

Nilton Alejandro Cuellar Loyola

**Interface Háptica de Cinco Graus
de Liberdade para Teleoperação de
Manipuladores Robóticos**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
Programa de Pós-graduação em Engenharia
Mecânica

Rio de Janeiro
Maio de 2012

Nilton Alejandro Cuellar Loyola

**Interface Háptica de Cinco Graus de Liberdade
para Teleoperação de Manipuladores Robóticos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Mecânica da PUC-Rio como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro
Maio de 2012

Nilton Alejandro Cuellar Loyola

Interface Háptica de Cinco Graus de Liberdade para Teleoperação de Manipuladores Robóticos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. Mauro Speranza Neto

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. Liu Hsu

Departamento de Engenharia Elétrica — COPPE/UFRJ

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 28 de Maio de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Nilton Alejandro Cuellar Loyola

Graduou-se em Engenharia Mecatrônica na *Universidad Nacional de Ingeniería - UNI* (Lima, Perú) em 2008. Trabalhou na área de desenvolvimento de projetos em robótica e automação industrial antes de começar mestrado em IGI-UNI. Suas áreas de interesse abrangem Robótica, Controle de Sistemas, Visão Computacional e Computação Gráfica

Ficha Catalográfica

Cuellar Loyola, Nilton Alejandro

Interface Háptica de Cinco Graus de Liberdade para Teleoperação de Manipuladores Robóticos / Nilton Alejandro Cuellar Loyola; orientador: Marco Antonio Meggiolaro. — 2012.

183 f.: il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2012.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Robótica;. 3. Interface Háptica;. 4. Chai3D;. 5. Ambientes Virtuais;. 6. Controle não Linear;. 7. Modo Deslizantes..

I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD:621

Aos meus pais, Alejandro e Ana
e meus irmãos, Rosa e Julio.

Agradecimentos

A meu orientador Marco Antonio Meggiolaro pela confiança, o suporte acadêmico e pela inestimável contribuição na minha formação.

À CAPES pelos auxílios concedidos e à PUC-Rio, pelo seu excelente corpo acadêmico que me deu as bases para este estudo, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

A minha família pelo amor, pela educação, pelo apoio que próxima ou distante me incentivou nessa jornada.

A Pâmela, que conviveu, incentivou e inclusive trabalhou a meu lado, para que este desafio fosse superado.

Por fim, agradeço meus colegas da Pós-Graduação com os que passei bons momentos: Fernando, Niltshon, Juliana, Carmen, Ronald, Edward, Elder, Cesar, Ingrid, Juan, Marvin, Edwin, Mirko, Darwin e José.

Resumo

Cuellar Loyola, Nilton Alejandro; Meggiolaro, Marco Antonio. **Interface Háptica de Cinco Graus de Liberdade para Teleoperação de Manipuladores Robóticos**. Rio de Janeiro, 2012. 183p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O sucesso de diversas tarefas de teleoperação depende muito da habilidade do operador e de sua capacidade de perceber o ambiente de trabalho. A realimentação visual em muitos casos não é suficiente, por exemplo quando a qualidade da imagem do ambiente de trabalho é baixa, quando ocorrem oclusões na visualização, ou quando a tarefa envolve forças de contato associadas a folgas pequenas visualmente imperceptíveis. Para compensar essas deficiências, os dispositivos hápticos surgem como uma alternativa à realimentação visual, ao interagir com o usuário através do tato, produzindo uma sensação de força.

Esta dissertação apresenta o desenvolvimento e modelagem de um sistema de interface háptica de cinco graus de liberdade para a teleoperação de robôs manipuladores, com foco naqueles que realizam trabalhos em ambientes perigosos ou hostis ao ser humano. A interface é desenvolvida a partir do acoplamento de dois dispositivos hápticos comerciais “Novint Falcon”, de três graus de liberdade cada. O sistema resultante do acoplamento é modelado como um manipulador paralelo, capaz de fornecer ao operador, realimentação de força 3D (em três direções) e realimentação de torque em duas direções.

Para demonstrar a eficiência do sistema háptico desenvolvido, um ambiente virtual é implementado com o auxílio de técnicas de computação gráfica e bibliotecas como OpenGL, ODE e Chai3D. Os modelos cinemático e dinâmico de um manipulador serial Schilling Titan IV, de seis graus de liberdade, são implementados no ambiente virtual, incluindo sua interação com objetos (virtuais) do ambiente de teleoperação. Controladores não lineares são implementados no manipulador serial virtual, incluindo controle de torque computado, robusto, e por modos deslizantes.

Palavras-chave

Robótica; Interface Háptica; Chai3D; Ambientes Virtuais; Controle não Linear; Modo Deslizantes.

Abstract

Cuellar Loyola, Nilton Alejandro; Meggiolaro, Marco Antonio (Advisor). **Five Degree-of-Freedom Haptic Interface for Teleoperation of Robotic Manipulators**. Rio de Janeiro, 2012. 183p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The success of many teleoperation tasks depends heavily on the skills of the operator and his ability to perceive the work environment. Visual feedback, in many cases, is not sufficient e.g. when the image quality of the work environment is low, occlusions occur in the display, or when the task involves contact forces associated with visually unnoticeable small clearances. To compensate for these shortcomings, haptic devices emerge as an alternative to visual feedback, in which touch interaction with the user produces force-feedback.

This thesis presents the development and modeling of a haptic interface system of five degrees of freedom for the teleoperation of robot manipulators, focusing on those that work in hazardous or hostile environments for humans. The interface is developed from the coupling of two commercial haptic devices “Novint Falcon”, with three degrees of freedom each. The system resulting from the coupled devices is modeled as a parallel manipulator capable of providing the operator with 3D force feedback (in three dimensions) and torque feedback in two directions.

To demonstrate the effectiveness of the developed haptic system, a virtual environment is implemented with the aid of computer graphics techniques and libraries such as OpenGL, ODE and Chai3D. The kinematic and dynamic models of a serial manipulator Schilling Titan IV, with six degrees of freedom, are implemented in the virtual environment, including its interaction with virtual objects for the evaluation of typical teleoperation tasks. Nonlinear controllers are implemented in the virtual serial manipulator, including computed torque and sliding mode control.

Keywords

Robotics; Haptics Interfaces; Chai3D; Virtual Environment; Non-Linear Control; Sliding Mode.

Sumário

Sumário das notações	16
1 Introdução	18
1.1 Definição do Problema	18
1.2 Objetivos da Dissertação	22
1.3 Estrutura da Dissertação	23
2 Sistemas de Interface Háptica	25
2.1 Definições Prévias	25
2.1.1 Sensações Táteis e Cinestésicas	25
2.1.2 Percepção Humana e as Interfaces Hápticas	27
2.2 Realidade Virtual	28
2.2.1 Dispositivos de Entrada e Saída	30
2.2.2 Princípios de Projeto e Operação	31
2.3 Sistemas de Interface Háptica	36
2.4 Dispositivos Hápticos	37
2.4.1 Conceitos Básicos	38
2.5 Componentes dos Sistemas Hápticos	41
2.5.1 Sensores	41
2.5.2 Atuadores	42
2.5.3 Modelagem da Cena Háptica	42
2.5.4 Renderização Háptica	43
2.6 Principais Dispositivos Hápticos Comerciais	44
2.6.1 Phantom Omni	45
2.6.2 Delta.6	45
2.6.3 Sigma.7	46
2.7 Principais Aplicações com Dispositivos Hápticos	47
2.7.1 Histórico	47
2.7.2 Medicina	48
2.7.3 Educação	50
2.7.4 Militar e Aeroespacial	51
3 Modelagem do Sistema Escravo	55
3.1 Descrição do Sistema	55
3.2 Cinemática Direita	56
3.2.1 A Notação de Denavit-Hartenberg	57
3.2.2 Modelagem de Denavit-Hartenberg	59
3.3 Cinemática Inversa	60
3.3.1 Dificuldades dos Métodos Geométricos	65
3.3.2 Problema da escolha da Solução	66
3.3.3 Função Custo	66
3.4 Cinemática Diferencial	67
3.5 Dinâmica Inversa	68
3.6 Dinâmica Direta	69

4	Controle de Movimento	71
4.1	Controle no Espaço das Juntas	71
4.2	Controle de Posição	72
4.2.1	Controle PD + Compensação de Gravidade	77
4.3	Controle Seguimento de Trajetória	80
4.3.1	Controle de Torque Computado	80
4.4	Controle Robusto de Trajetória	85
4.4.1	Controle por Modos Deslizantes	85
5	Dispositivo Háptico de 5 Graus de Liberdade	102
5.1	Descrição do Falcon	102
5.2	Modelagem do Falcon	104
5.2.1	Geometria do Manipulador	105
5.2.2	Cinemática Inversa	106
5.2.3	Cinemática Direta	109
5.2.4	Jacobiano	110
5.3	Estática	114
5.4	Descrição do Hardware	115
5.5	Compensação de Gravidade	118
5.6	Controle de 5 Graus de Liberdade	120
6	Desenvolvimento do Simulador Virtual	126
6.1	Definições Prévias	126
6.1.1	Thread	126
6.1.2	Framework	126
6.1.3	API	127
6.1.4	Biblioteca	127
6.1.5	Motores Gráficos	127
6.1.6	OpenGL	128
6.1.7	ODE	128
6.2	CHAI3D	129
6.2.1	Efeitos Hápticos	131
6.2.2	Módulo ODE	131
6.2.3	Módulo GEL	132
6.2.4	Arquitetura da Interface Háptica	133
6.3	Desenvolvimento do Ambiente Virtual	135
6.3.1	Simulador do Robô Manipulador	137
6.3.2	Integração da Interface Háptica com o Ambiente Virtual	139
7	Resultados Experimentais	141
7.1	Teste da Interface Háptica	141
7.2	Controle do Robô Manipulador	149
8	Conclusões e Sugestões	156
8.1	Conclusões do Trabalho	156
8.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	157
	Referências Bibliográficas	159
A	Apêndice A	166

A.1	Matriz Homogênea	166
A.2	Matriz Jacobiana	168
A.3	Algoritmo Walker-Orin	169
A.3.1	Método 1	170
A.3.2	Método 3	170
B	Apêndice B	176
B.1	Modelagem Dinâmica	176
B.1.1	Propriedade 1	176
B.1.2	Propriedade 2	176
B.1.3	Propriedade 3	176
B.1.4	Propriedade 4	177
B.1.5	Propriedade 5	177
C	Apêndice C	179
C.1	Instalação do CHAI3D em MVS2008	179

Lista de figuras

1.1	Diferentes tipos de Robôs teleoperados	19
1.2	Diferentes tipos de Robôs teleoperados [1].	21
2.1	Exemplo de seis procedimentos para explorar um objeto .	26
2.2	Um jogo simulador de corrido de carros.	28
2.3	Exemplo de algumas aplicações da Realidade Virtual.	29
2.4	Dispositivos Eletromagnéticos.	32
2.5	Dispositivos Mecânicos.	33
2.6	Dispositivos Acústicos.	34
2.7	Dispositivos Inerciais.	35
2.8	Dispositivos Ópticos.	37
2.9	Exemplo de um Sistema Háptico	38
2.10	Fluxo de informações na interação com um mouse convencional (esquerda) e um mouse háptico (direta)	40
2.11	Cena de uma Renderização Háptica	44
2.12	Dispositivo Háptico Phantom-Omni	45
2.13	Dispositivo Háptico Delta.6 Force Dimension	46
2.14	Dispositivo Háptico Sigma.7 Force Dimension	46
2.15	Simulador de automóveis desenvolvido pela empresa Toyota	48
2.16	Simulador Cirúrgico Sela[2]	49
2.17	Diagnóstico de Trombose [3]	50
2.18	Simulação da fixação da fratura do Quadril [4]	51
2.19	Sistemas Hápticos para a Educação	52
2.20	Simuladores para treinamento militar	52
2.21	Simulador de aviões militares	53
2.22	Simulador do veículo terrestre Stryker	54
3.1	Robot Schilling Titan IV e miniatura utilizado como "mestre" na teleoperação [5].	56
3.2	A notação Denavit-Hartenberg [6].	57
3.3	Posição e Orientação do efetuador terminal representado pela matriz T [6].	59
3.4	Robô Schilling Titan IV e seu sistema de coordenadas.	60
3.5	Duas soluções possíveis para os ângulos de junta, dada uma mesma posição.	61
3.6	Método geométrico para calcular a cinemática inversa do robô Titan IV.	63
3.7	Eixos O_2 , O_3 e O_4 , sobre a forma cinemática inversa de dois graus de liberdade.	64
4.1	Esquema genérico do conceito de Controle no espaço da junta.	72
4.2	Robô Manipulador serial de 6 Graus de Liberdade.	72
4.3	Diagrama de Blocos: Controle PD.	73
4.4	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 .	74
4.5	Referência e resposta de posição: juntas q_4 , q_5 e q_6 .	75

4.6	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 .	75
4.7	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 .	76
4.8	Diagrama de Blocos: Controle PD com compensação de gravidade.	77
4.9	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 .	78
4.10	Referência e resposta de posição: juntas q_4 , q_5 e q_6 .	78
4.11	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 .	79
4.12	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 .	79
4.13	Diagrama de Blocos: Controle por Torque Computado.	80
4.14	Referência e resposta do seguimento de trajetória: juntas q_1 , q_2 e q_3 .	82
4.15	Referência e resposta do seguimento de trajetória: juntas q_4 , q_5 e q_6 .	83
4.16	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 .	83
4.17	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 .	84
4.18	Superfícies de Deslizamento.	87
4.19	Interpretação gráfica das equações (4-10) e (4-18) ($n = 2$).	89
4.20	Fenômeno de <i>Chattering</i> (ou Chaveamento).	92
4.21	(a) Camada Limite para um sistema de segunda ordem. (b) Controle de Interpolação na camada limite.	92
4.22	Camada Limite.	93
4.23	Referência e resposta do seguimento de trajetória: juntas q_1 , q_2 e q_3 .	97
4.24	Referência e resposta do seguimento de trajetória: juntas q_4 , q_5 e q_6 .	97
4.25	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 .	98
4.26	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 .	98
4.27	Gráfico dos torques produzidos: τ_1 , τ_2 e τ_3 .	99
4.28	Gráfico dos torques produzidos: τ_4 , τ_5 e τ_6 .	99
4.29	Referência e Resposta da Velocidade: \dot{q}_1 , \dot{q}_2 e \dot{q}_3 .	100
4.30	Referência e Resposta da Velocidade: \dot{q}_4 , \dot{q}_5 e \dot{q}_6 .	100
4.31	Superfícies Deslizantes do Sistema.	101
5.1	O Dispositivo Háptico Novint Falcon [®]	103
5.2	Membros do dispositivo háptico Novint Falcon [®]	103
5.3	Robô Manipulador Paralelo da Universidade de Maryland	104
5.4	Modelo CAD do Novint Falcon [®]	104
5.5	Representação esquemática do Novint Falcon [®]	105
5.6	Vista frontal e superior de um suporte do Novint Falcon [®]	107
5.7	Esquema do Dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade	116
5.8	Falcons fixos, ainda desacoplados	116
5.9	Componentes mecânicos	117
5.10	Dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade	117
5.11	Diagrama de Corpo Livre de um elo do Falcon	118
5.12	Forças de Gravidade em um elo do Falcon	119
5.13	Esquema de controle bilateral Posição - Posição	121
5.14	Esquema é o controle bilateral com sensor de força	121
5.15	Sistema de Coordenadas	122
5.16	Efetuator Terminal do dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade	123
5.17	Efetuator Terminal do dispositivo Háptico de 5 graus de liberdade	124
6.1	Exemplo do módulo ODE em CHAI3D	132
6.2	Exemplo do módulo GEL em CHAI3D	132
6.3	Arquitetura da Interface Háptica no CHAI3D	133

6.4	Desenho da caixa fixa com orifício na parte central	135
6.5	Implementação da caixa fixa com orifício na parte central	135
6.6	Implementação dos vetores de força	136
6.7	Desenho do Robô Manipulador Schilling Titan IV	137
6.8	Implementação da Cinemática Inversa para o Robô Manipulador	138
6.9	Implementação do algoritmo de colisões	139
7.1	Objeto virtual para testes	142
7.2	Usuário 1: Sem Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	142
7.3	Usuário 1: Com Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	143
7.4	Usuário 2: Sem Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	143
7.5	Usuário 2: Com Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	144
7.6	Usuário 3: Sem Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	144
7.7	Usuário 3: Com Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	145
7.8	Usuário 4: Sem Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	145
7.9	Usuário 4: Com Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	146
7.10	Usuário 5: Sem Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	146
7.11	Usuário 5: Com Sensação de Força, mostrando as 5 tentativas de inserção (correspondente aos 5 picos)	147
7.12	Gráficos dos testes feitos com 5 pessoas	148
7.13	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 .	149
7.14	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 . (PD)	150
7.15	Referência e resposta de posição: juntas q_4 , q_5 e q_6 . (PD)	150
7.16	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 . (PD)	151
7.17	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 . (PD)	151
7.18	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 . (Torque Computado)	152
7.19	Referência e resposta de posição: juntas q_4 , q_5 e q_6 . (Torque Computado)	152
7.20	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 . (Torque Computado)	153
7.21	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 . (Torque Computado)	153
7.22	Referência e resposta de posição: juntas q_1 , q_2 e q_3 . (Modos Deslizantes)	154
7.23	Referência e resposta de posição: juntas q_4 , q_5 e q_6 . (Modos Deslizantes)	154
7.24	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_1 , \tilde{q}_2 e \tilde{q}_3 . (Modos Deslizantes)	155
7.25	Erros de posicionamento: juntas \tilde{q}_4 , \tilde{q}_5 e \tilde{q}_6 . (Modos Deslizantes)	155
A.1	Posição do centro de massa G com respeito à coordenada O	173
A.2	Centro de massa do sistema composto do elo j até o elo n	173

C.1	Microsoft Visual Studio 2008	179
C.2	Compilação dos exemplos demo do CHAI3D	180
C.3	Exemplo 01-devices do CHAI3D	180
C.4	Criando novo projeto no MVS2008	181
C.5	Enlace de arquivos cabeçalhos .h (Passos 2, 3 e 4)	182
C.6	Enlace de arquivos .lib (Passos 5 e 6)	182
C.7	Compilação de um projeto com Chai3D	183

Lista de tabelas

3.1	Parâmetros do robô Manipulador Schiling Titan IV	60
5.1	Valores da massa e comprimento dos Parâmetros	120

Sumário das notações

Lista de Símbolos

x, y, z	coordenadas do sistema cartesiano
i	i-ésimo componente
O	origem do sistema cartesiano
a, d	parâmetros D-H
\mathbf{X}	vetor posição.
\mathbf{R}	matriz de rotação
\mathbf{A}	matriz homogênea transformação
\mathbf{T}	matriz homogênea D-H
\mathbf{q}	vetor deslocamento das juntas
$\dot{\mathbf{q}}$	vetor velocidade das juntas
$\ddot{\mathbf{q}}$	vetor aceleração das juntas
p_x, p_y, p_z	posição do efetuador terminal do robô
L_i	comprimento dos elos do robô
n	numero de graus de liberdade do robô
$d\mathbf{p}$	vetor diferencial da posição no espaço
$d\mathbf{x}_e$	vetor diferencial da posição tridimensional
$d\Phi_e$	vetor diferencial da orientação tridimensional
\mathbf{b}	vetor unitário na direção da junta
\mathbf{r}	vetor
\mathbf{J}_L	matriz Jacobiano linear
\mathbf{J}_A	matriz Jacobiano angular
\mathbf{v}_e	vetor da velocidade linear do efetuador terminal
\mathbf{w}_L	vetor da velocidade angular do efetuador terminal
\mathbf{f}	vetor força de acoplamento na junta
\mathbf{N}	vetor momento de acoplamento na junta
m	massa do elo robô
x_c, y_c, z_c	coordenadas do centro de massa
\mathbf{v}_c	vetor velocidade do centro de massa do elo robô
\mathbf{a}_c	vetor aceleração do centro de massa do elo robô
\mathbf{g}	vetor aceleração da gravidade
\mathbf{I}	matriz Momento de Inércia
$\bar{\mathbf{I}}$	matriz Tensor de Inércia
\mathbf{k}_{Fc}	coeficiente de atrito

\mathbf{k}_{Fv}	coeficiente de viscosidade
\mathbf{H}	matriz de inércia do robô
\mathbf{C}	matriz de forças coriolis e centrífuga do robô
\mathbf{G}	vetor da força gravitacionais do robô
\mathbf{E}	matriz de inércia do sistema composto
\mathbf{N}_j	vetor Momento do sistema composto
\mathbf{F}_j	vetor Força do sistema composto
M_j	massa total do sistema composto
c_o, g_o	algumas constantes
U	energia potencial
\mathbf{q}_d	vetor deslocamento das juntas desejada
$\dot{\mathbf{q}}_d$	vetor velocidade das juntas desejada
$\mathbf{K}_P, \mathbf{K}_D$	matriz diagonal definida positiva
V	função escalar Lyapunov
$\tilde{\mathbf{q}}$	vetor erro de deslocamento das juntas
$\tilde{\dot{\mathbf{q}}}$	vetor erro de velocidade das juntas
I	matriz identidade
u	entrada de controle
$f(x, t), g(x, t), d(x, t)$	funções não lineares
$s(x, t)$	superfície de deslizamento
u_{eq}	controle equivalente
K	ganho de controle
$\dot{\mathbf{q}}_r$	vetor velocidade da referência
θ	ângulo da junta
ω	velocidade da junta
τ	Torque na junta
ρ	densidade de massa
λ_{min}	valor proprio
λ	constante
ε	largura da camada limite
ϵ	constante
Λ	matriz simétrica definida positiva
η	constante Positiva
Φ	espessura da camada limite