3
Aplicação dos Algoritmos de Posto Reduzido em um Sistema DS-CDMA

Neste capítulo é apresentada uma aplicação dos algoritmos de redução de posto, cujo dimensionamento foi dado na Seção 2.2, em um sistema DS-CDMA. Inicialmente é descrito o modelo matemático para o sistema em cenários reverso e direto. A seguir é realizada uma análise para avaliar os métodos propostos para o dimensionamento dos estágios do posto reduzido interpolado no sistema DS-CDMA.

3.1
Modelo de Sinais para Sistemas DS-CDMA

Considera-se o modelo de sinais para dois cenários de interesse: o enlace reverso ou *uplink* (Figura 3.1) dos terminais móveis até a estação rádio-base, onde os sinais dos usuários se propagam, em geral, por canais diferentes ($\mathbf{h}_1 \neq \mathbf{h}_2 \neq \ldots \neq \mathbf{h}_K$) até a estação rádio-base. E o enlace direto ou *downlink* onde o sinal no receptor é propagado desde a estação rádio-base até um dado terminal móvel e os sinais dos usuários recebidos por um dado receptor experimentam o mesmo canal de comunicações ($\mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2 = \ldots = \mathbf{h}_K$). Para os dois cenários de propagação a fase da portadora é considerada perfeitamente sincronizada com o receptor.

3.1.1
Modelo Síncrono para o Enlace Reverso

O modelo matemático geral para o enlace reverso onde os canais são independentes é apresentado a seguir. Considera-se um sistema DS-CDMA síncrono em nível de chip, e em nível de símbolos. Na realidade, no enlace reverso os sinais transmitidos são assíncronos o que produz um descasamento entre as amostras de sinal nos receptores. Mas o modelo síncrono fornece um ambiente satisfatório de teste para muitos casos e permite aproximar-se a os sistemas assíncronos [10].

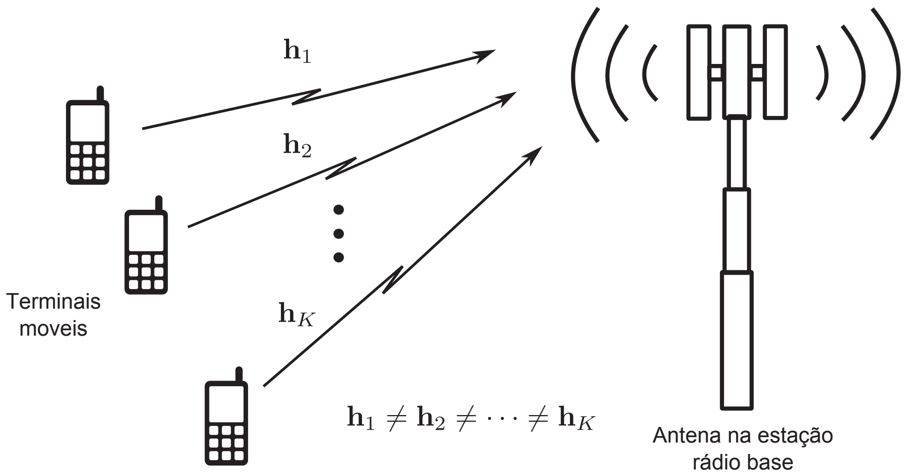


Figura 3.1: Enlace Reverso

Com relação à modulação, opta-se aqui por BPSK (*Binary Phase Shift Keying*), que apresenta um bom desempenho em termos de taxa de erro de bits (BER), além da sua simplicidade [11].

Transmissão e Recepção de Sinais DS-CDMA

Considere-se um sistema que conta com K usuários ativos, N *chips* por símbolo e L_p percursos de propagação. O esquema básico é ilustrado na Figura 3.2. O sinal transmitido pelo terminal móvel e endereçado ao k-ésimo usuário tem representação discreta dada por:

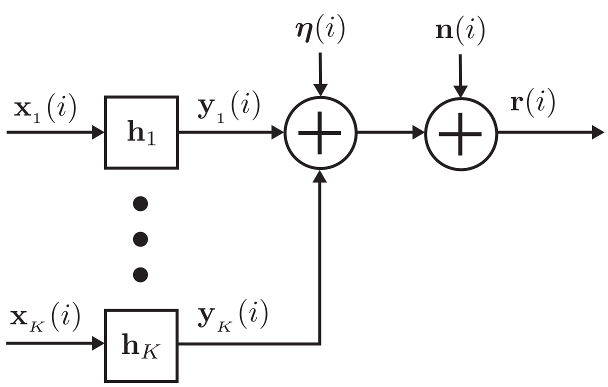
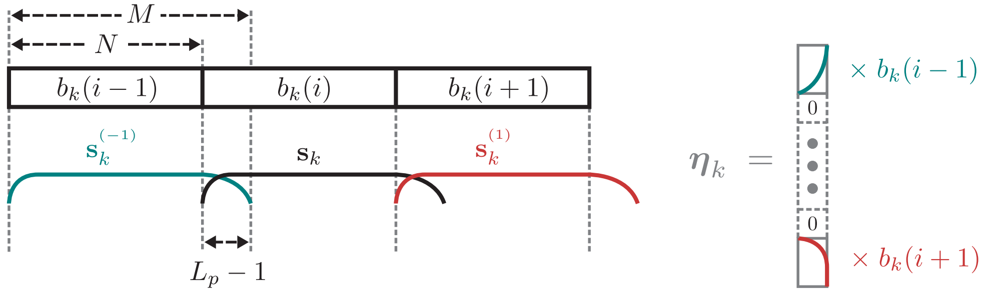


Figura 3.2: Diagrama em blocos do enlace reverso de um sistema DS-CDMA

$$\mathbf{x}_k(i) = b_k(i)\mathbf{c}_k A_k \tag{3-1}$$

onde $b_k(i)$ é uma variável aleatória que representa o ponto da constelação de sinais BPSK associado ao i-ésimo símbolo transmitido pelo usuário k, cujos possíveis valores são $\{\pm 1 + j0\}$, sendo $j^2 = -1$. $\mathbf{c}_k$ e A_k representam a sequência de espalhamento e a amplitude associadas ao usuário k, respectivamente.



3.3(a):

3.3(b):

Figura 3.3: Representação da ISI: 3.3(a) interferência no símbolo presente dos símbolos anterior e sucessivo; 3.3(b) vetor de ISI para o k-ésimo símbolo presente.

Lembrando que no enlace reverso cada usuário experimenta diferentes condições de canal, o sinal do k-ésimo usuário após passagem pelo canal e dado por:

$$\mathbf{y}_k(i) = b_k(i)\mathbf{s}_k A_k \tag{3-2}$$

onde o vetor $\mathbf{s}_k(i) = \mathbf{c}_k \star \mathbf{h}_k(i)$. Na expressão o símbolo $\star$ representa a convolução discreta e $\mathbf{h}_k(i) = [h_{k,1}(i) \dots h_{k,L_p}(i)]$, sendo $h_{k,l}(i)$ o coeficiente do canal associado ao l-ésimo percurso e ao k-ésimo usuário.

Na entrada do receptor, tem-se um vetor de dimensão $M = N + L_p - 1$ dado por:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{SAb}(i) + \boldsymbol{\eta}(i) + \mathbf{n}(i). \tag{3-3}$$

$\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 | \dots | \mathbf{s}_K]$ é uma matriz que contém nas suas colunas as sequências das assinaturas dos usuários modificadas pelo canal, aqui referidas como assinaturas efetivas. A matriz diagonal das amplitudes dos usuários é representada por $\mathbf{A} = \mathrm{diag}\{A_1 \dots A_K\}$ e $\mathbf{b}(i) = [b_1(i) \dots b_K(i)]^T$ é o vetor que agrupa os i-ésimos símbolos dos K usuários. Ainda em (3-3) o vetor $\boldsymbol{\eta}(i)$ representa a interferência entre símbolos (*intersymbol interference* - ISI) e o vetor de ruído complexo gaussiano é descrito por $\mathbf{n}(i) = [n_1(i) \dots n_M(i)]^T$ com $\mathbb{E}[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}(i)^{\mathcal{H}}] = \sigma^2\mathbf{I}$.

Supondo que o número de percursos de propagação L_p é menor ou igual a N ($L_p \leq N$), tem-se para cada um dos K usuários, o vetor de observação envolve 3 símbolos: o presente $b_k(i)$, o anterior $b_k(i-1)$ e o sucessivo $b_k(i+1)$, situação que é apresentada na Figura 3.3(a). Neste caso a ISI é dada pelos símbolos anterior e sucessivo, por quanto, a ISI total presente em (3-3) é dada por

$$\boldsymbol{\eta}(i) = \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{\eta}_k(i) \tag{3-4}$$

onde $\boldsymbol{\eta_k}(i)$ é a ISI correspondente ao k-ésimo usuário ativo, representada na Figura 3.3(b) por um vetor que contem as seções interferentes dos símbolos anterior e sucessivo e é preenchido com zeros no resto,

$$\boldsymbol{\eta_k}(i) = [\mathbf{s}_k^{(-1)} b_k(i-1) \mid \underbrace{0 \ldots 0}_{M-2L_p} \mid \mathbf{s}_k^{(1)} b_k(i+1)]^T \tag{3-5}$$

Lembrando que o vetor $\mathbf{s}_k$ de dimensão $M \times 1$ é a sequência de espalhamento para o usuário k depois do canal, representada por $\mathbf{s}_k = \left[s_{k,1}, \ldots, s_{k,M}\right]^T$, então $\mathbf{s}_k^{(-1)} = \left[s_{k,M-L_p+1}, \ldots, s_{k,M}\right]^T$ e $\mathbf{s}_k^{(1)} = \left[s_{k,1}, \ldots, s_{k,L_p}\right]^T$ correspondem às secções interferentes das assinaturas efetivas anterior e sucessiva respectivamente.

Detecção

A seguir é feita uma revisão de duas técnicas de detecção, a primeira corresponde a um receptor convencional, e a segunda ao receptor sub-ótimo de mínimo erro quadrático médio (*Minimum Mean Square Error* - MMSE) que será utilizado como esquema básico de detecção em conjunto com o bloco de posto reduzido.

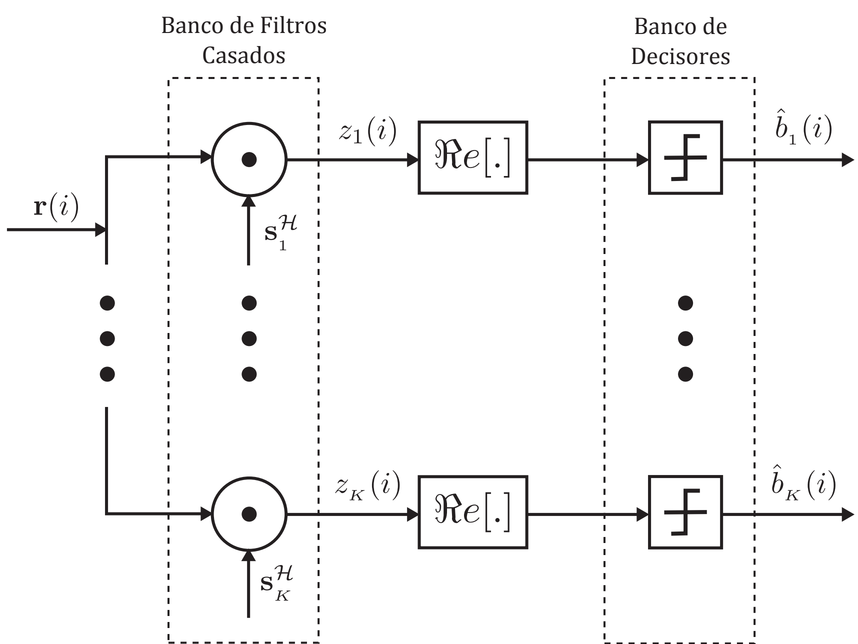


Figura 3.4: Estrutura do receptor com banco de filtros casados às assinaturas efetivas

Receptor Convencional O receptor convencional corresponde a um banco de filtro casados às assinaturas efetivas $\mathbf{s}_k$ dos usuários. Foi o primeiro a ser utilizado na detecção de sinais de dados transmitidos em sistemas BPSK DS-

CDMA. Além de sua simplicidade tem a vantagem de um baixo custo de implementação, mas o desempenho deste receptor é fortemente afetado pela interferência de múltiplo acesso (IMA) e também é sensível ao efeito *near-far* [12].

Um esquema do receptor é apresentado na Figura 3.4, onde $\mathbf{r}(i)$ dado por (3-3) contém a soma dos sinais transmitidos durante o i-ésimo intervalo de transmissão, mais ruído aditivo Gaussiano branco. O escalar $z_k(i)$ é o resultado do produto escalar, representado pelo símbolo $\odot$, entre o vetor de observação $\mathbf{r}(i)$, e a assinatura efetiva $\mathbf{s}_k$ do usuário k. Então o banco de filtros casados faz a correlação do sinal observado $\mathbf{r}(i)$ com cada uma das K assinaturas $\mathbf{s}_k$, associadas aos usuários ativos no sistema.

Finalmente no banco de decisores a operação realizada é:

$$\hat{b}_k(i) = sgn(\Re e[z_k(i)]) \tag{3-6}$$

onde a operação $\Re e[.]$ seleciona a parte real do $z_k(i)$ e sgn implementa a função sinal.

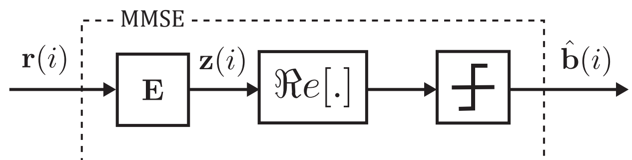


Figura 3.5: MMSE

Receptor de Mínimo Erro Quadrático Médio (MMSE) No receptor MMSE, ilustrado na Figura 3.5, a matriz de equalização $\mathbf{E}$, de dimensão $M \times M$ é obtida minimizando-se o erro quadrático médio, ou seja:

$$\mathbf{E}(i) = \arg\min_{\mathbf{E}} \mathbb{E}\left[\|\mathbf{b}(i) - \mathbf{E}\mathbf{r}(i)\|^2\right] \tag{3-7}$$

A solução para (3-7) é dada por [13]:

$$\mathbf{E}(i) = \tilde{\mathbf{S}}(i)\,\mathbf{R}^{-1}(i) \tag{3-8}$$

onde, $\tilde{\mathbf{S}}(i) = \mathbb{E}\left[\mathbf{b}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\right] = \mathbf{A}\mathbf{S}^{\mathcal{H}}$, e $\mathbf{R}(i) = \mathbb{E}\left[\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\right]$. Note-se que a solução analítica para $\tilde{\mathbf{S}}(i)$ requer o conhecimento ou estimação com o auxílio de pilotos, de todas as assinaturas efetivas dos usuários ativos do sistema. Se só o usuário u é de interesse, o receptor MMSE precisa do conhecimento (ou estimação) da assinatura efetiva do usuário de interesse. Neste caso a matriz $1 \times M$ de equalização é dada por

$$\mathbf{E}_u(i) = \tilde{\mathbf{S}}_u(i)\,\mathbf{R}^{-1}(i) \tag{3-9}$$

onde $\tilde{\mathbf{S}}_u(i) = \mathbb{E}[b_u(i)\mathbf{r}(i)^{\mathcal{H}}] = A_u\mathbf{s}_u^{\mathcal{H}}$, e $\mathbf{s}_u$ é a assinatura efetiva do usuário de interesse u.

Note-se que o receptor MMSE, apesar de apresentar desempenho superior ao receptor convencional, devido à minimização conjunta da IMA e do ruído, complexidade inferior ao detector ótimo e desempenho comparável a este para valores de razão sinal-ruído elevadas, apresenta um aumento da complexidade computacional a medida que aumenta o tamanho do vetor de observação $\mathbf{r}$, situação que acontece no caso de aumentar o tamanho do código de espalhamento ou número de percursos de propagação L_p (tamanho do canal), uma vez que requer a inversão da matriz autocorrelação $\mathbf{R}(i)$ [12].

Continuando com o bloco MMSE na Figura 3.5, tem-se que $\mathbf{z}(i) = \mathbf{E}(i)\mathbf{r}(i)$ e os símbolos detectados por este receptor são dados por:

$$\hat{\mathbf{b}}(i) = sgn(\Re e[\mathbf{z}(i)]) \tag{3-10}$$

onde $\hat{\mathbf{b}}(i)$ é o vetor contendo os símbolos detectados do i-ésimo símbolo dos K usuários.

Algoritmo RLS O receptor MMSE requer o processamento de vetores com dimensão M, em geral elevada. Na prática é necessário estimar a matriz de autocorrelação $\mathbf{R}(i)$ de dimensão $M \times M$ e realizar sua inversão, o que pode demandar um custo computacional excessivo. Considere uma estimativa recursiva para a matriz $\mathbf{R}(i)$, da forma

$$\hat{\mathbf{R}}(i) = \alpha\hat{\mathbf{R}}(i-1) + \bar{\mathbf{R}}(i) \tag{3-11}$$

onde $\bar{\mathbf{R}}(i) = \mathbf{r}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)$ e α é o fator de esquecimento que pode assumir valores entre zero e um $(0 < \alpha < 1)$. Para reduzir a quantidade de operações realizadas, o cálculo da matriz $\hat{\mathbf{R}}(i)^{-1}$ pode ser feito de forma direta com a técnica utilizada no algoritmo *Recursive Least Squares* (RLS), técnica que tem convergência rápida e é independente da dispersão dos autovalores da matriz autocorrelação do vetor do sinal recebido mas requer uma complexidade quadrática com o número de elementos. Usando-se o lema de inversão de matrizes e recursões do tipo Kalman RLS [13, 14], seja $\hat{\mathbf{P}}(i) = \hat{\mathbf{R}}^{-1}(i)$, então, $\hat{\mathbf{P}}(i)$ pode ser obtida recursivamente por meio de

$$\hat{\mathbf{P}}(i) = \alpha^{-1}\hat{\mathbf{P}}(i-1) - \alpha^{-1}\boldsymbol{\mathcal{G}}(i)\mathbf{r}^{\mathcal{H}}\hat{\mathbf{P}}(i-1) \tag{3-12}$$

onde $\hat{\mathbf{P}}(i)$ é a estimativa da matriz de autocorrelação inversa e $\boldsymbol{\mathcal{G}}(i)$ e o vetor de ganhos de Kalman com dimensão $M \times 1$, de acordo com:

$$\boldsymbol{\mathcal{G}}(i) = \frac{\alpha^{-1}\hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)}{1+\alpha^{-1}\mathbf{r}^{\mathcal{H}}(i)\hat{\mathbf{P}}(i-1)\mathbf{r}(i)} \tag{3-13}$$

para $i = 1, 2, 3, \ldots$ e considerando $\hat{\mathbf{P}}(0) = \mathbf{I}$.

3.1.2
Modelo Síncrono para o Enlace Direto

No enlace direto, como já mencionado, os sinais que compõem $\mathbf{r}(i)$ no receptor se propagam pelo mesmo canal, desde a estação rádio base até um dado terminal móvel. O seja, os sinais dos usuários transmitidos para um dado receptor experimentam o mesmo canal de comunicações. Desta forma tem-se $\mathbf{h}_1(i) = \mathbf{h}_2(i) = \ldots = \mathbf{h}_K(i) = \mathbf{h}(i)$ na Figura 3.2. Assim, o enlace direto constitui um caso particular do modelo descrito para o enlace reverso.

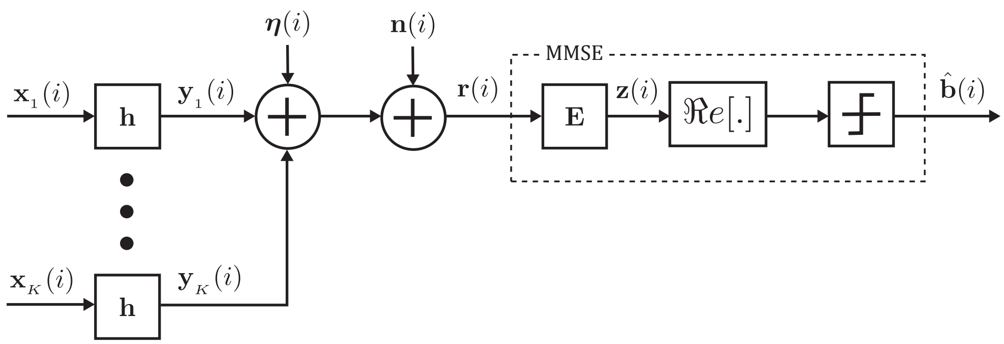


Figura 3.6: Diagrama em blocos para enlace direto de um sistema DS-CDMA

3.1.3
Receptor DS-CDMA com Posto Reduzido Interpolado

Dado o vetor recebido no sistema DS-CDMA descrito em (3-3), escolhe-se um usuário desejado u, de forma que pode-se escrever a expressão para o vetor $\mathbf{r}$ como

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{s}_u A_u b_u(i) + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq u}}^{K} \mathbf{s}_j A_j b_j(i) + \boldsymbol{\eta}(i) + \mathbf{n}(i)}_{\mathbf{i}_u(i)} \tag{3-14}$$

Definindo desta forma o sinal desejado, a interferência e o ruído do sistema, este recai no modelo do vetor recebido no processamento de posto reduzido apresentado na Seção 2.1. O esquema do sistema DS-CDMA reverso com posto reduzido e equalizador MMSE é ilustrado na Figura 3.7.

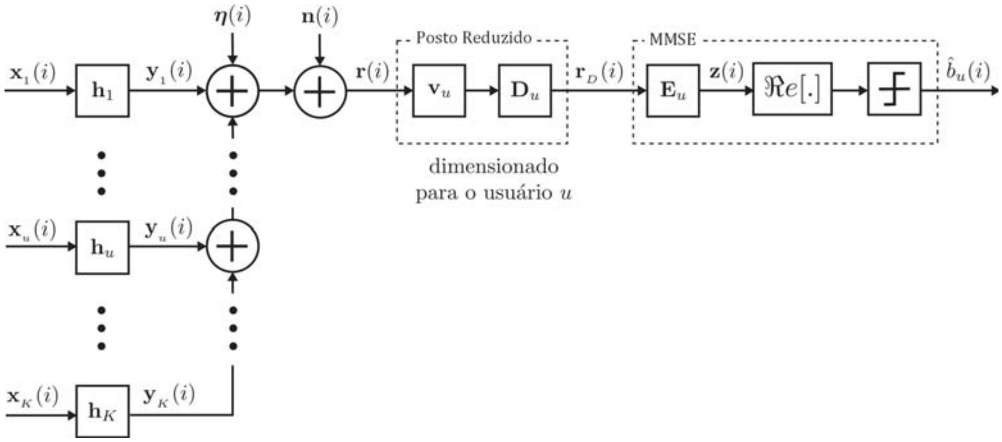


Figura 3.7: Diagrama em blocos para enlace reverso de um sistema DS-CDMA com posto reduzido

3.2 Análise de Desempenho do Sistema DS-CDMA

Esta seção avalia o impacto da técnica de posto reduzido proposta e dos métodos considerados na Seção 2.2, para o seu dimensionamento. As novas técnicas são comparadas com o receptor MMSE *full-rank* e com o método de componentes principais PC [15, 16], cujo algoritmo está descrito no Apêndice A. A avaliação inclui o desempenho de convergência dos algoritmos, e sua eficácia. Posteriormente se realiza um cálculo dá complexidade computacional associada às diferentes técnicas.

O desempenho do sistema DS-CDMA foi analisado a partir do comportamento da curvas de BER e SNIR depois da equalização (posição de $\mathbf{z}(i)$ na Figura 3.8).

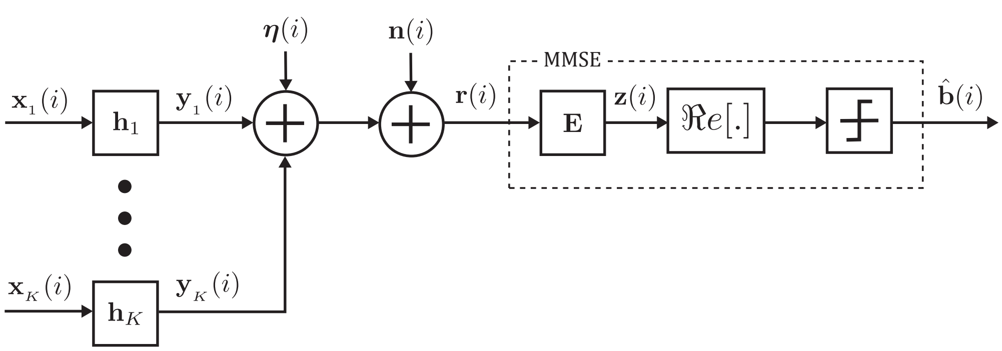


Figura 3.8: Diagrama em blocos para enlace reverso de um sistema DS-CDMA

Para encontrar uma expressão para a razão sinal-ruído mais interferência tem-se, considerando o caso particular MMSE, o vetor $\mathbf{z}(i)$ dado por:

$$\begin{aligned}\mathbf{z}(i) &= \mathbf{E}(i)\mathbf{r}(i) && \text{(3-15)}\\ &= \mathbf{E}(i)\mathbf{SAb}(i) + \mathbf{E}(i)\boldsymbol{\eta}(i) + \mathbf{E}(i)\mathbf{n}(i) && \text{(3-16)}\end{aligned}$$

e, portanto,

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{z}}(i) = \Re e[\mathbf{z}(i)] &= \Re e[\mathbf{E}(i)\mathbf{SA}]\mathbf{b}(i) + \Re e[\mathbf{E}(i)\boldsymbol{\eta}(i)] + \Re e[\mathbf{E}(i)\mathbf{n}(i)]\\ &= \boldsymbol{\Lambda}(i)\mathbf{b}(i) + \boldsymbol{\eta}_0(i) + \mathbf{n}_0(i) && \text{(3-17)}\end{aligned}$$

onde, $\boldsymbol{\Lambda}(i) = \Re e[\mathbf{E}(i)\mathbf{SA}]$, $\boldsymbol{\eta}_0(i) = \Re e[\mathbf{E}(i)\boldsymbol{\eta}(i)]$ e $\mathbf{n}_0(i) = \Re e[\mathbf{E}(i)\mathbf{n}(i)]$. Seja a matriz $\boldsymbol{\Lambda}(i)$ descrita por: $\boldsymbol{\Lambda}(i) = [\mathbf{a}_1(i)|\mathbf{a}_2(i)|\ldots|\mathbf{a}_K(i)]$, onde os vetores $\mathbf{a}_k(i)$ são dados por $\mathbf{a}_k(i) = [a_{1,k}(i), a_{2,k}(i), \ldots, a_{K,k}(i)]^T$. A equação (3-17) pode então ser rescrita na forma

$$\bar{\mathbf{z}}(i) = \mathbf{a}_1(i)b_1(i) + \mathbf{a}_2(i)b_2(i) + \ldots + \mathbf{a}_K(i)b_K(i) + \boldsymbol{\eta}_0(i) + \mathbf{n}_0(i) \qquad \text{(3-18)}$$

Então, a razão sinal-ruído mais interferência depois do equalizador, para um dado usuário desejado u em um dado instante i, é dada por

$$\mathrm{SNIR}_u^0(i) = \frac{\mathbb{E}[a_{u,u}^2(i)]}{\mathbb{E}[(\bar{z}_u(i) - a_{u,u}(i)b_u(i))^2]} \qquad \text{(3-19)}$$

O cálculo prático para as curvas de $\mathrm{SNIR}_u(i)$ foi feito a cada símbolo e os valores esperados do numerador e do denominador para um dado instante i foram estimados separadamente, aproximando-os pela média aritmética tomada ao longo das diferentes realizações do experimento. Finalmente foi tirada a média no tempo destas médias estatísticas gerando o resultado final

$$\mathrm{SNIR}_u(i) = \frac{1}{i}\sum_{j=1}^{i}\mathrm{SNIR}_u^0(j) \qquad \text{(3-20)}$$

O desempenho, para o caso dos métodos propostos de posto reduzido interpolados, foi analisado a partir do comportamento da curva de razão sinal-ruído mais interferência na saída do equalizador [posição de $\mathbf{z}(i)$ na Figura (3.7)].

3.2.1 Cálculo das Estimativas

A estimação da assinatura efetiva é feita pelo método assistido com pilotos, A estimativa $\hat{\mathbf{s}}[j]$, pode ser obtida de forma iterativa, como na equação (2-19), por

$$\hat{\mathbf{s}}(j) = \alpha\,\hat{\mathbf{s}}(j-1) + \mathbf{r}(j)\,b^*(j) \qquad (3\text{-}21)$$

onde $b(j)$, $j = 0, 1, 2, \ldots, N_{tr}$, são símbolos-piloto conhecidos e α $(0 < \alpha < 1)$ é o fator de esquecimento, ou ainda, no caso de canais invariantes no tempo,

$$\hat{\mathbf{s}}(j) = \frac{1}{j}\sum_{i=1}^{j} b(i)\mathbf{r}(i) \qquad (3\text{-}22)$$

que foi a estimativa adotada na obtenção dos resultados numéricos.

No caso dos métodos de posto reduzido interpolado, a estimativa da assinatura efetiva reduzida $\hat{\mathbf{s}}_D$ é expressa por:

$$\hat{\mathbf{s}}_D[j] = \mathbf{X}_D\hat{\mathbf{s}}[j] \qquad (3\text{-}23)$$

onde a matriz de redução é dada por $\mathbf{X}_D = \mathbf{D}_l\boldsymbol{\mathcal{V}}$ e as matrizes $\mathbf{D}_l$ e $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ dependem do critério sendo implementado.

Os métodos de posto reduzido interpolado precisam de uma fase de preparação em que é escolhido o padrão de decimação e o filtro ótimo de interpolação. No caso do Esquema B, que maximiza a razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto, se estima para cada possível padrão de decimação a matriz $\mathbf{B}_l$, como apresentado na equação (2-34)

$$\hat{\mathbf{B}}_l[j] = \alpha\,\hat{\mathbf{B}}_l[j-1] + \boldsymbol{\mathcal{R}}^{\mathcal{H}}[j]\,diag(\mathbf{p}_l)\boldsymbol{\mathcal{R}}[j] \qquad (3\text{-}24)$$

onde α é o fator de esquecimento, e $\boldsymbol{\mathcal{R}}[j]$ é a matriz *toeplitz* do j-ésimo vetor recebido na entrada do estágio de posto reduzido.

Para os casos com posto reduzido interpolado, é preciso obter o autovetor de norma unitária associado ao maior autovalor da matriz $\hat{\mathbf{A}}_l$ ou da matriz $\hat{\mathbf{F}}_l$ para os esquemas A, e B respectivamente. Na prática não é necessária a realização de uma SVD para encontrar este particular autovetor. Aqui utilizou-se o método das potências (Apêndice B) que de forma iterativa e rápida convergência fornece uma aproximação cada vez melhor para o autovetor desejado.

3.2.2
Resultados Numéricos

Os novos esquemas são comparados com outras técnicas, o receptor com filtro inteiro (*full-rank*), e o método de decomposição singular PC. Os parâmetros são:

– K seqüências de Gold com comprimento $N = 31$, escolhidas aleatoriamente.

- Se considera:
  - Enlace *uplink*, os usuários experimentam diferentes condições de canal.
  - Enlace *downlink*, os usuários experimentam as mesmas condições de canal.
- A sequência de coeficientes do canal é dada por $h_l = p_l \alpha_l$, onde $\{\alpha_l\}$, é uma sequência de variáveis aleatórias gaussianas complexas descorrelatadas com potencia unitária, $\mathbb{E}[|\alpha_l^2|] = 1$, e $\sum_{i=1}^{L_p} p_l^2 = 1$.
- Os canais são constituídos por 3 percursos com potências relativas dadas por 0dB, -3dB e -6dB, respectivamente, onde o atraso do segundo percurso é dado por uma variável aleatória discreta uniforme entre 1 e 3 *chips*, e o atraso do terceiro percurso é dado por uma variável aleatória discreta uniforme entre 4 e 6 *chips*. Assim $L_p = 7$ é um limitante superior para o comprimento do canal.
- A potência dos sinais interferentes na recepção são variáveis aleatórias do tipo log-normal com desvio padrão associado de 6 dB.
- O receptor linear *full-rank* é considerado com o método iterativo que inverte matrizes e é implementado com a técnica adaptativa RLS. Os receptores interpolados são denominados INT, o método das componentes principais (PC) requer SVD da matriz covariância da observação $\mathbf{r}(i)$ e a dimensão do sub-espaço é escolhida como $D \geq K$, ou seja, não menor que o número de usuários ativos no sistema.
- Os resultados apresentados para os receptores INT foram obtidos com padrão de decimação uniforme.
- Os receptores processam 2000 símbolos, e são tiradas as médias de 500 experimentos independentes com parâmetros otimizados (e.g. interpolador, decimador, no caso de receptores INT) para cada experimento (cada realização do canal)
- Para avaliar o desempenho en termos de BER, no caso dos algoritmos que requerem treinamento, o receptor utiliza sequências de treinamento com $N_{tr} = 500$ símbolos-piloto e, em seguida, troca-se para o modo de operação.
- Para os receptores MMSE, obtém-se as matrizes estimadas $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$ por meio do algoritmo RLS, considerando um fator de esquecimento $\alpha = 0.998$, e sequências de treinamento são usadas para estimação das assinaturas efetivas de acordo com (3-22).

Os parâmetros dos receptores e métodos foram ajustados de modo a otimizar o desempenho e prover uma base de comparação adequada entre as diferentes técnicas.

De inicio, considerou-se a escolha do comprimento L_v do filtro interpolador $\mathbf{v}$. Para isso, foram conduzidos experimentos com valores na faixa de $L_v = 2$ a $L_v = 8$ com fator de decimação $F = 2$ e $F = 4$, para os esquemas A e B, num cenário *uplink*. Resultados de desempenho em termos de SNIR são apresentados na Figura 3.9. O experimento indicou que ambos esquemas apresentam um melhor desempenho no caso $L_v = F + 1$, que, lembrando da observação após equação (2-7) na Secção 2.1, é o máximo valor para L_v que ainda mantém branco o vetor de ruído na saída do estágio de posto reduzido. Por estas razões, o filtro interpolador foi projetado com $L_v = 3$ e $L_v = 5$ para os experimentos seguintes onde $F = 2$ e $F = 4$ respectivamente.

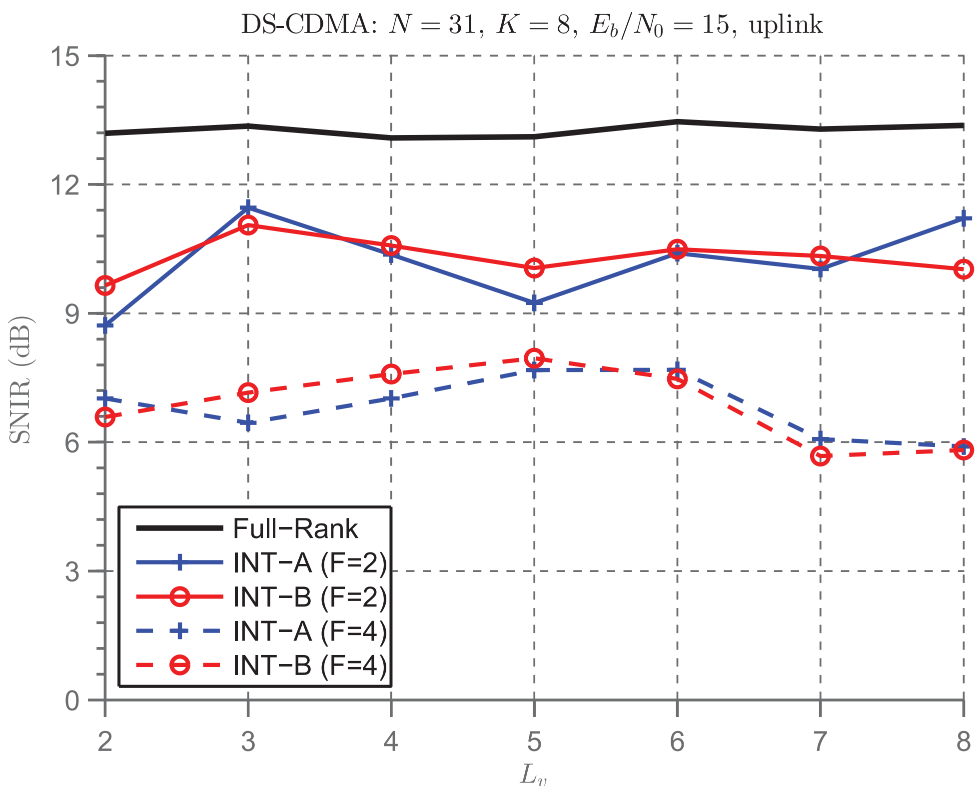


Figura 3.9: Comparação das curvas do SNIR versus L_v para sistemas com 8 usuários en cenário *uplink* e equalizador MMSE

Para ilustrar a eficiência do Esquema B na maximização da razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto (SNIR_D) são comparadas as técnicas de posto reduzido, a saber o Esquema A, correspondente a maximizar a razão sinal-ruído na saída do estágio de redução de posto, e o Esquema B. A SNIR_D foi obtida variando-se o número de símbolos num

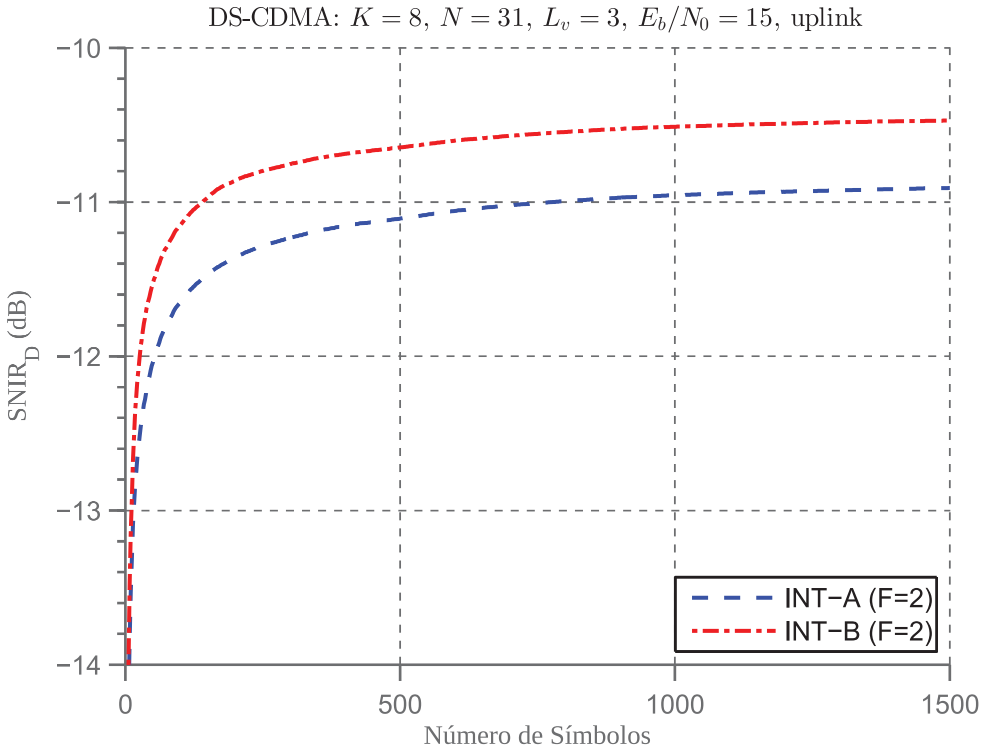


Figura 3.10: Comparação das curvas do SNIR_D para sistemas com 8 usuários en cenário *uplink*.

cenário *uplink* com 8 usuários ($K = 8$), assinatura de tamanho 31 ($N = 31$), fator de decimação ($F = 2$) e filtro interpolador $L_v = 3$. É mostrado na Figura 3.10 que o Esquema B apresenta o maior valor de SNIR_D. Ressalte-se que os valores negativos de SNIR_D (dB) resultam do fato do sinal, devido ao espalhamento espectral, ocupar ainda uma faixa larga de frequência com consequente valor elevado para a potencia do ruído.

A Figura 3.11 ilustra o comportamento da SNIR (razão sinal-ruído mais interferência após a equalização) com o aumento da dimensão D (ou redução do fator de decimação F) do vetor observação reduzido. Considerou-se D com valores 9, 12 e 18, com L_v, 5, 4 e 3 respectivamente, para um cenário *uplink*. O valor $D = 18$ e $D = 9$ correspondentes aos fatores de decimação $F = 2$ e $F = 4$, foram adotados nos resultados a seguir.

Desempenho de Convergência em Termos de SNIR

A SNIR na saída do receptor[1] é usada para avaliar o desempenho de convergência dos algoritmos analisados. Experimentos são realizados variando-

[1]Note-se que a SNIR depois do equalizador medida neste caso é diferente da calculada para o dimensionamento do posto reduzido na Seção 2.2, onde trabalha-se com a SNIR antes do equalizador (SNIR_D).

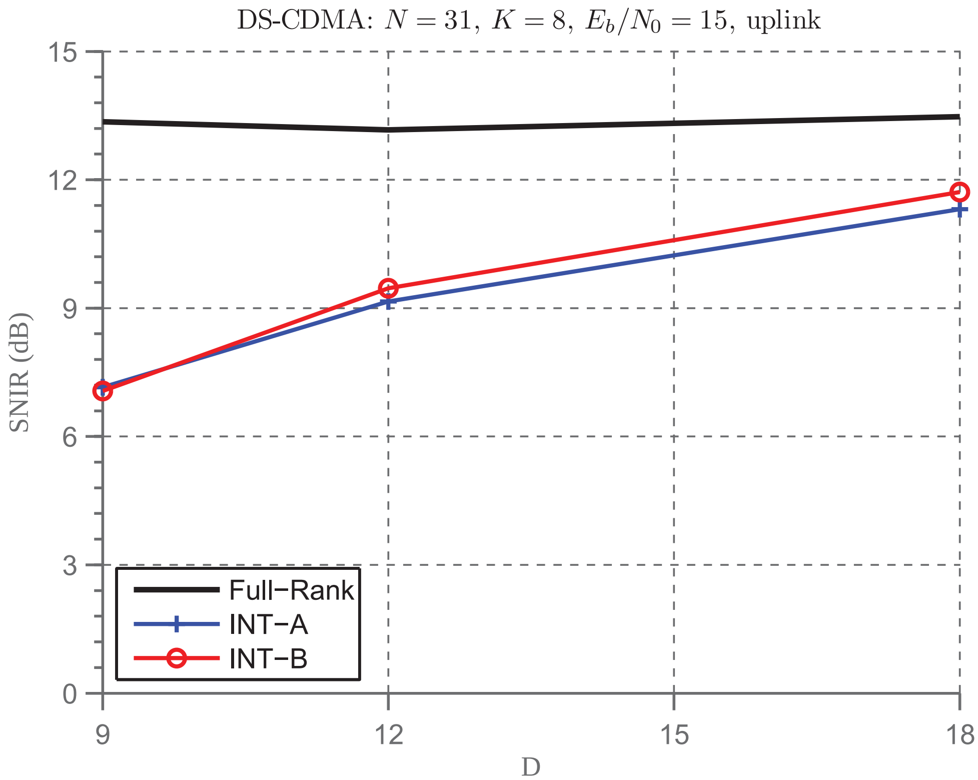


Figura 3.11: Comparação das curvas do SNIR versus D para sistemas com 8 usuários em cenário *uplink* e equalizador MMSE, L_v e F variável

se o número de símbolos-piloto, para 8 usuários ($K = 8$), assinatura de tamanho 31 ($N = 31$), e filtro interpolador $L_v = F + 1$, em cenários *uplink* e *downlink*, para um valor $E_b/N_0 = 16dB$. Os resultados com $F = 2$ são mostrados nas figuras 3.12 e 3.13 e com $F = 4$ nas figuras 3.14 e 3.15.

Como era previsível, os métodos com posto reduzido, apresentam uma perda quando comparados ao processamento com filtro *full-rank*. Apesar desta diferença, o desempenho dos métodos apresentados ainda é bom o suficiente para ser atraente para uso em receptores que prezam maior rapidez de convergência o menor custo computacional resultante do processamento de matrizes menores. Observa-se também que tanto para o cenário *uplink* quanto para o *downlink*, os métodos de posto reduzido interpolado dos esquemas A e B com fator de decimação $F = 2$ conseguem um desempenho próximo, ou melhor, no caso do Esquema B, ao do algoritmo PC mantendo uma complexidade computacional muito menor. Já conforme se aumenta o fator de decimação obteve-se desempenhos piores.

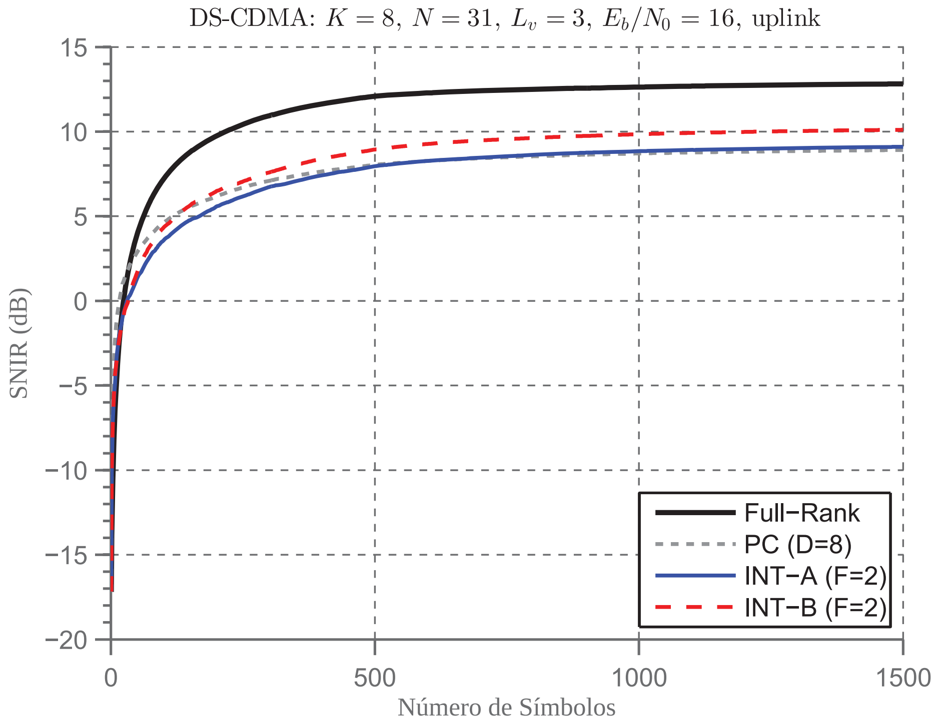


Figura 3.12: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 8 usuários em cenário *uplink* e equalizador MMSE.

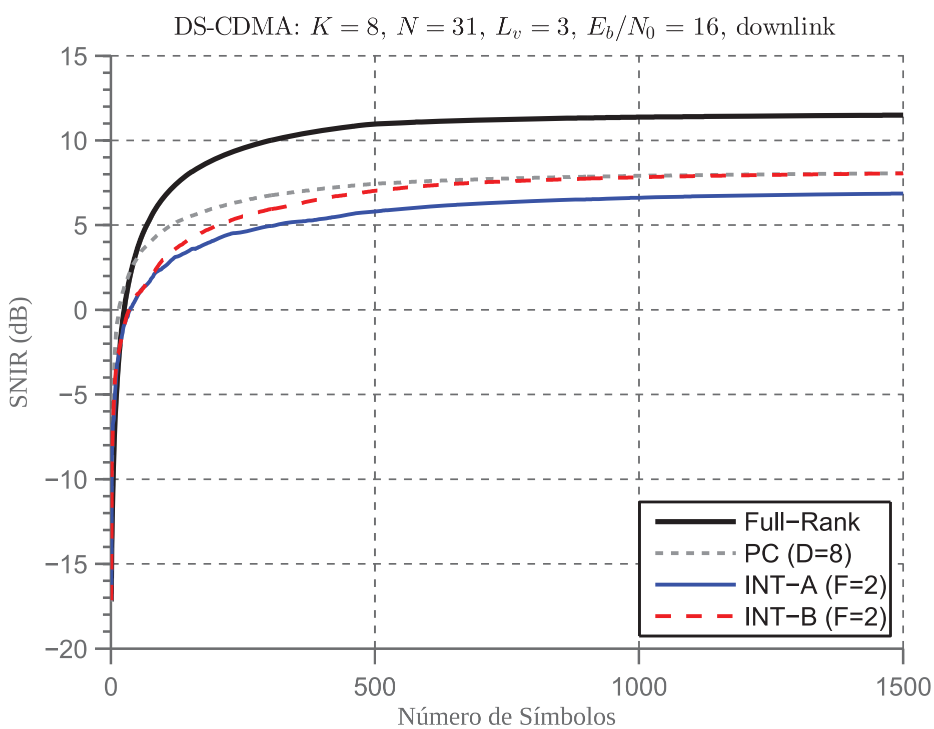


Figura 3.13: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 8 usuários em cenário *downlink* e equalizador MMSE.

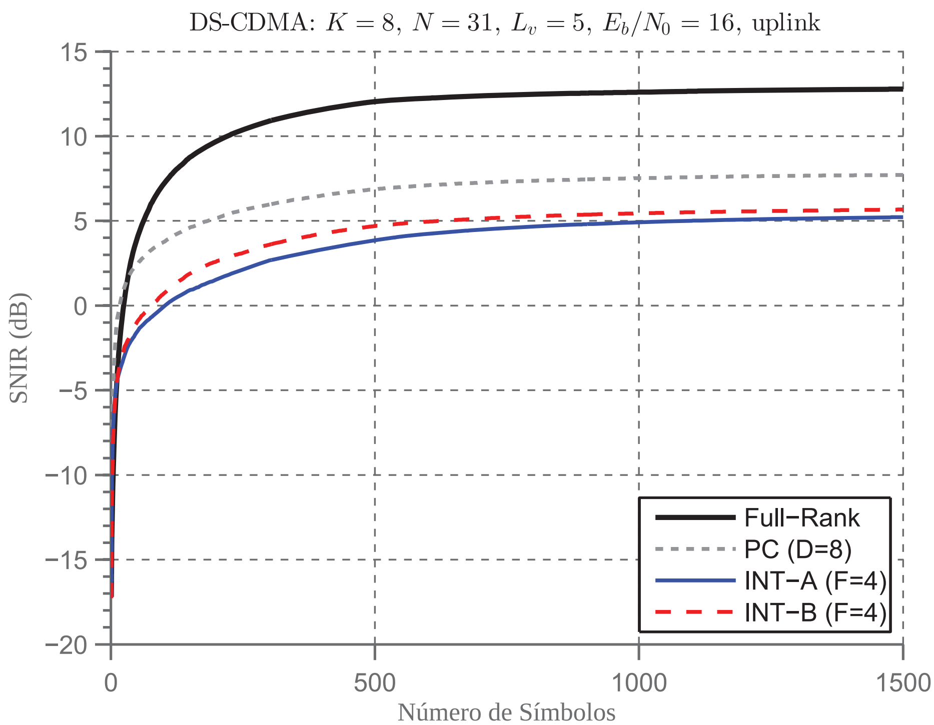


Figura 3.14: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 8 usuários em cenário *uplink* e equalizador MMSE.

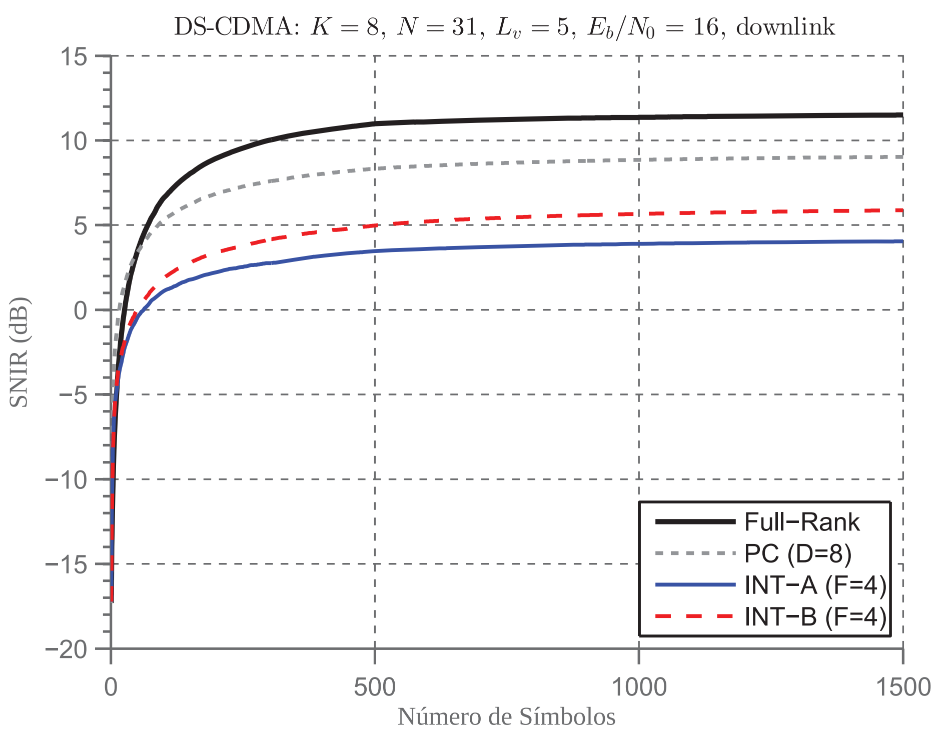


Figura 3.15: Comparação das curvas do SNIR para sistemas com 8 usuários em cenário *downlink* e equalizador MMSE.

Desempenho em termos de BER

A taxa de erro de bit foi estimada calculando a frequência relativa de ocorrência de erro de bit para uma quantidade suficientemente grande de símbolos transmitidos após estabilização das estimativas, repetindo o experimento 500 vezes e tomando a BER (*bit error rate*) média desses experimentos. As figuras 3.16, e 3.17 mostram os resultados obtidos considerando $F = 2$ para cenários *uplink* e *downlink* respectivamente. Resultados com $F = 4$ são apresentados nas figuras 3.18 e 3.19.

As curvas de BER refletem o comportamento dos métodos nas curvas de SNIR. Vê-se na Figura 3.16 para o cenário *uplink*, que o método que obtém taxa mais baixa de erro de bits é o método PC com $D = 8$. Os esquemas A e B interpolados, obtêm desempenho similar em BER, com o Esquema B melhor que o Esquema A, assim como na Figura 3.12.

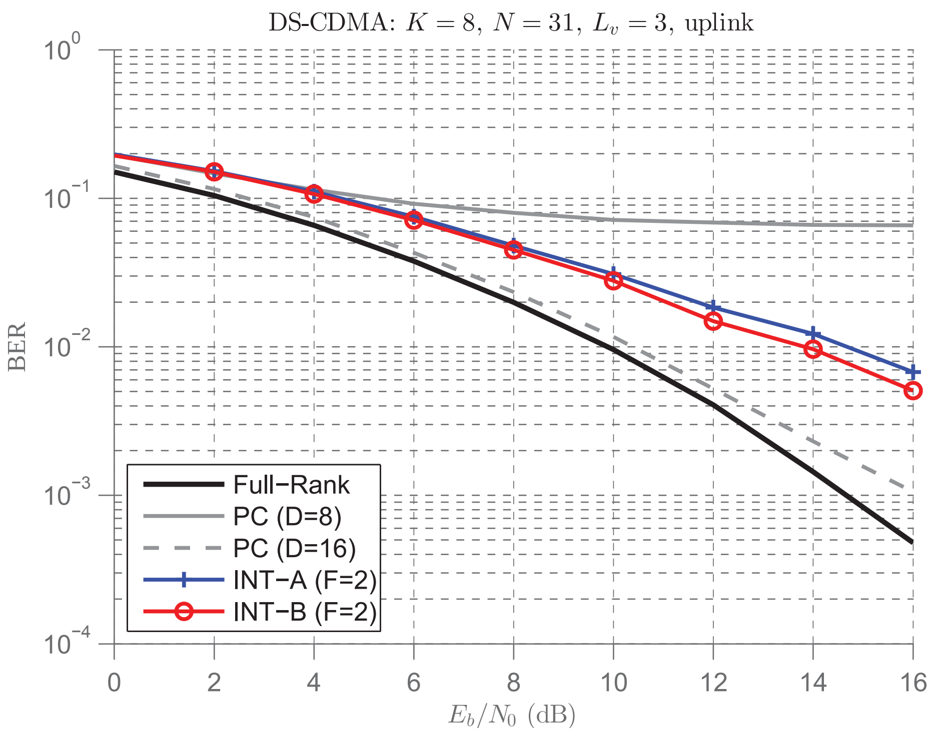


Figura 3.16: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ para sistema DS-CDMA num cenário *uplink*

3.2.3
Complexidade Computacional dos Algoritmos

Para avaliar a complexidade computacional dos receptores considerados, foi feito um cálculo do número de operações por símbolo (adições e multiplicações) requeridas para cada estratégia. São comparados os algoritmos *full-*

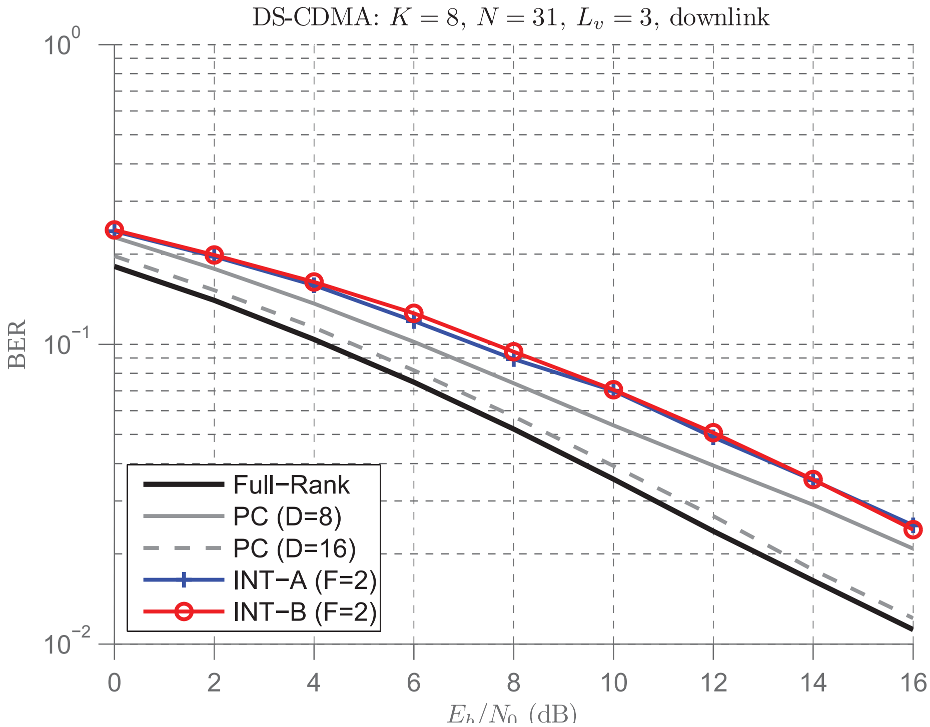


Figura 3.17: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ para sistema DS-CDMA num cenário *downlink*

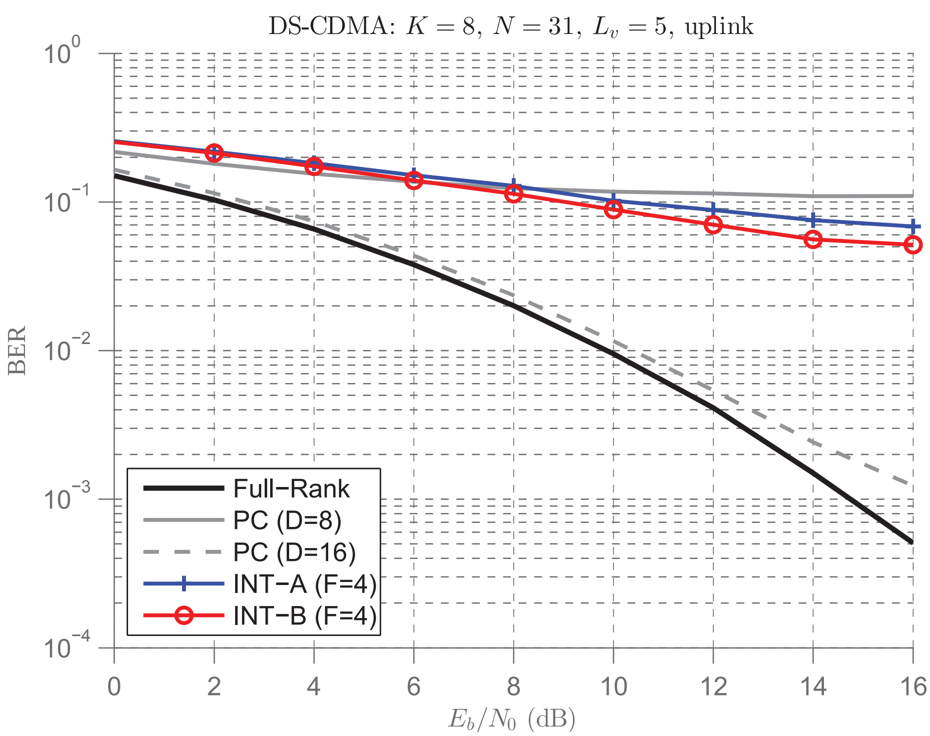


Figura 3.18: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ para sistema DS-CDMA num cenário *uplink*

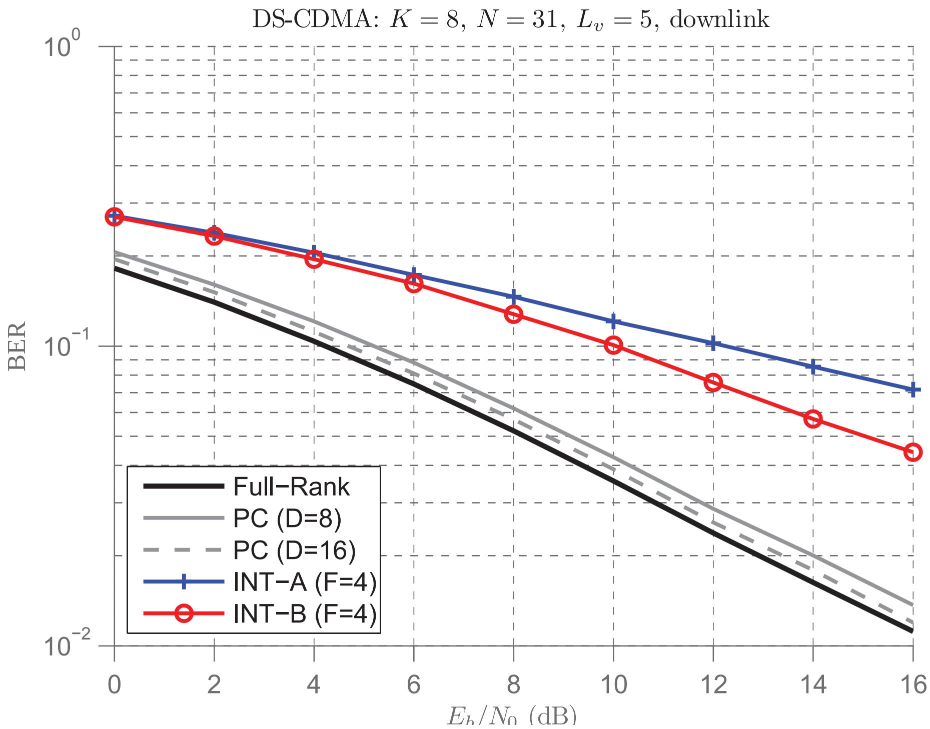


Figura 3.19: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ para sistema DS-CDMA num cenário *downlink*

rank (RLS-Full-Rank), o método de posto reduzido das componentes principais (RLS-PC), e as técnicas de posto reduzido propostas, a saber o Esquema A, correspondente a maximizar a razão sinal-ruído na saída do estágio de redução de posto (RLS-INT-A), e o Esquema B, que maximiza a razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de redução de posto (RLS-INT-B). O apêndice C descreve os cálculos específicos de cada método.

A Tabela 3.1 apresenta um resumo da complexidade computacional obtida para os diferentes métodos. Em geral, os métodos de posto reduzido interpolado reduzem a dimensão D_0 do vetor de observação a ser processado de $D_0 = M$ para $D_0 = D = \lfloor M/F \rfloor$. Isto é relevante para algoritmos que têm custo computacional quadrático com D_0 como por exemplo nos receptores RLS, uma vez que, neste caso os métodos de redução de posto propostos permitem redução de complexidade da ordem de F^2 para valores altos de M. Por outro lado, um inconveniente do método das componentes principais (PC), é que a redução de posto requer uma SVD com um custo computacional associado de $\mathcal{O}(M^3)$ para o cômputo do subespaço desejado, embora existam já algoritmos mais eficientes para a implementação do método PC, com complexidade comparável à do método *full-rank*.

Para melhor ilustrar a complexidade computacional, a Figura 3.20 apre-

Tabela 3.1: Complexidade Computacional dos Algoritmos

	Número de Operações por Símbolo	
Algoritmo	**Adições**	**Multiplicações**
RLS-Full-Rank	$3(M-1)^2 + M^2 + 2M$	$6M^2 + 2M + 2$
RLS-PC	$M^3 + 3(D-1)^2$ $+D^2 + 2D$	$\mathcal{O}(M^3) + 6D^2$ $+2D + 2$
RLS-INT-A	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+(M-1)L_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2)$	$6D^2 + 2D + ML_v$ $+ML_v^2 + \mathcal{O}(L_v^2) + 2$
RLS-INT-B	$3(D-1)^2 + D^2 + 2D$ $+2(M-1)L_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3)$	$6D^2 + 2D$ $+2ML_v + 2ML_v^2$ $+\mathcal{O}(L_v^2) + \mathcal{O}(L_v^3) + 2$

senta curvas que descrevem a complexidade computacional em termos das operações aritméticas (adições e multiplicações), em função do dimensão M do vetor de observação $\mathbf{r}$ para os algoritmos recursivos. Para estas curvas, se considera o método PC com $D = \lfloor M/4 \rfloor$ e para os esquemas com posto reduzido interpolado (INT) são considerados os casos $F = 2$ e $F = 4$ ou ($D = \lfloor M/2 \rfloor$ e $D = \lfloor M/4 \rfloor$), com $L_v = 3$ e $L_v = 5$ respectivamente. Da Figura 3.20, pode-se avaliar a menor complexidade dos métodos com posto reduzido interpolados (INT), sendo o Esquema A o menos complexo. Note-se aqui que existem métodos que permitem reduzir a complexidade computacional do método PC, aproximando-a da complexidade do receptor com filtro inteiro, *full-rank*. Este último, entretanto, apresenta ainda uma diferença significativa, que aumenta com o valor de M, quando comparado aos algoritmos com posto reduzido interpolado.

3.3 Considerações Finais

Os resultados deste capítulo confirmam que os métodos de posto reduzido desenvolvidos, aplicados num sistema DS-CDMA, apresentam um bom desempenho mantendo uma complexidade computacional baixa quando comparados ao método baseado em componentes principais e ao processamento *full-rank*. Foram avaliados os estágios de interpolação e decimação do posto reduzido e verificou-se que o melhor comprimento para o filtro interpolador é $L_v = F + 1$, uma vez que este valor resulta em melhor desempenho e mantém branco o vetor de ruído na saída do estágio de posto reduzido. O valor do fator de decimador F permite negociar entre a complexidade computacional e o desempenho.

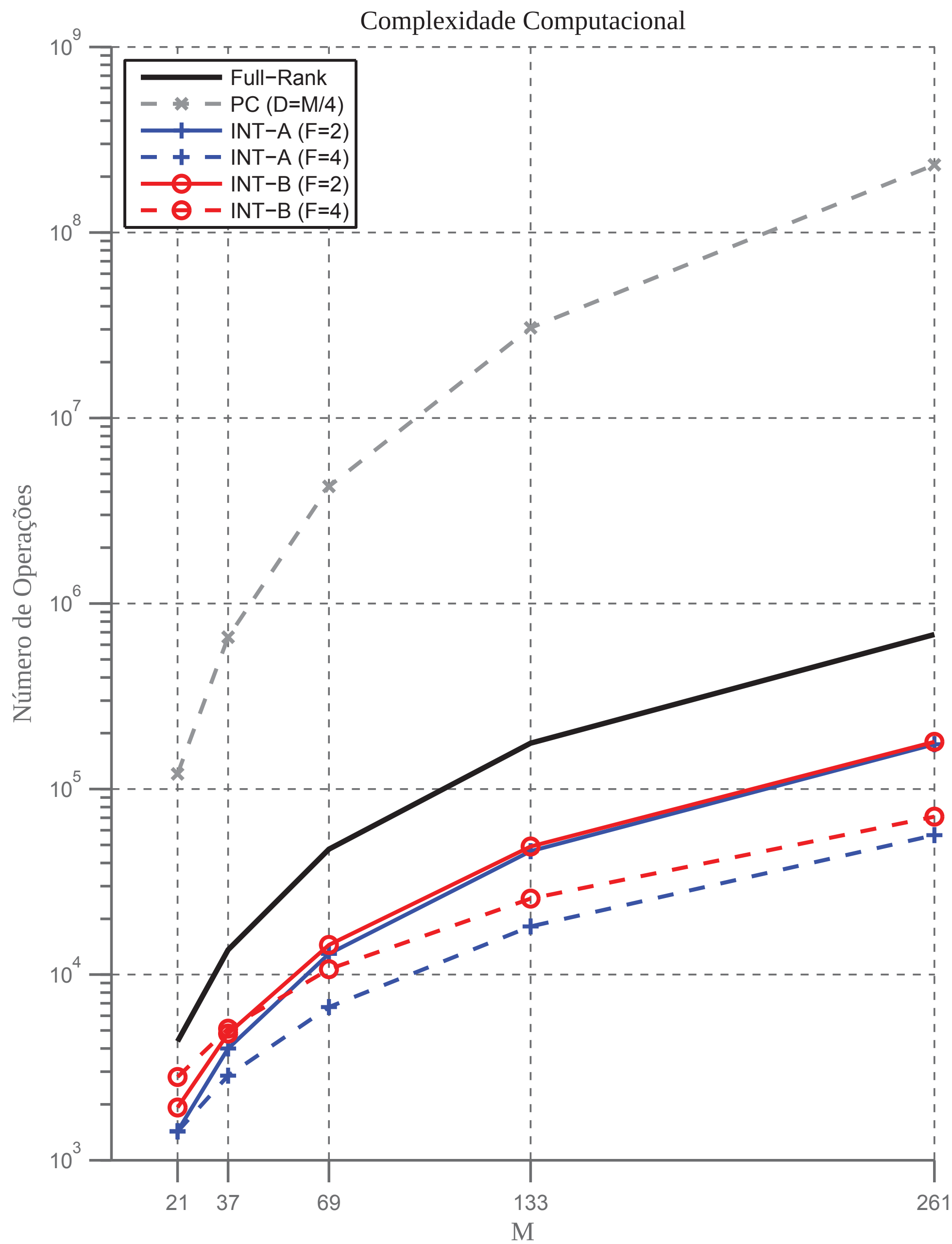


Figura 3.20: Complexidade Computacional dos Algoritmos *full-rank*, o método de posto reduzido das componentes principais (PC), as técnicas de posto reduzido interpolados propostas, o Esquema A (INT-A) e o Esquema B (INT-B).

Resultados numéricos ilustraram a eficiência do Esquema B na maximização da razão sinal-ruído mais interferência na saída do estágio de posto reduzido, embora isso em geral não garanta máximo SNIR na detecção depois do equalizador.

Os experimentos realizados, envolveram vários parâmetros aleatórios, a saber, tanto os coeficientes como os atrasos dos percursos do canal, além da aleatoriedade na potencia dos sinais interferentes na recepção, porquanto foi preciso um número alto de experiências para obter resultados confiáveis.

A complexidade computacional dos receptores foi avaliada pelo cálculo do número de operações por símbolo (adições e multiplicações) requeridos por cada estratégia, evidenciando numericamente a redução substancial de complexidade resultante do uso dos algoritmos interpolados analisados quando comparados com os algoritmos *full-rank* e método das componentes principais.