### 3 Otimização de forma para minimizar a concentração de tensão

### 3.1. Introdução

O capítulo dois mostrou que a iniciação da trinca de fadiga está fortemente relacionada com o FCT. No entanto, também foi mostrado que o FCT pode ser eficientemente reduzido através do uso de receitas geométricas simples, baseadas em princípios de hidrodinâmicos, simples observações das geometrias de árvores e até mesmo removendo material a fim de obter um componente mais resistente. No entanto, essas soluções não são as melhores possíveis. Existem maneiras de se otimizar numericamente a geometria de certos componentes a fim de se obter um melhor perfil geométrico, onde a tensão tangencial é constante e conseqüentemente o FCT é reduzido ao seu mínimo valor possível.

### 3.2. Revisão da literatura

Esta seção é uma revisão da literatura relacionada com a otimização estrutural de forma, com foco na redução de concentração de tensão utilizando o método dos elementos finitos. Uma pesquisa cuidadosa foi realizada baseada num vasto banco de dados, incluindo principalmente artigos de importantes revistas internacionais e livros de conhecidos autores para suportar as declarações e os projetos propostos nesta dissertação.

A otimização estrutural tenta integrar a modelagem geométrica, análise estrutural, e otimização em um processo automatizado auxiliado por computador. Hsu [34], divide o processo de otimização de forma, em três módulos: representação geométrica, análise estrutural e algoritmo de otimização.



Figura 3.1 – O processo geral da otimização de forma [34]

A otimização estrutural pode ser basicamente dividida em duas categorias: uma focada no dimensionamento de variáveis de projeto e outra focada em variáveis de forma. Na primeira categoria, as variáveis de projeto, como a espessura da placa ou a área de seção transversal, não exigem uma alteração no modelo de elementos finitos. Por outro lado, a segunda categoria é mais complexa porque exige mudança na geometria com o avanço da otimização [35]. Esta dissertação não abrange otimização topológica; ela centra-se na obtenção de formas melhores que reduzem fator de concentração de tensão.

Schnack [36] menciona que a curvatura de entalhes não deve ser previamente assumida como circular devido à hipótese de Baud de que a tensão tangencial constante resulta no mínimo FCT. A curvatura do entalhe deve ser otimizada numericamente até atingir uma tensão tangencial uniforme, reduzindo ao mínimo a tensão de pico. Esta suposição foi provada por uma lei proposta por Neuber chamada *fade-away*, que afirma que a curvatura do entalhe tem uma grande influência sobre a tensão de pico e considera que apenas uma parte da curvatura do entalhe influencia a tensão de pico. Ele também mostrou que quanto maior for a tensão de pico no entalhe, mais as tensões vão reduzir como a distância da raiz do entalhe. Assim, pontos localizados a uma grande distância do entalhe possuem pouca influência na tensão de pico.

Muitos estudos sobre otimização de forma para reduzir o FCT baseados em diferentes abordagens, levam a resultados semelhantes. Sonmez [37, 38, 39] baseia seu processo de otimização em um algoritmo estocástico chamado *direct search annealing*, que se baseia em uma analogia termodinâmica que busca o estado de energia mais baixo, procurando um formato de filete que resulte na mínima tensão tangencial. Souza et al. [40] desenvolveu um algoritmo chamado *evolutionary structural optimization (ESO)*, baseados na lenta remoção de material ineficientes de uma estrutura até se obter a forma ideal. A figura 3.2 mostra dois modelos fotoelásticos com um filete de perfil otimizado. Esses perfis foram otimizados a partir de entalhes circulares tradicionais, resultando numa tensão tangencial praticamente constante ao longo de todo entalhe. [36].



Figura 3.2 – Franjas fotoelásticas de geometrias otimizadas [36]

Procedimentos de otimização que visam reduzir o fator de concentração de tensão procura pelo melhor perfil. Por isso, é muito importante selecionar as variáveis de projeto apropriadas para definir o perfil. O sucesso do processo de otimização depende muito a representação desse perfil, ou seja, no método de gerar o perfil curvo contínuo. Alguns autores utilizam coordenadas nodais como variáveis de projeto, enquanto outros usam polinômio ou uma representação de spline do perfil. Bhavikatti et al. [41] preferem utilizar uma curva definida por uma função polinomial de terceiro grau, que deve ser capaz de reproduzir várias formas aceitáveis para diferentes combinações de variáveis. Por exemplo, o perfil

*AB* mostrado na figura 3.3 é definido pelo polinômio mostrado na equação 3.1. Nesta equação, x e y são as coordenadas dos pontos na curva com origem na raiz do filete e a1, a2,..., a9 são constantes arbitrárias.



Figura 3.3 - Representação polinomial do filete (modificado de [40])

$$\phi(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 x^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 x^3 = 0 \quad (3.1)$$

Heller [42] prefere usar coordenadas nodais como variáveis de projeto. A utilização de uma fronteira definida por nós resulta em uma malha de alta fidelidade, no entanto, ele requer um grande número de variáveis de projeto, sendo necessário suavizar os movimentos nodais. A tensão nodal é muito sensível à posição dos nós adjacentes, especialmente em malhas muito refinadas.





Figura 3.4 – Fronteira definidas por nós [34]

Wu [43] usa splines para definir a fronteira como forma de simplificar o processo de otimização de elementos finitos usando menos variáveis. Uma spline é um polinômio suave definido por uma função, isto é, é uma função cuja definição muda dependendo do valor da variável independente. O tipo mais

comum de spline é a spline cúbica (por exemplo, *B-spline*), que tem duas derivativas contínuas em todos os lugares [44].



Figura 3.5 – B-spline [44]

Curvas *B-spline* são definidas por um grupo de pontos de controle, também chamado de vértices de controle (*Vm*). Embora estes pontos não façam parte da curva, eles definem sua forma. Uma das vantagens da *B-spline* é que ela pode ser controlada localmente, ou seja, cada ponto de controle tem uma influência sobre apenas um segmento local da curva e não afeta o resto dela. Assim, quando um ponto único de controle é movido, apenas um segmento localizado da curva é modificado [44].

O método de elementos finitos é uma ferramenta comum de análise no processo de otimização, que pode ser baseado, por exemplo, em métodos de sensibilidade ou métodos sem gradiente [42]. Métodos de sensibilidade medem a resposta de uma estrutura quando uma variável que define a sua forma é alterada [34]. A resposta estrutural é calculada com base em derivativas de tensão variáveis de projeto, por exemplo, deslocamentos, deformações e tensão, que são usados na maioria dos algoritmos de otimização para alcançar uma solução ideal. Otimização estrutural com restrições de tensão requer um grande número de variáveis de projeto, variável de projeto, geralmente uma por cada elemento da malha e um grande número de restrições não-lineares [45]. Processos de otimização que se baseiam na analise de sensibilidade precisam informação do gradiente de tensão, portanto, um grande esforço é necessário para gerar um

modelo inicial apropriado para garantir o sucesso na convergência do processo de otimização [42].

Um método muito mais simples pode ser usado para otimização de forma: o método sem gradiente. Algoritmos de otimização, como o conhecido algoritmo sem gradiente, podem ser utilizados para adicionar iterativamente material onde as tensões são mais altas do que o desejado e removê-lo onde as tensões são mais baixas [43, 46, 47]. O problema de otimização é encontrar a forma do filete que minimiza o FCT do entalhe. A função objetivo é a tensão tangencial ou a tensão de Mises ao longo do perfil de filete, que deve ser o mais uniforme possível para atingir aos critérios Baud e Neuber. Nos métodos sem gradiente, não são necessárias derivativas de tensão, o que simplifica o processo de otimização. Em vez disso, a curva pode ser simplesmente modelada com splines cúbicas, definidas por pontos de controle distribuídos ao longo do perfil do entalhe. A geometria ótima é obtida iterativamente, movendo os pontos ao longo do filete usando um algoritmo que simula o crescimento do material, como no encontrado em estruturas naturais [48] descritos por Mattheck.



Figura 3.6 – Método de otimização sem gradiente em uma placa carregada (a). Tensão tangencial ao longo do contorno do filete (b).(Modificado de [46])

A figura 3.6(a) mostra uma placa como um filete, dividido por pontos de controle, submetida a um carregamento remoto de tração. A tensão tangencial ao longo deste filete inicial varia significativamente ao longo de seu contorno, conforme mostrado esquematicamente na figura 3.6(b). O método de otimização sem gradiente busca uma tensão tangencial constante ao longo do filete, movendo seus pontos de controle por uma quantidade adequada ( $d_i$ ), definida pela equação

3.2. O movimento na direção normal de qualquer ponto (*i*) depende da tensão tangencial ( $\sigma_i$ ) e uma tensão limite ( $\sigma_{th}$ ) especificada no ponto A, que não se move durante o processo de otimização. Um fator *C* pode ser usado para acelerar o processo de otimização. Este é um processo iterativo, pois a tensão é calculada em cada ponto da fronteira a cada iteração e comparada com a tensão de referência (tensão limite) desejada. Se a tensão calculada for inferior a limite, o material é removido nesse ponto (valor negativo  $d_i$ ); se for maior, material é adicionado a ele ( $d_i$  positivo).

$$d_i = C \frac{\sigma_i - \sigma_{th}}{\sigma_{th}} \tag{3.2}$$

É interessante notar que material pode ser tanto adicionado ou removido da curva, dependendo do valor da tensão limite ( $\sigma_{th}$ ), como mostrado na tabela 3.1. Assim, se um entalhe é retrabalhado visando à redução do FCT, por exemplo, a segunda opção deve ser usada. A seleção de uma tensão limite adequada tem uma grande influência sobre a eficiência da otimização.

Tabela 3.1 – Influência da tensão limite ( $\sigma_{th}$ )

1	Adição ou remoção de material	Tensão mínima < $\sigma_{th}$ < Tensão máxima
2	Remoção de material	σ <sub>th</sub> ≥ Tensão maxima
3	Adição de material	σ <sub>th</sub> ≤ Tensão mínima

Como mencionado anteriormente, Heller usa coordenadas nodais como variáveis de projeto [42]. Ele observou que nas malhas refinadas, efeitos localizados podem perturbar a solução, pois as tensões nodais são bastante sensíveis à posição dos nós adjacentes. Para evitar esse problema, ele sugeriu suavizar a posição nodal utilizando uma média das coordenadas nodais x-y, como mostrado nas equações 3.3 e 3.4.

$$x_i = \frac{x_{i-1} + x_i + x_{i+1}}{3} \tag{3.3}$$

$$y_i = \frac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3} \tag{3.4}$$

Neste estudo, os pontos de controle da spline foram usados ao invés das coordenadas nodais, portanto não é necessário suavizar as coordenadas da curva. O processo de otimização sem gradiente procura o perfil ideal, onde a tensão tangencial é uniforme ao longo da fronteira. Em outras palavras, o perfil de tensão deve o mais constante quanto possível. A otimização de forma de um componente de engenharia procurar uma solução viável dentro de uma tolerância prescrita. Portanto, um parâmetro (*RE*), que mede a uniformidade da tensão, pode ser definido a fim de monitorar a qualidade do resultado [43].

$$RE = \left| \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} \right|$$
(3.5)

O parâmetro *RE* mede a uniformidade da tensão, comparando a tensão máxima ( $\sigma_{max}$ ) e mínima ( $\sigma_{min}$ ) ao longo da curva. A tensão torna-se mais uniforme à medida que *RE* se aproxima de zero. Uma tolerância (*r*) para *RE* pode ser definida para o algoritmo de otimização, ou seja, quando *RE* for menor ou igual a *r* o algoritmo pára. A figura 3.7 mostra um fluxograma que resume esse processo de otimização.



Figura 3.7 - Fluxograma do processo de otimização (modificado de [43])

A curva é uma spline cúbica, definida por n pontos de controle. O método sem gradiente é um processo iterativo, conforme mostrado no fluxograma da figura 3.7. Em cada iteração (j), a tensão tangencial é calculada no nó mais próximo a cada ponto de controle (i). Este ponto de controle move-se perpendicularmente e a coordenada x-y na próxima iteração (j + 1) é dada pelas equações 3.6 e 3.7.

$$x_i^{j+1} = x_i^j + \Delta_x \tag{3.6}$$

$$y_i^{j+1} = y_i^j + \Delta_y \tag{3.7}$$

A figura 3.8 exemplifica esquematicamente este processo. Em uma determinada iteração j + l, a tensão tangencial é calculada em um nó perto do ponto de controle  $i_5$  e, em seguida, o vetor de deslocamento  $d_i$  é calculado de

acordo com a equação 3.2. Este ponto é movido na direção de *x-y* por pelos incrementos  $\Delta_x$  e  $\Delta_y$  respectivamente. Portanto, a nova coordenada desse ponto será dada pelas equações 3.6 e 3.7, onde  $x_i^j$  e  $y_i^j$ são as coordenadas *x-y* na iteração anterior *j*.



Figura 3.8 - Coordenadas dos pontos de controle da spline

## 3.3. Implementação de um processo de optimização sem gradiente combinado com o programa de elementos finitos ANSYS

Dentre as vantagens do método sem gradiente é que ele pode ser usado com o software de elementos finitos que não possuem recursos de otimização. Um algoritmo de otimização de forma, baseado no método sem gradiente foi desenvolvido com o programa de elementos finitos ANSYS APDL versão 12. Este programa foi selecionado devido a sua capacidade de programação de alto nível.

### 3.3.1. ANSYS e sua linguagem paramétrica

O ANSYS é programa de modelagem de elementos finitos utilizado para solucionar numericamente problemas de engenharia, tais como a análise estrutural estática e dinâmica, transferência de calor e problemas de escoamento de fluidos. A linguagem de programação APDL (*Ansys Parametric Design Language*) é de alto nível é pode ser utilizada para automatizar tarefas comuns e para ajudar a criar modelos paramétricos [49].

Enter with the parameters shown below		
Shoulder Major Height		
н	60	
Shoulder Minor Height		
d	30	
Shoulder Length		
L	100	
Shoulder Thickness		
т	2	
Shoulder Length		
Ц	40	
Fillet Radius		
R	7.5	
Element Type		
etype	82	
Element Size		
e_size	2	
Elasticity Modulus		
E	200000	
Poissons Ratio		
nu	0.3	
OK	Cancel	

Figura 3.9 – Janela do ANSYS ADPL

Como exemplo, é possível escrever um programa paramétrico para uma análise de elementos finitos. O usuário pode simplesmente entrar com os dados do problema, tais como dimensões e tipos de elemento, em uma janela como mostrada na figura 3.9, e o algoritmo irá construir e analisar o modelo automaticamente baseado nessas informações. Além disso, um modelo paramétrico é muito mais fácil de ser atualizado, introduzindo diferentes dimensões, tipos de elemento tamanhos, densidades de malha e assim por diante, como pode ser visto na figura 3.10. Com este tipo de modelo paramétrico é possível obter diferentes configurações geométricas dentro de segundos.



Figura 3.10 – Exemplo de modelo de elementos finitos paramétrico obtido com a entrada de diferentes parâmetros

### 3.3.2. Otimização de forma de filetes

O método sem gradiente será agora aplicado para otimizar um filete em uma placa submetida a um carregamento de tração pura, como mostrado na figura 3.11. Esta é a mesma geometria apresentada por Wu [43]. As dimensões da placa foram parametrizadas no ANSYS APDL, portanto seus valores podem ser facilmente digitados em uma janela, como indicado nas figuras 3.12 até 3.14.



Figura 3.11 - Modelo de elementos finitos paramétrico submetido a tração uniaxial

Nulti-Prompt for Variables	×
Enter with the the parameters shown below	
Shoulder Major Height	
н	80
Shoulder Minor Height	
d	60
Shoulder Total Length	
L	110
Shoulder thickness	
т	2
Shoulder length	
Ц	50
Fillet radius	
Rad	10
Number of control points	
Ν	30
OK	Cancel
	Calica

Figura 3.12 – Janela do ANSYS APDL – Dimensões da placa

'					
	82				
	2				
	200000				
	0.3				
	3				
	1				
ОК		Ca	incel		
	ОК	82 2 200000 0.3 3 1 0K	82 2 200000 0.3 3 1 0K Ca	82 2 200000 0.3 3 1 OK Cancel	82 2 200000 0.3 3 1 0K Cancel

Figura 3.13 – Janela do ANSYS APDL – Dados do modelo de elementos finitos

ſ	Multi-Prompt for Variables		11/2	X
	Enter with the parameter shown below			
	Applied stress			
	Sx	1		
	ок		Cancel	

Figura 3.14 – Janela do ANSYS APDL – Tensão aplicada

Devido à simetria, apenas metade da placa foi modelada. A figura 3.15 mostra a tensão de von Mises para o filete com raio circular. O resultado é o mesmo apresentado por Wu [43].



Figura 3.15 - Tensão de von Mises para o raio circular

O filete circular é definido por uma spline cuja forma é controlada por pontos de controle. No ANSYS esses pontos de controle são chamados *keypoints*.



Figura 3.16 - Filete circular - Modelo de elementos finitos

No processo de otimização, a tensão ( $\sigma_i$ ) em cada *keypoint* é calculada e comparada com uma tensão de referência ( $\sigma_{th}$ ), que neste caso é a tensão no *keypoint* 30. Se a tensão em um determinado *keypoint* for menor do que a referência, material será removido. Por outro lado, se a tensão for maior, então material será adicionado. A nova posição do *keypoints* é definida como explicado anteriormente na figura 3.8.



Figura 3.17 - Tensão de von Mises para o filete circular otimizado

Depois de 30 iterações e usando um fator de escala (C) de 0,2, o FCT reduz de 1,86 para 1,55, conforme mostrado na figura 3.18.



Figura 3.18 - FCT vs. Iterações - Otimização do filete circular

A figura 3.19 mostra a distribuição do FCT ao longo do filete para as geometrias originais e otimizadas. É interessante notar que o FCT varia

consideravelmente no filete circular, enquanto na geometria otimizada é praticamente constante ao longo de toda curva, o que prova que quanto constante for a tensão, menor será o FCT.



A fim de mostrar a eficácia do método de otimização sem gradiente, um chanfro genérico de 45° foi definido como o filete inicial, ao invés do filete circular. O chanfro também foi definido como uma spline com 30 pontos de controle.



Figura 3.20 - Filete de chanfro - Modelo de elementos finitos

O resultado para a geometria original é mostrado na figura 3.21. Seguindo o mesmo algoritmo de otimização, após 30 iterações e usando um fator de escala (*C*) de 0.3, a tensão de pico, ou seja, o FCT reduz de 3,85 para 1,55, que é o mesmo resultado obtido para o filete circular otimizado.



Figura 3.21 – Tensão de von Mises para filete com chanfro 45º



Figura 3.22 - Tensão de von Mises para filete com chanfro 45º otimizado



Figura 3.23 - FCT vs. Iterações - Filete com chanfro 45º

A figura 3.24 mostra a distribuição do FCT ao longo do chanfro e sua geometria otimizada. Como esperado, o FCT varia consideravelmente ao longo do chanfro, embora seja quase uniforme ao longo da geometria otimizada.



Como mencionado no capítulo dois, a maneira mais comum de definir um filete é usando a curva circular de raio constante, no entanto, isso está longe de ser a melhor solução. Existem curvas melhores que podem ser usadas ao invés um círculo. A curva do filete será agora inicialmente definida pela curva melhorada de Grodzinski, e seus resultados serão comparados.

Enter with the parameters shown below		
Shoulder Major Height		
н	80	
Shoulder Minor Height		
d	60	
Shoulder Length		
L	110	
Shoulder Thickness		
т	2	
Shoulder Length		
ш	50	
Element Type		
etype	82	
Element Size		
e_size	2	
Elasticity Modulus		
E	200000	
Poissons Ratio		
nu	0.3	
OK	Cancel	

Figura 3.25 – Janela do ANSYS APDL – Dimensões da placa

A geometria Grodzinski é definida como mostrado na figura 2.26. O tamanho vertical e horizontal precisa ser definido bem como o número de divisões.

Nulti-Prompt for Variables	X
Enter with Grodzinski geometric parameters	
Vertical size	
R	10
Horizontal size	
w	17.7
Number of divisions	
Ν	100
ок	Cancel

Figura 3.26 – Janela do ANSYS APDL – Dimensões da curva de Grodzinski



Figura 3.27 - Filete de Grodzinski - Modelo de elementos finitos

🔨 Multi-Prompt for Var	iables			X
Enter with the parameter	shown below			
A				
Applied stress				
Sx		1		
	ОК		Cancel	

Figura 3.28 – Janela do ANSYS APDL – Tensão aplicada



Figura 3.29 - Tensão de von Mises para o filete de Grodzinski

O resultado para a geometria original é mostrado na figura 3.30. Depois de 30 iterações e usando um fator de escala (C) de 0.3, a tensão de pico, ou seja, o FCT reduz de 1,47 para 1,31.



Figura 3.30 - Tensão de von Mises para o filete optimized de Grodzinski



Figura 3.31 - SCF vs. Iterações - Filete de Grodzinski

A figura 3.32 mostra a distribuição do FCT ao longo da curva de Grodzinski original e otimizada. Embora a curva de Grodzinski original já é uma geometria melhorada que resulta em um FCT inferior em comparação com o perfil circular, sua geometria otimizada resulta em uma tensão muito mais uniforme ao longo da fronteira e FCT ainda menor.



Figura 3.32 – Curva de Grodzinski – Comparação do FCT ao longo do filete

O resultado obtido nesta seção para a otimização de filete circular é o mesmo apresentado por Wu [43]. Também foi demonstrado que é possível obter esse mesmo resultado a partir da otimização de um chanfro de 45°. No entanto, é possível obter um resultado ainda melhor, otimizando a curva de Grodzinski em vez de um filete circular.

# 3.3.3. Otimização de furos em placas submetidas a um campo biaxial de tensão

Nesta seção, o algoritmo sem gradiente será aplicado para otimizar uma placa com um furo no centro, submetida a um campo de tensão biaxial. A figura 3.33 mostra uma placa de altura *H*, largura *W* e com um furo de raio *R*. Esta placa é submetida a uma tensão  $\sigma_x$  no *x* sentido e  $\sigma_y$  na direção *y*.



Figura 3.33 - Placa com furo submetida a um campo biaxial de tensão

Foi desenvolvido um modelo paramétrico em ANSYS APLD e os parâmetros mostrados na figura 3.33 são definidos na janela do ANSYS APDL mostrada na figura 3.34. Estas dimensões são as mesmas utilizadas por Wu [43].

Multi-Prompt for Variables			
Enter with the parameters shown below			
Plate height			
н	300		
Plate width			
w	300		
Hole radius			
R	40		
Plate Thickness			
t	2		
Number of keypoints			
Ν	30		
or 1	(	Garant	
UK	<u> </u>	Cancel	

Figura 3.34 – Janela do ANSYS APDL – Dimensões da placa

Os parâmetros do modelo de elementos finitos são mostrados na figura 3.35.

Enter with the parameters shown below		
Flement Type		
etype	82	
Element Size		
e_size	4	
Elasticity Modulus		
E	200000	
Poissons Ratio		
nu	0.3	
Refinement level (1-5)		
Level	3	
Mesh refinement depth		
Depth	1	
OK	Cancel	

Figura 3.35 – Janela do ANSYS APDL – Dados do modelo

Devido à simetria, apenas um quarto da placa foi modelada. A curva do furo foi definida por uma spline cuja forma é controlada por pontos de controle.



Figura 3.36 – Placa com furo – Modelo de elementos finitos

A figura 3.37 mostra a tensão aplicada nas direções *x* e *y*.

Multi-Prompt for Variables			
Enter with the value of the parameters shown b			
Applied pressure in the x direct			
Sx	45		
Applied pressure in the y direct			
Sy	22.5		
OK		Cancel	

Figura 3.37 - Janela do ANSYS APDL - Campo biaxial de tensão

A figura 3.38 mostra a tensão de von Mises para a placa com furo original (antes da otimização).



Figura 3.38 - Tensão de von Mises para a geometria original

Como mostrado anteriormente na tabela 3.1, o processo de otimização pode adicionar ou remover material dependendo da tensão de referência selecionada ( $\sigma_{th}$ ). A figura 3.38 mostra a tensão de von Mises para a placa original, onde a tensão máxima ocorre no ponto A e a mínimo no ponto B. Se a tensão no ponto A é selecionada como referência ( $\sigma_{th}$ ), só ocorrerá remoção de material. Neste caso, após 39 iterações e usando um fator de escala (*C*) de 0,8, a tensão de pico reduz de 130.45 para menos de 104 MPa, ou seja, o FCT de Mises reduzido de 3,34 para 2.66, como visto nas figuras 3.39 e 3,40.



Figura 3.39 – Geometria otimizada I – Peak Stress vs Iterations (a) and FCT vs Iteration (b)



Figura 3.40 - Tensão de von Mises para geometria otimizada I

Por outro lado, se a tensão no ponto B é selecionada como a tensão de referência ( $\sigma_{th}$ ), ocorrerá somente adição de material e depois 200 iterações e usando um fator de escala (*C*) de 0,2 a tensão de pico cai de 130.45 para 70.34 MPa, ou seja, o FCT de Mises reduz de 3.34 para 1,80, como visto nas figura 3.41 e 3.42.



Figura 3.41 – Geometria otimizada II – Tensão de pico vs Iterações (a) e FCT vs Iterações



Figura 3.42 – Tensão de von Mises para geometria otimizada II

A figura 3.43 mostra o FCT ao longo da curva do furo para as geometrias originais e otimizadas. Quando apenas a remoção de material é permitida, por exemplo, no caso de retrabalhos, o FCT de Mises pode reduzir 20%. Entretanto, se este mesmo componente ainda está na fase de concepção, o furo pode ser substituído pela geometria otimizada II e o SCF pode reduzir 46%.



Figura 3.43- Placa com furo - Comparação entre o FCT ao longo do furo

A figura 3.43 mostra a eficiência do método de otimização sem gradiente e que é possível usar furos alternativos, com um FCT muito menor, ao invés do tradicional furo circular.

A fim de mostrar a eficácia deste processo de otimização, ele foi aplicado para o projeto de uma célula de carga compacta tubular tensão-torção, ilustrado na figura 3.44. Esta célula de carga deve funcionar sob cargas de fadiga combinadas de 200 kN de tração e 1300 Nm de torção. Portanto, deve ser projetado contra o a nucleação de trincas de fadiga.



Figura 3.44 – Célula de carga original

Uma análise de elementos finitos desta célula de carga, que tem um filete circular de 75mm, mostrou que o FCT de tração e torção do projeto original é 1,61 e 1,07 respectivamente, conforme mostrado na figura 3.45. Esses valores elevados estavam levando a uma vida de fadiga relativamente curta, o que não aceitável para o componente em questão.



Figura 3.45 - FCT de tração e torção da célula de carga original

O mesmo procedimento de otimização descrito anteriormente foi aplicado para reduzir FCT do filete da célula de carga. Um modelo axissimétrico foi criado e o filete foi iterativamente alterado, adicionando material onde necessário e/ou removendo onde a tensão era baixa, usando a malha mostrada na figura 3.46.



Figura 3.46 - Modelo de elementos finitos axissimétrico



Figura 3.47 – FCT de tração e torção da célula de carga otimizada.

Após este processo de otimização relativamente simples, a nova geometria de filete reduziu o FCT de tração para 1,23 e o de torção para 1,035, resolvendo o problema da vida de fadiga sem aumentar significativamente o peso ou custo da célula de carga, já que ela iria ser usinada em um torno CNC de qualquer maneira, como mostra a figura 3.47. Os filetes originais e otimizados estão esquematizados na figura 3.48.



Figura 3.48 – Filetes originais e otimizados da célula de carga.