2 Fadiga dos materiais metálicos e concentradores de tensão

2.1. Fadiga: quando os aviões se cansam

Em qualquer novo campo da descoberta humana, geralmente são aqueles que trilham caminhos desconhecidos que sofrem as conseqüências de seu pioneirismo. Em nenhuma outra ocasião isso foi mais verdadeiro do que com o desenvolvimento do primeiro avião comercial a jato da companhia britânica de Havilland [12].

O famoso acidente de avião do *Comet de Havilland* é um caso clássico de falha de fadiga devido à concentração de tensão. O *Comet* foi o primeiro avião comercial a jato do mundo e foi considerado um marco na história da aviação. Ele foi projetado para voar a 40.000 pés e sua fuselagem tinha que suportar uma pressão interna nunca utilizada até aquele momento [13]. No dia 10 de janeiro de 1954, o vôo 781 da BOAC (*British Overseas Airways Corporation*) sofreu uma descompressão explosiva e caiu no mar Mediterrâneo, matando todos a bordo.



Figura 2.1 – Avião Comet da BOAC [14]

No dia 8 de abril de 1954, outro avião *Comet de Havilland*, agora voando pela *South African Airways*, caiu no mar Mediterrâneo. Este segundo acidente fez com que as autoridades britânicas parassem toda a frota de *Comet* e iniciassem uma grande investigação. A preocupação com o futuro da indústria de aviação

britânica era tão grande que fez com que Winton Churchill dissesse que o "custo de resolver o mistério do *Comet* não devia levar em conta nem dinheiro nem recursos humanos" [12]. Como parte dessa investigação, partes dos destroços do avião foram recuperadas no local do acidente, tal como o fragmento de telhado mostrado na figura 2.2, que deu algumas pistas para os investigadores que a causa deste acidente tinha sido relacionado à fadiga.



Figura 2.2 – Fragmento do teto da fuselagem do *Comet* mostrando as escotilhas superiores [14]

Para auxiliar os investigadores, um teste de fadiga em escala real foi construído a partir da fuselagem de um avião intacto da BOAC, conforme mostrado na figura 2.3(a). A fuselagem foi colocada em um grande tanque onde água era bombeada para dentro do avião com o objetivo de simular ciclos de pressurização da cabine, carregando a estrutura da fuselagem de 0 até 8,25 e depois para 0 psi novamente, como mostrado na figura 2.3(b).



Figura 2.3 – Ensaio de fadiga do *Comet* (a) [12]. Ciclos de pressurização do teste de fadiga (b) [15]

A estrutura da fuselagem do *Comet* consiste basicamente de cavernas circunferênciais, longarinas longitudianais e um revestimento cobrindo-os, como mostrado na figura 2.4. No revestimento da fuselagem, existem várias descontinuidades geométricas tais como janelas retangulares e escotilhas de fuga. Extensômetros de resistência elétrica foram instalados perto dos cantos de algumas dessas janelas e escotilhas para medir a tensão e a deformação, dando-se uma atenção especial sobre a iniciação e propagação de trincas nesses locais [15].



Figura 2.4 - Estrutura do Comet utilizada no ensaio de fadiga [15]

Inspeções no teste de fadiga revelaram que todas as trincas originaram-se nos furos escareados das cravações próximos às janelas e escotilhas. As medições dos extensômetros indicaram que as tensões nesses locais atingiram seus valores de pico na borda e que perto da linha externa do rebite a tensão era cerca da metade daquela observada na borda. A presença de furos escareados, ou seja, furos afiados, resultaram em um campo de tensão elevado que pode ter aumentado ainda mais a tensão localmente [15].



Figura 2.5 – Tensões no revestimento no canto superior (a) e inferior (b) de uma escotilha de fuga para uma pressão interna de 8.25 psi [15]

As medidas desses extensômetros mostraram que as tensões em torno de aberturas na fuselagem foram consideravelmente maiores do que se esperava, especialmente em torno de recortes mais afiados. Como resultado, futuros aviões a jato teriam janelas com cantos mais arredondados, a fim de reduzir a concentração de tensão.



Figura 2.6 - Crescimento de uma trinca em uma janela do lado esquerdo [15]

Outro acidente de avião relacionado à fadiga muito conhecido é a do vôo 243 da *Aloha Airlines*. No dia 28 de abril de 1988, após seu nono vôo em um mesmo dia, um Boeing 737-297 de 1969 da *Aloha Airlines*, deixou o aeroporto internacional de Hilo às 13:25 em direção a Honolulu, para um vôo de apenas 35 minutos, com noventa passageiros e cinco tripulantes a bordo. Depois subir 7.000 metros, o avião sofreu uma súbita descompressão explosiva que rasgou 35 metros quadrados de sua fuselagem dianteira. Felizmente, os pilotos conseguiram pousar em segurança no Aeroporto de Kahului. Como o avião ainda não havia atingido sua altitude de cruzeiro, todos os passageiros ainda estavam presos aos seus cintos de segurança, o que salvou suas vidas. Porém, uma comissária de bordo que estava andando pelo corredor foi sugada para fora do avião [13, 16].



Figura 2.7 – Aloha 243 depois de seu incrível pouso no aeroporto de Kahului [12]

Antigos Boeings 737, como os da *Aloha Airlines*, eram projetados para uma vida econômica de 75.000 ciclos (descolagens e aterrissagens). A *Aloha Airlines* costumava fazer muitos vôos curtos entre as ilhas do arquipélago havaiano, o que significa que seus aviões eram bastante solicitados diariamente. É interessante notar que, na hora do acidente (ainda início da tarde) o avião já havia voado nove vezes. Vôos mais curtos e freqüentes carregam mais a fuselagem do que os vôos transoceânicos mais longos dos aviões maiores. No momento do acidente, o avião já havia acumulado 89.680 ciclos de vôo, sendo o segundo Boeing 737 mais velho do mundo, perdendo apenas para outro 737 (com 90.051 ciclos), que também pertencia à mesma companhia. Este acidente foi um marco que mudou a história da aviação e retrata muito bem um dos mecanismos de falha mecânica mais comum e perigoso: a fadiga dos metais [13, 16]

O NTSB (*National Transportation Safety Board*) é uma agência norteamericana que investiga acidentes de transporte civil dentro dos Estados Unidos. Ela liderou as investigações do Aloha 234 e publicou o relatório oficial do acidente [16], onde mostra que a fuselagem do Boeing 737-297 é dividida em quatro seções, conforme mostrado na figura 2.8. Essas seções são construídas de cavernas circunferenciais e longarinas longitudinais que são cobertas por painéis de alumínio rebitados a estrutura.



Figura 2.8 - Estrutura do Boeing 737-297 [16]

Os painéis adjacentes são sobrepostos e unidos longitudinalmente por uma emenda de três polegadas. Nos antigos Boeing 737, como aqueles da Aloha, a emenda era feita com uma resina epóxi e cravada com três fileiras de rebites escareados, como mostrado na figura 2.9 [16].



Figura 2.9 – Tensão cilíndrica da fuselagem

Uma fuselagem pressurizada trabalha como um vaso de pressão, isso é, a tensão circunferencial é duas vezes maior do que a longitudinal. Isto significa que uma trinca propagaria longitudinalmente, perpendicular à carga de pressurização dominante. Nos primeiros 737s, a carga de pressurização foi projetada para ser suportada pela resina de epóxi, tendo os rebites como um sistema de segurança [16].



Figura 2.10 - Exemplo de uma trinca em um furo escareado

A NTSB concluiu que devido a um ambiente corrosivo muito severo a resina descolou, sobrecarregado os rebites de cabeça escareada causando trincas nos furos [12]. Whaley [17] menciona que a resistência à fadiga é uma função direta da concentração de tensão local associada com cabeça escareada dos furos.

Niu [18] afirmou que os problemas sérios de fadiga são geralmente uma conseqüência de um fator de concentração de tensão muito elevado em um componente estrutural vital. Ele também mencionou que furos escareados são especialmente perigosos para fadiga devido ao efeito faca, que pode ocorrer se a placa for muito fina em comparação com a profundidade da cabeça do parafuso.

De certa forma, carregar uma estrutura de avião é como dobrar um clipe de papel. Bibel [12] exemplifica um simples teste de fadiga de um clipe de papel, em que ele é desdobrado e preso entre parafusos cuja distância das porcas pode ser controlada por sua rosca. Por simplicidade, o ângulo de rotação do arame do clipe é medido ao invés da tensão.



Figura 2.11 - Teste de fadiga feito com clipe de papel (modificado de [12])

Bibel [12] fez este teste dobrando o clipe para cima e para baixo para ângulos diferentes, registrando os respectivos ciclos até a ruptura. A figura 2.12(a) mostra que quanto mais o clipe foi dobrado, menor foi de sua vida e que o aspecto geral de um teste de fadiga de uma junção da fuselagem de um avião DC-10 não é tão diferente.



Figura 2.12 – Dados de um teste de fadiga típico de um clipe de papel (a). Resultado de um ensaio de fadiga de uma junta da fuselagem de um DC-10 (b) [12]

A fadiga é uma falha mecânica, causada principalmente pela aplicação de cargas que variam no tempo (como dobrar um clipe para cima e para baixo), cuja principal característica é o crescimento progressivo da trinca. A fratura de fadiga é um processo cumulativo e localizado. A trinca nucleia no local crítico do componente, que depende dos detalhes geométricos nesse local [11]. A vida à fadiga até fratura final é dividida em duas fases: a de nucleação e crescimento da trinca. A iniciação da trinca é causada principalmente pela amplitude e o valor de tensão máxima, que depende fortemente de detalhes geométricos, ou seja, do fator de concentração de tensão. A primeira fase pode ser modelada por análise de tensões e a segunda por conceitos da mecânica da fratura [19].



Figura 2.13 – Fases diferentes da vida à fadiga e seus fatores relevantes [19]

A iniciação da trinca é fisicamente causada pela deformação plástica cíclica, resultante da movimentação das discordâncias. A nucleação de uma trinca ocorre quando a amplitude da tensão (que é macroscopicamente elástica) é capaz de causar movimento microscópico das discordâncias.



Figura 2.14 – Bandas de deslizamento que levam a nucleação da trinca [19]

A iniciação de trincas em ligas metálicas começa com a formação de bandas de deslizamento no local crítico; algumas dessas bandas geram extrusões e intrusões superficiais. A intrusão dominante torna-se uma micro-trinca, que normalmente se propaga paralela a tensão de cisalhamento máxima através de alguns grãos. A micro-trinca se torna uma trinca quando sua direção muda e ela se propaga perpendicularmente a tensão normal máxima [11].



Figura 2.15 - Processo de fadiga típico (modificado de [11])

A figura 2.16 mostra dois exemplos de uma falha por fadiga causada por uma concentração de tensão severa na raiz de um entalhe. Para tais casos, a maneira de evitar este problema é atenuar os efeitos deletérios do entalhe, suavizando de seus cantos vivos.



Figura 2.16 – Exemplos de fraturas por fadiga iniciadas devido a concentração de tensão [20, 21]

2.2. Quantificação do fator de concentração de tensão

Entalhes são descontinuidades geométricas, tais como furos, filetes, sulcos, rasgos de chaveta, ombros, e roscas, inevitavelmente encontradas na maioria dos componentes estruturais. Apesar de serem necessários para a sua funcionalidade, tais detalhes afetam severamente a distribuição de tensão local, aumentando as tensões nominais em torno de suas raízes. Este efeito é quantificado pelo fator de concentração de tensão (FCT) $K_t = \sigma/\sigma_n$, onde σ é a tensão máxima na sua raiz, e σ_n é a tensão nominal que atuaria ali caso o entalhe não tivesse efeito sobre a distribuição de tensão. Altos valores de *Kt* podem ter um efeito muito prejudicial em mecanismos de falhas, como por exemplo, na iniciação de trincas por fadiga e fratura frágil.



Figura 2.17 - Furo em uma placa concentra linhas de fluxo imaginárias

Alguns fatores de concentração de tensão podem ser calculados analiticamente utilizando conceitos da teoria da elasticidade. A solução de Kirsh para uma placa infinita com furo sob tração pura, que induz um $K_t = 3$, é relativamente simples de reproduzir. O FCT de um furo elíptico de Inglis em uma placa infinita é também bem conhecido em sua versão mais simples, ou seja, uma placa sob tração pura perpendicular ao semi-eixo *a* da elipse tem seu FCT calculado por $K_t = 1 + 2a/b = 1 + 2\sqrt{a/\rho}$, onde *b* é o outro semi-eixo do furo elíptico, que tem ponta com raio $\rho = b^2/a$. Esta fórmula clássica ilustra por que entalhes afiados são inadmissíveis em projetos mecânicos e justifica a necessidade de aumentar raio da ponta de entalhes. O FCT de geometrias mais complexas não é calculável analiticamente e, a maioria dos valores de K_t listados nos manuais clássicos [22], foi medido experimentalmente, geralmente por meio de técnicas fotoelásticas.

Algumas aproximações clássicas podem ser úteis para calcular geometrias não catalogadas. Por exemplo, na ausência de informações melhores, McClintock diz que o K_t pode ser estimado no intervalo de $1+0.5\sqrt{a/\rho} \le K_t \le 1+2\sqrt{a/\rho}$ para a maioria das geometrias, com um $a \in \rho$ definidos na figura 2.18. Valores mais altos de $K_t \le 1+2\sqrt{a/\rho}$ devem ser usados para entalhes rasos e mais severos ($\rho \in a << D$) com faces paralelas sob tração. Menores valores de K_t , ($K_t \ge 1+0.5\sqrt{a/\rho}$) são adequados para entalhes mais suaves, com raio maior e ângulo de face, sob cargas de flexão ou torção. O intervalo de 0,5 a 2 é muito grande e a severidade de entalhe é calculada subjetivamente, mas uma estimativa crua é melhor do que nenhuma estimativa [11].



Figura 2.18 – Dimensões características utilizadas na estimativa de McClintock e entalhe duplo em "U" para estimativa de Neuber [11]

De acordo com Neuber, FCT K_{ts} para entalhes rasos, com profundidade muito menor do que o ligamento residual, podem ser estimados pela fórmula de Inglis $K_{ts} \cong 1 + 2\sqrt{(a/\rho)}$, onde ρ é o raio da ponta do entalhe e *a* é a profundidade ou largura. O FCT para entalhes profundos K_{td} , por outro lado, depende de ρ e *b*, do tamanho do ligamento residual e pode ser estimado por:

$$K_{td} \cong \left\{ 2\sqrt{b/2\rho} \cdot \left[(b/2\rho) + 1 \right] \right\} / \left\{ \left[(b/2\rho) + 1 \right] a \tan \sqrt{b/2\rho} + \sqrt{b/2\rho} \right\}$$
(2.1)

O K_t para qualquer entalhe, pequeno ou grande, pode ser estimado a partir do $K_{ts} e \ do \ K_{td}$ usando:

$$K_t \cong 1 + (K_{t_d} - 1) \cdot (K_{t_s} - 1) \left/ \sqrt{(K_{t_d} - 1)^2 + (K_{t_s} - 1)^2} \right.$$
(2.2)

Esta estimativa foi desenvolvida para placas com dois entalhes na forma de U, carregadas no modo I, como mostra figura 2.18, mas pode ser usada para estimar o valor de K_t para várias outras geometrias. Entalhe em U duplo possui lados paralelos, mas entalhes em V com ângulos até 90° em placas ou 60° em eixos reduzem um pouco os valores de K_t se comparados ao entalhe em U. Estas

estimativas assumem que a tensão nominal e nominal σ_n atua no ligamento residual ou na área líquida [11].

Creager & Paris [23] propuseram uma maneira de estimar o K_t de entalhes a partir dos fatores de intensidade de tensão (K_t) de trincas geometricamente semelhantes a eles. Eles mostraram que o campo de tensão linear elástico em torno de entalhes alongados com ponta de raio ρ podem ser estimados a partir de trincas correspondentes, controladas por campos de tensões K (se carregadas no modo I) se a coordenada do eixo r e a origem θ se move para $\rho/2$ dentro do entalhe, como visto na figura 2.19. Isso não é uma surpresa, pois entalhes são semelhantes a trincas cegas ou a trincas com pontas arredondadas, como raio $\rho \neq$ 0. Dessa maneira, o K_t para entalhes carregados no modo I podem ser estimados por:

$$K_t \cong 2K_I / \left[\sigma_n \sqrt{\pi \rho} \right] \tag{2.3}$$



Figura 2.19 – Coordenadas utilizadas no modelo de Creager & Paris [10]

No entanto, hoje em dia problemas complexos de concentração de tensão linear elásticos podem ser convenientemente resolvidos usando o método dos elementos finitos (EF). Este método de análise calcula o deslocamento, deformação e/ou campos de tensões globais em componentes estruturais usando uma malha adequada para subdividi-los em pequenas partes (ou elementos finitos) e, em seguida, forçando o EF a permanecer compatível após o carregamento [24]. Mas vale a pena mencionar que, nos cálculos de *Kt* por EF, a malha em torno da raiz do entalhe deve ser devidamente refinada, usando elementos muito menores do que seu raio ρ , para calcular as tensões locais. É interessante comparar as estimativas apresentadas acima com obtidas por EF para um problema nãoelementar de FCT, como por exemplo, a de um corpo-de-prova do tipo C(T) mostrado na figura 2.20 [11].



Figura 2.20 – Corpo-de-prova C(T) com um entalhe cego de comprimento a = 10mm e ponta com raio ρ = 1mm [11]

Nesse cálculo foi utilizada uma poderosa ferramenta numérica, chamada Quebra2D, desenvolvida especialmente para resolver problema de propagação de trincas de geometrias arbitrárias bidimensionais (2D). Este programa calcula automaticamente o $K_I \in K_{II}$ e os caminhos das trincas geralmente curvas usando elementos especiais, critérios adequados para prever a direção de crescimento da trinca, um algoritmo robusto e eficiente para geração de malha auto-adaptativa e uma interface amigável [25]. A figura 2.20 mostra a malha usada nesta análise. É interessante notar o grau de refinamento ao redor da ponta do entalhe (a malha deve ser subdividida até que o valor de σ_{max} calculado na ponta entalhe convirja) Neste caso, o FCT calculado é $K_t = 4,78$, considerando que a tensão nominal (que atuaria ali caso o entalhe não afetasse o campo de tensões ao redor de sua ponta) é definida pela soma dos esforços de tração e flexão dada por:

$$\sigma_n = \sigma_{nN} + \sigma_{nM} = P/bt + 6 P(a+b/2)/tb^2$$
(2.4)

Assumindo que o cálculo de EF pode ser utilizado como uma referência, a estimativa de McClintock $K_t \cong 1 + \alpha \cdot \sqrt{(\alpha/\rho)}$, com $0.5 \le \alpha \le 2$, para o entalhe desse corpo-de-prova C(T) possui $\alpha = 1.20$. Esse valor não intuitivo é devido a

predominância da flexão, que tende a reduzir a estimativa do parâmetro α . A estimativa de Neuber, que usa a = 10, b = 30 e $\rho = 1$, é dada por:

$$\begin{cases} K_{t_s} \cong 1 + 2\sqrt{a/\rho} = 7.32 \\ 2\sqrt{\frac{b}{2\rho}} \cdot \left[\frac{b}{2\rho} + 1\right] \\ K_{t_d} \cong \frac{2\sqrt{\frac{b}{2\rho}} \cdot \left[\frac{b}{2\rho} + 1\right]}{\left[\frac{b}{2\rho} + 1\right] a tan\sqrt{\frac{b}{2\rho}} + \sqrt{\frac{b}{2\rho}}} = 4.96 \implies K_t \cong 1 + \frac{(K_{t_d} - 1) \cdot (K_{t_s} - 1)}{\sqrt{(K_{t_d} - 1)^2 + (K_{t_s} - 1)^2}} = 4.36 \tag{2.5}$$

Comparado com EF, o K_t de Neuber é subestimado em aproximadamente 9%, um resultado não conservativo, e superestimando por K_{td} em aproximadamente 4%, um erro conservativo menor. Por Creager & Paris, usando o K_I do corpo-de-prova C(T), a estimativa do K_t é dada por:

$$\begin{cases} K_{I} = \frac{P}{t\sqrt{40}} \frac{2 + l/4}{(1 - l/4)^{l.5}} \left[0.886 + 4.64 \left(\frac{l}{4}\right) - 13.3 \left(\frac{l}{4}\right)^{2} + 14.7 \left(\frac{l}{4}\right)^{3} - 5.6 \left(\frac{l}{4}\right)^{4} \right] = 0.78 \frac{P}{t} \Rightarrow \\ K_{t} \approx \frac{2K_{I}}{\sigma_{n} \cdot \sqrt{\pi\rho}} = \frac{2 \cdot 0.78 \cdot P/t}{(0.2P/t) \cdot \sqrt{\pi \cdot 1}} = 4.40 \end{cases}$$
(2.6)

Portanto, quando comparada com a solução de EF, o K_t do C(T) é subestimado em quase 8%, confirmando que Creager & Paris é uma ferramenta útil, mas deve ser utilizada com cuidado. Essas comparações são úteis, mas não devem ser generalizadas para todos os casos práticos [11].

2.3. Entalhes melhorados – O entalhe de raio variável

Somente no início dos anos 30, com advento da fotoelasticidade, a determinação dos fatores de concentração de tensão em raios de cotovelos tornouse possível [26].



Figura 2.21 - Franjas fotoelásticas de uma placa sob tensão [26]

Estudos hidrodinâmico mostram que um sistema de tensão plano bidimensional possui características análogas aos campos potenciais de fluxo não viscosos por um lado e ao fluxo viscoso por outro lado [27]. O campo de tensão pode ser representado por um campo hidrodinâmico, onde um jato de água representa o perfil ideal. Negligenciando o efeito da gravidade, a pressão ao longo da superfície do jato de água é constante e, portanto, a velocidade é constante. Desta maneira, é possível criar filetes de curvatura progressiva, onde a tensão é constante ao longo do perfil, de forma que não há mais chance de falha no filete do que em qualquer outro lugar do componente [26]. O contorno mais econômico, sob o ponto de vista de material e tensão, é aquele onde a tensão é constante ao longo do seu perfil. Baud [28] sugeriu uma abordagem semi teórica, baseada na analogia hidrodinâmica do "jato de água livre", mencionada acima, para resolver este problema. Um líquido que flui por gravidade de uma abertura na parte inferior do tanque, conforme mostrado na figura 2.22, tem velocidade constante na suas bordas (seções extremas), o que pode ser associado a uma tensão constante.



Figura 2.22 - Jato livre de água (modificado de [19])

O contorno do "jato de água livre" possui uma solução matemática, e suas coordenadas x e y podem ser calculadas pelas equações 2.7 e 2.8, onde θ é o ângulo entre o eixo x e uma reta tangente ao contorno.

$$x = 2\frac{d}{\pi}\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{2.7}$$



Figura 2.23 - Curva de Baud plotada a partir das equações 2.7 e 2.8

Mattheck [29] percebeu que a natureza não usa entalhes de raios constantes e que ela encontrou uma maneira mais inteligente para melhorar a integridade estrutural das árvores. Ele observou que os materiais orgânicos crescem onde a tensão concentra na estrutura de árvore, como ilustrado na figura 2.24.



Figura 2.24 – Otimização da geometria da árvore observada por Mattheck: a natureza adiciona material onde a tensão é alta e remove onde a tensão é baixa (a). As árvores gostam de reforços estruturais de formato triangular (b). (modificado de [29])

Mattheck se propôs aplicar estes conceitos da natureza em componentes mecânicos reais. Ele desenvolveu uma simples, mas eficiente, receita gráfica de criar filetes de raio variável, chamada de método dos triângulos, como mostra figura 2.25.



Figura 2.25 – Método dos triângulos de Mattheck

Castro & Meggiolaro [11] mostraram que Grodzinski propôs outro método gráfico para criação de curvas de raio variável, dividindo o espaço disponível para

o filete no mesmo número de intervalos, igualmente espaçados, conectando-os por linhas retas, conforme mostrado na figura 2.26.



Figura 2.26 – Curva de raio variável de Grodzinski [11]

Ambos os métodos usam curvas geradas graficamente. No entanto, esses perfis melhorados reduzem significativamente os valores de K_t . Há algumas décadas, não seria viável gerar e analisar essas curvas de raio variável, mas ferramentas CAE/CAM estão se tornando cada vez mais disponíveis no mercado, e a fabricação componentes de curvatura variável complexa, exatamente igual as especificada pelo projetista, é uma tarefa relativamente simples hoje em dia. Portanto, o projetista tem à sua disposição quatro maneiras rápidas para suavização de cantos afiados, sem o uso de qualquer cálculo: o tradicional filete circular, Baud, Mattheck e Grodzinski, como mostrado na figura 2.27. Além da diferença de perfis dessas curvas, é claramente visto que elas também diferem em seu tamanho nas direções x e y. Felizmente, uma das vantagens desses métodos geométricos é que estas curvas podem ser facilmente escalonadas proporcionalmente, para mais ou para menos, de acordo com as limitações geométricas, tais como a interferência com outros componentes mecânicos (como rolamentos) durante a sua montagem.



Figura 2.27 – Perfis geométricos circular, Baud, Mattheck e Grodzinski.

A figura 2.28 mostra uma placa hipotética submetida a um carregamento remoto de tração pura de 1 MPa ao longo das bordas. Como pode ser visto, o seu ombro tem uma mudança brusca na geometria, o que leva a um efeito de concentração de tensão severo em torno de sua raiz e deve ser evitado através da correta suavização do perfil.



Figura 2.28 - Placa submetida a um carregamento remoto de tração

O projetista deve especificar uma curva adequada para suavizar a geometria da raiz do entalhe. O desafio é levar em conta não somente a redução da concentração de tensão, mas também as restrições de natureza geométricas. Dependendo da aplicação do componente, a extensão da curva suavização ao longo do ombro pode ser limitada. Essa geometria foi modelada no ANSYS (APDL), para medir a eficácia de quatro diferentes entalhes suavizados: filete de raio circular (7,5 mm), Baud, Mattheck e Grodzinski. Devido à simetria no eixo y, apenas metade da geometria foi modelada.



Figura 2.29 - Tensão de von Mises para o filete circular

Quando o entalhe é suavizado com um filete de raio circular, o fator de concentração de tensão, obtido a partir da análise de elementos finitos, é



aproximadamente 1,85. Esse valor é corroborado pelo gráfico de Peterson para uma placa sob tensão plana com filete circular submetida a tração.

Figura 2.30 – Fator de concentração de tensão para uma placa com um entalhe circular submetida a tração [22]

As figuras 2.31 a 2.33 mostram os resultados da tensão de von Mises obtidos pela análise de EF para a curva de Baud, Mattheck e Grodzinskis respectivamente.



Figura 2.31 - Tensão de von Mises para curva de Baud



Figura 2.32 - Tensão de von Mises para curva de Mattheck



Figura 2.33 – Tensão de von Mises para curva de Grodzinski

A figura 2.34 mostra uma comparação do FCT calculado ao longo da borda superior da placa para os entalhes circulares, Baud, Mattheck e Grodzinski. Seus fatores de concentração de tensão são, respectivamente, 1,85, 1,14, 1,24 e 1,29. Como pode ser visto, é possível obter uma redução de mais de 38% ao usar perfil de Baud ao invés do tradicional perfil circular, demonstrando a boa eficácia de tal melhoria.



Figura 2.34 – Comparação do K_t para entalhes de raio circular, Baud, Mattheck e Grodzinski para uma placa sob tração pura

A mesma placa mostrada na figura 2.28 agora é submetida a uma carga de flexão remota pura, como apresentada na figura 2.35



Figura 2.35 - Placa submetida a um carregamento remoto de flexão

Devido à anti-simetria no eixo *y*, apenas metade da geometria foi modelada. Quando a raiz do entalhe é suavizada com raio circular, o FCT deste ombro, obtido a partir de uma análise de EF, é aproximadamente 1.46. Esse valor também é corroborado pela tabela de Peterson para uma placa com um entalhe de raio circular sob uma carga de flexão, como mostrado na figura 2.37.



Figura 2.36 – Tensão de von Mises para filete circular



Figura 2.37 – Fator de concentração de tensão para uma placa com um entalhe circular submetida a uma carga de flexão [22]

As figuras 2.38 a 2.40 mostram a distribuição de tensão de von Mises para as placas com entalhes melhorados seguindo as receitas de Baud, Mattheck e Grodzinski, carregados sob flexão pura no plano. Embora estas receitas simples não otimizem o perfil de entalhe, no sentido de minimizar seus valores FCT, eles são extremamente eficientes e não devem ser ignorados pelos projetistas estruturais.



Figura 2.38 - Tensão de von Mises para curva de Baud



Figura 2.39 - Tensão de von Mises para curva de Mattheck



Figura 2.40 – Tensão de von Mises para curva de Grodzinski

A figura 2.41 compara as relações de tensão σ/σ_n , calculadas ao longo da bordas superior das placas de raio circular, Baud, Mattheck e Grodzinski. A redução do FCT obtida pelo perfil de raio variável do Baud é aproximadamente 31%, quando comparada pelo tradicional entalhe circular.



Figura 2.41 – Comparação do K_t para entalhes de raio circular, Baud, Mattheck e Grodzinski para uma placa sob flexão pura no plano

O exemplo a seguir ilustra muito bem o potencial desses entalhes com perfis de raios variáveis. As estruturas possuem inúmeros componentes com aberturas, como as janelas e escotilhas do avião *Comet*. Estes recortes concentram tensão em torno dos seus cantos, de onde trincas de fadiga podem eventualmente iniciar e propagar, levando à falha da estrutura. Tendo isso em mente, o projetista é desafiado a especificar uma geometria adequada para reduzir a concentração de tensão nesses locais. A figura 2.42 mostra um exemplo genérico de um recorte em uma placa plana submetida a uma carga de tração pura remota.



Figura 2.42 – Exemplo de uma placa com um recorte submetida a uma carga de tração pura

Os cantos desta janela podem ser suavizados por um filete circular ou por uma curva de raio variável, seguindo-se, por exemplo, receita de Mattheck, como mostrado na figura 2.25.



Figura 2.43 - Comparação entre a curva circular e do Mattheck



Figura 2.44 – Tensão de von Mises para o raio circular (a) e para a curva de raio variável do Mattheck (b) para uma placa com recorte submetida a tensão pura

As tensões de von Mises ao longo da janela, para o raio circular e variável, foram obtidos da análise de EF e foram plotadas no mesmo gráfico para facilitar a comparação entre elas. A medida da tensão começa no nó indicado na figura 2.45 e segue no sentido anti-horário ao longo da borda da janela. A tensão máxima obtida pela curva variável é aproximadamente 19% menor que a obtida pela curva de raio circular.



Figura 2.45 – Tensão de von Mises ao longo da janela para o raio constante e para a curva com raio variável de Mattheck

O objetivo deste exemplo é enfatizar a considerável redução do FCT que pode ser obtida com receitas tão simples. Porém, é importante salientar que esta não é a melhor solução para este problema, e sim uma solução melhorada baseada em modelos geométricos heurísticos. No entanto, esta metodologia é bastante útil para quem precisa de uma solução rápida e eficiente para melhorar a geometria e minimizar problemas de FCT. Estas melhorias geométricas podem, por exemplo, serem facilmente empregada nas fases iniciais do projeto de um determinado componente e também no retrabalhamento de peças já existentes, através da melhoria da geometria a fim de estender a sua vida à fadiga. Além disso, ele também pode ser empregado na remoção de material com tensão elevada onde dano de fadiga possa ter acumulado.

No entanto, se o projetista quiser obter a solução ideal, ou seja, se ele quer encontrar a melhor curva, que com uma tensão tangencial constante ao longo de toda a sua borda, que conseqüentemente reduza o FCT ao menor valor possível, um processo de otimização de forma deve ser utilizado. O algoritmo sem gradiente de tensão (do inglês *gradientless algorithm*) é uma desses processos. Ele basicamente busca uma tensão tangencial constante, movendo iterativamente os nós de fronteira da curva a uma distância proporcional à tensão tangencial obtida em uma análise anterior, até que a tensão tangencial seja uniforme ao longo da curva. Esta metodologia, que será explicada no capítulo 3, basicamente segue a mesma proposta de Mattheck: adiciona material onde a tensão é alta e remove onde a tensão é baixa.

2.4. Outra técnica para redução do fator de concentração de tensão

Em alguns casos, por mais paradoxal que possa parecer, é possível obter um componente mais resistente através da remoção de material. Wilczynski [30] menciona que é possível usar entalhes como um sistema de defesa, ou seja, como um entalhe redutor de tensão.



Figura 2.46 – A remoção de material modifica a direção das linhas de tensão [30]

Baud [31] propôs maneiras de evitar a concentração de tensão utilizando menos material. Para alguns componentes mecânicos e estruturais, submetidas a certas condições de carregamento, a remoção do material pode reforçar a sua resistência. Na hidrodinâmica, a lei da continuidade afirma que a velocidade do fluido é inversamente proporcional à distância das linhas de fluxo até a borda. Isso pode ser associado com a elasticidade, onde a tensão é inversamente proporcional à distância da linha de direção de tensão até a superfície, conforme mostrado na figura 2.46.

As figuras 2.47 e 2.48 mostram a tensão de von Mises obtidas por uma análise de EF para as geometrias mostradas nas figuras 2.46(a) e 2.46(b)



respectivamente. Na figura 2.47, o FCT é 2.49 e na figura 2.48, com a remoção de material, o FCT é 2.01, o que representa uma redução de cerca de 20%.

Figura 2.47 – Tensão de von Mises para a geometria da figura 2.46(a)



Figura 2.48 - Tensão de von Mises para a geometria da figura 2.46(b)



Figura 2.49 – Furos adicionais modificam as linhas de tensão [30]

Componentes enfraquecidos por entalhes e descontinuidades podem ser melhorados pela remoção adequada de material em torno dos entalhes. A figura 2.49 (a) mostra uma barra enfraquecida por alguns entalhes. Entalhes adicionais, mostrados na figura 2.49(b) reduzem o FCT cerca de 12%, como mostra a análise de elementos finitos de figura 2.50.



Figura 2.50 - Tensão de von Mises para as geometrias 2.49(a) e 2.49(b)

Furo é um tipo muito comum de descontinuidade que enfraquece as estrutura. Embora apenas um furo possa ser necessário em um determinado projeto, a adição de furos de menor diâmetro pode reduzir o fator de concentração de tensão.



Figura 2.51 - Tensão de von Mises para uma placa com um furo

Baud testou uma série de modelos fotoelásticos para estudar o efeito destes furos adicionais. Ele observou que se a distância entre centros dos furos é igual ou inferior a duas vezes seu diâmetro, a tensão máxima irá diminuir. As figuras 2.52 e 2.53 mostram a tensão de Von Mises para duas configurações de furos. Na primeira a tensão reduziu 9%, enquanto que na segunda, onde furo está um pouco mais próximo, a tensão de pico reduziu mais de 16%.



Figura 2.52 - Tensão de von Mises para uma placa com três furos



Figura 2.53 – Tensão de von Mises para uma placa com três furos

A fadiga é um dos mecanismos de fratura mais comuns que podem ocorrer durante a vida de componentes estruturais, submetidos a carregamentos cíclicos. Falhas de fadiga iniciam-se no local onde a tensão é maior, ou seja, quase sempre nas raízes de entalhes, onde a tensão nominal é elevada pelas descontinuidades geométricas. Felizmente, como apresentado neste capítulo, existem maneiras simples e eficientes de reduzir a concentração de tensão através da suavização de entalhes afiados usando as receitas de Baud, Mattheck e Grodzinski. No entanto, essas técnicas não resultam na melhor solução possível para este problema, que pode ser alcançado com os procedimentos de otimização, que serão apresentados no próximo capítulo. A redução da tensão pode resultar em um significativo aumento da vida à fadiga do componente e, conseqüentemente, em uma redução substancial dos custos de reparação ou substituição de componentes danificados e fraturados.