Os modelos de posto reduzido apresentados na Seção 2.2, constituídos pelos estágios de interpolação e decimação, têm a vantagem de seu dimensionamento ser feito de forma independente do filtro detector, e podem, portanto, ser implementados em diferentes sistemas com modelagens similares.

Em [8] uma estrutura de processamento com posto reduzido com dois estágios, da forma utilizada aqui porém dimensionada de forma diferente, foi proposta para utilização em sistemas UWB (*Ultra Wide-Band*) baseados no padrão IEEE 802.15.4a. Em cenários com carga moderada o algoritmo proposto mostrou resultados de desempenho próximos ao do processamento *full-rank*, incorporando todavia a desejada redução de complexidade e aceleração de convergência.

Neste capítulo as técnicas de dimensionamento propostas no Capítulo 2 são aplicadas ao sistema UWB do padrão IEEE 802.15.4a e seus desempenhos são comparados ao processamento de posto reduzido proposto em [8]. Inicialmente é feita uma descrição do sistema UWB enfocado que inclui a estrutura do receptor proposto em [8]. A técnica de dimensionamento utilizada nesta referência é tambem apresentada.

4.1 Modelo do Sistema UWB

Nesta secção é descrito o modelo de transmissão do sistema UWB de acordo com o padrão IEEE 802.15.4a [17] quanto à estrutura do símbolo, modulação, e à estrutura do receptor considerado neste capítulo. O conteúdo apresentado nas subseções 4.1.1 a 4.1.5 foi extraído de [8,9].

4.1.1 Modulação

4

O esquema de modulação UWB empregado pelo padrão IEEE 802.15.4a [17] consiste na combinação de duas técnicas diferentes de modulação: *Binary Position Modulation* (BPM) e *Binary Phase-Shift Keying* (BPSK), de forma

52

que cada símbolo carrega dois bits de informação $(\{b_0, b_1\} \in \{0, 1\})$. Conforme mostra a Figura 4.1, um símbolo é transmitido em um quadro de duração T_{simb} que é dividido em dois intervalos de duração, $T_{\text{BPM}} = T_{\text{simb}}/2$. Similar à modulação por posição de pulso (*Pulse Position Modulation - PPM*), o primeiro bit (b_0) de informação é responsável por determinar se a transmissão será realizada na primeira ou na segunda metade do quadro de transmissão do símbolo. O segundo bit (b_1) de informação é responsável por determinar a polaridade dos pulsos transmitidos. A principal tecnologia de múltiplo acesso adotada é a de *time-hopping*.



Figura 4.1: Estrutura do Símbolo UWB

Para permitir o funcionamento do time-hopping, a primeira metade de cada intervalo T_{BPM} é dividida em N_b slots com duração T_b , tempo de duração do burst, ou seja, $(T_{\text{BPM}}/2 = N_bT_b)$, assim, a cada novo símbolo transmitido, o burst se localizará em um dos N_b possíveis slots de acordo com um código de time-hopping. No modelo do padrão IEEE 802.15.4a, os códigos de timehopping distribuídos aos usuários não são necessariamente ortogonais entre si. Neste trabalho se utiliza para teste tanto códigos ortogonais como não ortogonais.

O segundo segmento de duração $T_G = T_{\text{BPM}}/2$ é um intervalo de guarda caracterizado por ausência de transmissão, que serve para limitar a interferência entre símbolos introduzida pelo canal de transmissão.

Transmissão de Sistema UWB com Apenas um Usuário

Assumindo, sem perda de generalidade, a transmissão do primeiro símbolo de um dado usuário, $0 \le t \le T_{\text{simb}}$, o sinal transmitido, x(t), pode ser expresso por:

$$x(t) = \sqrt{\frac{E_s}{N_c}} [1 - 2b_1] \sum_{n=0}^{N_c-1} s_n c(t - b_0 T_{\rm BPM} - hT_b - nT_c), \ 0 \le t \le T_{\rm simb} \ (4-1)$$

onde b_0 , b_1 são os bits transmitidos, $s_n \in \{-1/\sqrt{N_c}, 1/\sqrt{N_c}\}$ é o código de espalhamento, os valores de $h \in \{0, 1, \ldots, N_b - 1\}$ são determinados pelo código de time-hopping e c(t) é o pulso formatador do chip.

Devido ao formato de quadro específico para este padrão, o sinal transmitido em (4-1), pode ser re-escrito como:

$$x(t) = d_0 f_0(t) + d_1 f_1(t)$$
(4-2)

53

onde $d_0 = (1 - 2b_1)(1 - b_0), d_1 = (1 - 2b_1)b_0 \in f_0(t) \in f_1(t)$ são dadas por,

$$f_{0}(t) = \sum_{n=0}^{N_{c}-1} \overline{s}_{n} c(t - hT_{b} - nT_{c}), \quad 0 \le t \le T_{\text{simb}}$$

$$f_{1}(t) = \sum_{n=0}^{N_{c}-1} \overline{s}_{n} c(t - hT_{b} - nT_{c} - T_{\text{BPM}}), \quad 0 \le t \le T_{\text{simb}}$$
(4-3)

Note que como os suportes de $f_0(t)$ e $f_1(t)$ são disjuntos, estas duas funções formam uma base ortogonal no intervalo $T_{\rm simb}$. Assim, o esquema de modulação empregado pelo padrão IEEE 802.15.4a pode ser visto como uma modulação quaternária biortogonal, onde as funções de base se deslocam a cada intervalo de símbolo. A constelação de sinais associada está representada na Figura 4.2.

4.1.3 Modelo de Recepção

Receptor Ótimo

Considerando inicialmente o caso de um único usuário, o sinal recebido em banda básica pode ser expresso como



Figura 4.2: Constelação na Base de Sinais $\{f_0(t), f_1(t)\}$

$$r(t) = h(t) \star x(t) + n(t)$$

= $d_0 g_0(t) + d_1 g_1(t) + n(t)$ (4-4)

onde h(t) é a resposta complexa ao impulso do equivalente em banda básica do canal de transmissão [18], [19], n(t) é ruído aditivo complexo gaussiano branco e $g_0(t)$ e $g_1(t)$ são dados por,

$$g_0(t) = h(t) \star f_0(t)$$

 $g_1(t) = h(t) \star f_1(t)$ (4-5)

Considera-se que o comprimento do intervalo de guarda, T_G , é tal que os suportes de $g_0(t)$ e $g_1(t)$ são disjuntos e portanto $g_0(t)$ e $g_1(t)$ formam uma base ortogonal no intervalo de símbolo. Nesta situação, levando (4-4) em consideração, o receptor ML (*Maximum Likelihood*) é formado por dois filtros casados às funções, em geral complexas, $g_0(t)$ e $g_1(t)$, cujas saídas são amostradas a taxa de símbolo e encaminhadas a um detector de mínima distância operando na constelação de símbolos mostrada na Figura 4.2.

O receptor ótimo descrito acima pode ser implementado como apresentado na Figura 4.3 [8], onde $c_o^*(-t)$ é a resposta ao impulso do filtro casado ao pulso de chip após passagem pelo canal e $\mathbf{s} = [s_0 \ s_1 \ \dots \ s_{N_c-1}]$ é o vetor contendo o código de espalhamento. Ainda na Figura 4.3, \odot denota produto escalar, tal que $z_j = \mathbf{s}^H \mathbf{y}_j$, $j = 0, 1 \in \Re e[x]$ extrai a parte real do complexo x.

$$c_o(t) = c(t) \star h(t) \tag{4-6}$$



Figura 4.3: Implementação do Receptor Ótimo

Receptor Sub-ótimo

O receptor ótimo da Figura 4.3 demanda o conhecimento explicito da resposta ao impulso do canal, h(t), para implementar analogicamente o filtro casado $c_o^*(-t)$, o que o torna complexo de ser realizado na prática.

A Figura 4.4 a seguir ilustra a estrutura do receptor sub-ótimo proposta em [8] que utiliza filtros casados ao pulso de *chip*. A saída do filtro em cada braço do receptor é amostrada à taxa de *chip* e empilhada para formar os vetores $\mathbf{r}_0 \in \mathbf{r}_1$ de tamanho $M = N_c + \left[\frac{T_G}{T_c}\right]$, onde $\lceil x \rceil$ representa o menor inteiro maior ou igual a x. Pode ser verificado que estes vetores são da forma:

$$\mathbf{r}_i = d_i \mathbf{s}_{\text{ef}} + \mathbf{n}_o^i, \qquad i = 0, 1 \tag{4-7}$$

onde

$$\mathbf{s}_{\rm ef}[m] = \sum_{n=0}^{N_c-1} \mathbf{s}_n h_{eq}[m-n] \qquad m = 0, \dots, M-1$$
(4-8)

é chamado de código efetivo¹ e é o resultado da convolução discreta entre o código de espalhamento do usuário, \mathbf{s} , e a resposta ao impulso do equivalente passa-baixa discreto do sistema:

$$h_{eq}[m] = h_{eq}(mT_c), \quad m = 0, 1, \dots, \left\lceil \frac{T_G}{T_c} \right\rceil, \tag{4-9}$$

onde

$$h_{eq}(t) = c(t) * h(t) * c^{*}(-t)$$
(4-10)

Ainda em (4-7), \mathbf{n}_o^i , i = 0, 1 é o vetor que contem as M amostras do ruido de entrada filtrado pelo filtro casado ao pulso de *chip*. Como indicado na Figura 4.4, a implementação deste receptor requer o conhecimento de \mathbf{s}_{ef} . Este

¹também referida aqui como assinatura efetiva



Figura 4.4: Implementação do Receptor Sub-Ótimo

código efetivo pode ser, entretanto, diretamente estimado sem o conhecimento explícito do canal.

4.1.4 Estimação Assistida do Código Efetivo (Assinatura efetiva)

Note-se que no caso em que as condições de otimalidade são satisfeitas, o ruído de observação, \mathbf{n}_o^i em (4-7) é gaussiano, branco de média zero e matriz de covariância $\sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I}$. Além disso, os vetores de ruído \mathbf{n}_o^0 e \mathbf{n}_o^1 são estatisticamente independentes. Nestas condições a estimativa ML de \mathbf{s}_{ef} baseada em W observações do par $(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1)$ é dada por:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\rm ef} = \frac{1}{W} \sum_{w=1}^{W} \left(d_0^{(w)} \mathbf{r}_0^{(w)} + d_1^{(w)} \mathbf{r}_1^{(w)} \right)$$
(4-11)

onde $\mathbf{r}_i^{(w)}$, $d_i^{(w)}$, i = 0, 1, são, respectivamente, o *w*-ésimo vetor recebido e símbolo piloto transmitido, e *W* é o tamanho da sequência de treinamento.

4.1.5

Modelo do Sistema com Múltiplo Acesso

O sinal transmitido x(t) com múltiplos usuários é a soma dos sinais dos N_u usuários durante o mesmo intervalo de símbolo.

$$x(t) = \sum_{u=0}^{N_u - 1} d_0^u f_0^u(t) + d_1^u f_1^u(t), \qquad 0 \le t \le T_{\text{simb}}$$
(4-12)

onde (d_0^u, d_1^u) é o par de símbolos transmitidos do *u*-ésimo usuário. As funções base $f_0^u(t)$ e $f_1^u(t)$ são similares às apresentadas em (4-3), com os códigos de espalhamento e os códigos de *time-hopping*, h^u , diferentes para cada usuário. O sinal recebido no *i*-ésimo braço do receptor do *u*-ésimo usuário, \mathbf{r}_i^u , é representado vetorialmente por

$$\mathbf{r}_{i}^{u} = \boldsymbol{\Gamma}_{u}^{T} \left(\sum_{j=0}^{N_{u}-1} d_{i}^{u} \boldsymbol{\Gamma}_{j} \mathbf{s}_{\mathrm{ef}}^{j} \right) + \mathbf{n}_{0}^{i}$$
(4-13)

57

onde \mathbf{n}_0^i é o vetor ruído branco presente na recepção, $\mathbf{s}_{\rm ef}^j$ é o código efetivo do *j*-ésimo usuário e a matriz Γ_u é dada por

$$\Gamma_{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{(N_{\text{hop},u} \times M)} \\ \mathbf{I}_{(M \times M)} \\ \mathbf{0}_{(N_{\text{end}} - M - N_{\text{hop},u} \times M)} \end{pmatrix}$$
(4-14)

onde $N_{\text{hop},u} = \frac{h^u T_b}{T_c} e N_{\text{end}} = \frac{T_{\text{simb}}}{T_c}.$ A tecnologia de múltiplo acesso proposta pelo IEEE 802.15.4a é a composição de divisão por tempo e por código. Por isso, observa-se que, apesar do canal UWB provocar um longo espalhamento temporal, devido ao deslocamento mínimo entre os códigos efetivos, garantido pelo time-hopping ortogonal, o código efetivo (assinatura efetiva) de um dado usuário, s_{ef} , resulta praticamente ortogonal ao vetor correspondente à interferência de múltiplo acesso (Multiple Access Interference - MAI), no intervalo de observação. Este fato motiva o uso do receptor com filtro casado ao código efetivo também para ambiente com múltiplos usuários.

Para o caso de estimação assistida comprova-se que, assim como no caso de um único usuário

$$\mathbb{E}[(d_0^u \mathbf{r}_0^u + d_1^u \mathbf{r}_1^u)] = \mathbf{s}_{\text{ef}}^u \tag{4-15}$$

onde \mathbf{r}_0^u e \mathbf{r}_1^u são os vetores recebidos nos braços 0 e 1 do receptor proposto do u-ésimo usuário e d_0^u e d_1^u são os pilotos transmitidos. Desta forma, o código efetivo pode se estimado da mesma forma que no caso de um único usuário, por meio de (4-11).

4.1.6Modelo de Sistema com Estágio de Redução do Posto

Na Figura 4.5 é apresentado o diagrama do receptor que incorpora estágios de posto reduzido proposto em [8]. Além dos dimensionamentos propostos na Secção 2.2, para este sistema particular considera-se mais uma alternativa de dimensionamento correspondente àquela que foi implementada em |8|.



Figura 4.5: Diagrama de Recepção incorporando estágio de redução de posto.

Esquema C: Maximizar a razão sinal (ou sinais)-ruido na saída do Estágio de Redução de Posto

Mantendo a mesma notação utilizada no Capítulo 2, o filtro interpolador que maximiza a razão sinal total-ruído na saída do decimador de cada braço do receptor da Figura 4.5 é dado por

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{r}_D^i\|^2\right]}{\|\mathbf{v}\|^2}$$
(4-16)

por outro lado, sabe-se que:

$$\mathbb{E}\left[\|\mathbf{r}_{D}^{i}\|^{2}\right] = \mathbb{E}\left[\|\mathbf{D}_{l}\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}\mathbf{v}\|\right]^{2}$$
$$= \mathbf{v}^{\mathcal{H}}\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}\right]\mathbf{v}; \quad i = 0, 1 \quad (4-17)$$

onde $\mathcal{R}_0 \in \mathcal{R}_1$ são matrizes to eplitz do vetor recebido nos braços 0 e 1 do receptor.

O problema de maximização em (4-16) pode ser expresso por:

$$\mathbf{v}_{l}^{*} = \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbb{E}\left[\|\mathbf{r}_{D}^{i}\|^{2}\right]}{\|\mathbf{v}\|^{2}} = \arg \max_{\mathbf{v}} \frac{\mathbf{v}^{\mathcal{H}}\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}\right]\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^{2}}$$
$$= \arg \max_{\mathbf{v}} \ \bar{\mathbf{v}}^{\mathcal{H}}\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}\right]\bar{\mathbf{v}} \quad (4-18)$$

onde $\bar{\mathbf{v}}$ é o filtro \mathbf{v} normalizado para comprimento unitário. Dado um padrão de decimação representado pela matriz \mathbf{D}_l , o filtro que maximiza a razão sinalruído na entrada do receptor é dado por:

$$\mathbf{v}_l^* = \arg\max_{\mathbf{v}} \ \bar{\mathbf{v}}^{\mathcal{H}} \mathbf{B}_l^i \bar{\mathbf{v}}$$
(4-19)

onde

$$\mathbf{B}_{l}^{i} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}}\mathbf{D}_{l}\boldsymbol{\mathcal{R}}_{i}\right]$$
(4-20)

O filtro \mathbf{v}_l que maximiza (4-19) é o autovetor associado ao maior autovalor da matriz \mathbf{B}_l^i . Devido ao idêntico comportamento estatístico de $\mathcal{R}_0 \in \mathcal{R}_1$, tem-se que $\mathbf{B}_l^0 = \mathbf{B}_l^1 = \mathbf{B}_l$ e, portanto, os estágios de posto reduzido nos dois braços do receptor, resultam iguais. Em [8] a matriz \mathbf{B}_l é estimada por

$$\hat{\mathbf{B}}_{l}[j] \simeq \frac{1}{j} \sum_{k=0}^{j} \mathcal{R}_{0}^{\mathcal{H}}[k] \mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_{l} \mathcal{R}_{0}[k] + \mathcal{R}_{1}^{\mathcal{H}}[k] \mathbf{D}_{l}^{\mathcal{H}} \mathbf{D}_{l} \mathcal{R}_{1}[k]$$
(4-21)

em que $\mathcal{R}_0[k]$ e $\mathcal{R}_1[k]$ são matrizes *toeplitz* dos *k*-ésimos vetores recebidos nos braços 0 e 1 do receptor respetivamente.

O procedimento adotado para o dimensionamento do estágio de redução de posto de acordo com o Esquema C é composto pelos seguintes passos

- 1. Estimação da matriz $\hat{\mathbf{B}}_l$ de acordo com (4-21).
- 2. Determinar o autovetor associado ao maior autovalor de $\mathbf{B}_{l}^{*}[j]$ e atribui-lo a \mathbf{v}_{l}^{*} .

Obtém-se o melhor padrão de decimação \mathbf{D}^* conjuntamente com o melhor filtro de interpolação \mathbf{v}^* através de teste entre os possíveis padrões de decimação selecionados e comparação dos autovalores máximos associados a $\hat{\mathbf{B}}_l[j]$ para cada l. O padrão \mathbf{D}_l de decimação para o qual obtém-se o maior autovalor é escolhido como ótimo, \mathbf{D}_l^* .

O pseudo-código deste método de otimização do par filtro interpolador/padrão de decimação e apresentado a seguir.

Algoritmo 4.1: Esquema C, otimização conjunta do $\mathbf{D} \in \mathbf{v}$	
1 X	$a_{max} = 0;$
2 for $l = 1$ to F do	
3	calcule conforme a equação (4-21) a matriz $\hat{\mathbf{B}}_{l}[j];$
4	calcule o maior autovetor associado al maior autovalor de $\hat{\mathbf{B}}_{l}[j];$
5	$\lambda_l \leftarrow \text{maior autovalor de } \hat{\mathbf{B}}_l[j];$
6	$\mathbf{v}_l \leftarrow \text{autovetor associado a } \lambda_l;$
7	$ \ \ {\bf if} \ \lambda_l > \lambda_{max} \ {\bf then} \\$
8	$\lambda_{\max} = \lambda_l;$
9	$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_l;$
10	$l^* = l;$

Dada a aparente semelhança entre os esquemas A e C, convém destacar suas diferenças principais

- O Esquema A maximiza a razão entre a potência de um usuário selecionado e o ruído (os demais sinais são interferências).
- O Esquema C maximiza a razão entre a potência de todo conjunto de sinais e o ruído, sem preferência por um dado usuário e, portanto, não requer o conhecimento da assinatura do usuário desejado. Neste sentido o dimensionamento é "cego".
- Os esquemas A e C coincidem no caso de 1 usuário apenas.

4.2 Resultados Numéricos

Nas simulações é considerado o receptor proposto no enlace direto de um sistema com estrutura de símbolo segundo o padrão IEEE 802.15.4a-2007, onde o modelo do canal segue o código de Matlab anexado no reporte final em [20]. O pulso formatador empregado é um pulso raiz de cosseno levantado com fator de *roll-off* $\beta = 0.64$ com duração de $T_c = 2$ ns, mandatório neste padrão.

Supõe-se que o receptor encontra-se perfeitamente sincronizado com o transmissor. O número de slots para time-hopping, quando a técnica é utilizada, é de $N_b = 16$ e o comprimento do *burst* (código de espalhamento) é $N_{cpb} = 16$ em um modelo de canal 3, Office line-of-sight (LOS). Os códigos de espalhamento são de tipo Gold. Com respeito aos códigos de time-hopping dos usuários, foram considerados dois casos, códigos ortogonais, suportando portanto um número máximo de 16 usuários, e códigos não-ortogonais. Em todos os experimentos são simuladas 400 transmissões de 2000 bits cada uma. Os bits são transmitidos sem codificação. A sequência de espalhamento para cada usuário é obtida em cada transmissão segundo o padrão IEEE 802.15.4a e mantida ao longo dos 2000 bits transmitidos. O canal UWB usado segue o modelo descrito em [18, 19]. Para cada transmissão uma nova função amostra do canal é gerada. Para o posto reduzido se considera decimação uniforme com fator de decimação F = 4, e um filtro interpolador de tamanho $L_v = 5$. Portanto, de acordo com a observação feita na Secção 2.1, o vetor de ruído na saída do estágio de redução de posto permanece branco.

De inicio, considerou-se a razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto $(SNIR_D)$, sendo comparados os desempenhos dos métodos de redução de posto, esquemas A e B, para ilustrar a eficiência do Esquema B na maximização da razão sinal-ruído mais interferência neste ponto. Os resultados são mostrados na Figura 4.6 e confirmam o esperado.

O sistema foi simulado operando com único usuário e com múltiplos usuários, utilizando-se o método de estimação do código efetivo assistida des-



Capítulo 4. Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema UWB

Figura 4.6: Comparação das curvas do $SNIR_p$ para sistemas com 16 usuários.

crito para *full-rank* e para assistido *reduced-rank*. Além disso foram considerados dois cenários de detecção, receptor com filtro casado à assinatura efetiva e com equalizador MMSE implementado com RLS.

4.2.1

Resultados para Detecção com Filtro Casado

O desempenho do sistema, para o caso do método *full-rank* com pilotos, foi analisado a partir do comportamento das curvas de razão sinal-ruído mais interferência (SNIR) na saída do filtro $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}$, para cada braço do receptor da Figura 4.4, e da BER resultante. A razão sinal-ruído mais interferência instantânea nos pontos considerados é dada por:

$$\mathrm{SNIR}_{\mathrm{inst},\hat{z}_i^u} = \frac{E_s \|\hat{\mathbf{s}}_{\mathrm{ef}}^{u,\mathcal{H}} \mathbf{s}_{\mathrm{ef}}^u\|^2}{\|\hat{\mathbf{s}}_{\mathrm{ef}}^u\|^2 2N_0 + 2\hat{\mathbf{s}}_{\mathrm{ef}}^{u,\mathcal{H}} \mathbf{R}_I \hat{\mathbf{s}}_{\mathrm{ef}}^u}$$
(4-22)

onde \mathbf{R}_I é a matriz de autocorrelação da interferência entre usuários. Como \mathbf{R}_I não é conhecida analiticamente, para fins de cálculo, tem-se que a SNIR é dada por,

$$SNIR_{u}^{0}[j] = \frac{E_{s}\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{s}}_{ef}^{u,\mathcal{H}}[j]\mathbf{s}_{ef}^{u}\|^{2}\}}{\mathbb{E}\{\|\hat{\mathbf{s}}_{ef}^{u,\mathcal{H}}[j][(\mathbf{r}_{0}^{u}[j] + \mathbf{r}_{1}^{u}[j]) - (d_{0}^{j} + d_{1}^{j})\mathbf{s}_{ef}^{u}]\|^{2}\}}$$
(4-23)

onde $\mathbf{r}_{0}^{u}[j] \in \mathbf{r}_{1}^{u}[j]$ são os *j*-ésimos vetores recebidos nos braços 0 e 1 do receptor relativos ao *u*-ésimo usuário, $d_{0}^{j} \in d_{1}^{j}$ são os *j*-ésimos símbolos da constelação transmitidos na primeira metade e na segunda metade do símbolo UWB respectivamente, $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}[j]$ é a *j*-ésima estimativa para $\mathbf{s}_{\text{ef}}^{u}$ e o valor esperado do numerador e do denominador é aproximado, para cada instante *j*, pela média aritmética ao longo de 400 realizações do mesmo experimento. Finalmente foi tirada a média no tempo destas médias estatísticas gerando a estimativa final

$$\operatorname{SNIR}_{u}(j) = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^{j} \operatorname{SNIR}_{u}^{0}(i)$$
(4-24)

Quando o método de estimação utilizado é assistido, com pilotos, para sistema com múltiplos usuários, tem-se que a estimativa, $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}$, baseada em (4-15) é dada por

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}[j] = \frac{1}{j} \sum_{k=0}^{j-1} (d_0^{u,k} + d_1^{u,k}) \cdot (\mathbf{r}_0^{u}[k] + \mathbf{r}_1^{u}[k])$$
(4-25)

onde $(d_0^{u,k}, d_1^{u,k})$ é o k-ésimo par de pilotos transmitidos pelo usuário u.

Os desempenhos, para os casos dos métodos propostos assistidos com pilotos com posto reduzido foram analisados a partir do comportamento da curva de razão sinal-ruído mais interferência (SNIR) na saída do filtro $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef},\text{D}}^u$ para cada braço do receptor da Figura 4.5 e da BER resultante.

Os métodos de estimação assistidos com pilotos reduced-rank precisam de uma fase de preparação, em que é escolhido o padrão de decimação e o filtro ótimo de interpolação. Nesta etapa estima-se (nos esquemas B e C), a matriz $\hat{\mathbf{B}}_l$, como em (4-21).

A assinatura efetiva reduzida $\mathbf{s}_{\text{ef},D}$ é estimada por $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef},D} = \mathbf{X}_{D}\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}$, onde $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ef}}^{u}$ é obtida de (4-25) e \mathbf{X}_{D} é dada por $\mathbf{X}_{D} = \mathbf{D}\boldsymbol{\mathcal{V}}$.

Resultados para Sistema com um Usuário

A Figura 4.7 foi produzida segundo as equações (4-23) e (4-24), e mostra a razão sinal-ruído conforme a convergência da estimativa do código efetivo para os métodos: usuário único com filtro casado perfeito (*Perfect Matched filter Single User* - PMF-SU), assistido *full-rank* (ASS-FR), e os métodos com posto reduzido e estimação do código efetivo assistido com pilotos: Esquema A, que maximiza a razão sinal-ruído SNR na saída do estágio de redução de posto (PA-ASS-RR), o Esquema B, que maximiza a razão SNIR na saída do estagio de redução de posto (PB-ASS-RR), e o Esquema C, que maximiza o sinal (ou sinais)-ruído do vetor de observação. (PC-ASS-RR).

Podemos observar que os três métodos *reduced-rank* convergem para o mesmo valor de razão sinal ruído, comportamento este já esperado quando

não existe interferência. Um fato interessante, resultante de uma comparação das curvas ASS-FR e ASS-RR é que o método *reduced-rank*, apesar de reduzir a dimensão do vetor de sinal a 25% da sua dimensão original manteve 63% (perda de apenas 2dB) da energia do sinal original.

63



Figura 4.7: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 1 usuário e Filtro Casado

As curvas de probabilidade de erro de bit da Figura 4.8 foram obtidas calculando a frequência relativa de ocorrência de erros de bits para cada método em uma quantidade suficientemente grande de símbolos transmitidos após estabilização das estimativas, repetindo o experimento 400 vezes e tomando a BER (*bit error rate*) média desses experimentos.

As curvas de BER da Figura 4.8 refletem o comportamento ilustrado pelas curvas de SNR. Vê-se que o método que obtém taxa mais baixa de erro do bits é o método *full-rank* assistido, seguido dos esquemas A e B *reduced-rank*, que obtém o mesmo valor, e muito perto do Esquema C *reduced-rank*.

Resultados para Sistema com Múltiplos Usuários

As curvas das Figuras 4.9 e 4.10 mostram o comportamento da razão sinal-ruído mais interferência (SNIR), para um sistema com carga elevada de 16 usuários, com códigos ortogonais de *time-hopping*, Figura 4.9, e com códigos *time-hopping* não-ortogonais, Figura 4.10, considerando o caso de estimativa

Capítulo 4. Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema UWB



Figura 4.8: Comparação das curvas do BER para sistemas com 1 usuário e Filtro Casado.

perfeita do código efetivo-filtro casado perfeito (*Perfect Matched filter Multiple User* - PMF-MU), assistido *full-rank*, e os métodos com posto reduzido e estimação do código efetivo assistido com pilotos: Esquema A, que maximiza a razão sinal-ruído RSR na saída do estágio de redução de posto (PA-ASS-RR), o Esquema B, que maximiza a razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto (PB-ASS-RR), e o Esquema C, que maximiza a razão sinal (ou sinais)-ruído do vetor recebido (PC-ASS-RR). Dezesseis usuários é o máximo cabível para o sistema quando trabalhando com códigos *time-hopping* ortogonais.

Das figuras 4.9 e 4.10 percebe-se que os métodos de posto reduzido correspondentes aos esquemas A e B têm resultados similares, que são melhores que os obtidos com o Esquema C. Note-se também que os resultados dos esquemas A e B se aproximam mais do patamar do método assistido *full-rank* no caso de códigos *time-hopping* não ortogonais, e como neste caso a interferência de múltiplo acesso é mais pronunciada, o melhor desempenho do Esquema B sobre o Esquema A fica mais evidente.

As figuras 4.11 e 4.12 apresentam a taxa de erro de bit correspondente ao caso de códigos de *time-hopping* ortogonais e não ortogonais, respectivamente.



Figura 4.9: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 16 usuário e Filtro Casado com códigos de *time-hopping* ortogonais



Figura 4.10: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 16 usuário e Filtro Casado com códigos de *time-hopping* não-ortogonais

65



Capítulo 4. Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema UWB

Figura 4.11: Comparação das curvas do BER para sistemas com 16 usuário e Filtro Casado com códigos de *time-hopping* ortogonais

 $E_b/N_0(\mathrm{dB})$

4.2.2 Resultados para Detecção MMSE

Esta subseção considera o caso de equalização MMSE-RLS na saída dos estágios de redução de posto da Figura 4.5. Neste caso, considerando-se (4-23), a razão sinal-ruído mais interferência instantânea na saída do MMSE para cada braço do receptor, é dada por

$$\operatorname{SNIR}_{u}^{0}[j] = \frac{E_{s}\mathbb{E}\{\|\mathbf{E}_{u}[j]\mathbf{s}_{\text{ef}}^{u}\|^{2}\}}{\mathbb{E}\{\|\mathbf{E}_{u}[j][(\mathbf{r}_{0}^{u}[j] + \mathbf{r}_{1}^{u}[j]) - (d_{0}^{j} + d_{1}^{j})\mathbf{s}_{\text{ef}}^{u}]\|^{2}\}}$$
(4-26)

onde $\mathbf{r}_{0}^{u}[j]$ e $\mathbf{r}_{1}^{u}[j]$ são os vetores recebidos nos braços 0 e 1 do receptor na j-ésima transmissão relativos ao usuário u, d_{0}^{j} e d_{1}^{j} são os j-ésimos símbolos da constelação transmitidos na primeira metade e na segunda metade do símbolo UWB respectivamente, a matriz linha $\mathbf{E}_{u}[j]$ contém a estimativa do filtro equalizador MMSE na j-ésima iteração, obtida de acordo com a técnica RLS (ver equações 3-9, 3-11 - 3-13) e o valor esperado do numerador e do denominador é aproximado pela média aritmética, para cada j, tomada ao longo de 400 realizações do mesmo experimento. O valor final SNIR(j) é obtido de acordo com (4-24).

As curvas das figuras 4.13 e 4.14 mostram a razão sinal-ruído mais



Figura 4.12: Comparação das curvas do BER para sistemas com 16 usuário e Filtro Casado com códigos de *time-hopping* não-ortogonais

interferência (SNIR), para um sistema com 16 usuários, com códigos ortogonais de *time-hopping*, Figura 4.13, e com códigos *time-hopping* não-ortogonais, Figura 4.14, para o caso *full-rank*, e com os métodos com posto reduzido: Esquema A, que maximiza a razão sinal-ruído na saída do estagio de redução de posto (PA-ASS-RR), o Esquema B, que maximiza a razão sinal-ruído mais interferência (PB-ASS-RR), e o Esquema C, que maximiza a razão sinal (ou sinais)-ruido do vetor observado (PC-ASS-RR).

As figuras 4.15 e 4.16 apresentam a taxa de erro de bits correspondentes ao caso de códigos de *time-hopping* ortogonais e não-ortogonais, respectivamente e refletem o comportamento relativo das curvas de SNIR. Uma comparação dos desempenhos resultantes do uso de detecção com filtro casado e de detecção MMSE, tanto em termos de SNIR (figuras 4.9 e 4.10 versus 4.13 e 4.14) quanto em termos de BER (figuras 4.11 e 4.12 versus 4.15 e 4.16) evidencia que apenas no caso de códigos *time-hopping* não ortogonais, onde a interferência de múltiplo acesso torna-se mais acentuada, a detecção MMSE, de maior complexidade, apresenta desempenho perceptivelmente superior.



Capítulo 4. Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema UWB

Figura 4.13: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 16 usuário e equalizador MMSE-RLS com códigos de *time-hopping* ortogonais



Figura 4.14: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 16 usuário e equalizador MMSE-RLS com códigos de *time-hopping* não-ortogonais

Capítulo 4. Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema UWB



Figura 4.15: Comparação das curvas do BER para sistemas com 16 usuários e equalizador MMSE-RLS com códigos de *time-hopping* ortogonais



Figura 4.16: Comparação das curvas do BER para sistemas com 16 usuários e equalizador MMSE-RLS com códigos de *time-hopping* não-ortogonais

4.3 Considerações Finais

Os resultados deste capítulo confirmam que os métodos de posto reduzido desenvolvidos aplicados ao sistema UWB descrito apresentam um bom desempenho, mantendo uma complexidade computacional e tempo de convergência baixos.

Foi descrita mais uma alternativa para dimensionar os blocos de interpolação e decimação no estágio de posto reduzido, que maximiza a razão sinal (ou sinais)-ruído na saída do estágio de redução de posto.

Foram realizados experimentos com receptores convencionais, Filtro Casado às assinaturas efetivas dos usuários, e com o receptor de Mínimo Erro Quadrático Médio (MMSE). Os resultados obtidos indicam que para o sistema UWB com as características do padrão IEEE 802.15.4a o receptor convencional, apesar de bem mais simples, tem desempenho bastante próximo ao receptor MMSE, sendo portanto o mais indicado para esta aplicação.