathbf{q}_2 + \ldots + c_N\lambda_N^k\mathbf{q}_N \\ &= c_1\lambda_1^k\left(\mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k\mathbf{q}_2 + \ldots + \frac{c_N}{c_1}\left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1}\right)^k\mathbf{q}_N\right)\end{aligned}$$

(B-5)

assim:

$$\frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|} = \frac{\mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k \mathbf{q}_2 + \ldots + \frac{c_N}{c_1}\left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1}\right)\mathbf{q}_N}{\left\|\mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k \mathbf{q}_2 + \ldots + \frac{c_N}{c_1}\left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1}\right)\mathbf{q}_N\right\|} \tag{B-6}$$

e como, $0 \leq \frac{\lambda_i}{\lambda_1} < 1$; $2 \leq i \leq N$, resulta:

$$\lim_{k\to\infty}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\right)^k = 0 \; ; \quad 2 \leq i \leq N \tag{B-7}$$

e portanto:

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|} = \frac{\mathbf{q}_1}{\|\mathbf{q}_1\|} = \mathbf{e}_{\max} \tag{B-8}$$

Teorema B.2 *Se λ_{min} é não repetido,*

$$\mathbf{y}_k = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{B}}{tr(\mathbf{B})}\right)\mathbf{y}_{k-1} \; ; \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

e $\mathbf{y}_0$ é não perpendicular a $\mathbf{e}_{min}$, então:

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\mathbf{y}_k}{\|\mathbf{y}_k\|} = \mathbf{e}_{min} \tag{B-9}$$

B.2
Demo: Menor Autovalor

Se

$$\mathbf{B}' = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{B}}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})}\right) \tag{B-10}$$

Então, $\mathbf{B}'$ é hermitiana simétrica com autovalores:

$$\lambda_i' = 1 - \frac{\lambda_i}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})} \quad i = 1, 2, \ldots, N \tag{B-11}$$

e como $\mathrm{tr}(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^{N}\lambda_i \geq \lambda_1 = \lambda_{\max}$, resulta que:

$$0 \leq \lambda_1' \leq \lambda_2' \leq \ldots \leq \lambda_{N-1}' < \lambda_N' = \lambda_{\max}' \tag{B-12}$$

Assim, pelo resultado B.1, tem-se que a recursão:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{B}'\mathbf{y}_{k-1} \; ; \; k = 1, 2, \ldots \tag{B-13}$$

leva a

$$\lim_{k>\infty} \frac{\mathbf{y}_k}{\|\mathbf{y}_k\|} = \mathbf{e}'_N \tag{B-14}$$

onde $\bar{\mathbf{e}}'_N$ é o auto-vetor normalizado associado a

$$\lambda'_{\max} = \lambda'_N = 1 - \frac{\lambda_N}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})} = 1 - \frac{\lambda_{\min}}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})} \tag{B-15}$$

Ou seja, $\mathbf{e}'_N$ satisfaz

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'\mathbf{e}'_N &= \left(1 - \frac{\lambda_{\min}}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})}\right)\mathbf{e}'_N \\ \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{B}}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})}\right)\mathbf{e}'_N &= \left(1 - \frac{\lambda_{\min}}{\mathrm{tr}(\mathbf{B})}\right)\mathbf{e}'_N, \end{aligned} \tag{B-16}$$

o que leva a

$$\mathbf{B}\mathbf{e}'_N = \lambda_{\min}\mathbf{e}'_N \tag{B-17}$$

Isto é, $\mathbf{e}'_N$ é o autovetor normalizado associado ao menor autovalor de $\mathbf{B}$ ($\mathbf{e}'_N = \mathbf{e}_{\min}$).

C
Estimativa da Complexidade Computacional dos Algoritmos

Para avaliar a complexidade computacional dos métodos considerados neste trabalho, foi feito um cálculo do número de operações por símbolo (adições e multiplicações) requeridas para cada estratégia. As considerações para os cálculos da complexidade computacional para os diferentes algoritmos são apresentadas a seguir.

Complexidade Computacional do Receptor MMSE-RLS Full-Rank

No caso do receptor *full-rank*, com equalizador MMSE-RLS para o i-ésimo símbolo, efetua-se a recursão (3-12), aqui repetida por conveniência

$$\hat{\mathbf{P}}(i) = \alpha^{-1}\hat{\mathbf{P}}(i-1) - \alpha^{-1}\boldsymbol{\mathcal{G}}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}\hat{\mathbf{P}}(i-1),$$

sendo

$$\boldsymbol{\mathcal{G}}(i) = \frac{\alpha^{-1}\hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)}{1+\alpha^{-1}\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)}.$$

Para obter $\boldsymbol{\mathcal{G}}(i)$, lembrando que $\mathbf{P}(i) = \mathbf{R}^{-1}(i)$, $\mathbf{R}(i)$ é uma matriz de tamanho $M \times M$, onde $M = N + L_p - 1$, são necessários as operações listadas na Tabela C.1, justamente com os números de adições e multiplicações correspondentes.

Tabela C.1: Operações requeridas para a matriz $\boldsymbol{\mathcal{G}}(i)$, *full-rank*

	Número de Operações por Símbolo	
Operação	**Adições**	**Multiplicações**
$nG = \hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)$	$(M-1)^2$	M^2
$dG1 = \hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)$	$(M-1)^2$	M^2
$dG2 = \mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i) \cdot dG1$	$(M-1)$	M
$dG = 1 + \alpha^{-1} \cdot dG2$	1	1
$\boldsymbol{\mathcal{G}}(i) = \frac{\alpha^{-1}}{dG} \cdot nG$	$-$	$M+1$

Para o cálculo de $\hat{\mathbf{P}}(i)$, por sua vez, são necessárias as operações apresentadas na Tabela C.2.

Tabela C.2: Operações requeridas para a matriz $\hat{\mathbf{P}}(i)$, *full-rank*

	Número de Operações por Símbolo	
Operação	**Adições**	**Multiplicações**
$P1 = \alpha^{-1}\hat{\mathbf{P}}(i-1)$	$-$	M^2
$P2 = \mathbf{r}^{\mathcal{H}}\hat{\mathbf{P}}(i-1)$	$(M-1)^2$	M^2
$P3 = \boldsymbol{\mathcal{G}}(i) \cdot P2$	$(M-1)$	M^2
$P4 = \alpha^{-1} \cdot P3$	$-$	M^2
$\hat{\mathbf{P}}(i) = P1 - P4$	M^2	$-$

Pode-se então concluir que $3(M-1)^2+M^2+2M$ adições, e $6M^2+2M+2$ multiplicações são requeridas a cada símbolo para a geração de $\hat{P}(i)$.

Complexidade Computacional do Receptor MMSE-RLS Precedido por Estágio de Redução de Posto baseado no Método PC

Para a posterior comparação com a técnica de posto reduzido interpolado considerou-se um fator de redução de 4 para o método PC, porquanto o tamanho do vetor a ser processado é de $D = \lfloor M/4 \rfloor$. A técnica PC requer uma SVD com custo operacional $\mathcal{O}(M^3)$ para o cômputo do subespaço desejado. Além disso, o algoritmo RLS é utilizado para o cálculo da matriz autocorrelação inversa, o que requer então $3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ adições e $6D^2 + 2D + 2$ multiplicações. Note-se que neste caso foram desprezadas as operações necessárias para a computação da estimativa $\hat{\mathbf{R}}$, dado inicial para a SVD, que demandaria $M^2 + (M-1)$ adições, e $M^2 + M$ multiplicações.

Complexidade Computacional do Receptor MMSE-RLS Precedido por Estágio de Redução de Posto Interpolado (INT)

No caso do posto reduzido interpolado considera-se um fator de redução de $F = 2$ e $F = 4$, e, o tamanho do vetor a ser processado é de $D = \lfloor M/F \rfloor$, e se requer computar pelo algoritmo RLS a matriz autocorrelação inversa, calcular o maior autovalor de uma matriz de dimensão $L_v \times L_v$ com custo computacional $\mathcal{O}(L_v^2)$ no caso dos esquemas A e B. Realizar o cômputo das matrizes $\hat{\mathbf{A}}$ ou $\hat{\mathbf{B}}$ segundo o critério correspondente, e finalmente, para o Esquema B, calcular a inversa de uma matriz de tamanho $L_v \times L_v$ com custo computacional de $\mathcal{O}(L_v^3)$[1]

[1]Se considera o pior custo computacional para o cálculo da inversa, com método *Gauss-Jordan*, já que utilizando outros algoritmos como *Strassen* ($\mathcal{O}(L_v^{2,807})$) o *Coppersmith-Winograd* ($\mathcal{O}(L_v^{2,373})$) se consegue reduzir a complexidade computacional consideravelmente. Neste caso, como a dimensão da matriz a inverter é pequena, faz pouca diferença.

Tabela C.3: Complexidade Computacional dos Algoritmos

	Número de Operações por Símbolo	
Algoritmo	**Adições**	**Multiplicações**
RLS-Full-Rank	$3(M-1)^2 + M^2 + 2M$	$6M^2 + 2M + 2$
RLS-PC	$M^3 + 3(D-1)^2$ $+D^2 + 2D$	$\mathcal{O}(M^3) + 6D^2$ $+2D + 2$
RLS-INT-A	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+(M-1)L_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2)$	$6D^2 + 2D + ML_v$ $+ML_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2) + 2$
RLS-INT-B	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+2(M-1)L_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3)$	$6D^2 + 2D$ $+2ML_v + 2ML_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3) + 2$

A Tabela C.3 apresenta um resumo da complexidade computacional obtida para os diferentes métodos.

Note-se que em todos os casos analisados, não são consideradas as operações requeridas para obter $\mathbf{E}_u = A_u(\mathbf{s}_u^{\mathcal{H}}\mathbf{R}^{-1})$ e $\mathbf{z} = \mathbf{E}_u\mathbf{r}$.