

1

Introdução

Não linearidades como as decorrentes das relações constitutivas de material, das condições de contorno, das características dos parâmetros de entrada dos sistemas e as de caráter geométrico são ocorrências frequentes nas aplicações práticas em diversas áreas tais como mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos, biologia, economia, ecologia e muitas outras (Yu e Zu, 2005). No que se refere à análise estrutural, a importância do estudo de fenômenos não lineares é inegável, uma vez que todas as estruturas são, em certo grau, sistemas não lineares (Leung and Fung, 1989). Os modelos linearizados são uma aproximação inicial muito utilizada na descrição matemática e física de um problema prático. Contudo, muitas vezes a linearização de um problema resulta num modelo inadequado do comportamento estrutural de um dado sistema físico. Nesse contexto, de acordo com Kerschen e coautores (2008) a linearização é uma idealização, ou ainda uma exceção à regra.

No caso da dinâmica estrutural, a necessidade de análises não lineares tem crescido em função do uso cada vez maior de estruturas esbeltas com geometrias complexas, operando a altas velocidades, ou sob condições ambientais adversas, como é o caso de estruturas oceânicas (offshore). Nesses casos é comum que o comportamento dinâmico dessas estruturas exiba fenômenos que não possam ser representados por uma linearização do problema (Apiwattanalunggarn, 2003). Entre os fenômenos complexos exibidos pelos sistemas estruturais dinâmicos não lineares encontram-se: os saltos dinâmicos, as bifurcações, a dependência entre frequência e amplitude de vibração, as ressonâncias internas subharmônicas e superarmônicas, os ciclos limites, as interações modais e o caos (Azrar *et al.*, 1999; Kerschen *et al.*, 2006 and Vio *et al.*, 2007).

O modelo matemático geralmente utilizado para a descrição do movimento de sistemas estruturais em vibração é constituído por equações diferenciais parciais não lineares. Soluções analíticas em forma fechada são extremamente

raras para essas equações (Mei, 1973; Mickens, 1984; Lewandowski, 1992 e Lewandowski 1994).

Desse modo, em geral utilizam-se métodos analíticos aproximados, ou técnicas numéricas, para a descrição do comportamento dinâmico não linear de sistemas estruturais. Entre os métodos mais utilizados na dinâmica não linear estão: o método do balanço harmônico (Mei, 1973; Raju *et al.* 1976; Rao *et al.*, 1976), os métodos de perturbação (Luongo, 1996; Nayfeh, 1977; Yu, 1998) e os métodos de discretização (Lewandowski, 1987; Azrar *et al.* 1999).

O método do balanço harmônico se baseia na adoção de uma solução composta por harmônicos para o sistema. Assumida essa solução, a mesma é substituída nas equações de movimento e os coeficientes de cada harmônico são igualados a zero. O problema se reduz, então, à solução de um sistema algébrico não linear. O método é, em geral, simples e pode ser sistematizado de modo mais fácil que as técnicas de perturbação para sistemas com muitos graus de liberdade (Mickens, 1984).

Contudo, quando na aplicação da técnica utiliza-se somente o primeiro harmônico, uma abordagem comumente chamada de linearização harmônica (Mickens, 1984), o método pode levar a resultados errôneos (Langley, 1988). Isso em geral ocorre, de acordo com Von Groll e Ewins (2001), porque ou o número de harmônicos é insuficiente para capturar a dinâmica não linear do problema ou certos harmônicos fundamentais não foram incluídos. Outra dificuldade é que em muitos problemas práticos os harmônicos fundamentais a serem considerados não são conhecidos a priori (Bennet e Eisley, 1970).

Os métodos de perturbação constituem uma abordagem alternativa muito utilizada na análise dinâmica não linear de sistemas de ordem reduzida, principalmente porque fornecem uma solução analítica aproximada, muito útil em análises paramétricas dos problemas dinâmicos não lineares (Tabaddor, 2000). Entre as técnicas de perturbação mais utilizadas estão o método das múltiplas escalas (Nayfeh, 1977, Kahn e Zarmi, 2004) e o método de Lindsted-Poincaré (Andrianov e Danishevs'ky, 2002).

Uma das principais limitações dos métodos de perturbação é que esses são válidos somente quando o parâmetro de perturbação é pequeno. Contudo, os métodos não podem ser utilizados por si próprios para determinação de quão pequenos devam ser esses parâmetros (Lau e Yuen, 1993). Além disso, a

aplicação do método é viável somente para as primeiras ordens de perturbação (primeira e segunda), uma vez que o número de operações cresce muito rapidamente com o aumento da ordem de perturbação considerada (Lewandowski, 1994). Essas dificuldades limitam o uso dessas técnicas para sistemas com muitos graus de liberdade (Nayfeh, 1977).

Entre as técnicas de discretização mais utilizados na dinâmica não linear estão os métodos de Rayleigh-Ritz, o método de Galerkin e o método dos elementos finitos. Essas técnicas, em especial o método dos elementos finitos, se constituem numa ferramenta útil no estudo de vibração não linear, podendo ser aplicadas a uma ampla gama de problemas. Contudo, o uso extensivo do método dos elementos finitos na fase de projeto é bastante limitado, uma vez que uma análise paramétrica do problema torna-se bastante dispendiosa. Além disso, o esforço computacional exigido pelo método é em geral muito alto (He *et al.*, 2007). A causa desse fato é o grande número de graus de liberdade necessários para a descrição precisa de problemas de vibração não lineares, e principalmente dos acoplamentos que podem ocorrer entre esses graus de liberdade (Pesheck *et al.*, 2002b, Li *et al.*, 2011).

Desse modo, apesar de a aplicação dos métodos acima descritos resultar, em muitos casos, numa análise adequada do comportamento dinâmico não linear de sistemas estruturais é cada vez mais comum que o engenheiro estrutural se depare com situações onde esses métodos não respondem satisfatoriamente aos requisitos de dimensionamento de certas estruturas, tais como modelos estruturais utilizados para o projeto de motores, veículos, aeronaves, turbinas, pontes e estruturas offshore (Apiwattanalungarn, 2003). Isso em geral decorre da crescente demanda por um desempenho eficiente e seguro de estruturas sujeitas à vibração em termos de peso próprio, conforto, segurança e durabilidade. Ao mesmo tempo vigoram requisitos por fases de projeto mais curtas, vida útil mais longa e minimização da inspeção e manutenção, e uma redução dos custos em todas as fases da vida de operação das estruturas (Kerschen *et al.*, 2006).

Metodologias de redução de ordem dos problemas de dinâmica não linear têm sido utilizadas para se obter um modelo suficientemente adequado do problema e, contudo pequeno o suficiente para que análises paramétricas e ciclos de projeto possam ser obtidos de modo eficiente. Dentre as técnicas propostas, a

análise modal não linear tem se mostrado bastante promissora na obtenção de modelos de ordem reduzida (Happawana *et al.*, 1995).

Os modos normais não lineares surgiram como uma extensão natural dos modos lineares para sistemas com grandes amplitudes de oscilação (Palacios, 2011). Sua eficiência na redução de ordem dos problemas não lineares repousa principalmente no fato de que são necessários menos modos, comparando-se com o uso da análise modal linear, para obtenção de modelos com o nível de precisão requerida (Mahmoodi *et al.*, 2004; Sinha *et al.*, 2005). Além disso, quando a redução modal baseia-se nos modos normais não lineares analiticamente construídos, captura-se a dinâmica essencial do problema, retendo, de modo explícito, a dependência de certos parâmetros físicos de modo que as análises paramétricas são extremamente facilitadas (Wang e Bajajaj, 2007). Desse modo, utilizando-se os modos normais não lineares, a dinâmica do sistema pode ser explorada e estudada de modo sistemático (Kerschen *et al.*, 2008), provendo ao engenheiro um melhor entendimento do comportamento não linear dos sistemas estruturais.

Nesse contexto, as estruturas offshore são um exemplo de aplicação apropriada da análise modal não linear. Isso ocorre porque à medida que a profundidade de lâmina de água cresce o ambiente se torna mais severo e estruturas inovadoras são requeridas para uma produção economicamente viável de óleo e gás. Entre essas inovações da engenharia é comum que a resistência da estrutura às cargas ambientais seja minimizada tornando a estrutura mais flexível. Essa concepção estrutural torna relevante a consideração das não linearidades na análise dinâmica, em função da ocorrência de grandes deslocamentos no movimento vibratório desses sistemas (Tabeshpour *et al.*, 2006). Essas estruturas são geralmente conhecidas como estruturas complacentes.

Deste modo a redução de ordem obtida por meio da análise modal não linear constitui-se numa ferramenta de análise simplificada e útil nas considerações práticas de projeto bem como numa boa compreensão do comportamento estrutural de estruturas offshore sujeitas a grandes deslocamentos (Falzarano *et al.*, 2001).

1.1. Objetivo

O principal objetivo desse trabalho é mostrar que a utilização da análise modal não linear para obtenção de modelos discretos de ordem reduzida para estudo de vibração não linear pode ser uma ferramenta útil na análise de estruturas complacentes e flutuantes. Os modelos reduzidos permitem obter soluções analíticas aproximadas para vibrações livres e forçadas, o que facilita a identificação de fenômenos complexos essencialmente ligados à dinâmica não linear dessas estruturas.

1.2. Organização do trabalho

Os assuntos específicos apresentados nesta tese podem ser vistos no fluxograma da Figura 1-1.

No capítulo 2 apresenta-se a formulação teórica da análise modal não linear para estruturas discretas. Apresenta-se um breve histórico dos modos normais não lineares, abordam-se as definições mais comuns na literatura e também os principais métodos empregados na análise modal não linear. Em seguida, as principais características e propriedades dos modos normais não lineares são apresentadas e comparadas com a análise modal linear. São também apresentadas as aplicações mais relevantes da análise modal não linear.

Os capítulos 3, 4 e 5 se referem a três exemplos de aplicações práticas: pêndulo invertido, torre articulada e plataforma tipo “spar”. O modelo do pêndulo invertido apresentado no capítulo 3 é utilizado para desenvolvimento dos procedimentos e metodologias bem como para demonstração de como os modelos de ordem reduzida derivados da análise modal não linear podem ser utilizados para capturar as propriedades não lineares de estruturas offshore. Ainda que cada um dos capítulos de aplicação prática tenha particularidades inerentes a cada tipo de estrutura considerada, eles seguem uma metodologia única apresentada no fluxograma da Figura 1-2.

A metodologia adotada para cada exemplo de aplicação começa sempre pela dedução das equações de movimento, utilizando-se princípios do cálculo variacional. Em seguida o comportamento linear da estrutura é obtido por meio da análise modal linear clássica. Obtêm-se, então, os modos normais não lineares,

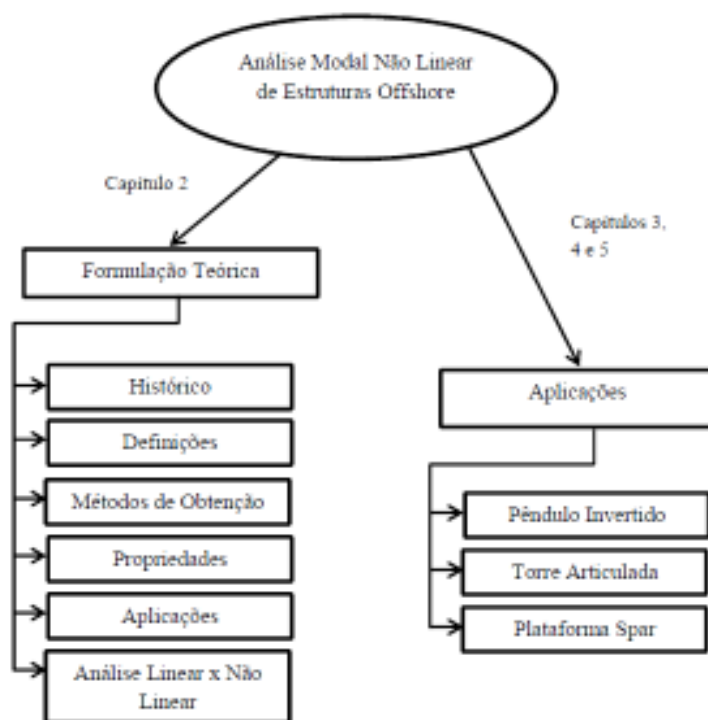


Figura 1-1 Organização geral do trabalho.

bem como os modelos de ordem reduzida. O movimento em cada modo não linear identificado é analisado utilizando-se a resposta no tempo. O estudo de vibração livre e forçada é obtido por meio das relações de dependência entre frequência-amplitude. A estabilidade da solução é obtida utilizando-se a teoria de Floquet, diagramas de bifurcação e diagramas de Mathieu. Os efeitos de imperfeições, ação de corrente e ondas são considerados de modo específico para cada exemplo. Os resultados obtidos por meio do modelo de ordem reduzida são sempre que possível comparados com a solução obtida pela integração numérica do sistema original de equações, adotada como solução de referência.

No capítulo 6 abordam-se as principais conclusões e contribuições do trabalho, e apresentam-se sugestões para futuros desenvolvimentos nesta área de pesquisa.

Nos apêndices são apresentados em detalhes técnicas e procedimentos utilizados para obtenção dos resultados apresentados nesse trabalho. São apresentados também dois glossários: um de termos de estruturas offshore empregados neste trabalho e outro com termos da análise modal não linear, colecionados durante a revisão bibliográfica desta tese.

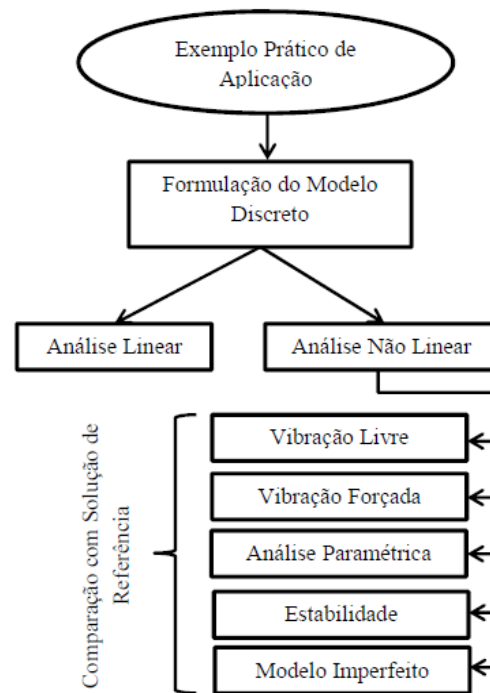


Figura 1-2 Organização dos capítulos de aplicação prática.