

4

Base de Dados e Metodologia

Este capítulo foi dividido em duas seções. A primeira parte descreve a base de dados que foi utilizada no tratamento das informações e a segunda parte apresenta a metodologia utilizada para os cálculos que originaram os resultados deste estudo.

4.1.

Base de Dados

A base de dados deste estudo foi obtida em fontes distintas: na Bloomberg, segundo os parâmetros de entrada de dados descritos no contrato de emissão deste produto estruturado da Vale S.A. (do Citigroup Funding Inc. que segue em anexo), no ECONOMÁTICA e na NASDAQ.

Os dados de entrada no modelo são compostos pelo preço inicial (adquirido na Bloomberg no dia 04/03/2011 que foi de US\$34,50) que gera automaticamente outros dados como o *autocall* (de US\$34,50), de *knock-in* e a Barreira de Cupom (que são US\$ 27,60).

O cupom pago (determinado em contrato) é de 11% a.a. que pode gerar pagamentos mensais de 0,917%, caso do preço do produto se encontre em patamares condicionais que proporcionem esse pagamento, assim como explicado anteriormente.

A volatilidade (σ) principal do modelo é de 0,36 (considerando a volatilidade histórica - obtida com a base de preços extraída do ECONOMÁTICA), e a mesma terá uma variação de 0,10 até 1,00 (para modelagem experimental) a fim de se notar as discrepâncias de apreçamento em função da mesma - que seria a única variável condicionante manipulável para influenciar o apreçamento deste produto.

4.2.

Metodologia

A análise abrange o período de 12 meses a partir da data inicial de tomada de preço da ação da Vale S.A. (VALE), no dia 04/03/2011, para que o produto tenha seus *inputs* de dados (barreira de cupom, *knock-in* e *autocall* partindo deste preço inicial).

As modificações no modelo de Árvore Trinomial incluem as condicionais de barreira de cupom, *knock-in*, *autocall*, bem como a dinâmica de cálculo do valor presente do título levando em consideração tais condicionais.

Vale ressaltar que o modelo de árvore trinomial é o mesmo utilizado por Hull (2006), apenas ocorrem modificações na dinâmica de cálculo do valor presente e a adição das respectivas condicionais citadas anteriormente.

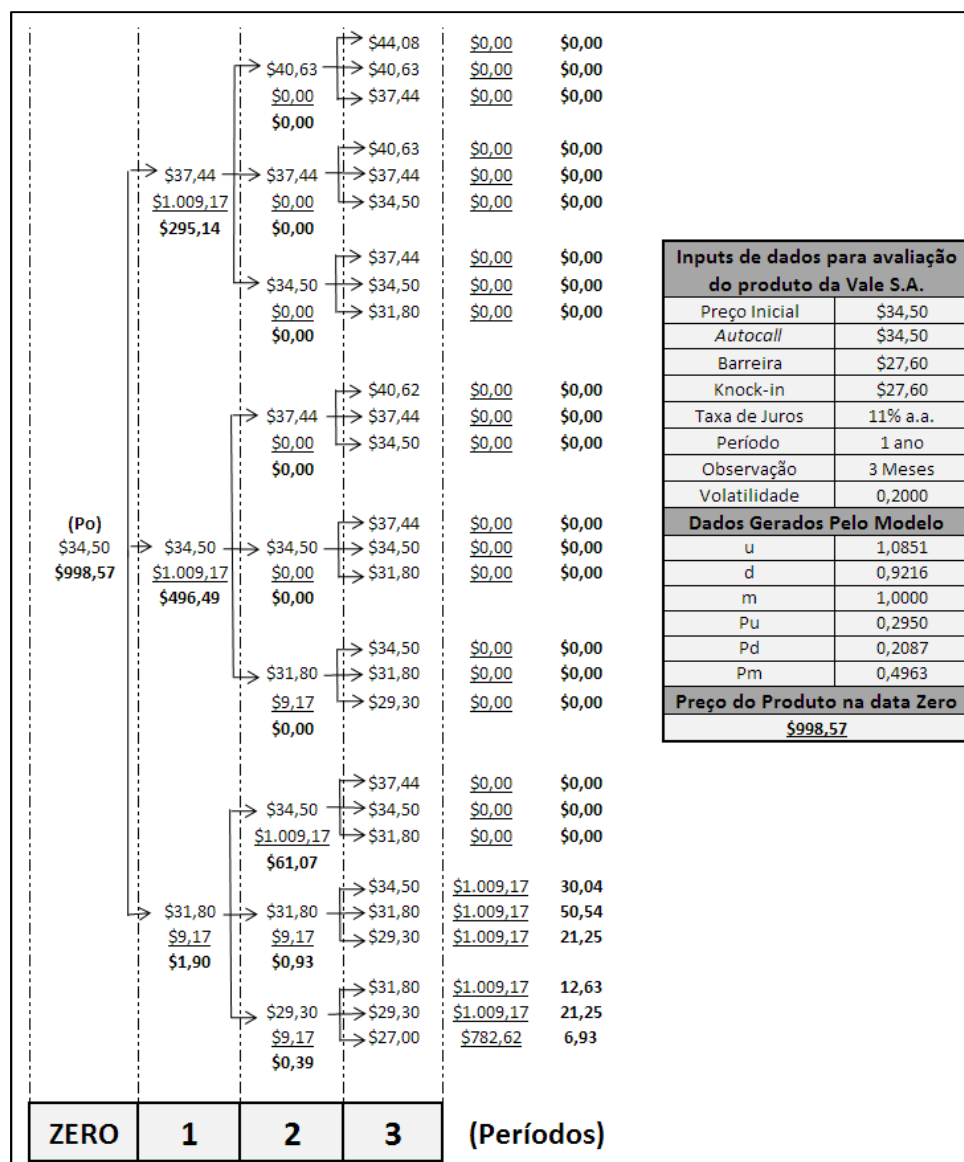
Os pagamentos de cupom, em função do principal investido, são levados a valor presente de acordo com a posição do preço na árvore, ou seja, da posição do nó.

Dessa forma, pode-se notar que as condicionais devem ser analisadas de forma individual para cada nó da árvore.

Também é interessante observar que o ativo subjacente segue o movimento geométrico browniano.

Na figura 8, para melhor entendimento, é gerado um modelo ilustrativo considerando que o produto tenha um tempo máximo de três meses de vida.

Figura 8: Demonstrativo de Cálculo do Modelo Trinomial Modificado.



Fonte: Própria.

Nesse exemplo de funcionamento, tomou-se o preço inicial (P_0) de US\$34,50 o *autocall* US\$34,50 a barreira de cupom e o *knock-in* US\$27,60 e foi utilizada uma volatilidade de 0,2 (ou seja, 20%).

Os valores sublinhados demonstram os pagamentos de cupom em função das condicionais do produto da Vale S.A. e os valores em negrito são referentes ao valor presente do cupom pago. Logo, o valor em negrito notado abaixo do preço inicial é o valor presente final do produto (que é a soma de todos os demais valores em negrito).

No primeiro período, observa-se que o preço de \$37,44 ultrapassou a barreira do *autocall* e o preço de \$34,50 atingiu o mesmo, logo são resgatados e

recebe-se o resgate do principal acrescido dos juros $\$1000 \times 1,0917 = \$1009,17$ e o cálculo subsequente para este “nó” não será mais necessário já que o produto terminou nesta parte da árvore. O valor presente, então, é gerado da seguinte maneira:

$$\text{Eq.(15) } VP = \left[\left(\text{Principal} \times \left(1 + \frac{r}{12} \right) \right) \times \text{Probabilidade Cumulativa do Nó} \right] \times \text{Exp} \left[\left(-\text{Ln} (1 + r) \right) \times \left(n / T \right) \right]$$

Sendo:

r = O cupom total pago pelo produto;

n = O respectivo período de observação;

T = O período total.

Aplicando a equação: o valor pago de $\$1009,17$ * (a probabilidade de subida de 0,2950) * $\text{Exp} [-\text{Ln} (1,11) * (1/12)] = \$295,14$.

Como dito anteriormente, os valores presentes são encontrados em função da posição do nó, ou seja, tomando como exemplo o valor de US\$31,80 no segundo período, o pagamento é de $\$9,17$ ($\$1000 \times 0,0917$), porque a barreira do *autocall* não foi alcançada (apenas a do pagamento de juros), e desta maneira o cálculo do VP para este tipo de situação muda para:

$$\text{Eq.(16) } VP = \left[\left(\text{Principal} \times \left(\frac{r}{12} \right) \right) \times \text{Probabilidade Cumulativa do Nó} \right] \times \text{Exp} \left[\left(-\text{Ln} (1 + r) \right) \times \left(n / T \right) \right]$$

Aplicando a equação: o valor pago de $\$9,17$ * (a probabilidade de descida de 0,2087 * a probabilidade de se manter estável de 0,4963) * $\text{Exp} [-\text{Ln} (1,11) * (2/12)] = \$0,93$.

Nesse exemplo em particular, nenhum preço no período 1 e 2 ficou abaixo da barreira de pagamento de cupom de $\$27,60$, caso isso aconteça o pagamento de juros é zero e o produto continua.

O terceiro período, nesse exemplo ilustrativo, teria as mesmas condicionais que o décimo segundo período do produto real. Desta maneira, fica claro que no último período, caso o preço feche acima da barreira ganha-se o principal

acrescido de juros e caso feche abaixo da barreira de cupom a Vale S.A. estaria comprada em uma opção de venda e o comprador vendido. O cálculo seria:

$$\text{Eq. (17) Fechamento Abaixo da Barreira} = \left(\text{Principal} / P_0 \right) \times P_T$$

Sendo:

P_T = O preço no período final.

Aplicando o cálculo para $P_T = 27,00$ no último período: $(1000 / 34,5) * 27,00 = \$782,62$.

Para a automação do processo de cálculo foi desenvolvida uma metodologia de cálculo que buscou explorar as condicionais do produto com a ideia matricial para o trabalho com as bases de dados (utilizando a linguagem computacional VBA no Excel).

Para tomada de preço a fim de realizar o cálculo da volatilidade histórica, os preços da Vale S.A. foram obtidos em bases diárias no período de 12 meses antes da emissão do título. Foram retirados da ECONOMATICA, em dólar, ajustado por proventos, dividendos e não foram ajustados pela inflação (o valor encontrado foi de 0,36 ou 36%).

A Volatilidade Histórica, segundo Silva (2008), corresponde ao desvio padrão dos logaritmos naturais da variabilidade do papel entre períodos consecutivos. Seu cálculo consiste em:

- 1- Calcular $\ln (P_i / P_{i-1})$ para cada período, onde P_i é o preço de fechamento no período i e P_{i-1} é o mesmo preço de fechamento no período anterior;
- 2- Calcular o desvio padrão dos valores calculados no item 1 para os n períodos que antecedem ao período considerado (n é um parâmetro do indicador);
- 3- Anualizar o valor da volatilidade obtida no item 2. Por exemplo, se os valores do item 1 são em base diária, multiplicar o desvio padrão do item 2 pela raiz quadrada de 252 (onde 252 = número aproximado de dias úteis em um ano).

Alguns cenários de apreçamento serão estruturados partindo da volatilidade para análise do comportamento do produto ao longo deste tempo.