7
Referências Bibliográficas

AGNES, G. S., INMAN, D. J., Performance of nonlinear vibration absorbers for multi-degrees-of-freedom systems using nonlinear normal modes. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 275-292, 2001.

AHMADIAN, H. e ZAMANI, A. Identification of nonlinear boundary effects using Nonlinear normal modes. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, p. 2008–2018, 2009.

ANDERSON, T. J.; BALACHANDRAN, B, e NAYFEH, A. H. Nonlinear resonances in a flexible cantilever beam. **Journal of Vibrations and Acoustics**, v. 116, p. 480-484, 1994.

ANAND, G. Natural modes of a coupled nonlinear system. **International Journal of Nonlinear Mechanics**, v. 7, p. 81-91, 1972.

ANH, N. D.; MATSUHISA, H.; VIET, L. D.; Yasuda, M. Vibration control of an inverted pendulum type structure by passive mass–spring-pendulum dynamic vibration absorber. **Journal of Sound and Vibration**, v. 307, n. 1-2, p.187-201, 2007.

ANDRIANOV, I. V.; DANISHEVS'KYY, V.V. Assymptotic approach for non-linear periodical vibrations of continuous structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 249, n. 3, p. 465-481, 2002.

ANDRIANOV, I. V. Asymptotical construction of nonlinear normal modes for continuous system. **Nonlinear Dynamics**, v. 51, pp. 99-109, 2008.

APIWATTANALUNGGARN, P. **Model Reduction of Nonlinear Structural Systems using Nonlinear Normal Modes and Component Mode Synthesis**. 236F. Tese de Doutorado –Michigan State University, Michigan, 2003.

APIWATTANALUNGGARN, P. *et al*. Finite-element-based nonlinear modal reduction of a rotating beam with large-amplitude motion. **Journal of Vibration and Control**, v. 9, p. 235–263, 2003.

APIWATTANALUNGGARN, P. *et al*. Component mode synthesis using nonlinear normal modes. **Nonlinear Dynamics**, v. 41, p. 17–46, 2005.

ATKINSON, C. P. On the stability of linearly related modes of certain nonlinear two-degrees-of-freedom systems. **Journal of Applied Mechanics**, Trans. ASME 28, Series E, p. 71-77, 1961.

ATKINSON, C. P.; BHATT, S. J. e PACITTI, T. The stability of the normal modes of nonlinear systems with polynomial restoring forces of high degree. **Journal of Applied Mechanics**, Trans. ASME 30, Series E, p. 163-198, 1963.

ATKINSON, C. P. ; TASKETT, B. A study of the nonlinearly-related modal solutions of coupled nonlinear systems by superposition techniques. **Journal of Applied Mechanics**, v. 32,n. 2, p. 359-364, 1965.

AULD, B. On the stability of the linearly related modes of certain nonlinear two-degrees-of-freedom systems. **Journal of Applied Mechanics**, v. 28, n. 4, p. 635-636, 1961.

AVRAMOV, K. V. Analysis of forced vibrations by nonlinear modes. **Nonlinear Dynamics**, v. 53, p. 117-127, 2008.

AZRAR, L.; BENAMAR, R.; WHITE, R.G. A semi-analytical approach to the non-linear dynamic response problem of S-S and C-C beams at large vibration amplitudes part I: General theory and application to the single mode approach to free and forced vibration analysis. **Journal of Sound and Vibration**, v. 224, n. 2, p.183-207, 1999.

BALTHAZAR, J.M.; GONÇALVES, P.B.;BRASIL, R. M. R. L. F. Uncertainties in Nonlinear Structural Dynamics. **Mathematical Problems in Engineering**, 4 f, 2008.

BAR-AVI, P.; BENAROYA, H. Stochastic response of a two DOF articulated tower. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 32, n. 4, p. 639-655, 1997.

BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of Structures**. Elastic, inelastic, fracture and damage theories. World Scientific, Oxford, UK, 2010.

BELLIZZI, S.; BOUC, R. A new formulation for the existence and calculation of nonlinear normal modes. **Journal of Sound and Vibration**, 287, p. 545-569, 2005.

BELLIZZI, S.; BOUC, R. Non-linear modes as a tool to analyse nonlinear dynamical systems. **Proceedings of Mecánica Computacional XXVI, Córdoba, Argentina**, p. 2931-2942, 2007.

BENNET, J. A.; EISLEY, J. G. A multiple degree-of-freedom approach to nonlinear beam vibrations. **AIAA Journal**, v. 8, n. 4, p. 734-739, 1970.

BETAUNCOURT, R. J.; BAROCIO, E.; MESSINA, A. R., MARTÍNEZ, I. Modal Analysis of inter-area oscillations using the theory of normal modes, **Eletric Power Sytems Research**, v. 79, p. 576-585, 2009.

BEYER, H. W. **CRC Standard Mathematical Tables**, 28th ed. Boca Raton, FL. CRC Press, 1987.

BLANC, F. EGE, K., TOUZÉ, C., MERCIER, J. C., BONNET, A. S. Sur le calcul numérique des modes non-linéaires. **Publié dans CFM 20111 - 20$^{\text{ième}}$ Congrès Français de Mécanique, Besançon**, France, 2011.

BOIVIN, N., PIERRE, C., SHAW, S. W. Non-linear modal analysis of structural systems using multi-mode invariant manifolds. AIAA-1994-1672, IN:**AIAA Dynamics Specialists Conference**, Hilton Head, SC, Apr 21, 22, p.45-58, 1994.\

BOIVIN, N., PIERRE, C., SHAW, S. W. Non-linear modal analysis of structural systems featuring internal resonances. **Journal of Sound and Vibration**, v. 182, n. 2, p. 336-341, 1995.

BOIVIN, N., PIERRE, C., SHAW, S. W. Non-linear modal analysis of the forced response of structural systems. **Proceedings of Dynamics Specialists Conference**, p. 385-405, Salt Lake City, 1996.

BOYCE, W. E., DiPrima, R. C. **Elementary Differential Equations**, 9 ed.,New York, 2009.

BURTON, T. D. Numerical calculation of nonlinear normal modes in structural systems. **Nonlinear Dynamics**, v. 49, p. 425-441, 2007.

CAUGHEY, T. K.; VAKAKIS, A. F. A method for examining steady state solutions of forced discrete systems with strong non-linearities. **International Journal of Non-linear Mechanics**, v. 26, p. 89–103, 1991.

CHAKRABARTI, S. K., **Handbook of Offshore Engineering**. Elsevier, 2005.

CHING, C. **Problems in Nonlinear Dynamics**, 200 f. Tese de doutorado, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1993.

CHOI, H. S. e LOU, J. Y. K. Nonlinear behaviour of an articulated offshore loading platform. **Applied Ocean Research**, v. 13, n. 2, p. 63 -74, 1991.

COOKE, C. H. e STRUBLE, R. A. On the existence of periodic solutions and normal mode vibrations of nonlinear systems. **Quaterly of Applied Mathematics**, v. 24, n. 3, p. 177-193, 1966.

CRISFIELD, M. A. **Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures**, v. 1 e 2, New York, 1997.

FALTINSEN, O. M. **Sea Loads on Ships and Offshore Structures. Cambridge** University Press, New York, 1990.

FALZARANO, J. M; CLAGUE, R. E.; KOTA, R.S. Application of Nonlinear Normal mode analysis to the nonlinear and coupled dynamics of a floating offshore platform with damping. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 255-274, 2001.

FEENY, B. F.; KAPPAGANTU, R. On the physical interpretation of proper orthogonal modes in vibrations. **Journal of Sound and Vibration**, v. 211, n. 4, p. 607-616, 1998.

FERREIRA, J. V., SERPA, A. L. Application of the arc-length method in nonlinear frequency response. **Journal of Sound and Vibration**, v. 284, p. 133-149, 2005.

GAVASSONI, E. **Modelos Discretizados de Dimensão Reduzida para Análise Dinâmica Não linear de Vigas e Pórticos Planos**, 136 f. Dissertação de Mestrado – PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2007.

GEORGIOU, I. T.; SCHWARTZ, I. B. The non-linear slow normal mode and stochasticity in the dynamics of a conservative flexible rod/pendulum configuration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 220, n. 3, p. 383-411, 1999.

GEORGIOU, I. T.; SCHWARTZ, I. B. Invariant manifolds, nonclassical normal modes, and proper orthogonal modes in dynamics of the flexible spherical pendulum. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 3-31, 2001.

GREENBERG, H.; YANG, T. Modal subspaces and normal modes vibrations. **International Journal of Nonlinear Mechanics**, v. 6, p. 311-326, 1976.

GUOJING, Z. e JIANGUO, W. Invariant sub-manifolds and modes of nonlinear autonomous systems. **Applied Mathematics and Mechanics**, v. 19, n. 7, 1998.

HAN, S. M.; BENAROYA, H. Non-linear coupled transverse and axial vibration of a compliant structure, Part 1: Formulation and free vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v.237, n. 5, p.837-873, 2000a.

HAN, S. M.; BENAROYA, H. Non-linear coupled transverse and axial vibration of a compliant structure, Part 2: Forced vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v.237, n. 5, p.875-900, 2000b.

HAN, S. M.; BENAROYA, H. **Nonlinear and Stochastic Dynamics of Compliant Offshore Structures.** Kluwer Academic Publishers, Norwell, USA, 2002a.

HAN, S. M.; BENAROYA, H. Vibration of a compliant tower in three-dimensions. **Journal of Sound and Vibration,** v.250, n. 4, p.675-709, 2002b.

HAPPAWANA, G. S.; BAJAJ, A. K. e AZENE, M. An analytical solution to non-similar normal modes in a strongly non-linear discrete system. **Journal of Sound and Vibration**, v. 183, n. 2, p. 361-367, 1995.

HE, Z.; EPUREANU, B. I.; PIERRE, C. Parametric study of the aeroelastic response of mistuned bladed disks. **Computers and Structures**, v. 85, p. 852–865, 2007.

HSIEH, S.; SHAW, S. W.; PIERRE, C. Normal modes for large amplitude vibration of a cantilever beam. **International Journal of Solids Structures**, v. 31, n. 14, p. 1981-2014, 1994.

JAIN, R. K. e KIRK, C. L. The dynamic response of a double articulated offshore loading structure to non-collinear waves and current. **In proceedings of 1977 ASME Summer Applied Mechanics/Bioengineering/Fluids Engineering Conference**, New Have, USA, 1977.

JEZEQUEL, L. e LAMARQUE, C. H. Analysis of non-linear dynamical systems by the normal form theory. **Journal of Sound and Vibration**, v. 149, n. 3, p. 429-459, 1991.

JIANG, D. **Nonlinear Modal Analysis Based on Invariant Manifolds – Application to Rotating Blade Systems**, 167 f. Tese de Doutorado – Univesity of Michigan, Michigan, 2004.

JIANG, D.; PIERRE, C,; SHAW, S. W. Large-Amplitude non-linear normal modes of piecewise linear systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 272, p. 869—891, 2004.

JIANG, D.; PIERRE, C,; SHAW, S. W. Nonlinear normal modes for vibratory systems under harmonic excitation. **Journal of Sound and Vibration**, v. 288, p. 791—812, 2005a.

JIANG, D.; PIERRE, C,; SHAW, S. W. The construction of non-linear normal modes for systems with internal resonance. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 40, p. 729—746, 2005b.

JINGRUI, Z.; YOUGANG, T.; WENJUN, S. A. Study on the Combination Resonance Response of a Classic Spar Platform. **Journal of Vibration and Control**, v. 16 , n.14, p. 2083-2107, 2010.

JORDAN, D. W.; SMITH P. **Nonlinear Ordinary Differential Equations – An Introduction for Scientists and Engineers**. Oxford University Press, 4 ed., Keele, 2007.

KAHN, P. B.; ZARMI, Y. Weakly nonlinear oscillations: A perturbative approach. **Am. J. Phys**., v. 72, n. 4, p.538-552, 2004.

KAREEM, A. Nonlinear dynamic analysis of compliant offshore platforms subjected to fluctuating wind. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 14, p. 345-356, 1983.

KERSCHEN, G.; WORDEN, K.; VAKAKIS, A.F.; GOLINVAL, J.C. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 20, p. 505-592, 2006.

KERSCHEN, G.; PEETERS, M.; GOLINVAL, J.C.; VAKAKIS, A.F. Nonlinear normal modes, Part I: An attempt to demystify them. **Proceedings of IMAC XXV Conference & Exposition on Structural Dynamics**, Orlando, 2008.

KERSCHEN, G.; PEETERS, M.; GOLINVAL, J.C., VAKAKIS, A.F. Nonlinear normal modes, Part I: A useful framework for the structural dynamicist. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, p. 170-194, 2009.

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**, 9 ed., New York, 2006.

KIRK, C. L.; JAIN, R. K. Response of articulated towers to waves and current. **Society of Petroleum Engineers Journal**, v. 18, n. 5, p.283-290, 1978.

KOO, B. J., KIM, M. H.; RANDALL, R. E., Mathieu instability of a spar platform with mooring and risers. **Ocean Engineering**, v. 31, p. 2175–2208, 2004.

KUCHNICK, S. N.; BENAROYA, H. A parametric study of a flexible ocean tower. **Chaos, Soliton and Fractals**, v. 14, p. 183-201, 2002.

LACARBONARA, W.; REGA, G.; NAYFEH, A. H. Resonant non-linear normal modes. Part I: Analytical treatement for structural one-dimensional systems. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 38, p. 851-872, 2003.

LACARBONARA, W. e CAMILLACCI, R. Nonlinear normal modes of structural systems via asymptotic approach. International Journal of Solids and Structures, v. 41, p. 5565-5594, 2004.

LANGLEY, R. S.; Harmonic linearization of geometrically non-linear finite element methods models. **Computers & Structures**, v. 28, n. 2, p. 165-172, 1988.

LAU, S. L.; YUEN, S. W.; Solution diagram of non-linear dynamic systems by the IHB method. **Journal of Sound and Vibration**, v.167, n. 2, p.303-316, 1993.

LEONARD, J. W.; YOUNG, R. A. Coupled response of compliant offshore platforms. **Engng. Structures**, v. 7, p. 74-84,1985.

LEWANDOWSKI, R. Application of the Ritz method to the analysis of non-linear free vibrations of beams. **Journal of Sound and Vibration**, v.114, n. 1, p. 91-101, 1987.

LEWANDOWSKI, R. Non-linear, steady-state vibration of structures by harmonic balance/finite element method. **Computers & Structures**, v.4, n. 1/2, p. 287-296, 1992.

LEWANDOWSKI, R. Nonlinear free vibrations of beams by the finite element and continuation methods. **Journal of Sound and Vibration**, v.170, n. 5, p. 577-593, 1994.

LI, X., JI, J. C., HANSEN, C. H. Non-linear normal modes and their bifurcation of a two DOF system with quadratic and cubic non-linearity. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 41, p. 1028-1038, 2006.

LI, B; OU, J.; TENG, B. numerical investigation of damping effects on coupled heave and pitch motion of An innovative deep draft multi-spar**. Journal of Marine Science and Technology**, v. 19, n. 2, p. 231-244, 2011.

LUONGO, A. perturbation methods for nonlinear autonomous discrete-time dynamical systems. **Nonlinear Dynamic**s, v. 10, p. 317-331, 1996.

LYAPUNOV, A. M. **The General Problem of the Stability of Motion**. Princenton University Press, Princenton, New Jersey, 1947.

MA, X.; AZEEZ, M. F. A. e VAKAKIS, A. F. Non-linear normal modes and non-parametric system identification of non-linear oscillators. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 14, n.1, p. 37-48, 2000.

MA, Q. W.; PATEL, M. H., On the non-linear forces acting on a floating spar platform in ocean waves. **Applied Ocean Research**, v. 23, p. 29-40, 2001.

MACHADO, V. L. S. S. **Bifurcações Múltiplas e Comportamento Não linear de Sistemas Dinâmicos.** 177 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio deJ Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

MAHMOODI, S. N.; KHADEM, S. E.; REZAEE, M. Analysis of non-linear mode shapes and natural frequencies of continuous damped systems. **Journal of Sound and Vibration, v.** 275, p. 283–298, 2004.

MAZZILLI, C. E. N.; SOARES, M. E. S.; BARACHO NETO, O. G. P. Reduction of finite-element models of planar frames using non-linear normal modes. International Journal of Solids and Structures, v. 38, p. 1993-2008, 2001.

MAZZILLI, C. E. N.; BARACHO NETO, O. G. P. Evaluation of non-linear normal modes for finite-element models. **Computers and Structures**, v. 80, p. 957-965, 2002.

MAZZILLI, C. E. N.; SOARES, M. E. S. e BARACHO NETO, O. G. P. Non-linear normal modes of a simply supported beam: continuous system and finite-element models. **Computers and Structures**, v. 82, p. 2683-2691, 2004.

MAZZILLI, C. E. N.; SANCHES, C. T.; BARACHO NETO, O. G. P.; WIERCIGROCH, M.; KEBER, M. Non-linear modal analysis for beams subjected to axial loads: Analytical and finite-element solutions. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 43, p. 551-561, 2008.

MAZZILLI, C. E. N. ; SANCHES, C. T. . Non-linear normal modes of a fixed-moored offshore catenary riser. In: **XIC Congresso AIMETA, 2009**, Ancona. Atti del XIX Congresso dell'Associazione Italiana di Meccanica Teorica e Applicata. Fano, Italia : Aras Edizioni, 2009.

MEI, C. Finite element displacement method for large amplitude free flexural vibrations of beams and plates. **Computers & Structures**, v. 3, p. 163-174, 1973.

MICKENS, R.E. Comments on the method of harmonic balance. **Journal of Sound and Vibration**, v.94, n. 3, p. 456-460, 1984.

MIKHLIN, Y. V.; MORGUNOV, B. I. Normal vibrations in near-conservative self-excited viscoelastic nonlinear systems. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 33-48, 2001.

MONTALDI, J.; ROBERTS, M.; STEWART, I. Existence of nonlinear normal modes of symmetric Hamiltonian systems. **Nonlinearity**, v. 3, p. 695-730, 1990.

MONTH, L. A., RAND, R. H. The stability of bifurcating periodic solutions in a two-degree-of-freedom nonlinear system. . **Journal of Applied Mechanics**, p. 782-783, 1980.

MONTH, L. A., RAND, R. H. An applicaton of the Poincaré map to the stability of nonlinear normal modes. **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, p. 645-651, 1980.

NANDAKUMAR, K.; CHATTERJEE, A. Resonance, parameter estimation, and modal interactions in a Strongly Nonlinear Benchtop Oscillator. **Nonlinear Dynamics**, v. 40, p. 149-167, 2005.

NAYFEH, A. H. Perturbation methods and non-linear hyperbolic waves. **Journal of Sound and Vibration**, v. 54 , n.4 , p. 605-609, 1977.

NAYFEH, S. A.; NAYFEH, A. H. Nonlinear interactions between two widely spaced modes.. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, v. 3, p. 417-427, 1993.

NAYFEH, S. A.; NAYFEH, A. H. Energy transfer from high-to-low-frequency modes in a flexible structure via modulation. **Journal of Vibrations and Acoustics**, v. 116, p. 203-207, 1994a.

NAYFEH, S. A.; NAYFEH, A. H. On nonlinear normal modes of continuous systems. **Journal of Vibrations and Acoustics**, v. 116, p. 129-136, 1994b.

NAYFEH, A. H.; CHIN, C e NAYFEH, S. A. On nonlinear normal modes of systems with internal resonance. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 118, p. 340-345, 1996.

NORELAND, D. *et al*. Nonlinear modes of a clarinet-like musical instruments. **Journal of Sound and Vibration**, v. 324, n. 3-5, p. 983-1002, 2009.

ORLANDO, D. **Dinâmica Não linear, Instabilidade e Controle de Sistemas Estruturais com Interpretação Modal**. 300 f. Tese de Doutorado – PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2010.

PAI, P. F. Time-frequency characterization of nonlinear normal mode and challenges in nonlinearity identification of dynamical systems. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2011.

PAK, C. H. e ROSEMBERG, R. M. On the existence of normal mode vibrations in nonlinear systems. **Quaterly of Applied Mathematics**, v. 26, p. 403-416, 1968.

PAK, C. H.; RAND, R. H. RAND e MOON, F. C. Free vibrations of a thin elastic by normal modes. **Nonlinear Dynamics**, v. 3, p. 347-364, 1992.

PAK, C. H. On the coupling of non-linear normal modes. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 41, p. 716-725, 2006.

PALACIOS, R. Nonlinear normal modes in na intrinsic theory of anisotropic beams. **Journal of Sound and Vibration**, v. 330, p. 1772-1792, 2011.

PECELLI, G. e THOMAS, E. S. Stability of modes for a class of non-linear planar oscillators. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 15, p. 57-70, 1980.

PEETERS, M. *et al*. Computational of nonlinear normal modes. Part I. Numerical continuation in Matlab. **Proceedings of ENOC-2008** – Saint Petersburg, 2008.

PEETERS, M. *et al*. Nonlinear normal modes, Part II: Toward a practical computation using numerical continuation technique. **Mechanical Systems and Sign Processing**, v. 23, pp. 195-216, 2009.

PELLICANO, F. e VAKAKIS, A. F. Normal modes and boundary layers for a slender tensioned beam on a nonlinear foundation. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 79-93, 2001.

PESHECK, E. **Reduced Order Modeling of Nonlinear Structural Systems Using Nonlinear Normal Modes and Invariant Manifolds**. 177 f. Tese de Doutorado –University of Michigan, Ann Arbor, 2000.

PESHECK, E. BOIVIN, N. e PIERRE, C. Nonlinear modal analysis of structural systems using multi-mode invariant manifolds. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 183-205, 2001.

PESHECK, E.; PIERRE, C.; SHAW, W S. A new galerkin-based approach for accurate non-linear normal modes through invariant manifolds. **Journal of Sound and Vibration**, v. 249, v. 5, p. 971-993, 2002a.

PESHECK, E.; PIERRE, C.; SHAW, W S. Modal reduction of a nonlinear rotating beam through nonlinear normal modes. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 124, p. 229-236, 2002b.

PIERRE, C.; JIANG, D.; SHAW, S. Nonlinear normal modes and their application in structural dynamics. **Mathematical Problems in Engineering**, p. 1-15, 2006.

POINCARÉ, H. **Les Méthodes Nouvelle de la Mécanique Céleste**, Ed. Gauthier-Villars, Paris, 1989.

QAISI, M. I.; Non-linear normal modes of a lumped parameter system. **Journal of Sound and Vibration**, v. 205, n.2, p. 205-211, 1997.

RAJU, K. K.; SASTRY, B. P.; RAO, G. V. A finite element formulation for the large amplitude vibrations of tapered beams. **Journal of Sound and Vibration**, v. 47, n.4, p. 595-598, 1976.

RAND, R. H. e VITO, R. Nonlinear vibrations of two-degree-of-freedom systems with repetead linearized natural frenquencies. **Journal of Applied Mechanics**, p. 296-297, 1972.

RAND, R. H. A higher order approximation for non-linear normal modes in two degree of freedom systems. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 6, p. 545-547, 1971.

RAND, R. H. The geometrical stability of non-linear normal modes in two degree of freedom systems. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 8, p. 161-168, 1973.

RAND, R. H. A direct method for non-linear normal modes. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 9, p. 363-368, 1974.

RAO, G. V.; RAJU, K. K.; RAJU, I. S. Finite element formulation for the large amplitude free vibrations of beams and or orthotropic circular plates. **Computers & Structures**, v. 6, p. 169-172, 1976.

RENSON, L., DELIÉGE, G, KERSCHEN, G. Finite element computation of nonlinear normal modes of nonconservative systems. **In. proceedings of the ISMA conference**, 2012.

RHO, J. B.; CHOI, H. S. Heave and pitch motions of a spar platform with damping plate. **In. proceedings of The Twelfth International Offshore and Polar Engineering Conference**, p. 198-201, 2002.

ROSEMBERG, R. M. e ATKINSON, C. P. On natural modes and their stability in nonlinear two-degree-of-freedom systems. **Journal of Applied Mechanics**, v. 26, p. 377-392, 1959.

ROSEMBERG, R. M. Normal modes of nonlinear dual-mode systems. **Journal of Applied Mechanics**, p. 263-268, 1960.

ROSEMBERG, R. M. On normal vibrations of a general class of nonlinear dual-mode systems. **Journal of Applied Mechanics**, p. 275-283, 1961.

ROSEMBERG, R. M. The normal modes of nonlinear n-degree-0f-freedom systems. **Journal of Applied Mechanics**, p. 7-14, 1962.

ROSEMBERG, R. M. e KUO, J. K. Nonsimilar normal mode vibrations of nonlinear systems having two degrees of freedom. **Journal of Applied Mechanics**, v. 31, p. 283-290, 1964.

ROSEMBERG, R. M. On nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom. **Advances in Applied Mechanics**, v. 9, p. 155-242, 1966.

SANCHES, C. T. **Modos Não lineares de Vibração e Controle Ativo de Risers**. Tese de doutorado, 169 f.. Universidade de São Paulo-USP, São Paulo, 2009.

SEXTRO, W.; POPP, K. e KRZYZYSKI, T. Localization in nonlinear mistuned systems with cyclic simetry. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 207-220, 2001.

SHAW, S.W.; PIERRE, C. Nonlinear normal modes and invariant manifold. **Journal of Sound and Vibration**, v.150, n. 1, p. 170-173, 1991

SHAW, S. W.; PIERRE, C. Normal modes for nonlinear vibratory systems. **Journal of Sound and Vibration**, v.164, n. 1, p. 85-124, 1993.

SHAW, S.W.; PIERRE, C. Normal modes of vibration for non-linear continuous systems. **Journal of Sound and Vibration**, v.169, n. 3, p. 319-347, 1994.

SHAW, S. W. An invariant manifold approach to nonlinear normal modes of oscillation. **Journal of Nonlinear Science**, v. 4, p. 419-448, 1994.

SHAW, S. W.; PIERRE, C.; PESHECK, E. Modal analysis-based reduced-order models for nonlinear structures - An invariant manifold approach. **The Shock and Vibration Digest**, v. 31, n. 1, p. 3-16, 1999.

SHI, T.; TENG, T. e HSU, C. Analysis of nonlinear normal modes by extended normal form method. **Proceedings of Robotics, Automation and Mechatronics, 2006 IEEE Conference**, 2006.

SILLER, H. R. E. **Non-linear Modal Analyis Methods for Engineering Structures**. 242 f. Tese de Doutorado – Imperial College London, University of London, London, 2004.

SINHA, S. C.; REDKAR, S.; BUTCHER, E. A. Order reduction of nonlinear systems with time periodic coefficients using invariant manifolds. **Journal of Sound and Vibration**, v. 284, pp. 985–1002, 2005.

SLATER, J. C. A numerical method for determining nonlinear normal modes. **Nonlinear Dynamics**, v. 10, p. 19-30, 1996.

SLATER, J. C., INMAN, D. J. Nonlinear modal control method. **Journal of Guidance-Control, and Dynamics**, v. 18, n.3, p. 433-440, 1995.

SOARES, M. E. S., MAZZILLI, C.E.N. Nonlinear normal modes of planar frames discretised by the finite element method. **Computers and Structures**, v. 77, p. 485-493, 2000.

SUNDARAJAN, P.; NOAH, S. T. Dynamics of forced nonlinear systems using shooting/arc-length continuation method – application to rotor systems. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 119, p. 9-20, 1997.

TABADDOR, M. Influence of nonlinear boundary conditions on the single-mode response of a cantilever beam. **International Journal of Solids and Structures**, v. 37, p. 4915-4931, 2000.

TABESHPOUR, M. R.; GOLAFSHANI, A. A.; SEIF, M. S. Second-order perturbation added mas fluctuation on vertical vibration of tension leg platforms. **Marine Structures**, v. 19, p. 271-283, 2006.

THOMPSON, J. M. T.; GASPAR, Z. A buckling model for the set of umbilic catastrophes. **Math. Proc. Camb. Phil. Soc**., n. 82, v. 497, p. 497-507, 1977.

THOMSON, W. T. **Theory of Vibration with Applications**. 2. ed. New Jersey. 1981.

TOUZÉ, C.; AMABILI, M. Nonlinear normal modes for damped geometrically nonlinear systems: Application to reduced-order modeling of harmonically forced structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 298, p. 958-981, 2006.

VAKAKIS, A. F. **Analysis and Identification of linear and Nonlinear Normal Modes in Vibrating Systems**, 320 f. Tese de doutorado, California Institute of Technology, Pasadena, 1991.

VAKAKIS, A. F. Fundamental and subharmonic resonances in a system with a ‘1-1’ internal resonance. **Nonlinear Dynamics**, v. 3, p. 123 – 143, 1992.

VAKAKIS, A. F., RAND, R. H. Normal modes and global dynamics of a two-degree-of-freedom non-linear system – I. Low energies. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 27, n. 5, p. 861-874, 1992.

VAKAKIS, A. F. Passive spatial confinement of impulsive responses in coupled nonlinear beams. **AIAA Journal**, v. 32, n. 9, 1994.

VAKAKIS, A. F.; MANEVITCH, L. I., MIKHLIN, Y.V PILIPCHUK, V. N. e ZEVIN, A. A. **Normal Modes and Localization in Nonlinear Systems**, Willey Ed, 552 f., 1996.

VAKAKIS, A. F. Non-linear normal modes (nnms) and their applications in vibration theory:an overview. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 11, n. 1, p. 3-22, 1997.

VEDENOVA, E. G.; MANEVICH, L. I. e PILIPCHUK, V. N. Normal oscillations of a string with concentrated masses on non-linearly elastic supports. Prikl. Matem. Mekham., v. 49, n. 2, p. 203-211, 1985.

VESTRONI, F.; LUONGO, A.; PAOLONE, A. A perturbation method for evaluating nonlinear normal modes of a piecewise linear two-degrees-of-freedom systems. **Nonlinear Dynamics**, v. 54, p. 379-393, 2008.

VILELA, A. R. *et al*. Análise Dinâmica de um Modelo de Torre Estaiada, **XXXV Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural**, ASAEE, Rio de Janeiro, RJ, 15 pp., 2012.

VIO, G. A. *et al*. Aerolastic system identification using transonic CFD data for a wing/store configuration. **Aerospace Science and Tecnology**, v. 11, p. 146-154, 2007.

VITO, R. P. An approximated method of treating the nonlinear vibrations of certain two –degree-of-freedom systems. **Journal of Applied Mechanics**, p. 620-621, 1972a.

VITO, R. P. Similar normal mode vibrations in certain conservative systems with two degrees-of-freedom. **International Journal of Non-Linear Mechanics,** v. 7, p. 473-487, 1972b.

VON GROLL, G.; EWIS, D. J. The harmonic balance method with arc-length continuation in rotor/stator contact problems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 241, n. 2, p. 223-233, 2001.

WAH, T. The normal modes of vibration of certain nonlinear continuous systems. **Journal of Applied Mechanics**, v. 31, n. 1, pp. 139-140, 1964.

WANG, F.; BAJAJ A. N. Nonlinear normal modes in multi-mode models of an inertially coupled elastic structure. **Nonlinear Dynamics**, v. 47, p. 25-47, 2007.

WANG, F. **Nonlinear Normal Modes and Nonlinear Normal Modal Reduction for Discrete and Multi-Component Continuous Systems**, Tese de Doutorado, 209 f. Purdue Universtity, Indiana, USA, 2008.

WARMINSK, J. Nonlinear normal modes of a self-excited system driven by parametric and external excitations. **Nonlinear Dynamics**, v. 61, p. 677-689, 2010.

WEISTEIN, A. normal modes for nonlinear hamiltonian systems. **Inventiones Mathematicae**.,v. 20, n. 1, p. 47-57, 1973.

YABUNO, H. e NAYFEH, A. H. Nonlinear normal modes of a parametrically excited cantilever beam. **Nonlinear Dynamics**, v. 25, p. 65-77, 2001.

YANG, T. Symmetry properties and normal mode vibrations. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 3, n. 2, 1968.

YU, P. Computation of normal forms via a perturbation technique. **Journal of Sound and Vibration**, v. 211, n. 1, p. 19-38, 1998.

YU, P.; ZHU, S. Computation of the normal forms for general M-DOF systems using multiple time scales. Part I: autonomous systems. **Computations in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 10, p. 869-905, 2005.

XU, J.; LU, Q.; HUANG, K. Singular characteristics of nonlinear normal modes in a two degrees of freedom asymmetric systems with cubic nonlinearities. **Applied Mathematics and Mechanics**, v. 22, n. 8, p. 972-982, 2001.

Apêndice A
Glossário de termos utilizados na análise modal não linear

Apresenta-se aqui a definição dos termos comumente utilizados na literatura especializada na análise modal não linear. A lista não é exaustiva, mas oferece um ponto de partida para a assimilação da terminologia envolvida na análise modal não linear. Quando mais de uma definição é de uso comum na literatura, essas são incluídas com a respectiva referência.

Curva de ressonância (*Resonance curve*)

Curva no espaço frequência-amplitudes que relaciona para amplitudes conhecidas de força externa a amplitude do movimento em função da frequência de excitação dessa força externa (Rosemberg, 1966).

Equação de restrição (*Constraint equation*)

Relação de dependência funcional entre os deslocamentos e velocidades dos graus de liberdade escravos e do deslocamento e velocidade do par mestre no caso da análise modal não linear individual, ou de vários pares mestres no caso da análise multimodal (Shaw e Pierre, 1991). As equações ou funções de restrição parametrizam as variedades invariantes em função do par mestre para o movimento no modo definido por esse mesmo par.

Função de modo normal (*Normal modal function*)

O mesmo que equação de restrição (Betancourt *et al*., 2009)

Hipermodo normal não linear (*Nonlinear normal hypermode*)

Um movimento cuja dinâmica é descrita por mais de um par de coordenadas generalizadas mestres (Georgious e Schwartz, 2001). O mesmo que multimodo.

Invariância dinâmica (*Dynamic invariance*)

Característica dos modos normais não lineares e lineares, significando que um movimento iniciado dentro das variedades invariantes desse modo, ou seja, um movimento que satisfaça as relações entre graus de liberdade mestres e escravos, capturadas pelas equações de restrição, permanece nesse mesmo espaço durante todo movimento (Apiwattanalunggarn *et al*., 2005).

Linha modal (*modal line*)

Representação no espaço de configuração (deslocamentos) do sistema do movimento vibratório num modo normal de um sistema discreto. Sistemas lineares possuem linhas modais retas, enquanto sistemas não lineares apresentam, em geral, linhas modais curvas, ainda que em presença de certas condições de simetria essas curvas se degenerem em retas, como ocorre com os modos similares (Rosemberg, 1966; Kerschen *et al*, 2006).

Mar de estocasticidade (*Sea of stochasticity*)

Região na seção de Poincaré onde as órbitas do oscilador analisado parecem vaguear erraticamente. Essa região contém movimentos caóticos do sistema hamiltoniano, isto é, movimentos que são sensíveis às condições iniciais (Vakakis, 1991).

Modo acoplado (*Coupled mode*)

Modo resultante de acoplamento entre dois ou mais modos normais não lineares em função de ressonâncias internas. Surgem em sistemas em decorrência da presença de certas propriedades de simetria, e/ou sob certos valores de parâmetros mecânicos de controle (Lacarbonara *et al*., 2003).

Modo adicional (*Additional mode*)

O mesmo que modo bifurcado (Xu *et al.*, 2001).

Modo bifurcado (*Bifurcated or bifurcating mode*)

Modo não linear que não constitui uma continuação analítica de um modo linear (Siller, 2004). Sua ocorrência está relacionada à existência de bifurcações na resposta dinâmica do sistema, sendo em geral, uma consequência da simetria do problema físico (Pai, 2011).

Modo condutor (*Driven mode*)

O mesmo que modo mestre (Pak, 2006).

Modo escravo (*slave or enslaved mode*)

O mesmo que modo não simulado (Pesheck *et al*., 2002b).

Modo internamente ressonante (*Internal resonant mode*)

O mesmo que modo acoplado (Sanches, 2009).

Modo mestre (*Master mode*)

É o modo de interesse em uma determinada análise dinâmica, cujo único par posição-velocidade modal é utilizado na parametrização das variedades invariantes nas quais o movimento é confinado (Shaw e Pierre, 1993).

Modo modelado (*Modeled mode*)

O mesmo que modo mestre (Pesheck *et al*, 2002b).

Modo não condutor (*Undriven mode*)

O mesmo que modo não simulado (Pak, 2006).

Modo não modelado (*Nonmodeled mode*)

O mesmo que modo não simulado (Pesheck *et al*, 2002b).

Modo não simulado (*Nonsimulated mode*)

Modo normal não linear cujo comportamento dinâmico é obtido indiretamente utilizando-se as funções de restrição relacionadas ao modo simulado (Pesheck *et al*, 2002a).

Modo normal (*Normal mode*)

<u>Definição 1</u>

Vibração principal de um dado sistema, no qual o movimento de um sistema de dimensão finita se comporta como um sistema conservativo com um único grau de liberdade, de modo que todas as posições podem ser analiticamente parametrizadas em termos de uma única posição (Mikhhin e Morgunov, 2001).

<u>Definição 2</u>

Para um sistema conservativo, sem efeitos giroscópicos, um modo normal pode ser definido como um movimento cujas razões entre as coordenadas generalizadas são independentes do tempo (Hhsieh *et al*., 1994).

Modo normal não linear (*Nonlinear normal mode*)

<u>Definição 1</u>

Oscilação síncrona e periódica onde todos os pontos materiais passam simultaneamente por suas posições de equilíbrio e também por sua posição extrema ao mesmo tempo (Rosemberg, 1962).

<u>Definição 2</u>

Um modo normal de um sistema não linear é um movimento que ocorre em um subespaço formado por variedades invariantes de duas dimensões no espaço de fase do sistema. Essas variedades invariantes passam pela posição de equilíbrio e, nesse ponto, são tangentes ao auto-espaço bidimensional do sistema linearizado em torno da posição de equilíbrio. Nesse subespaço, a dinâmica do sistema é governada por uma equação de movimento envolvendo um par de variáveis de estado, ou seja, se comporta como um oscilador de um único grau de liberdade (Shaw e Pierre, 1994; Shaw *et al.,* 1999).

Modo normal não linear amortecido (*Damped nonlinear normal mode*)

Modo normal não linear cuja geometria de suas variedades invariantes inclui o efeito do amortecimento na sua avaliação (Touzé e Amabili, 2006).

Modo normal não linear conservativo (*Conservative nonlinear normal mode*)

Modo normal não linear onde os efeitos do amortecimento não são considerados na obtenção das variedades invariantes do problema (Touzé e Amabili, 2006).

Modo normal não linear fundamental (*Fundamental nonlinear normal mode*)

O mesmo que modos normais lineares bifurcados (Peeters *et al.*, 2008).

Modo normal não linear não amortecido (*Undampend nonlinear normal mode*)

O mesmo que modo normal não linear conservativo (Touzé e Amabili, 2006).

Modo normal não linear não clássico (*Nonclassical nonlinear normal mode*)

Modo normal não linear que não satisfaz o requisito da definição clássica de Rosemberg (1965) referente à vibração em uníssono dos graus de liberdade do sistema dinâmico (Georgious e Schwartz, 2001).

Modo normal não linear para sistemas contínuos (Nonlinear normal mode for continous systems)

Definição 1:

Um sistema contínuo não linear vibra em um modo normal quando atende às seguintes condições: (a) todos os pontos materiais da estrutura executam movimentos periódicos ao mesmo tempo, (b) todos os pontos materiais passam pela posição de equilíbrio no mesmo instante e (c) a qualquer instante de tempo *t* a posição de todas as massas do sistema é unicamente definida pela posição de uma delas. Esses requisitos são atendidos quando a separação de variáveis temporais e espaciais se verifica, o que possibilita uma solução periódica para a vibração do sistema (Wah, 1964).

Definição 2

Se o deslocamento e a velocidade de um único ponto material do sistema são conhecidos, então o campo de deslocamentos e velocidades pode ser inteiramente determinado pela dinâmica desse único ponto. Desse modo o movimento do sistema contínuo ocorre no espaço formado por variedades invariantes de duas dimensões no espaço de fase do sistema. As variedades invariantes têm as seguintes propriedades: passam pela posição de equilíbrio de sistema e nessa região são tangentes ao plano formado pelos modos lineares do sistema (Shaw e Pierre, 1994).

Definição 3

W(x,t) é um modo normal não linear para um sistema contínuo se *W(x,t)=X(x)T(t)+Y(x,t)*, onde *T(t)*, *Y(x,t)* são funções periódicos e quase periódicas, respectivamente, e *Y(x,t)* é pequena quando comparada com *X(x)T(t)* em uma determinada normalização em função da energia do sistema (Andrianov, 2008).

As definições de Wah (1964) e Shaw e Pierre (1994) implicam a exigência de uma separação entre as variáveis temporal e espacial do sistema. Podem ser consideradas casos particulares da definição de Andrianov (2008), que considera funções quase periódicas, onde a separação de variáveis não é exata.

Modo normal não similar (*Nonsimilar normal mode*)

Modo normal não linear cuja posição de todos os pontos materiais em qualquer instante de tempo durante o movimento é relacionada de maneira não linear à posição de um desses pontos (Ching, 1993).

Modo normal similar (*Similar mode*)

Modos normais cuja relação entre as posições de todos os pontos materiais em relação à posição de um único ponto é dada por um valor constante (Slater e Inman, 1995).

Modo normal singular (*Individual or single nonlinear normal mode*)

Modos normais não lineares obtidos por um único par mestre de coordenadas generalizadas que parametrizam as variedades invariantes do movimento (Kerschen *et al.*, 2009; Sanches, 2009).

Modo simulado (*Simulated mode*)

O mesmo que modo mestre (Pesheck *et al*, 2002a).

Modo superabundante (*Superabundant mode*)

O mesmo que modo bifurcado (Rosemberg, 1961; Vestroni *et al.*, 2008).

Multimodo (*Multi-mode; multiple mode*)

É uma generalização da definição de variedades invariantes para os modos normais singulares. Um multimodo não linear de dimensão M é um movimento que acontece numa superfície formada pelas variedades invariantes de dimensão $2M$ no espaço de fase do sistema. As variedades invariantes passam pelo ponto de equilíbrio do sistema e são tangentes nesse ponto ao espaço de dimensão $2M$ formado pelos autovetores do sistema linearizado em relação a essa posição de equilíbrio (representando M modos lineares). Nesse subespaço o sistema é governado por M pares de variáveis de estado, ou seja, se comporta como um sistema de M graus de liberdade (Shaw *et al.*, 1999).

Oscilador modal (*modal oscillator*)

Equação de movimento do modelo reduzido obtido por meio da análise modal não linear (Mazzilli *et al.*, 2001). Na análise modal singular, essa equação apresenta um único grau de liberdade, relacionada ao modo mestre. No caso do uso de multimodos o oscilador não linear possui o mesmo número de graus de liberdade do multimodo.

Par escravo de graus de liberdade (*Slave pair of degrees-of-freedom*)

Par de coordenadas generalizadas, constituído de deslocamento e velocidade, cujo movimento é parametrizado pelo par mestre (Shaw e Pierre, 1993).

Par mestre de graus de liberdade (*Master pair of degrees-of-freedom*)

Par de coordenadas generalizadas, constituído de deslocamento e velocidade, por meio do qual o movimento dos demais graus de liberdade é parametrizado (Shaw e Pierre, 1993).

Relação modal (*Modal relationship; modal relation*)

O mesmo que equação de restrição (Rosemberg, 1960).

Variedades invariantes (*Invariant manifold*)

É uma superfície contida no espaço de fase do sistema dinâmico que possui a seguinte propriedade: uma órbita iniciada nessa superfície permanece nela durante todo o curso de sua evolução dinâmica (Falzarano *et al.*, 2001). No subespaço formado pelas variedades invariantes o sistema dinâmico se comporta como um sistema de ordem reduzida (Shaw *et al.*, 1999).

Variedades invariantes dependentes do tempo (*Time-dependent invariant manifold*)

Variedades invariantes obtidas considerando-se a força externa atuante sobre o sistema (Wang, 2008).

Variedades invariantes em variáveis complexas (*Complex normal mode manifold approach*)

Técnica de derivação dos modos normais não lineares, onde as variedades invariantes são parametrizadas por um par de variáveis complexas, escolhido como par mestre. As equações de movimento do sistema, ao invés de serem escritas como equações de Cauchy de primeira ordem, são substituídas por equações de primeira ordem em coordenadas complexas (Nayfeh e Nayfeh, 1994b; Li *et al*., 2006).

Variedades invariantes em variáveis reais (*Real normal mode manifold approach*)

Variedades invariantes cuja geometria é descrita por equações de restrição com coeficientes reais (Nayfeh e Nayfeh, 1994b).

Variedades invariantes multimodais (*Multi-mode invariant manifold*)

Generalização das variedades invariantes para incluir a contribuição de mais de um modo normal não linear. Consiste de um espaço de dimensão $2M$, caso M modos sejam inclusos na sua obtenção (Shaw *et al*., 1999).

Vibração uníssona (*Vibration-in-unison*)

Movimento dinâmico que apresenta ao mesmo tempo as seguintes características: as massas são equiperiódicas; durante qualquer intervalo de tempo igual à metade do período do movimento o sistema passa precisamente uma única vez por sua configuração de equilíbrio; durante qualquer intervalo de tempo igual à metade do período do movimento o sistema passa precisamente pela máxima amplitude do movimento e nesse mesmo instante a velocidade é nula; a posição de todas as massas do sistema pode ser univocamente determinada conhecendo-se somente a posição de uma delas (Rosemberg, 1966).

Apêndice B
Glossário de termos de estruturas offshore

Apresenta-se aqui a definição dos termos e características das estruturas offshore utilizadas como exemplos de aplicação dos métodos apresentados neste trabalho.

Afundamento (*heave*) – Movimento translacional da embarcação na direção normal à linha de água.

Altura metacêntrica (*Metacentric height*) - Distância entre o centro de gravidade da embarcação e o metacentro.

Área de flutuação (*Area of waterplane*) – Área delimitada por uma linha de flutuação no plano dessa mesma linha.

Arfagem (*pitch*) - Movimento pendular da embarcação em torno do eixo transversal à mesma, no plano da superfície de água.

Avanço (*surge*) – Movimento translacional da embarcação na direção longitudinal a mesma.

Borda livre (*free board*) - Distância vertical entre a superfície da água e o convés da embarcação.

Calado (*Draft*) - Distância vertical, medida sobre um plano transversal, entre a parte extrema inferior da embarcação nesse plano e o plano de flutuação.

Centro de empuxo (*Buoyance center*) - Centro de gravidade do volume imerso da embarcação. É o ponto de aplicação do empuxo.

Centro de gravidade (*Gravity center*)- Centro de gravidade da área de flutuação da embarcação.

Deriva (*sway*) – Movimento translacional da embarcação na direção transversal à mesma.

Guinada (*yaw*) – Movimento rotacional da embarcação em torno do eixo normal à linha da água.

Jogo (*roll*) - Movimento pendular da embarcação em torno do seu eixo longitudinal, no plano da superfície de água.

Massa adicionada (*Added mass*) – é a inércia adicionada ao sistema em movimento imerso em fluído em decorrência da aceleração ou desaceleração do corpo flutuante que move um determinado volume de fluido.

Metacentro (*Metacenter*) - Ponto de encontro da linha de ação do empuxo com o plano diametral, para inclinações transversais (Metacentro Transversal), ou com o plano transversal que passa pelo centro de gravidade, para inclinações longitudinais - (Metacentro Longitudinal).

Ponto de quilha (*keel point*) – Ponto do fundo do casco da embarcação.

Anexo I
Relações trigonométricas

Neste anexo são apresentadas as relações trigonométricas de redução de potência e produto (Beyer, 1987) utilizadas no método do balanço harmônico para linearizar as potências e produtos de cosseno e seno resultantes da aplicação deste método. Pode-se deduzir, utilizando-se a fórmula de De Moivre e o teorema da expansão binomial, as seguintes identidades trigonométricas, sendo n um número natural qualquer:

$$sen^{2n}(x)=\frac{1}{2^{2n}}\binom{2n}{n}+\frac{1}{2^{2n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^{(n-k)}\binom{2n}{k}\cos[2(n-k)x]; \tag{I-1}$$

$$\cos^{2n}(x)=\frac{1}{2^{2n}}\binom{2n}{n}+\frac{1}{2^{2n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}\binom{2n}{k}\cos[2(n-k)x]; \tag{I-2}$$

$$sen^{2n+1}(x)=\frac{1}{2^{2n}}\sum_{k=0}^{n}(-1)^{(n-k)}\binom{2n+1}{k}sen[(2n+1-2k)x]; \tag{I-3}$$

$$\cos^{2n+1}(x)=\frac{1}{2^{2n}}\sum_{k=0}^{n}\binom{2n+1}{k}\cos[(2n+1-2k)x]; \tag{I-4}$$

$$\cos(x)\cos(2nx)=\frac{1}{2}\cos[(2n+1)x]+\frac{1}{2}\cos[(2n-1)x]; \tag{I-5}$$

$$sen(x)\cos(2nx)=\frac{1}{2}sen[(2n+1)x]-\frac{1}{2}sen[(2n-1)x] \tag{I-6}$$

Nas expressões acima os símbolos $\binom{n}{k}$ representam os coeficiente binomiais, calculados explicitamente pela expressão:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{(n-k)!\,k!}, \tag{I-7}$$

onde $z!$ indica o fatorial de z.

Anexo II
Formulação do método do controle de comprimento de arco

Neste anexo apresenta-se em detalhes o procedimento do método do controle de comprimento de arco utilizado nesse trabalho para solução iterativa dos sistemas não lineares de equações algébricas para obtenção das curvas de ressonância de sistemas vibratórios não lineares.

O método do controle do comprimento de arco foi primeiramente desenvolvido para problemas estáticos (Crisfield, 1997) e pode também ser aplicado para problemas dinâmicos (Lewandowski, 1992 e 1994, Sundarajan e Noah , 1997; Ferreira e Serpa 2005). De modo resumido apresenta-se aqui o procedimento desenvolvido por Ferreira e Serpa (2005).

Considera-se o sistema de equações em termos do vetor de amplitudes dos harmônicos *{X},* e da frequência de vibração ω, resultantes da aplicação do método do balanço harmônico:

$$\left\{ \Psi\left(\{ X \}, \omega \right) \right\} = \{0\} \tag{I-1}$$

O método faz uso de uma variável escalar λ_f conhecida como parâmetro de nível de frequência, reescrevendo-se, portanto, a eq. (I-1) do seguinte modo:

$$\left\{ \Psi\left(\{ X \}, \lambda_f \omega \right) \right\} = \{0\} \tag{I-2}$$

Com o acréscimo dessa nova variável no sistema, é necessária a adição de mais uma equação ao sistema, a equação de restrição, expressa por:

$$a\left(\{ \Delta X \}, \Delta\lambda_f \right) = \left(\{ \Delta X \}^t \{ \Delta X \} + \Delta\lambda_f^{\,2} \psi^2 \omega^2 \right) - \Delta l^2 = 0 \,, \tag{I-3}$$

onde ψ é um parâmetro de escala, Δl o comprimento de raio fixado para o incremento, enquanto que $\Delta\lambda_f$ *e* ΔX são dados pelas seguintes expressões:

$$\Delta\lambda_f = \lambda_f - \lambda_f^{(i)} \,, \tag{I-4}$$

$$\{\Delta X\} = \{\Delta X\} - \{\Delta X\}^{(i)} \,, \tag{I-5}$$

onde os índices *(i)* se referem a um ponto de coordenadas conhecidas após a convergência.

O método utiliza duas fases, a preditora e a corretora para encontrar a nova posição de equilíbrio $(X^{(i+1)}, \lambda_f^{(i+1)}\ \omega)$.

A fase preditora consiste do cálculo dos valores iniciais para os incrementos do fator de freqüência e amplitude utilizando-se as expressões:

$$\Delta\lambda_f^{(0)} = \pm \frac{\Delta l^2}{\sqrt{\left\{[K_t]^{-1}\{q_t\}\right\}^t \left\{[K_t]^{-1}\{q_t\}\right\} + \psi^2\omega^2}}, \tag{I-6}$$

$$\{\Delta X\}^{(0)} = -\Delta\lambda_f^{(0)} \left\{[K_t]^{-1}\{q_t\}\right\}, \tag{I-7}$$

onde K_t representa o equivalente à matriz de rigidez tangente da análise não linear estática tendo seus elementos calculados por:

$$(K_t)_{i,j} = \frac{\partial \Psi_i}{\partial X_j}, \tag{I-8}$$

e q_t, o vetor das derivadas das componentes do vetor Ψ em relação a λ_f:

$$(q_t)_i = \frac{\partial \Psi_i}{\partial \lambda_f} \tag{I-9}$$

Os resultados da fase preditora são:

$$\lambda_f^{(k)} = \lambda_f^{(i)} + \Delta\lambda_f^{(0)};\ \{X\}^{(k)} = \{X\}^{(i)} + \{X\}^{(0)} \tag{I-10}$$

onde o índice *k* se refere aos passos iterativos na fase corretora.

Na fase corretora utiliza-se de um processo iterativo para corrigir os valores resultantes da fase preditora, o que resulta no seguinte sistema:

$$\left\{[K_t]^{-1}\{q_t\}\right\} \begin{Bmatrix} \{\delta X\}^{(k+1)} \\ \delta\lambda_f^{(k+1)} \end{Bmatrix} = -\left\{\Psi^{(k)}\right\} \tag{I-12}$$

$$\left(\{\Delta X\}^{(K+1)}\right)^t \left(\{\Delta X\}^{(K+1)}\right) + \left(\Delta\lambda_f^{(k+1)}\right)^2 \psi^2\omega^2 = \Delta l^2 \tag{I-13}$$

As correções dos incrementos de frequência e amplitude, respectivamente δX *e* $\delta\lambda_f$, na iteração *k+1*, conduz às seguintes expressões:

$$\Delta\lambda_f^{(k+1)} = \lambda_f^{(k)} - \delta\lambda_f^{(k)};\ \ \{\Delta X\}^{(k+1)} = \{\Delta X\}^{(k)} - \{\delta X\}^{(k)} \tag{I-14}$$

Repete-se o processo iterativo acima descrito até que uma determinada tolerância seja atingida. O algoritmo escrito usando o programa computacional *MAPLE9* é o mesmo descrito por Gavassoni (2007).

Anexo III
Procedimentos numéricos

Este anexo apresenta alguns dos procedimentos numéricos utilizados neste trabalho. Primeiramente descreve-se o procedimento para cálculo dos multiplicadores de Floquet para determinação da estabilidade de uma solução. E em seguida apresenta-se o procedimento do multimapeamento de Poincaré para determinação dos pontos fixos de um problema de vibração forçada.

III.1
Multiplicadores de Floquet

A estabilidade da trajetória pode ser determinada a partir do comportamento do mapeamento de Poincaré perturbado e linearizado com relação à perturbação, no ponto de equilíbrio ou ponto fixo. A seguir apresenta-se o algoritmo proposto por Machado (1993) baseado num procedimento numérico envolvendo a integração da equação de movimento. O procedimento é exemplificado para um sistema com um grau de liberdade, sendo, porém de fácil extensão para sistemas com n graus de liberdade.

Passo 1: Conhecidas a posição do ponto fixo no plano de fase, deslocamento e velocidade (u^*,v^*), integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta, a equação de movimento utilizando-se as seguintes condições iniciais:

$$u(t=0)=u_0=u^*; \tag{III-1}$$

$$\dot{u}(t=0)=v_0=v^* \tag{III-2}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e a velocidade do ponto fixo de ordem n no tempo t_1 definido como:

$$u(t_1=nT_f)=u_1; \tag{III-3}$$

$$\dot{u}(t_1=nT_f)=v_1 \tag{III-4}$$

onde T_f é o período da força externa com frequência ω, dado por:

$$T_f = \frac{2\pi}{\omega} \tag{III-5}$$

Passo 2: Integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta, a equação de movimento com as condições iniciais perturbadas na direção do deslocamento com uma pequena perturbação δu, resultando nas seguintes condições iniciais:

$$u(t=0) = u_0 + \delta u \ ; \tag{III-6}$$

$$\dot{u}(t=0) = v_0 \tag{III-7}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e velocidade do ponto fixo perturbado em u, de ordem n, no tempo t_2 definido como:

$$u(t_2 = nT_f) = u_2 \, ; \tag{III-8}$$

$$\dot{u}(t_2 = nT_f) = v_2 \tag{III-9}$$

Passo 3: Integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta, a equação de movimento com as condições iniciais perturbadas na direção da velocidade com uma pequena perturbação δv, resultando nas seguintes condições iniciais:

$$u(t=0) = u_0 \, ; \tag{III-10}$$

$$\dot{u}(t=0) = v_0 + \delta v \tag{III-11}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e a velocidade do ponto fixo perturbado em v, de ordem n, no tempo t_3 definido como:

$$u(t_3 = nT_f) = u_3 \, ; \tag{III-12}$$

$$\dot{u}(t_3 = nT_f) = v_3 \tag{III-13}$$

Passo 4: A matriz de monodromia, M_n, é obtida por meio da seguinte aproximação:

$$M_n = \begin{bmatrix} \dfrac{u_2 - u_1}{\delta u} & \dfrac{u_3 - u_1}{\delta v} \\ \dfrac{v_2 - v_1}{\delta u} & \dfrac{v_3 - v_1}{\delta v} \end{bmatrix} \tag{III-14}$$

Passo 5: Os multiplicadores de Floquet, λ_i, são os autovalores da matriz M_n e são determinados pela seguinte equação:

$$[M_n]-\lambda[I]=\begin{bmatrix}\frac{u_2-u_1}{\delta u} & \frac{u_3-u_1}{\delta v}\\ \frac{v_2-v_1}{\delta u} & \frac{v_3-v_1}{\delta v}\end{bmatrix}-\lambda\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \quad \text{(III-15)}$$

Passo 6: A estabilidade do ponto fixo é determinada do seguinte modo: Caso ambas as condições a seguir sejam atendidas:

$$|\lambda_1|<1; \quad \text{(III-16)}$$

$$|\lambda_2|<1, \quad \text{(III-17)}$$

o ponto fixo é estável. Do contrário o ponto fixo é instável. Caso o módulo do multiplicador de Floquet seja igual à unidade, então o ponto fixo é um ponto crítico.

III.2
Multimapeamento de Poincaré

O procedimento aqui apresentado segue o método proposto por Machado (1993). Os pontos fixos de ordem n num sistema qualquer podem ser determinados num dado domínio de interesse no espaço de fase delimitado por $\{u_{min}, v_{min}\}$ e $\{u_{máx}, v_{máx}\}$. Para isso esse domínio de interesse é discretizado em N_uxN_v células, cujas dimensões são dadas por:

$$h_u=\frac{u_{máx}-u_{\min}}{N_u}; \quad \text{(III-18)}$$

$$h_v=\frac{v_{máx}-v_{\min}}{N_v} \quad \text{(III-19)}$$

A seguir a posição do centro da primeira célula é calculada por meio das expressões:

$$u_c^{11}=u_{\min}+\frac{h_u}{2}; \quad \text{(III-20)}$$

$$v_c^{11}=v_{\min}+\frac{h_v}{2} \quad \text{(III-21)}$$

Como próximo passo, o procedimento a seguir é repetido para cada uma das células C_{ij}, onde i=1..N_u e j=1..N_v

Passo 1: Calcula-se a posição do centro da célula C_{ij}:

$$u_c^{ij}=u_c^{11}+(i-1)h_u; \quad \text{(III-22)}$$

$$v_c^{ij} = v_c^{11} + (j-1)h_v \tag{III-23}$$

Passo 2: Delimita-se a área de teste de vizinhança, pelas seguintes expressões:

$$u_{\min}^{ij} = u_c^{ij} - \frac{3}{2}h_u\,; \tag{III-24}$$

$$u_{máx}^{ij} = u_c^{ij} + \frac{3}{2}h_u\,; \tag{III-25}$$

$$v_{\min}^{ij} = v_c^{ij} - \frac{3}{2}h_v\,; \tag{III-26}$$

$$v_{máx}^{ij} = v_c^{ij} + \frac{3}{2}h_v \tag{III-27}$$

Passo 3: A equação de movimento é integrada numericamente utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem, utilizando-se as seguintes condições iniciais:

$$u_0^{ij} = u_c^{ij}\,; \tag{III-28}$$

$$v_0^{ij} = v_c^{ij} \tag{III-29}$$

A integração numérica é realizada até o tempo $t=nT_f$, onde T_f é o período da carga harmônica atuante sobre o sistema. As soluções nesse instante:

$$u_n^{ij} = u^{ij}(t = nT)\,; \tag{III-30}$$

$$v_n^{ij} = v^{ij}(t = nT)\,, \tag{III-31}$$

são armazenadas.

Passo 4: Teste da vizinhança, caso ambas as condições a seguir sejam simultaneamente atendidas:

$$u_n^{ij} \in \left[u_{\min}^{ij}, u_{máx}^{ij}\right]; \tag{III-32}$$

$$v_n^{ij} \in \left[v_{\min}^{ij}, u_{máx}^{ij}\right], \tag{III-33}$$

os valores u_n^{ij} e v_n^{ij} são armazenados como supostos centros das células periódicas, para que possam dar origens a pontos fixos cuja posição seja determinada precisamente pelo procedimento abordado na próxima subseção.

Os passos de 1 a 4 são repetidos para todas as células.

III.3
Pontos Fixos

O procedimento para determinação do ponto fixo é aplicado para cada suposta célula periódica determinada na seção III.2 de acordo com os passos listados a seguir:

Passo 1: Integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem, a equação de movimento para as coordenadas do centro da célula supostamente periódica como condições iniciais:

$$u(t=0)=u_0=u_c\,; \tag{III-34}$$

$$\dot{u}(t=0)=v_0=v_c \tag{III-35}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e velocidade do ponto fixo de ordem *n* no tempo t_1 definido como:

$$u(t_1=nT_f)=u_1\,; \tag{III-36}$$

$$\dot{u}(t_1=nT_f)=v_1 \tag{III-37}$$

onde T_f é o período da força externa com frequência ω, dado por:

$$T_f=\frac{2\pi}{\omega} \tag{III-38}$$

Passo 2: Integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta, a equação de movimento com as condições iniciais perturbadas na direção do deslocamento com uma pequena perturbação δu, resultando nas seguintes condições iniciais:

$$u(t=0)=u_0+\delta u\,; \tag{III-39}$$

$$\dot{u}(t=0)=v_0 \tag{III-40}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e velocidade do ponto fixo perturbado em *u,* de ordem *n,* no tempo t_2 definido como:

$$u(t_2=nT_f)=u_2\,; \tag{III-41}$$

$$\dot{u}(t_2=nT_f)=v_2 \tag{III-42}$$

Passo 3: Integra-se, utilizando-se o método de Runge-Kutta, a equação de movimento com as condições iniciais perturbadas na direção da velocidade com uma pequena perturbação δv, resultando nas seguintes condições iniciais:

$$u(t=0)=u_0\,; \tag{III-43}$$

$$\dot{u}(t=0)=v_0+\delta v \tag{III-44}$$

No regime permanente de vibração forçada, obtém-se o deslocamento e velocidade do ponto fixo perturbado em *v.* de ordem *n,* no tempo t_3 definido como:

$$u(t_3=nT_f)=u_3\,; \tag{III-45}$$

$$\dot{u}(t_3=nT_f)=v_3 \tag{III-46}$$

Passo 4: A matriz de M_n é obtida por meio da seguinte aproximação:

$$M_n=\begin{bmatrix}\dfrac{u_2-u_1}{\delta u}-1 & \dfrac{u_3-u_1}{\delta v}\\ \dfrac{v_2-v_1}{\delta u} & \dfrac{v_3-v_1}{\delta v}-1\end{bmatrix} \tag{III-47}$$

Passo 5: O vetor de resíduos é calculado pela expressão:

$$\{\phi_r\}=\begin{Bmatrix}u_0\\ v_0\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}u_1\\ v_1\end{Bmatrix} \tag{III-48}$$

Passo 6: Cálculo dos incrementos para correção das coordenadas do ponto fixo:

$$\begin{Bmatrix}\Delta u\\ \Delta v\end{Bmatrix}=[M_n]^{-1}\{\phi\} \tag{III-49}$$

Passo 7: Cálculo das novas condições iniciais:

$$u_c=u_0+\Delta u\,; \tag{III-50}$$

$$v_c=v_0+\Delta v\,; \tag{III-51}$$

Passo 8: Teste de convergência. Caso todas as seguintes condições sejam aceitas:

$$|u_c-u_0|<tol\,; \tag{III-52}$$

$$|v_c - v_0| < tol \; ; \tag{III-53}$$

$$|\phi_1| < tol \; ; \tag{III-54}$$

$$|\phi_2| < tol \; , \tag{III-55}$$

então, as coordenadas do ponto fixo serão:

$$u^* = u_c \; ; \tag{III-56}$$

$$v^* = v_c \tag{III-57}$$

Caso contrário voltar ao passo 1.