5 Dispositivo Háptico de 5 Graus de Liberdade

Neste capítulo, são descritas as características funcionais da interface háptica Novint Falcon[®], sendo uns dos dispositivos hápticos mais baratos do mercado. Além disso, vamos fazer um estudo de sua modelagem, cuja configuração é semelhante ao mecanismo de um robô paralelo tipo delta. Também mostraremos a construção de um Dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade, usando dois Falcon's acoplados mecanicamente com elos rígidos e rótulas nas juntas. Neste novo sistema, finalmente implementaremos um controle para compensar a massa adicionada aos efetuadores terminais dos Falcon's.

5.1 Descrição do Falcon

Desenvolvido pela Novint Technologics Inc., o Falcon é um dispositivo de interação que permite uma manipulação force-feedback (retroalimentação de força física) por parte do computador. É utilizado principalmente para interagir com objetos virtuais no ambiente do jogo, basicamente, o Falcon é um pequeno "motor" que permite ao usuário sentir e interagir dentro de jogos de computador 3D.

O Novint Falcon[®] deixa o usuário controlar o jogo em três dimensões e, ao mesmo tempo, sentir a resposta das forças também em três dimensões, de forma fiel à realidade. Este aparelho move-se para a esquerda, direita, cima e baixo tal e qual como um mouse mas também para dentro e para fora de sua estrutura de modo a possibilitar uma experiência mais realista de toque 3D dentro de um jogo. Os motores estão sincronizados com os dados gráficos e físicos do jogo, deixando o utilizador sentir texturas, formas, peso e dimensões. É possível alterar a extremidade onde o usuário segura o Falcon. A peça padrão é uma esfera. Na figura 5.1 se mostra este dispositivo, com uma esfera e com um pistola. Se comunica com o computador através de uma ligação USB 2.0, e suas características principais são:

- Área de trabalho 3D igual 101,6mm x 101,6mm x 10,16cm.
- Capacidade de Força 10 N.



Figura 5.1: O Dispositivo Háptico Novint Falcon®

- Taxa de Quadros 1KHz.
- Resolução da posição 400dpi.
- Rigidez 5N/mm.
- Efeitos Dinâmicos (inércia, peso, momento).
- Potência 30W, tensão de alimentação 100V-240V.
- Tamanho 22.86cm x 22.86cm x 22.86cm
- Peso 2.72 Kg.
- Custo: US\$100 a US\$300.

Na figura 5.2 se apresentam as partes que compõem toda a estrutura do Novint Falcon[®]. Este dispositivo tem três motores de corrente contínua, que são o que produzem as forças de sensações para o usuário.



Figura 5.2: Membros do dispositivo háptico Novint Falcon®

5.2 Modelagem do Falcon

Nesta seção, vamos desenvolver a modelagem do Novint Falcon[®]. a configuração desse dispositivo háptico foi em base ao robô manipulador paralelo desenvolvido pela Universidade de Maryland ([66]). Esse Robô manipulador, mostrado na figura 5.3, utilizava apenas juntas rotativas para restringir a saída da plataforma móvel para o movimento translacional.



Figura 5.3: Robô Manipulador Paralelo da Universidade de Maryland

O dispositivo Novint Falcon[®] apresenta um mecanismo modificado em relação ao robô manipulador de Maryland [66], Para nosso estudo nós referenciaremos em parte desse robô para poder achar a correta modelagem. A figura 5.4 mostra o mecanismo do Falcon em CAD, fornecida pela Novint.



Figura 5.4: Modelo CAD do Novint Falcon®

5.2.1 Geometria do Manipulador

Um diagrama esquemático do Novint Falcon[®] está esboçado na figura 5.5, onde a base fixa é chamada elo 0, e a plataforma móvel é chamada elo 16. Três membros idênticos são conectados à plataforma base fixa. Cada membro consiste de um braço na parte superior, e um braço na parte inferior. Os braços inferiores são chamados elos 1, 2 e 3. Cada braço superior é um um paralelogramo de quatro barras planas, conectando os elos 4, 7, 10 e 13 para a primeira parte; 5, 8, 11 e 14 para a segunda parte; e 6, 9, 12 e 15 para a terceira parte. Todos os elos e plataformas são considerados corpos rígidos.



Figura 5.5: Representação esquemática do Novint Falcon[®]

Para cada membro, os braços superiores e inferiores e as duas plataformas são conectados por três juntas rotativas paralelas nos pontos A, B, e E. Os eixos dessas juntas rotativas são perpendiculares aos eixos do paralelogramo de quatro barras para cada membro. Existe também um pequeno desvio entre a montagem do braço superior e os eixos das juntas rotativas em B e E. Estes desvios são uma função da geometria dos elos 4, 5, 6, 13, 14 e 15. Os eixos A_1 , A_2 e A_3 ficam em um plano ligado à plataforma fixa. Da mesma forma, os eixos E_1 , E_2 e E_3 ficam em um plano ligado à plataforma móvel. O sistema de referência XYZ é fixado à base (fixa) no ponto O, localizado no centro da plataforma (fixa). Os eixos x, e y ficam no mesmo plano, como se definiu para os eixos A_1 , A_2 e A_3 . O ângulo ϕ_i para *i*-ésimo suporte, mostrado na figura 5.6, define a orientação angular do suporte relativo ao sistema XYZ na plataforma fixa. Outro sistema de coordenada $U_iV_iW_i$ é ligado à base fixa em A_i para cada suporte, tal que o eixo u_i é perpendicular ao eixo de rotação da junta em A_i e faz um ângulo ϕ_i a partir do eixo x, no plano da plataforma fixa. O eixo v_i está ao longo do eixo da junta em A_i .

O i-ésimo suporte do manipulador é mostrado na figura 5.6, o vetor $\bar{\mathbf{p}}$ é o vetor posição do ponto P no sistema coordenado XYZ, onde P está ligado no centro da plataforma móvel. O ângulo θ_{1i} é medido a partir de $\bar{\mathbf{u}}$ em relação a \overline{AB} . O ângulo θ_{2i} é definido desde a direção $\bar{\mathbf{u}}$ até \overline{BC} . O ângulo θ_{3i} é definido pelo ângulo desde a direção de $\bar{\mathbf{v}}$ até \overline{CD} . Os comprimentos dos elos são também mostrados na figura 5.6.

Para este robô manipulador, os ângulos θ_{11} , $\theta_{22} \in \theta_{33}$ são considerados os ângulos dos atuadores fixados nas juntas. Esta configuração oferece a vantagem de poder localizar todos os atuadores na base fixa, reduzindo a inércia das partes móveis do sistema.

5.2.2 Cinemática Inversa

O objetivo de solucionar a cinemática inversa é definir um mapeamento da posição da plataforma, movendo-se em um espaço cartesiano, para o conjunto dos ângulos das juntas que permitam atingir essa posição. Para esse análise, considera-se a posição da plataforma móvel conhecida, dada pela posição do vetor $\bar{\mathbf{p}}$, que define a localização de P no centro da plataforma móvel no sistema coordenado XYZ. A análise da cinemática inversa produz um conjunto de três ângulos nas juntas para cada suporte (θ_{1i} , $\theta_{2i} \in \theta_{3i}$ para o *i*-ésimo suporte) que definem as possíveis posições de cada suporte para determinada posição da plataforma em movimento. Basicamente, para esse robô manipulador paralelo, o problema é encontrar os ângulos dos atuadores (θ_{11} , $\theta_{22} \in \theta_{33}$) necessários para posicionar a plataforma móvel no valor desejado. Uma abordagem intuitiva para a solução é a de considerar o problema geometricamente.

Surpreendentemente, o este problema da cinemática inversa para o Falcon está determinado pelas restrições redundantes do mecanismo. A figura 5.6 mostra um pequeno desvio s para cada suporte, medido ao logo do eixo da junta do atuador (direção de \bar{v}). Outras características e pequenas distâncias que vão desde a plataforma da base (fixa) até na terra para o centro da plataforma móvel (onde fica o efetuador terminal) são também consideradas. Os valores daquelas distâncias estão em [67]. Da figura 5.6 a equação de malha fechada pode ser escrita para cada membro por:



Figura 5.6: Vista frontal e superior de um suporte do Novint Falcon[®]

$$\overline{A_i B_i} + \overline{B_i E_i} = \overline{O_i P_i} + \overline{P_i E_i} - \overline{O_i A_i}$$
(5-1)

A seguinte transformação expressa a posição de P no sistema coordenado UVW ligado ao ponto A para cada suporte i:

$$\begin{bmatrix} p_{ui} \\ p_{vi} \\ p_{wi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & \sin \phi_i & 0 \\ -\sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r \\ s \\ 0 \end{bmatrix}$$
(5-2)

A partir da equação (5-1), considerando-se para o Falcon d = e, então as

expressões para p_{ui} , p_{vi} e p_{wi} são

$$p_{ui} = a\cos\theta_{1i} - c + [2d + b\sin\theta_{3i}]\cos\theta_{2i}$$
(5-3)

$$p_{vi} = b\cos\theta_{3i} + f \tag{5-4}$$

$$p_{wi} = a\sin\theta_{1i} + [2d + b\sin\theta_{3i}]\sin\theta_{2i}$$
(5-5)

Da equação (5-4), duas soluções são imediatamente encontradas para θ_{3i} :

$$\theta_{3i} = \pm \arccos\left(\frac{p_{vi} - f}{b}\right) \tag{5-6}$$

Agora, com θ_{3i} conhecido, vamos gerar uma equação com θ_{1i} como a única incógnita. Para isto, isolamos os termos θ_{2i} nas equações (5-3) e (5-5), aplicamos a soma dos quadrados nas duas equações de modo que θ_{2i} seja eliminado, e aplicando a relação de Pitágoras, se obtém

$$(p_{ui} + c)^2 + p_{wi}^2 + a^2 - 2a(p_{ui} + c)\cos\theta_{1i} - 2ap_{wi}\sin\theta_{1i}$$

= $4d^2 + 4db\sin\theta_{3i} + b^2\sin^2\theta_{3i}$ (5-7)

Para transformar a equação (5-7) numa expressão polinomial, utilizamos a função tangente de ângulo metade, definida por:

$$t_{1i} = \tan\left(\frac{\theta_{1i}}{2}\right) \tag{5-8}$$

produzindo a relação

$$\sin \theta_{1i} = \frac{2t_{1i}}{1 + t_{1i}^2} \qquad e \qquad \cos \theta_{1i} = \frac{1 - t_{1i}^2}{1 + t_{1i}^2} \tag{5-9}$$

Substituindo as funções trigonométricas do ângulo metade na equação (5-7), resulta na equação simplificada

$$l_{2i}t_{1i}^2 + l_{1i}t_{1i} + l_{0i} = 0, (5-10)$$

onde

$$l_{0i} = p_{wi}^2 + p_{ui}^2 + 2cp_{ui} - 4d^2 - 2ap_{ui} + (a - c)^2 -b^2 \sin^2 \theta_{3i} - 4bd \sin \theta_{3i}$$
(5-11)

$$l_{1i} = -4ap_{w1} (5-12)$$

$$l_{2i} = p_{wi}^2 + p_{ui}^2 + 2cp_{ui} + 2ap_{ui} - 4d^2 -b^2 \sin^2 \theta_{3i} - 4bd \sin \theta_{3i} + (a+c)^2$$
(5-13)

A equação (5-10) pode ser solucionada para t_{1i} , produzindo dois possíveis valores para θ_{1i} , dados por

$$t_{1i} = \pm \frac{-l_{1i} + \sqrt{l_{1i}^2 - 4l_{2i}l_{0i}}}{2l_{2i}}$$
(5-14)

e da equação (5-8), se obtém:

$$\theta_{1i} = 2 \arctan(t_{1i}) \tag{5-15}$$

Então, se obtêm duas soluções de θ_{1i} , para cada uma das duas soluções de θ_{3i} . Assim, para uma posição dada da plataforma móvel, existem quatro configurações possíveis em cada suporte. Mas somente é aplicável uma solução para o Falcon, devido ao domínio limitado de θ_{1i} (próximo a 90°). Então, somente se utilizará o valor positivo em ambas soluções.

Finalmente, a combinação das equações (5-3) e (5-5) se obtém:

$$\theta_{2i} = \arctan\left(\frac{p_{wi} - a\sin\theta_{1i}}{p_{ui} - a\cos\theta_{1i} + c}\right)$$
(5-16)

5.2.3 Cinemática Direta

O objetivo de solucionar a cinemática direta é definir um mapeamento de um conjunto conhecido de ângulos produzidos pelos atuadores, para obter uma posição desconhecida da plataforma móvel. Para este manipulador, os ângulos das juntas que são considerados conhecidos são os ângulos formados pelas ligações de entrada na base do manipulador, θ_{11} , $\theta_{12} \in \theta_{13}$. A posição desconhecida da plataforma móvel é descrita pela posição do vetor $\bar{\mathbf{p}}$, o qual define a localização do ponto P no centro da plataforma móvel no sistema coordenado XYZ.

Em comparação aos robôs manipuladores seriais, a cinemática direta é mais complexa em solucionar para os robôs paralelos que o problema da cinemática inversa. Muitas vezes, o problema da cinemática direta para robôs paralelos recai em resolver um grande sistema de equações polinomiais. Três abordagens comuns para resolver esse sistema de equações são descritos por Raghavan e Roth [68]: Eliminação Dialítica, Continuação Polinomial e Bases de Grobner.

A abordagem aplicada que resolve este caso é o procedimento por Eliminação Dialítica de Sylvester (Salmon [69]). Este procedimento é utilizado para eliminar uma ou mais incógnitas a partir de um sistema de equações. Este método foi utilizado por Husain e Waldrom [70] para resolver o problema da cinemática direta e inversa de uma plataforma de três suportes paralelos com duas juntas do atuador e quatro juntas passivas associado com cada membro do suporte. Além disso, este procedimento também foi aplicado para solucionar a cinemática direta da plataforma de Stewart ([71]).

Neste trabalho, não se desenvolverá a cinemática direta, uma vez que não é necessária para a aplicação, que só requer a cinemática inversa.

5.2.4 Jacobiano

Para os robôs manipuladores paralelos, a matriz Jacobiana proporciona uma transformação da velocidade do efetuador terminal no espaço cartesiano para a velocidade dos atuadores, mas no espaço das juntas do robô [72]. A matriz Jacobiana tem uma representação diferente da tradicional definida para os manipuladores seriais. Essa mudança da matriz Jacobiana para manipuladores paralelos segue uma naturalidade da dualidade entre manipuladores paralelos e seriais ([73]), e é feita por questão de conveniência.

Como uma extensão desta definição, Gosselin e Angeles [72], apresentaram um Jacobiano em duas partes. Seja a variável dos atuadores nas juntas denotada por um vetor \mathbf{q} de *n*-dimensões, e a localização da plataforma movimentada descrita por um vetor \mathbf{x} de *m*-dimensões, então a restrição cinemática imposta pelos elos em relação às variáveis pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \mathbf{0} \tag{5-17}$$

onde **f** é uma função implícita de *n*-dimensões de **q** e **x**, e **0** um vetor de zeros de *n*-dimensões. Derivando a equação (5-17) com respeito ao tempo, obtemos uma relação entre as velocidade de entrada da junta e a velocidades de saída do efetuador terminal,

$$\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} \tag{5-18}$$

onde,

$$\mathbf{J}_x = rac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$$
 e $\mathbf{J}_q = -rac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}$

são duas matrizes separadas, onde \mathbf{J}_x é uma matriz Jacobiano $n \times m$ e \mathbf{J}_q é uma matriz Jacobiana $n \times n$ ambas tem configurações dependentes, é dizer $\mathbf{J}_x = \mathbf{J}_x(\mathbf{x}, \mathbf{q}) \in \mathbf{J}_q = \mathbf{J}_q(\mathbf{x}, \mathbf{q})$ por essa razão a matriz Jacobiana \mathbf{J} considerada pode ser escrito como

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{x}} \tag{5-19}$$

onde $\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x$ é uma matriz $n \times m$. Nota-se que a matriz Jacobiana definida na equação (5-19) para um robô manipulador paralelo corresponde à matriz Jacobiana inversa de um robô manipulador serial.

A vantagem da representar em duas partes a matriz Jacobiana é que se pode identificar os diferentes tipos de singularidade do robô. Independente da forma que assuma, A matriz Jacobiana fornece muitas informações úteis para o desempenho de um manipulador, e frequentemente utilizada para fins de geração de trajetórias. A análise do Jacobiano também é usada para determinar as posições singulares de um manipulador, similarmente o Jacobiano é usado para descrever os limites do espaço de trabalho de um manipulador ([74]).

Para o manipulador paralelo considerado neste trabalho, a matriz Jacobiana é uma matriz quadrada

Para esta analise, \mathbf{q} é o vetor dos deslocamentos angulares do atuador nas juntas, e \mathbf{x} é o vetor posição da plataforma móvel:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \end{bmatrix} , \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$
(5-20)

As matrizes Jacobianas são obtidas diferenciando a equação da malha fechada para cada suporte do manipulador paralelo, e depois solucionando o sistema de equações resultantes, de modo que

$$\mathbf{J}_{q}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_{11}\\\dot{\theta}_{12}\\\dot{\theta}_{13}\end{bmatrix} = \mathbf{J}_{x}\begin{bmatrix}V_{p,x}\\V_{p,y}\\V_{p,z}\end{bmatrix}$$
(5-21)

onde $V_{p,x}, V_{p,y}$ e $V_{p,z}$ são as componentes da velocidade do ponto P fixado na plataforma móvel, representado no sistema de coordenados XYZ, e onde \mathbf{J}_q e \mathbf{J}_x são as matrizes 3×3 do Jacobiano. A matriz Jacobiana é função esta em termos dos ângulos das juntas e portanto, depende da posição e pose do manipulador.

Observe-se pela figura 5.5, que:

$$\overline{OA}_i + \overline{AB}_i = \overline{OP}_i + \overline{PE}_i + \overline{ED}_i + \overline{DC}_i + \overline{CB}_i$$
(5-22)

Diferenciando a equação (5-22) com respeito ao tempo, e expressando a equação resultante no sistema coordenado UVW, obtém-se o seguinte:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}_{1i} \times \overline{AB}_i = \bar{V}_{P,uvw} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_{3i} \times \overline{DC}_i + \bar{\boldsymbol{\omega}}_{2i} \times (\overline{ED}_i + \overline{CB}_i) \quad (5\text{-}23)$$

onde $\bar{\omega}_{ni}$ é a velocidade angular do *n*-ésimo elo do *i*-ésimo suporte no sistema coordenado UVW, dado por:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}}_{1i} = \begin{bmatrix} 0\\ -\dot{\theta}_{1i}\\ 0 \end{bmatrix} , \quad \bar{\boldsymbol{\omega}}_{2i} = \begin{bmatrix} 0\\ -\dot{\theta}_{2i}\\ 0 \end{bmatrix} e \quad \bar{\boldsymbol{\omega}}_{3i} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{3i}\sin\theta_{2i}\\ -\dot{\theta}_{2i}\\ -\dot{\theta}_{3i}\cos\theta_{2i} \end{bmatrix}$$
(5-24)

Reescrevendo a equação (5-23) em termos dos paramentos dos elos e ângulos das juntas,

$$\begin{bmatrix} a\dot{\theta}_{1i}\sin\theta_{1i}\\ 0\\ -a\dot{\theta}_{1i}\cos\theta_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{p.u} - b\dot{\theta}_{3i}\cos\theta_{2i}\cos\theta_{3i} + \dot{\theta}_{2i}\sin\theta_{2i}[2d+b\sin\theta_{3i}]\\ V_{p.v} + b\dot{\theta}_{3i}\sin\theta_{3i}\\ V_{p.w} - b\dot{\theta}_{3i}\sin\theta_{2i}\cos\theta_{3i} - \dot{\theta}_{2i}\cos\theta_{2i}[2d+b\sin\theta_{3i}] \end{bmatrix}$$

$$(5-25)$$

As matrizes Jacobianas são determinadas considerando a equação (5-25) como um sistema de três equações e três incógnitas, $(\dot{\theta}_{1i}, \dot{\theta}_{2i} \in \dot{\theta}_{3i})$, e solucionando $\dot{\theta}_{1i}$ para o *i*-ésimo suporte. Isso é conseguido solucionando, primeiramente a segunda linha da equação (5-25) para $\dot{\theta}_{3i}$:

$$\dot{\theta}_{3i} = -\frac{V_{p,v}}{b\sin\theta_{3i}} \tag{5-26}$$

Essa expressão para $\dot{\theta}_{3i}$ é substituído na primeira e terceira linhada equação (5-25), deixando duas equações e duas incógnitas ($\dot{\theta}_{1i}$ e $\dot{\theta}_{2i}$). Essas duas equações são isoladas, de modo a eliminar $\dot{\theta}_{2i}$, obtendo

$$a\dot{\theta}_{1i}\sin(\theta_{2i} - \theta_{1i})\sin\theta_{3i} = V_{p,u}\cos\theta_{2i}\sin\theta_{3i}$$
$$V_{p,v}\cos\theta_{3i} + V_{p,w}\sin\theta_{2i}\sin\theta_{3i} \qquad (5-27)$$

A equação (5-27) pode ser transformada do sistema coordenado UVW, do

suporte i, para o sistema coordenado XYZ do manipulador, utilizando

$$\begin{bmatrix} V_{p,ui} \\ V_{p,vi} \\ V_{p,wi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & \sin \phi_i & 0 \\ -\sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{p,x} \\ V_{p,y} \\ V_{p,z} \end{bmatrix}$$
(5-28)

Esta transformação é repetida para cada suporte, e as equações resultantes são reorganizadas, resultando em.

$$\mathbf{J}_{q} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{11} \\ \dot{\theta}_{12} \\ \dot{\theta}_{13} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{x} \begin{bmatrix} V_{p,x} \\ V_{p,y} \\ V_{p,z} \end{bmatrix}$$

onde

$$\mathbf{J}_{x} = \begin{bmatrix} j_{x11} & j_{x12} & j_{x13} \\ j_{x21} & j_{x21} & j_{x23} \\ j_{x31} & j_{x32} & j_{x33} \end{bmatrix} , \quad \mathbf{J}_{q} = \begin{bmatrix} j_{q11} & 0 & 0 \\ 0 & j_{q12} & 0 \\ 0 & 0 & j_{q13} \end{bmatrix}$$
(5-29)

е

$$j_{xi1} = \cos \theta_{2i} \sin \theta_{3i} \cos \phi_i - \cos \theta_{3i} \sin \phi_i$$

$$j_{xi2} = \cos \theta_{3i} \cos \phi_i + \cos \theta_{2i} \sin \theta_{3i} \sin \phi_i$$

$$j_{xi3} = \sin \theta_{2i} \sin \theta_{3i}$$

$$j_{q1i} = a \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \sin \theta_{3i}$$
(5-30)

para $i = 1, 2 \in 3$.

Algumas vezes, a matriz Jacobiana para um manipulador paralelo não é dimensionalmente uniforme, ou seja, mistrua grandeza de comprimento e ângulo. Isso cria alguns problemas ao usar a matriz Jacobiana para outros tipos de análise, tais como para examinar sua rigidez. No entanto, no caso do Falcon temos do

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x \tag{5-31}$$

Com o Jacobiano J dimensionalmente uniforme para cada elemento tendo a dimensão de $(comprimento)^{-1}$. Isso ocorre porque o manipulador tem apenas 3 graus de liberdade translacionais na plataforma móvel, e todas as juntas são rotativas. Assim, todos os elementos do vetor de saída x para este manipulador têm a dimensão do comprimento, e todos os elementos do vetor de entrada q são

rotações, resultando em uma matriz Jacobiana dimensionalmente uniforme.

5.3 Estática

Nesta seção, vamos descrever a estática para robôs manipuladores paralelos (Falcon). Devido à existência de várias malhas fechadas, o método de análise recursiva não é mais aplicável. Em geral, é necessário obter equações do equilíbrio de forças e momentos para cada elo, e resolver as equações simultaneamente. No entanto, se apenas as forças ou momentos são de interesse, o princípio do trabalho virtual pode ser aplicado [75].

Existem dois tipos de juntas em manipuladores paralelos: junta ativa e junta passiva. Assumindo que as juntas não têm atrito e os efeitos gravitacionais são desprezíveis, então as forças de reação nas juntas passivas não contribuem com trabalho virtual.

Seja $\mathbf{F} = [\mathbf{f}, \mathbf{n}]^T$ um vetor que representa a força e momento de saída no efetuador terminal, e o vetor $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_1, ..., \tau_n,]^T$ representa os torque produzidos pelos atuadores nas juntas (ou forças). O vetor $\delta \mathbf{q} = [\delta q_1, \delta q_2, ..., \delta q_n]^T$ representa o deslocamento virtual associado com os atuadores das juntas, e o vetor $\delta \mathbf{x} = [\delta q_1, \delta q_1, ... \delta q_1]^T$ representa o deslocamento virtual associado a deslocamento virtual associado a defetuador terminal.

Então, o trabalho virtual exercido por todas as forças ativas pode ser escrito da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q} - \mathbf{F}^T \delta \mathbf{x} = 0 \tag{5-32}$$

Os deslocamentos virtuais , $\delta {\bf q}$
e $\delta {\bf x},$ são relacionados pela matriz Jacobiana

$$\delta \mathbf{q} = \mathbf{J} \delta \mathbf{x} \tag{5-33}$$

onde $\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x$, foi definido na equação (5-18). Assim, substituindo a equação (5-33) em (5-32), obtém-se

$$(\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{J} - \mathbf{F}^T) \delta \mathbf{x} = 0 \tag{5-34}$$

Uma vez que a equação (5-34) é valida para qualquer deslocamento virtual, conclui-se que

$$\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{J} - \mathbf{F}^T = 0 \tag{5-35}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau} \tag{5-36}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_a^{-1} \mathbf{J}_x \tag{5-37}$$

5.4 Descrição do Hardware

O Falcon é um robô paralelo de 3 graus de liberdade. Conectando-se dois Falcons através de uma barra com duas juntas esféricas (vide figuras 5.7 e 5.9), pode-se obter um dispositivo que movimenta-se em 6 graus de liberdade, segundo [76]. Isto se demonstra com a seguinte equação de mobilidade:

$$M = 6(n-g) + \sum_{i=1}^{g} f_i$$
 (5-38)

onde: conectividade de cada Falcon $f_1 = f_2 = 3$ (movimentos em x,y,z sem rotação), conectividade de cada junta esférica $f_3 = f_4 = 3$, número de partes moveis: n = 3, número de juntas: g = 4, logo

$$M = 6(3-4) + 3 + 3 + 3 + 3$$
$$M = -6 + 12 = 6$$

Com o resultado da equação da mobilidade para nosso sistema, o maior número de graus de liberdade que se pode obter acoplando os dois Falcons desta forma seria 6. Mas o sistema somente poderia operar em 5 graus de liberdade, devido à falta de um sensor para medir o ângulo giro da barra em torno de seu próprio eixo. Então, o dispositivo háptico fica limitado a controlar 5 graus de liberdade.

A figura 5.7 mostra um esquema do dispositivo háptico antes de sua construção.



Figura 5.7: Esquema do Dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade

Na figura 5.8, mostram-se os Falcons orientados a 45° fixos em um suporte retangular.



Figura 5.8: Falcons fixos, ainda desacoplados



A figura 5.9 apresenta as rótulas mecânicas utilizadas na construção.

Figura 5.9: Componentes mecânicos

Finalmente, a figura 5.10 apresenta o dispositivo háptico construído.



Figura 5.10: Dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade

5.5 Compensação de Gravidade

O Falcon não tem implementada uma compensação de gravidade em sua configuração normal. Isso quer dizer que o efetuador terminal do Falcon, não fica em uma posição estática dentro da sua área de trabalho, tendendo a cair até seu limite inferior de curso. Além disso, na construção do dispositivo háptico, se acoplaram novos componentes ao sistema (elos, parafusos e rótulas), que também adicionam uma certa massa.

O software do Falcon não permite enviar torques para o sistema, mas utilizando a biblioteca CHAI3D podemos enviar forças desejadas para atuador. Então podemos achar primeiramente os torques necessários que permitam compensar a força de gravidade, e depois utilizando a equação (5-36) encontramos as forças necessárias para enviar aos atuadores dos Falcons.

A figura 5.11 mostra o diagrama de corpo livre de um elo do Falcon, para achar o torque equivalente. Observe que no primeiro componente do elo acoplado ao atuador, a posição do centro de massa encontra-se a uma distância chamada l_{cg} até o eixo do atuador ([76] e [77])



Figura 5.11: Diagrama de Corpo Livre de um elo do Falcon

O torque equivalente para compensar a gravidade é

$$\boldsymbol{\tau}_{equi} = \boldsymbol{\tau}_{laco} + \boldsymbol{\tau}_{efe} \tag{5-39}$$

A figura 5.12 mostra a descomposição da força de gravidade nas coordenadas $u_i v_i w_i$, a qual um torque ao atuador



Figura 5.12: Forças de Gravidade em um elo do Falcon

Então, o torque do *i*-ésimo elo do Falcon τ_{lacoi} é:

$$\tau_{lacoi} = m_1 g l_{cq} \sin(100^\circ - \theta_{1i}) \sin \phi_i + m_2 g a \sin(\theta_{1i}) \sin \phi_i \tag{5-40}$$

onde m_1 é a massa do elo curvo, e m_2 é a massa conjunta do elo paralelo e da articulação.

Agora, substituindo em uma expressão geral para todos os laços do Falcon,

$$\tau_{equi} = m_1 g l_{cg} \begin{bmatrix} \sin(100^\circ - \theta_{11}) \sin \phi_1 \\ \sin(100^\circ - \theta_{21}) \sin \phi_2 \\ \sin(100^\circ - \theta_{31}) \sin \phi_3 \end{bmatrix} - m_2 g a \begin{bmatrix} \sin(\theta_{11}) \sin \phi_1 \\ \sin(\theta_{21}) \sin \phi_2 \\ \sin(\theta_{31}) \sin \phi_3 \end{bmatrix} + m_3 g l_{cg} \mathbf{J}^{-T} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(5-41)

onde m_3 é a massa conjunta do efetuador terminal mais a plataforma móvel e as articulações dos três laços.

Finalmente, substituímos a equação (5-41) em (5-36), para obter a força de compensação de gravidade do sistema

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau}_{equi} \tag{5-42}$$

Os valores da massa dos elementos do Falcon foram obtidos de [77], e o valor da massa dos elementos acoplados ao novo dispositivo háptico são apresentados na Tabela 5.1

Nome dos Componentes	Massa(Kg)	Comprimento(m)
Elo Curvo	$m_a = 0,052$	a = 0.060
Elo paralelo	$m_b = 0,008$	b = 0.1025
Plataforma Móvel	$m_c = 0,033$	c = 0.157
Articulação	$m_d = 0,010$	d = 0.0115
Distância na Plataforma		r = 0.0366
Deslocamento na Plataforma		s = 0.0272
Deslocamento na Plataforma		f = 0.0262
Deslocamento - z		$p_{z,0} = 0.134$
Efetuador terminal	$m_e = 0,052$	L = 0.15

Tabela 5.1: Valores da massa e comprimento dos Parâmetros

5.6

Controle de 5 Graus de Liberdade

Para sincronizar o Dispositivo Háptico com o robô manipulador dentro do ambiente virtual, temos que utilizar algumas técnicas de teleoperação. Existem distintos esquemas de controle utilizados na teleoperação. Peñin [78] realiza um análise abrangente dos sistemas clássicos de teleoperação, usando para isso a teoria de controle clássico.

O esquema de controle bilateral Posição - Posição, mostrado na figura 5.13, é baseado na troca de leituras de posição tanto do mestre como do escravo. No lado do mestre, realiza-se a leitura de sua posição, logo enviada ao escravo, onde existe uma malha fechada de controle de posição cuja entrada de referência é a posição do mestre. No lado do escravo, também se faz a leitura da posição, que é enviada ao mestre, onde também existe uma malha fechada de controle de posição cuja entrada de referência é a posição do escravo.

Este esquema é muito fácil de implementar, dado que as reflexões de forças são baseadas nas diferenças entre as posições do mestre e escravo. Se não houver amplificação, os ganhos (G_m, G_s) serão equivalentes, obtendo-se um controle simétrico. A desvantagem principal deste sistema de controle é não ser possível ter uma percepção (sentir) a rigidez de objetos muitos rígidos ao interagir, com o robô escravo.



Figura 5.13: Esquema de controle bilateral Posição - Posição

Outro esquema é o controle bilateral com sensor de força, é mostrada na figura 5.14. Este esquema é parecido ao primeiro, mas a diferença é a existência de um sensor para obter a força que aplica o escravo dentro do ambiente remoto ou vice-versa. Essa informação é enviada ao mestre, a qual realimenta a força em malha aberta sobre o operador.



Figura 5.14: Esquema é o controle bilateral com sensor de força

Deve-se considerar também incluir uma modelagem do operador (humano) ao sistema de controle. Uma forma de fazer isto é considerando a interação com o ser humano um sistema massa-mola-amortecedor e logo aplicando os conhecimentos básicos de controle para obter um modelagem total do sistema.

Agora, vamos desenvolver um algoritmo de controle para o dispositivo háptico, que permita obter uma sensação nos 5 graus de liberdade. A biblioteca CHAI3D fornece somente a posição do efetuador terminal do Falcon, assim $[p_{ox}, p_{oy}, p_{oz}]^T$.

A conversão de coordenadas segue da seguinte forma:

$$p_x = p_{oy}$$

$$p_y = p_{oz}$$

$$p_z = p_{ox} + p_{z,0}$$

onde $[p_x p_y p_z]^T$ é o vetor posição do efetuador terminal em relação ao sistema coordenado assumido na modelagem do Falcon.

Deve-se desenvolver uma coordenação das forças individuais em cada Falcon para interagir na barra que os une, dando assim a sensação de 5 graus de liberdade. Para isto, definimos um sistema de coordenadas no centro da barra (centro de gravidade), tal que o vetor posição zero do efetuador dos Falcons, seja também o vetor posição zero no centro da barra (configuração inicial).

A figura 5.15 mostra a configuração inicial e a posição dos sistemas coordenados dos dois Falcons e o sistema coordenada da barra.



Figura 5.15: Sistema de Coordenadas

Então, para obter as posições do efetuador terminal de cada Falcon em relação ao sistema coordenado da barra, utilizamos a matriz de transformação

$$\begin{bmatrix} {}^{b}p_{xL} \\ {}^{b}p_{yL} \\ {}^{b}p_{zL} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) & -\sin(\pi/4) & 0 & 0 \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{xL} \\ p_{yL} \\ p_{zL} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(5-43)

$$\begin{bmatrix} {}^{b}p_{xR} \\ {}^{b}p_{yR} \\ {}^{b}p_{zR} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) & -\sin(\pi/4) & 0 & 0 \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{xR} \\ p_{yR} \\ p_{zR} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(5-44)

O objetivo é mostrar uma força e torque efetivos em algum ponto da barra P_x , para isto vamos definir os vetores posição em relação ao sistema de coordenada da barra, como mostra na figura 5.16.



Figura 5.16: Efetuador Terminal do dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade

Do gráfico, podemos achar a seguinte relação utilizando a propriedade de vetores

$$\mathbf{P}_x = \lambda \mathbf{P}_R + (1 - \lambda) \mathbf{P}_L \quad 0 \le \lambda \le 1 \tag{5-45}$$

Para calcular a força efetiva na barra, aplicamos a primeira lei de

equilíbrio

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_P = 0$$

$$\sum momentos_{P_x} = 0 \tag{5-46}$$

então achando o momento em relação ao ponto ${\cal P}_x$

$$(\mathbf{P}_L - \mathbf{P}_X) \times \mathbf{F}_L + (\mathbf{P}_R - \mathbf{P}_X) \times \mathbf{F}_R = 0$$
(5-47)

obtém-se a seguinte expressão:

$$\lambda \mathbf{F}_L = (1 - \lambda) \mathbf{F}_R \tag{5-48}$$

Substituindo a equação (5-48) em (5-46) encontramos

$$\mathbf{F}_{R} = \lambda \mathbf{F}_{P}$$
$$\mathbf{F}_{L} = (1 - \lambda) \mathbf{F}_{P}$$
(5-49)

o torque efetivo para a barra mostrado na figura 5.17, é tal que



Figura 5.17: Efetuador Terminal do dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade

$$\boldsymbol{\tau}_P + \boldsymbol{\tau}_{efe} = 0 \tag{5-50}$$

Definindo $\Delta = \mathbf{P}_L - \mathbf{P}_R$, e aplicando a lei de equilibrio ao sistema, temos

$$\boldsymbol{\tau}_{efe} = \Delta \times \mathbf{F}_{efe}$$
(5-51)
$$\boldsymbol{\tau}_{efe} \times \Delta = \Delta \times \mathbf{F}_{efe} \times \Delta$$
$$\mathbf{F}_{efe} = \frac{\boldsymbol{\tau}_{efe} \times (\mathbf{P}_L - \mathbf{P}_R)}{|\Delta|^2}$$
$$\mathbf{F}_{efe} = \frac{\boldsymbol{\tau}_{efe} \times \Delta}{L^2}$$
(5-52)

Então, as forças efetivas para exercer o torque ao usuário são:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{efe} \tag{5-53}$$

$$\mathbf{F}_L = -\mathbf{F}_{efe} \tag{5-54}$$

Desse modo é possível prover ao usuário as sensações de força/torque, em 5 graus de liberdade, referentes à tarefa do sistema escravo. Mas devemos ter em conta que há redundância de força/torque, porque temos em total 6 atuadores por parte dos dois Falcon's. O problema de não poder observar ou sentir o sexto grau de liberdade, é porque uma componente de cada força que fornecem os falcon's encontra-se no eixo da barra e passam pelo centro de gravidade produzindo assim, um torque igual a zero. É por isso que o sexto grau de liberdade não é observável nem controlável em nosso sistema.

No próximo capítulo este dispositivo será acoplado a um ambiente virtual, desenvolvido especialmente para essa dissertação, controlando (virtualmente) um manipulador robótico Schilling Titan IV.