

5 Formulação do Problema

5.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados exemplos de seções de vigas de concreto armado submetidas à força cortante e à flexão. São descritas as funções de falha e as propriedades das variáveis utilizadas. Inicialmente as seções de viga dos exemplos propostos são dimensionadas mediante métodos semi-probabilísticos, realiza-se uma análise de confiabilidade das vigas sem reforço, e após uma mudança no uso da edificação que implica um aumento de cargas, um projeto de reforço com CFC baseado em confiabilidade é feito para as seções.

É apresentado também um exemplo que analisa varias seções ao longo de uma viga sem reforço submetida à força cortante e à flexão.

5.2. Funções de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Força Cortante

As funções de falha são definidas por meio das equações de Estado Limite Último da NBR 6118-2003 e do modelo de Chen e Teng.

5.2.1. Funções de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Força Cortante sem Reforço

Segundo a norma NBR 6118-2003 o elemento resistente deve cumprir as seguintes condições quando submetido à força cortante.

a) a força cortante solicitante de cálculo V_{sd} não exceda a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} , relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto

$$V_{Rd2} > V_{sd} \quad (5.1)$$

b) a força cortante solicitante de cálculo V_{sd} não exceda a força cortante resistente de cálculo V_{Rd3} , relativa à resistência da armadura transversal.

$$V_{Rd3} > V_{sd} \quad (5.2)$$

Portanto duas funções de falha são estabelecidas para a viga sem reforço

Função de falha relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto

$$g_1 = V_{R2} - V_s$$

$$g_1 = 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_c \cdot b_w \cdot d - V_s \quad (5.3)$$

Função de falha relativa à ruína por tração diagonal

$$g_2 = V_{R3} - V_s$$

$$g_2 = 0,18 f_c^{2/3} \cdot \gamma_2 \cdot b_w \cdot d + A_{sw} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yw}$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha) - V_s \quad (5.4)$$

5.2.2.

Funções de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Força Cortante com Reforço

Os modos de ruptura devidos à força cortante em vigas reforçadas são: esmagamento das bielas comprimidas, ruptura do compósito à tração e descolamento do compósito.

Função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço.

$$g_3 = V_c + V_{sw} + V_{f_R} - V_s \quad (5.5)$$

onde:

$$V_{f_R} = 0,5 + 0,5 \cdot \xi \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot h_{fe} \cdot (1 + \cot \beta) \cdot \sin \beta \cdot f_f \quad (5.6)$$

Função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido ao descolamento do reforço.

$$g_4 = V_c + V_{sw} + V_{f_D} - V_s \quad (5.7)$$

Definindo o parâmetro λ como:

$$\lambda = \frac{L_{m\acute{a}x}}{\sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}}} \quad (5.8)$$

Para $\lambda > 1$ tem-se:

$$V_{f_D} = 0,427 \cdot \left(1 - \frac{\pi-2}{\pi \cdot L_{m\acute{a}x}} \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}}\right) \cdot b_w \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_c}}{t_f}} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot h_{fe} \cdot (1 + \cot \beta) \cdot \text{sen} \beta \quad (5.9)$$

Para $\lambda < 1$ tem-se:

$$V_{f_D} = \frac{0,854}{\pi \cdot L_{m\acute{a}x}^2} E_f \frac{t_f}{\sqrt{f_c}} \cdot \beta_w \cdot \sin \left(\frac{1}{2} \pi \cdot \frac{L_{m\acute{a}x}}{\sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}}} \right) \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_c}}{t_f}} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot h_{fe} \cdot (1 + \cot \beta) \cdot \text{sen} \beta \quad (5.10)$$

Para $\lambda = 1$ segue-se:

$$V_{f_D} = \frac{0,854}{\pi \cdot L_{m\acute{a}x}^2} E_f \frac{t_f}{\sqrt{f_c}} \cdot \beta_w \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f_c}}{t_f}} \cdot \rho_f \cdot b_w \cdot h_{fe} \cdot (1 + \cot \beta) \cdot \text{sen} \beta \quad (5.11)$$

O valor da taxa de CFC usada no cálculo de reforço com fibra de carbono é obtido por:

$$\rho_f = \frac{2 \cdot N \cdot t_f \cdot w_f}{b_w \cdot s_f} \quad (5.12)$$

Sendo N o número de camadas, t_f a espessura das tiras de CFC, w_f a largura das tiras de CFC, b_w a largura da viga e s_f a separação entre as tiras de CFC.

5.3. Funções de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Flexão

5.3.1. Função de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Flexão sem Reforço

Para a função de falha de flexão, comparando o momento resistente com o momento solicitante da seção sem reforço de fibra de carbono, tem-se:

$$g_1 = M_r - M_s \text{ ou seja,} \quad (5.13)$$

$$g_1 = \sigma_s \cdot A_s \cdot z - M_s \quad (5.14)$$

5.3.2.

Função de Falha para Análise de Confiabilidade de Vigas Submetidas à Flexão com Reforço

A função de falha é avaliada comparando o momento resistente acrescido da parcela de CFC com o momento solicitante:

$$g_2 = A_s \cdot \sigma_s \cdot (d - 0,4 \cdot x_2) + A_f \cdot \sigma_f \cdot (h - 0,4 \cdot x_2) \quad (5.15)$$

5.4.

Exemplos de Aplicação

5.4.1.Exemplo de Viga Submetida à Força Cortante e à Flexão Analisada por Seções

Neste exemplo são analisadas várias seções de uma viga biapoiada sem reforço. As dimensões são mostradas na Figura 5.1. O estudo tem como objetivo observar o comportamento das funções de falha por meio dos seus índices de confiabilidade, examinando cinco seções da viga submetidas a uma variação da posição da carga concentrada, desde o apoio até o final do vão como se mostra na Figura 5.2.

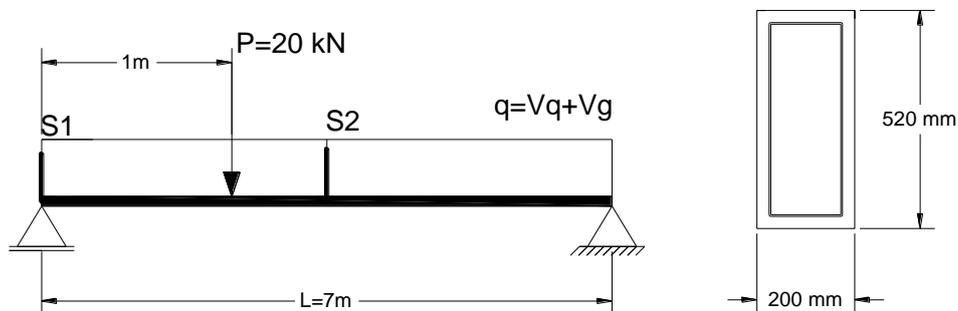


Figura 5.1 – Dimensões da viga analisada.

A viga está submetida a cargas distribuída e concentrada, com parcelas permanente e acidental mostradas na Tabela 5.1.

As funções de falha de força cortante e de flexão foram apresentadas no item 5.2.1, sendo:

Para força cortante:

g_1 : função de falha relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

g_2 : função de falha relativa à ruína por tração diagonal.

Para flexão:

g_3 : função de falha à flexão da viga sem reforço.

Tabela 5.1– Variáveis aleatórias com propriedades estatísticas

Variável aleatória	Descrição	Und.	Valor médio	Coef. de variação	Tipo de distribuição
V_g	Carga distribuída permanente	kN/m	6,000	0,03	Normal
V_q	Carga distribuída acidental	kN/m	8,235	0,339	Gumbel
P_g	Carga pontual permanente	kN	21	0,03	Normal
P_q	Carga pontual acidental	kN	14	0,339	Gumbel

As seções avaliadas são:

- Seção 1 a 0,1 m do apoio.
- Seção 2 a 0,875 m do apoio.
- Seção 3 a 1,75 m do apoio.
- Seção 4 a 2,625 m do apoio.
- Seção 5 a 3,5 m do apoio.

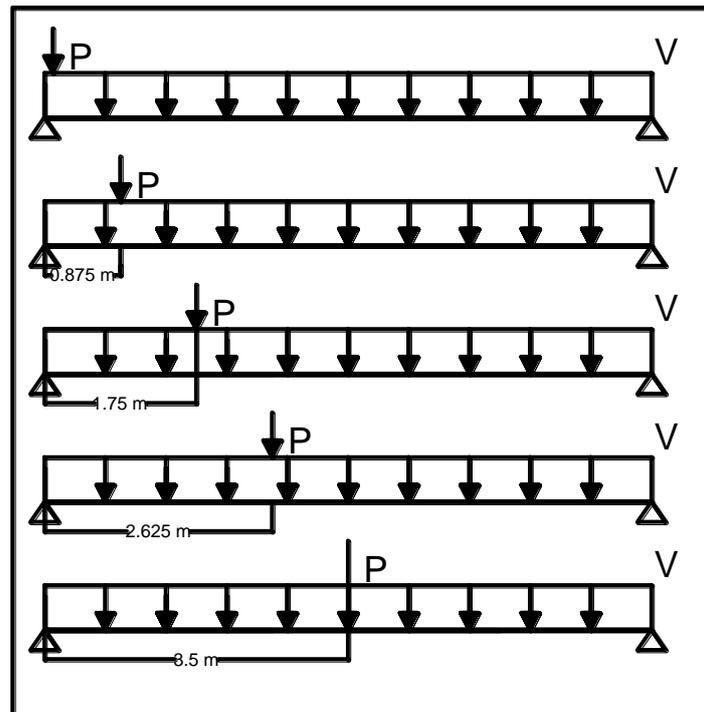


Figura 5.2 – Variação da carga concentrada na viga.

Em cada seção estudada os valores da força cortante e de momento de flexão são calculados para as cinco posições da carga concentrada. O dimensionamento da armadura de cortante e de flexão de cada seção é feito para a maior solicitação gerada e para um índice de confiabilidade $\beta_{alvo}=3,2$.

Para a primeira seção o cálculo dos índices de confiabilidade é efetuado por Monte Carlo e por FERUM, para validar os valores obtidos no programa FERUM.

Seção 1

A 0,1 m

Na Tabela 5.2 se apresentam os valores da força cortante e do momento na seção 1 para cada variação da carga concentrada e os índices de confiabilidade das funções de falha avaliadas. Em algumas ocasiões o valor do índice de confiabilidade é muito elevado. Nesses casos, o índice de confiabilidade foi limitado a um valor máximo de 15.

Como se indica na Tabela 5.2 a combinação de força cortante e momento de flexão mais desfavorável na seção 1 da viga é dado quando a carga concentrada está posicionada a 3,5 m do apoio, portanto, a seção é dimensionada para resistir à essas solicitações.

Tabela 5.2 – Índices de confiabilidade para a seção 1.

Posição da carga concentrada (m)	CORTANTE			FLEXÃO	
	Cortante na seção 1 (kN)	β_1 biela	β_2 armadura	Momento na seção 1 (kNm)	β_3 flexão
0,1	72,4	8,45	3,34	0	15
0,875	68,5	8,51	3,48	0	15
1,75	64,1	8,58	3,63	0	15
2,625	59,7	8,65	3,78	0	15
3,5	55,4	8,72	3,92	0	15

A função de falha g_2 referente ao escoamento do estribo foi avaliada pelos métodos de Monte Carlo e FORM por meio do programa FERUM. Os resultados apresentados na Tabela 5.3 são semelhantes, portanto, no decorrer dos exemplos a análise de confiabilidade é realizada no programa FERUM, que apresenta resultados confiáveis e um tempo de execução muito menor.

Tabela 5.3 – Índices de confiabilidade por FERUM e Monte Carlo.

FORM	Monte Carlo
β_2	β_2
3,34	3,36
3,48	3,58
3,63	3,74
3,78	3,83
3,92	4,01

Na Figura 5.3 são apresentados os valores dos índices de confiabilidade das três funções de falha avaliadas pelo método FORM na seção 1 para cada uma das posições da carga concentrada.

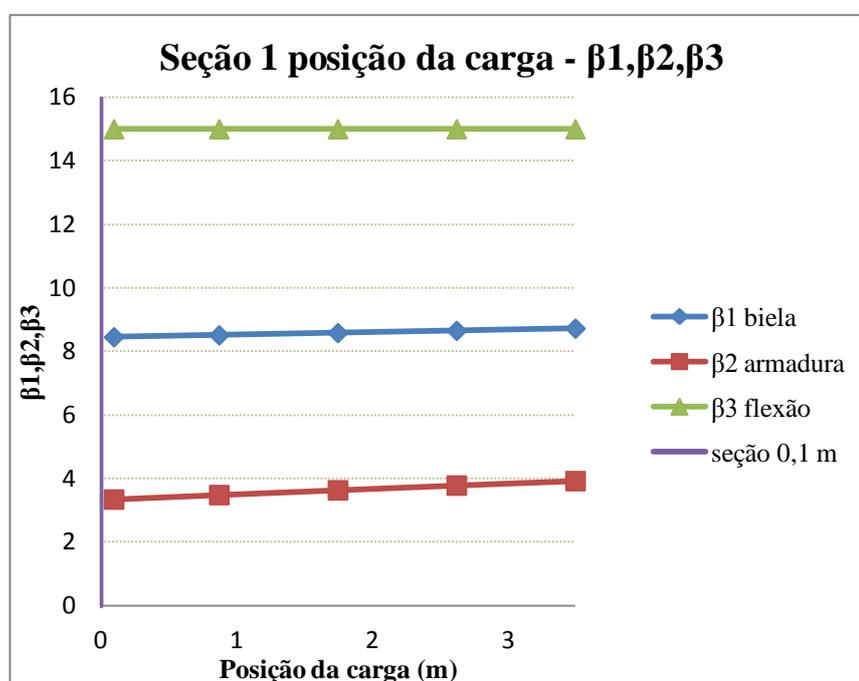


Figura 5.3 – Índices de confiabilidade e variação da posição da carga concentrada na seção 1.

Na Figura 5.3 é possível identificar que, nesta seção a falha estaria dada inicialmente pelo escoamento da armadura de estribo identificada pelo índice de confiabilidade β_2 . Os valores dos índices de confiabilidade relativos ao esmagamento das bielas comprimidas e à flexão são muito altos.

As seções seguintes são avaliadas com o mesmo critério da primeira, a análise de confiabilidade é feita pelo FERUM.

Seção 2

A 0,875 m

Os valores da força cortante e momento de flexão e os índices de confiabilidade são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Índices de confiabilidade para a seção 2.

Posição da carga concentrada (m)	CORTANTE			FLEXÃO	
	Cortante na seção 1 (kN)	β_1 biela	β_2 armadura	Momento na seção 1 (kNm)	β_3 flexão
0,1	28,5	9,95	5,25	29	5,25
0,875	59	9,38	4,16	55,8	3,2
1,75	54,7	9,47	4,33	51,6	3,4
2,625	50,2	9,55	4,5	48,2	3,58
3,5	45,8	9,64	4,67	44,4	3,75

A Figura 5.4 mostra os índices de confiabilidade obtidos com a variação da posição da carga concentrada para a seção 2.

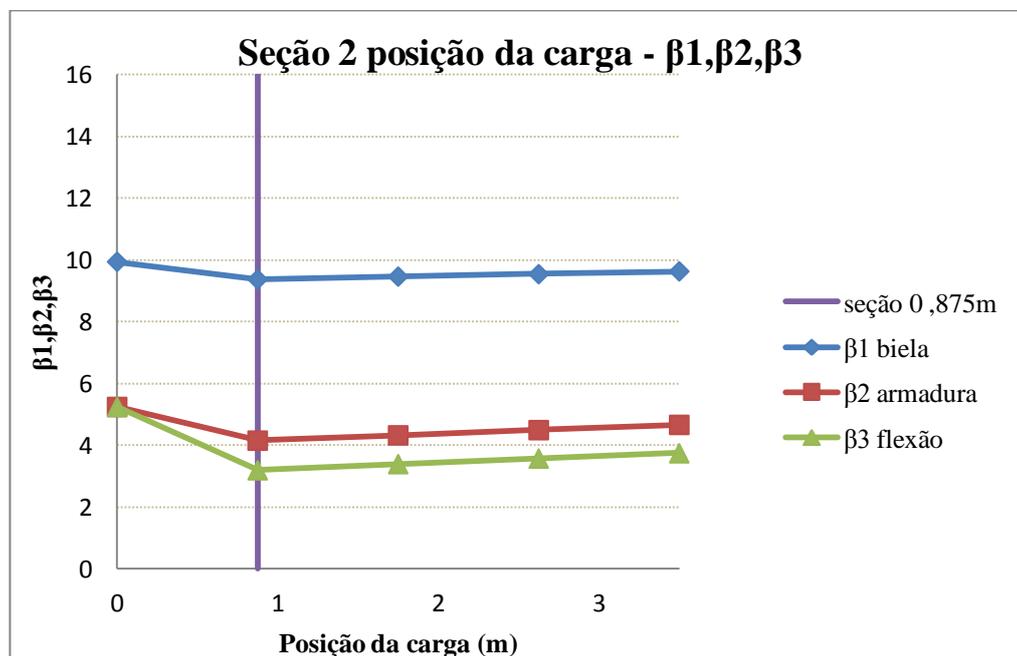


Figura 5.4 – Índices de confiabilidade e variação da posição da carga concentrada na seção 2.

Nesta seção é possível observar uma mudança no comportamento das funções de estado, a falha neste caso está dada pela flexão.

Seção 3

A 1,75 m

Os valores da força cortante e momento de flexão, bem como os índices de confiabilidade são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Índices de confiabilidade para a seção 3.

Posição da carga concentrada (m)	CORTANTE			FLEXÃO	
	Cortante na seção 1 (kN)	β_1 biela	β_2 armadura	Momento na seção 1 (kNm)	β_3 flexão
0,1	18,4	15	6,9	54,3	4,31
0,875	14,7	10,9	6,2	72,5	3,84
1,75	45,2	10,87	5,43	95,6	3,2
2,625	40,7	15	5,65	88,6	3,43
3,5	36,5	15	5,86	80,5	3,64

A Figura 5.5 mostra os índices de confiabilidade obtidos com a variação da posição da carga concentrada para a seção 3.

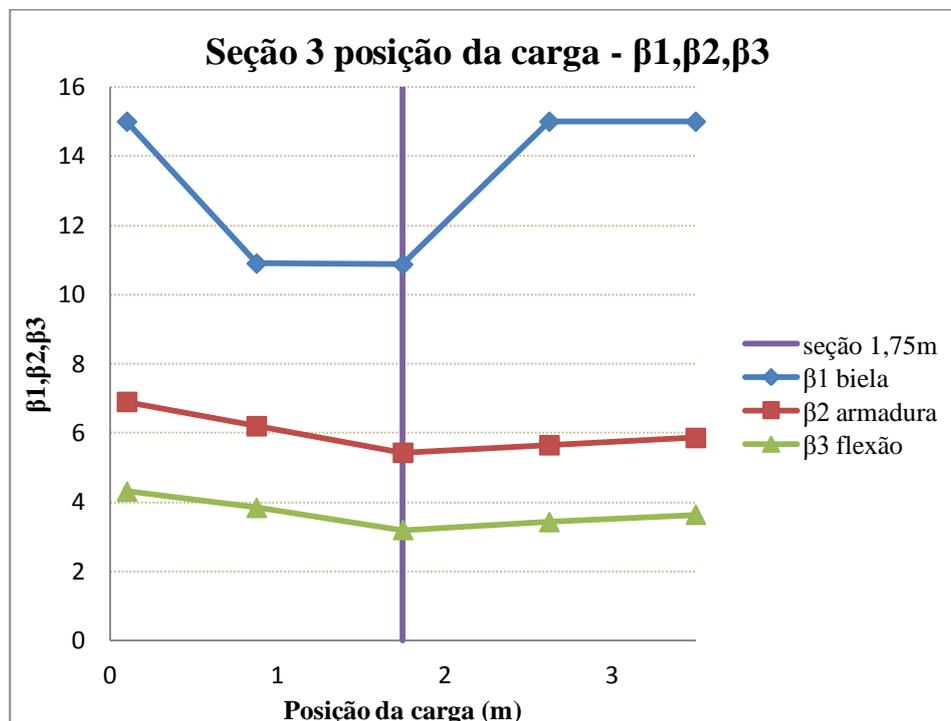


Figura 5.5 – Índices de confiabilidade e variação da posição da carga concentrada na seção 4.

Na Figura 5.5 é possível identificar que a falha da seção continua sendo por flexão. Quando a carga concentrada se afasta da seção analisada os índices de confiabilidade aumentam.

Seção 4

A 2,625 m

Os valores da força cortante e momento de flexão para a seção 4 são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Índices de confiabilidade para a seção 4.

Posição da carga concentrada (m)	CORTANTE			FLEXÃO	
	Cortante na seção 1 (kN)	β_1 biela	β_2 armadura	Momento na seção 1 (kNm)	β_3 flexão
0,1	9,4	15	15	62,1	4,38
0,875	5,2	15	15	81,3	4,03
1,75	0,7	15	15	100,4	3,65
2,625	31,3	15	7,3	119,6	3,22
3,5	5	15	7,97	109,5	3,49

A Figura 5.6 mostra os índices de confiabilidade obtidos com a variação da posição da carga concentrada para a seção 4.

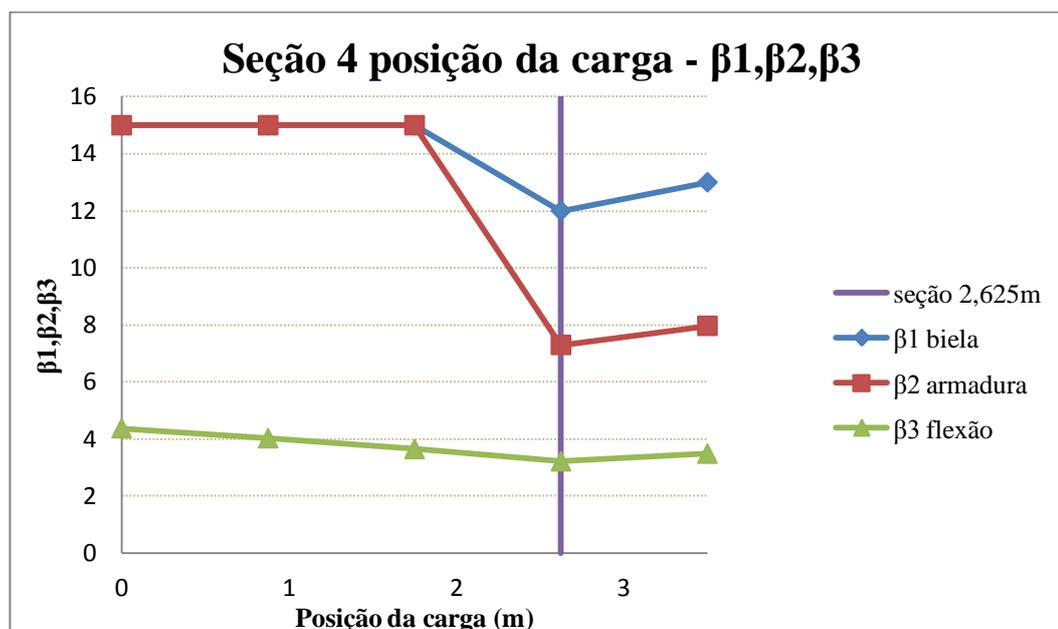


Figura 5.6 – Índices de confiabilidade e variação da posição da carga concentrada na seção 4.

Os índices de confiabilidade referentes à falha por esmagamento das bielas são elevados. A falha neste caso em todas as posições da carga concentrada é ocasionada pela flexão.

Seção 5

A 3,5 m

Os valores da força cortante e momento de flexão para a seção 5 são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Índices de confiabilidade para a seção 5.

Posição da carga concentrada (m)	Cortante			Flexão	
	Cortante na seção 1 (kN)	β_1 biela	β_2 armadura	Momento na seção 1 (kNm)	β_3 flexão
0,1	1,7	15	15	68	4,36
0,875	4,2	15	15	81,6	3,86
1,75	8,8	15	15	97	3,4
2,625	12,9	15	15	112,4	3,25
3,5	17,5	14	8,96	127,5	3,24

A Figura 5.7 mostra os índices de confiabilidade obtidos com a variação da posição da carga concentrada para a seção 5.

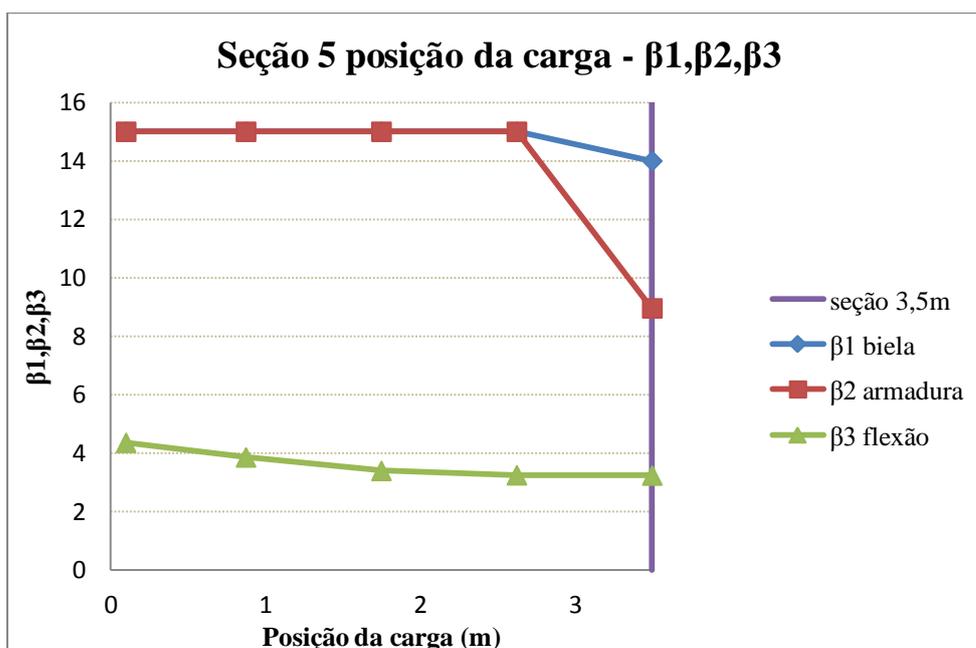


Figura 5.7 – Índices de confiabilidade e variação da posição da carga concentrada na seção 5.

Nesta seção a falha se dá novamente por flexão. Os índices de confiabilidade relativos às falhas devidas à força cortante são altos.

O exemplo permite observar a mudança do tipo de falha ao longo da viga biapoiada, sendo dominante a falha por força cortante na zona próxima do apoio até a falha por flexão, à medida que a seção se aproxima do meio do vão.

Em todos os casos avaliados quando a carga concentrada está aplicada sobre a seção analisada o índice de confiabilidade é menor. À medida que a carga se afasta da seção o índice de confiabilidade aumenta.

5.4.2. Exemplo de Viga com e sem Reforço de CFC

O pavimento da edificação estudada é composto por duas lajes de 10 cm de espessura e sete vigas. Será analisada a seção transversal S_1 da viga V_2 , com largura $b = 200$ mm e altura $h = 520$ mm, representada na Figura 5.8.

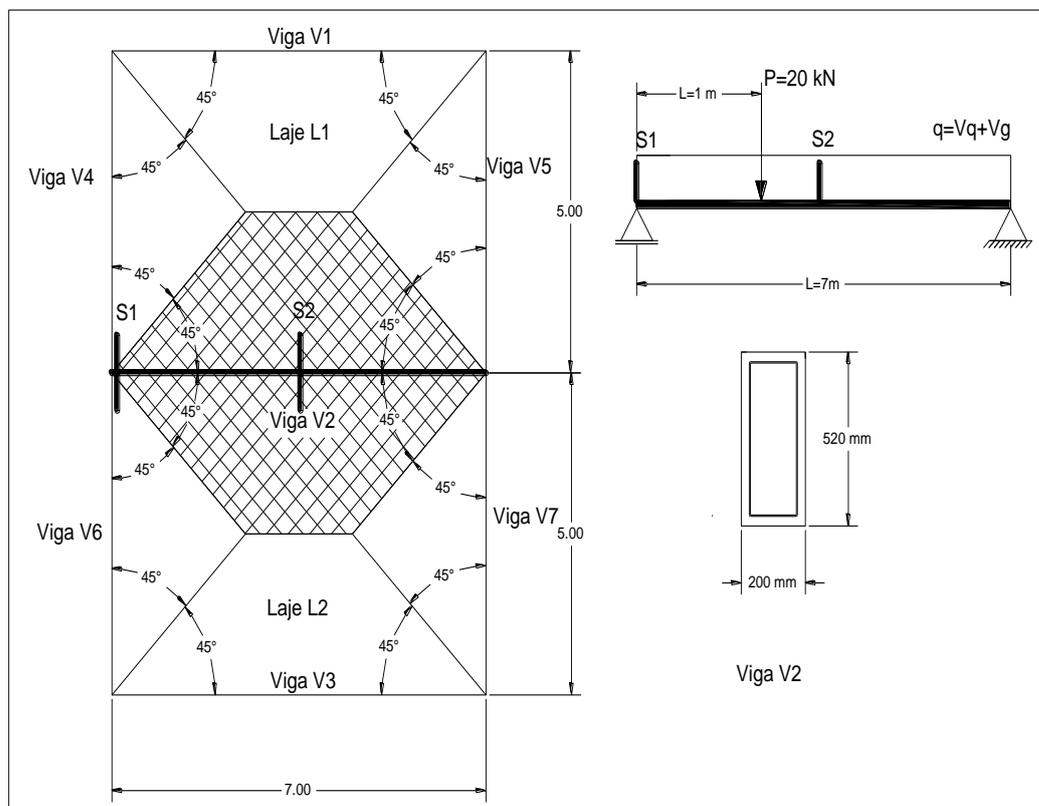


Figura 5.8 –Exemplo proposto.

Diagramas de força cortante e momento de flexão para as condições iniciais.

Os valores são dados em kN e kNm.

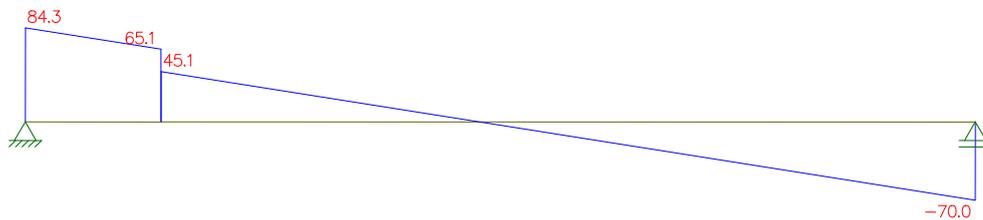


Figura 5.9 – Diagrama de força cortante para as condições iniciais.

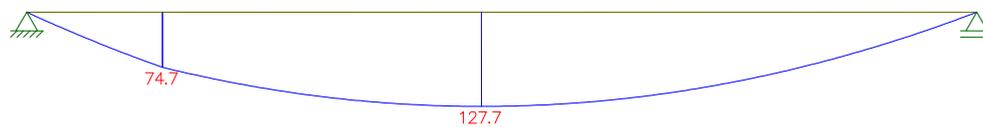


Figura 5.10 – Diagrama de momentos de flexão para as condições iniciais.

Diagramas de força cortante e momento de flexão após mudança de ocupação

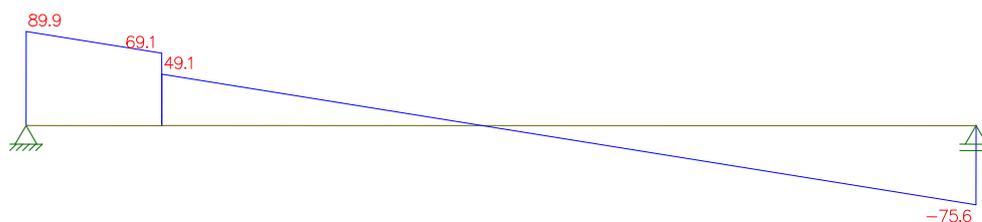


Figura 5.11 – Diagrama de força cortante após mudança de uso.

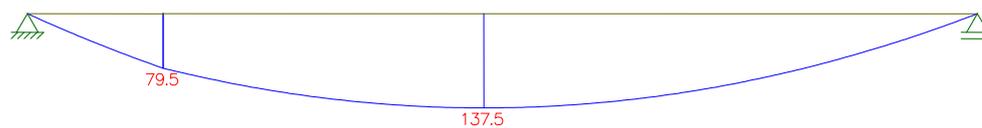


Figura 5.12 – Diagrama de momento de flexão após mudança de uso.

5.4.2.1. Propriedades Estatísticas das Variáveis

Resistência à Compressão do Concreto

Segundo a NBR 8681 (2003) os valores característicos das resistências são os que, num lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassado, no sentido desfavorável para a segurança. No projeto de estruturas é usada a resistência característica inferior $f_{ck,inf}$, admitida como sendo o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material.

Segundo a NBR 12655 (1996) a resistência média do concreto à compressão prevista para a idade de j dias, em MPa é:

$$f_{cj} = f_{ck} + 1,65s_d \quad (5.16)$$

onde

s_d é o desvio-padrão da dosagem em MPa.

O cálculo da resistência de dosagem do concreto depende, entre outras variáveis, da condição de preparo do concreto, tendo condições de preparo, boa, média ou pouco aceitável. O desvio padrão fica em função dessa condição como indicado na Tabela 5.8 da norma NBR 6118-2003.

Tabela 5.8 – Desvio padrão segundo condição de preparo NBR-6118.

Condição de Preparo	Desvio Padrão (MPa)
Boa	4
Média	5,5
Ruim	7

O valor constante (1,65) da equação 5.16 é obtido pela inversa da função de distribuição cumulativa normal padrão (média zero e desvio padrão unitário) para uma probabilidade de 5%, o que representa $P(f_c \leq f_{ck}) = 0,05$.

O coeficiente de variação adotado para o concreto é tomado dos exemplos do JCSS com o valor de 0,17. A distribuição usada é a distribuição Normal.

Resistência à Tração do Concreto

A média da resistência à tração do concreto é obtida usando a equação 5.17 fornecida pelo JCSS, que relaciona a resistência à compressão do concreto com o índice γ_2 , que reflete variações como a composição química do concreto, tamanho e tipo de agregados, ou condições climáticas. Assim:

$$f_{ct} = 0,3 \cdot f_c^{2/3} \cdot \gamma_2 \quad (5.17)$$

Segundo o JCSS ao menos que medições diretas estejam disponíveis, o parâmetro γ_2 é considerado com média 1, o coeficiente de variação é igual a 0,3 e distribuição e a Lognormal.

Resistência à Tração do Aço

O modelo probabilístico recomendado pelo JCSS para a resistência à tração do aço representa a variável com uma distribuição Lognormal, e para o cálculo da resistência média utiliza a seguinte expressão:

$$\mu_{f_{yw}} = S_{nom} + 2\sigma_{f_{yw}} \quad (5.18)$$

onde

S_{nom} = valor característico da resistência de escoamento f_{ywk} , em MPa;

σ = desvio padrão da resistência de escoamento do aço, sendo recomendado pelo JCSS (2001) o valor de 30 MPa.

O coeficiente de variação da resistência do aço foi tomado dos exemplos do JCSS como 0,05.

Carga Solicitante Permanente

Consideram-se dois tipos de carga permanente: a primeira devida à carga transmitida pela laje, o revestimento, a alvenaria e o peso próprio da viga usando os valores recomendados pela NBR 6120-1980. A segunda carga corresponde a uma carga concentrada que atua sobre a viga. Para os dois tipos de carga é utilizada a distribuição Normal.

Segundo a NBR 8681-2003 o valor característico para as ações permanentes é o valor médio que corresponde ao quantil de 50%. O coeficiente de variação adotado para esta variável é 0,03, usado nos exemplos fornecidos pelo JCSS.

Para a carga permanente concentrada o valor médio foi definido como sendo 60% do valor total da carga concentrada e o coeficiente de variação de 0,03.

Carga Solicitante Acidental

São considerados dois tipos de carga acidental V_q , uma distribuída e uma concentrada.

Os valores médios e os coeficientes de variação da carga acidental distribuída são obtidos a partir do cálculo do valor equivalente da carga acidental baseado nos valores fornecidos pelo JCSS para carga acidental representados em uma parcela de carga de curta duração e outra de longa duração para uma área de influência prescrita.

Os valores de referência para o cálculo do valor da carga acidental estão na Tabela 2.2.1 do JCSS intitulada: parâmetros de cargas acidentais dependendo do tipo de uso da parte dois do código de modelos probabilísticos.

Para o cálculo dos valores da Tabela 5.9 foi utilizado o programa Matlab para obter as distribuições CDF e PDF da carga acidental, que foram representadas por funções Gumbel equivalentes, obtidas para o valor de V_q correspondente a uma probabilidade de 65% de não ser ultrapassada, conforme prescrito na NBR 8681 para cargas acidentais.

Os valores médios das cargas acidentais distribuídas μ_{V_q} , e os coeficientes de variação para uma expectativa de vida da estrutura de 50 anos, estão na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Cargas acidentais em lajes.

Tipo de Uso	Distribuição	μ_q	σ_q	δ_q
Residência	Gumbel max	2,562	0,869	0,339
Escritório	Gumbel max	3,071	1,192	0,388

Para a carga acidental concentrada o valor médio foi definido como sendo 40% do valor total da carga concentrada, e para o coeficiente de variação foram utilizados os valores da Tabela 5.9.

Resistência à Tração dos Compósitos de Fibras de Carbono

As propriedades estatísticas dos compósitos de fibras de carbono foram obtidas a partir de ensaios de laboratório como apresentadas no capítulo 4. O valor médio da resistência foi de 3.214,9 MPa, o desvio padrão 249,48 MPa e a distribuição adotada foi a Lognormal.

Módulo de Elasticidade dos Compósitos de Fibras de Carbono

Para manter a relação linear entre a tensão e a deformação do CFC, o módulo de elasticidade é considerado como uma variável determinística, cujo valor médio 238,018 GPa foi obtido nos ensaios de laboratório.

5.4.2.2. Exemplo de Viga Submetida à Força Cortante

a) Dimensionamento dos Estribos da Seção S_1 da Viga V_2 pela NBR 6118-2003

Considera-se nesta etapa que o uso da edificação é residencial, portanto, a carga acidental adotada é fornecida pela NBR 6120-1980 para lajes de edifícios residenciais, sendo igual a 1,5 kN/m². Os dados da geometria e os valores das variáveis do problema (resistências e cargas) são apresentados na Tabela 5.10. Os pesos específicos dos materiais foram tirados da NBR 6120-1980.

Os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço são obtidos minorando-se os valores característicos com o uso dos coeficientes, para condições normais, da Norma NBR 6118-2003, sendo $\gamma_c = 1,4$ para a resistência do concreto e $\gamma_s = 1,15$ e para a resistência do aço. Para a resistência do compósito de fibras de carbono é utilizado o valor $\gamma_f = 1,25$ proposto por Chen e Teng (2003). Os valores de cálculo das cargas da viga V_2 obtidas com o uso da área de influência indicada na Figura 5.8 são majorados pelo coeficiente $\gamma_m = 1,4$.

Para o exemplo apresentado e usando as expressões da NBR 6118-2003 a área de armadura obtida é igual a 276,359 mm²/m.

Tabela 5.10 – Variáveis do exemplo.

Variável Determinística	Descrição	Valor	Und.
b_w	Largura da viga	200	mm
h	Altura da viga	520	mm
d	Altura útil da viga	470	mm
L	Comprimento da viga	7000	mm
A_i	Área de influência	22,5	m ²
α	Ângulo de inclinação dos estribos	90	grau
θ	Ângulo de inclinação das bielas de compressão	45	grau
β	Ângulo de inclinação entre a fibra de carbono e o eixo longitudinal da viga	90	grau
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão	20	MPa
f_{ywk}	Resistência característica do aço à tração	500	MPa
p_{plk}	Peso próprio da laje	2,5	kN/m ²
r_{vIk}	Revestimento da laje	1	kN/m ²
p_{pvk}	Peso próprio da viga	2,6	kN/m
q_{Lk}	Carga acidental em residência	1,5	kN/m ²
q_{Vk}	Carga de alvenaria sobre a viga	0,507	kN/m
V_{gk}	Carga distribuída permanente	14,357	kN/m
V_{qk}	Carga distribuída acidental	4,8214	kN/m
P_{gk}	Carga concentrada permanente	12	kN
P_{qk}	Carga concentrada acidental	8	kN

b) Análise de Confiabilidade da Seção S_1 da Viga V_2 Dimensionada no item a)

A análise de confiabilidade foi realizada por FORM no programa FERUM (*Finite Element Reliability Using Matlab*) (Bourinet, 2010) para as funções de falha g_1 e g_2 , obtendo-se os respectivos índices de confiabilidade $\beta_1 = 8,179$ e $\beta_2 = 3,695$. Sendo esses valores muito altos em relação ao índice de confiabilidade alvo $\beta_{alvo} = 3,2$, a armadura de estribo da seção pode ser reduzida sem comprometer a segurança da seção.

As variáveis utilizadas na análise de confiabilidade são apresentadas na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Variáveis aleatórias do exemplo com os parâmetros estatísticos.

Variável aleatória	Descrição	Und.	Valor médio	Coef. variação	Tipo de distribuição
f_c	Resistência do concreto à compressão	MPa	26,6	0,17	Lognormal
Y_2	Parâmetro de resistência à tração do concreto	-	1	0,3	Lognormal
f_{yw}	Resistência do aço à tração	MPa	560	0,05	Lognormal
V_g	Carga distribuída permanente	kN/m	14,357	0,03	Normal
q_{L1}	Carga acidental sobre a laje para residência	kN/m ²	2,562	0,339	Gumbel
V_q	Carga distribuída acidental na viga	kN/m	8,235	0,339	Gumbel
P_g	Carga concentrada permanente	kN	12	0,03	Normal
P_q	Carga concentrada acidental	kN	8	0,339	Gumbel

c) Dimensionamento Baseado em Confiabilidade da Seção S_1 da Viga V_2 Dimensionada no item a)

A análise de confiabilidade feita no item anterior mostra que é possível reduzir a armadura de estribos da seção sem comprometer a segurança da mesma. O dimensionamento da seção baseado em confiabilidade é realizado de modo que o índice de confiabilidade mais desfavorável associado à seção se iguale ao índice de confiabilidade alvo β_{alvo} .

A função de falha g_2 referente ao escoamento da armadura de estribo foi avaliada pelos métodos de Monte Carlo e FORM por meio do programa FERUM. Os resultados apresentados na Tabela 5.12 não diferem muito, portanto, nos próximos casos a análise de confiabilidade foi realizada no programa FERUM que apresentou resultados razoáveis num tempo de execução muito menor.

Tabela 5.12 – Comparação métodos Monte Carlo e FORM.

Método de análise	FORM	Monte Carlo	Diferencia
Armadura (mm ² /m)	β_2	β_2	%
276,359	3,695	3,823	12,8
262,541	3,588	3,692	10,4
249,414	3,484	3,590	10,6
236,943	3,383	3,522	13,9
225,096	3,286	3,375	8,9
213,841	3,200	3,228	2,7

As funções de falha g_1 e g_2 formam um sistema em série, ou seja, a probabilidade de falha da viga é dada pela probabilidade de qualquer uma das funções falharem.

O índice de confiabilidade do sistema é obtido usando um algoritmo implementado no programa Mathcad que calcula o valor da probabilidade de falha como a união dos domínios de falha das funções, o processo é indicado a seguir.

1. Na análise de confiabilidade realizada pelo método FORM no programa FERUM são obtidos os índices de confiabilidade e o vetor de coordenadas do ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas das duas funções de falha do sistema.
2. Posteriormente são calculadas as probabilidades de falha, o cosseno diretor α segundo a equação 3.56 e a correlação entre as duas funções dada por $\rho_{12} = \alpha_1 \alpha_2$
3. Calcula-se a função densidade de probabilidades bidimensional padrão dada na expressão 3.55 é calculada.
4. A probabilidade de falha conjunta para duas variáveis é calculada pela expressão:

$$P_{12} = P_1 P_2 + \int_0^{\rho_{12}} \Phi(\beta_1, \beta_2, \rho) d\rho \quad (5.19)$$

5. A probabilidade de falha do sistema neste caso é fornecida pela expressão:

$$P_{f\text{sistema}} = P_1 P_2 - P_{12} \quad (5.20)$$

O cálculo da armadura de cisalhamento é efetuado até alcançar o valor do β_{alvo} . Os

resultados do processo iterativo são mostrados na Tabela 5.13 e Figura 5.13.

Tabela 5.13 – Iteração de cálculo da armadura a cisalhamento β_1 e β_2 .

Método de Análise	FORM	FORM	MathCad	JCSS
Armadura (mm^2/m)	β_1	β_2	β_{sistema}	β_{alvo}
276,359	8,1787	3,695	3,695	3,2
262,541	8,1787	3,588	3,588	3,2
249,414	8,1787	3,484	3,484	3,2
236,943	8,1787	3,383	3,383	3,2
225,096	8,1787	3,286	3,286	3,2
213,841	8,1787	3,200	3,200	3,2

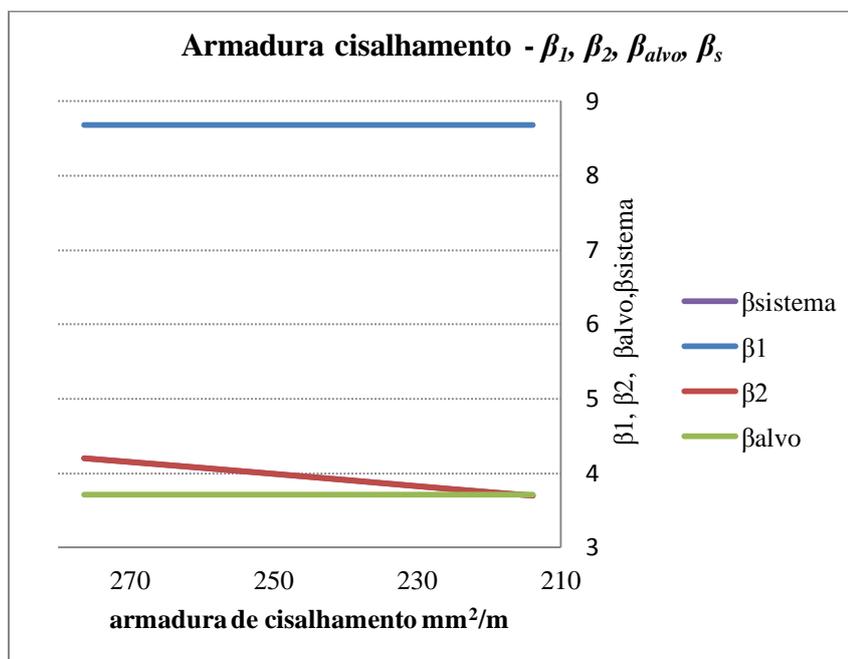


Figura 5.13 – Gráfico do processo iterativo do cálculo da armadura de cisalhamento e valores de β_1 , β_2 , β_{alvo} e β_{sistema} .

O projeto baseado em confiabilidade conduz a uma armadura necessária de $213,841 \text{ mm}^2/\text{m}$.

d) Mudança na Solicitação

Análise de Confiabilidade da Seção S₁ da Viga V₂ dimensionada no item c)

No exemplo estudado considera-se que após a construção há uma mudança no uso da edificação de tipo residencial para escritório. Esta hipótese acarreta o aumento da carga acidental. As propriedades estatísticas da carga acidental q_{L1} para residências e q_{L2} para edificações destinadas a escritório são mostradas na Tabela 5.9. As cargas permanentes são mantidas.

Mantendo-se o valor da armadura de cisalhamento calculada por análise confiabilidade, ou seja, $A_{sws} = 213,841 \text{ mm}^2/\text{m}$, uma análise de confiabilidade para avaliar as funções de falha g_1 e g_2 é feita para esta nova configuração, obtendo como resultado um valor de $\beta_2 = 2,7682$, que é menor que o β_{alvo} . O valor de β_1 permaneceu igual.

e) Dimensionamento da Área da Seção do CFC da Seção S₁ da Viga V₂ Submetida às Novas Cargas Acidentais Conforme a Metodologia de Chen e Teng (2003 a, b)

Dado que o valor do β_1 é menor do que o β_{alvo} e que a estrutura já está construída, não permitindo a modificação das armaduras, faz-se necessário o reforço da estrutura. A opção recai sobre o uso do CFC. Realiza-se o dimensionamento da área da seção transversal do CFC baseado nas teorias de Chen e Teng. As tiras de CFC são colocadas somente na direção transversal ao eixo da viga.

O valor da força cortante resistida pelo CFC é obtido por:

$$V_f = V_{sd} - V_{sw} - V_c \quad (5.21)$$

$$A_{fpm} = \frac{V_f}{\cot\theta + \cot\beta \cdot \sin\beta \cdot h_{fe} \cdot \sigma_{fvd}} \quad (5.22)$$

O valor da taxa do CFC usada no cálculo de reforço é obtida a partir de:

$$\rho_f = \frac{A_{fpm}}{b_w \cdot s_f} \quad (5.23)$$

Sendo A_{fpm} a área de reforço de CFC por metro, e s_f o espaçamento entre faixas de reforço. Para o caso estudado a taxa de CFC com o reforço aplicado em forma de “U” é $\rho_f = 3,07 \cdot 10^{-4}$.

f) Análise de Confiabilidade da Seção S_1 da Viga V_2 Dimensionada no item e)

Com o valor da taxa de fibras de carbono CFC calculada pelo método semi-probabilístico é realizada uma análise de confiabilidade, desta vez das funções de falha g_3 e g_4 correspondentes à ruptura e ao descolamento do compósito, de modo a avaliar a segurança da seção.

As variáveis usadas na análise de confiabilidade são mostradas na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Variáveis aleatórias do exemplo com os parâmetros estatísticos.

Variável aleatória	Descrição	Und.	Valor médio	Coef. variação	Tipo de distribuição
V_g	Carga distribuída permanente	kN/m	14,257	0,03	Normal
q_{L2}	Carga acidental para escritório	kN/m ²	3,071	0,388	Gumbel
V_q	Carga distribuída acidental	kN/m	9,871	0,388	Gumbel
P_g	Carga concentrada permanente	kN	12	0,03	Normal
P_q	Carga concentrada acidental	kN	8	0,388	Gumbel
f_f	Resistência a tração da fibra de carbono	MPa	3214,956	249,486	Weibull
E_f	Módulo de elasticidade	GPa	238,017	–	Determinística

Para a taxa do CFC calculada no item e) os valores de índices de confiabilidade são apresentados na Tabela 5.15.

Tabela 5.15 – Valores dos índices de confiabilidade $\beta_1, \beta_3, \beta_4$ para a taxa de CFC ρ_f .

ρ_f	β_1	β_3	β_4
$3,07 \times 10^{-4}$	7,33	3,842	3,5512

g) Dimensionamento Baseado em Confiabilidade da Taxa de CFC da Seção S_1 da Viga V_2 Dimensionada no item e)

Os valores dos índices de confiabilidade obtidos anteriormente são superiores ao valor de β_{alvo} . A seção está superdimensionada, e é possível reduzir a taxa de fibras de carbono sem comprometer a segurança da viga. Nesse sentido é

feito um projeto baseado em confiabilidade de modo que o menor valor entre β_2 e β_3 seja igual a β_{alvo} de acordo com a Tabela 5.16.

Tabela 5.16 – Iteração de cálculo da taxa de fibra de carbono e $\beta_{sistema}$

ρ_f	β_1	β_3	β_4	$\beta_{sistema}$	β_{alvo}
$3,07 \times 10^{-4}$	7,330	3,8420	3,5512	3,5510	3,2
$2,45 \times 10^{-4}$	7,330	3,6403	3,3980	3,3290	3,2
$2,06 \times 10^{-4}$	7,330	3,5084	3,2989	3,299	3,2
$1,79 \times 10^{-4}$	7,330	3,4147	3,2290	3,229	3,2

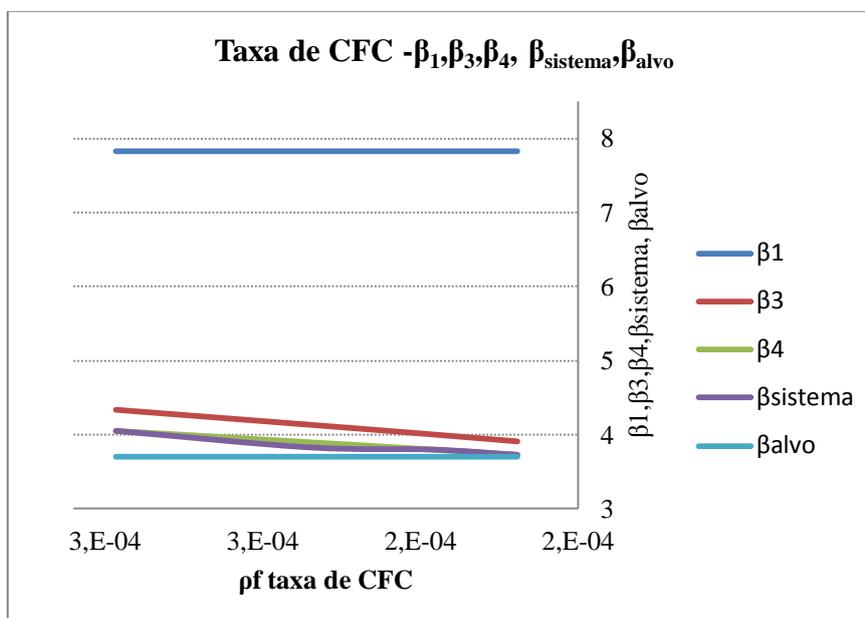


Figura 5.14 – Representação gráfica do processo iterativo do cálculo do CFC e $\beta_1, \beta_3, \beta_4, \beta_s$.

Adotando-se então o valor de taxa de armadura como $\rho_f = 0,018\%$ com uma largura de 40 mm por faixa de CFC e $s_f = 108$ mm.

h) Análise de Sensibilidade

Foram obtidos os fatores de importância para a viga sem reforço para cada função de falha. Os resultados são apresentados na Tabela 5.17 e Figura 5.15.

Em relação à função de falha das diagonais comprimidas de concreto é possível afirmar que as variáveis que mais contribuem na probabilidade de falha são a carga acidental e a resistência do concreto. Na função de falha relativa à ruína por tração diagonal o índice γ_2 da resistência à tração do concreto tem maior importância. As cargas concentradas não são representativas nas funções de falha.

Tabela 5.17 – Fatores de importância viga submetida à força cortante sem reforço.

Variável	Sem reforço	
	β_1	β_2
	I ₁ %	I ₂ %
f_c	43,59	7,39
f_{yw}	0,00	0,82
γ_2	0,00	49,72
V_g	1,38	0,36
V_q	54,90	41,04
P_{V_g}	0,00	0,01
P_{V_q}	0,13	0,66

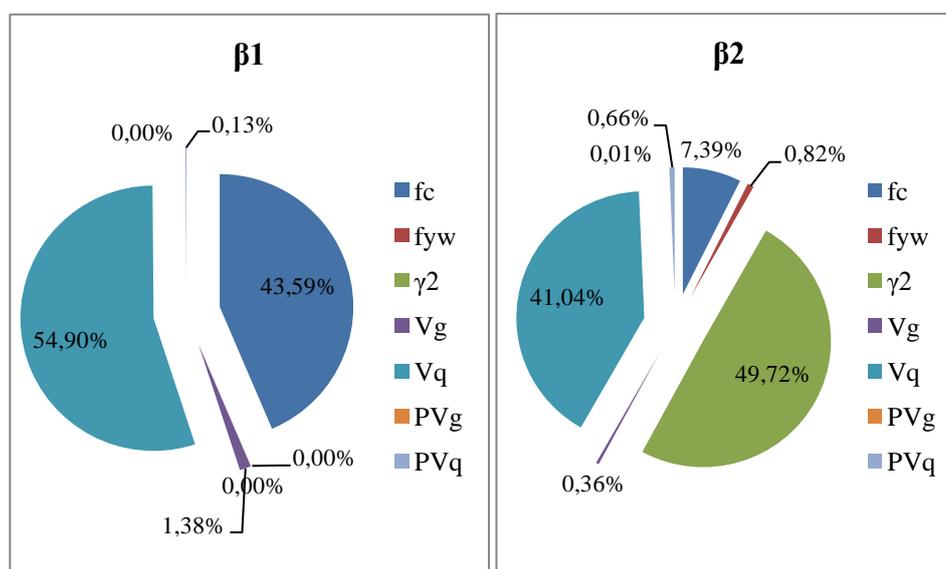


Figura 5.15 – Fatores de importância da viga submetida à força cortante sem reforço.

Para a viga com reforço submetida à força os resultados estão na Tabela 5.18 e Figura 5.16 Na função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido à ruptura do reforço, as principais variáveis são a resistência à compressão do concreto e a carga acidental; na função de falha relativa à ruína por tração diagonal, devido ao descolamento do reforço, a carga acidental tem uma grande influência assim como o índice γ_2 .

A relevância da resistência do CFC é baixa em todos os casos, e foi possível perceber que a influência aumenta com a quantidade de reforço utilizada.

Tabela 5.18 – Fatores de importância viga submetida à força cortante com reforço.

Variável	Com reforço CFC		
	β_1	β_3	β_4
	$I_1\%$	$I_3\%$	$I_4\%$
f_c	39,58	4,79	6,21
f_{yw}	0,00	0,43	0,46
γ_2	0,00	32,60	35,33
V_g	0,04	0,14	0,15
V_q	60,27	61,37	57,39
P_{V_g}	0,00	0,01	0,01
P_{V_q}	0,11	0,42	0,45
f_f	0,00	0,24	0,00

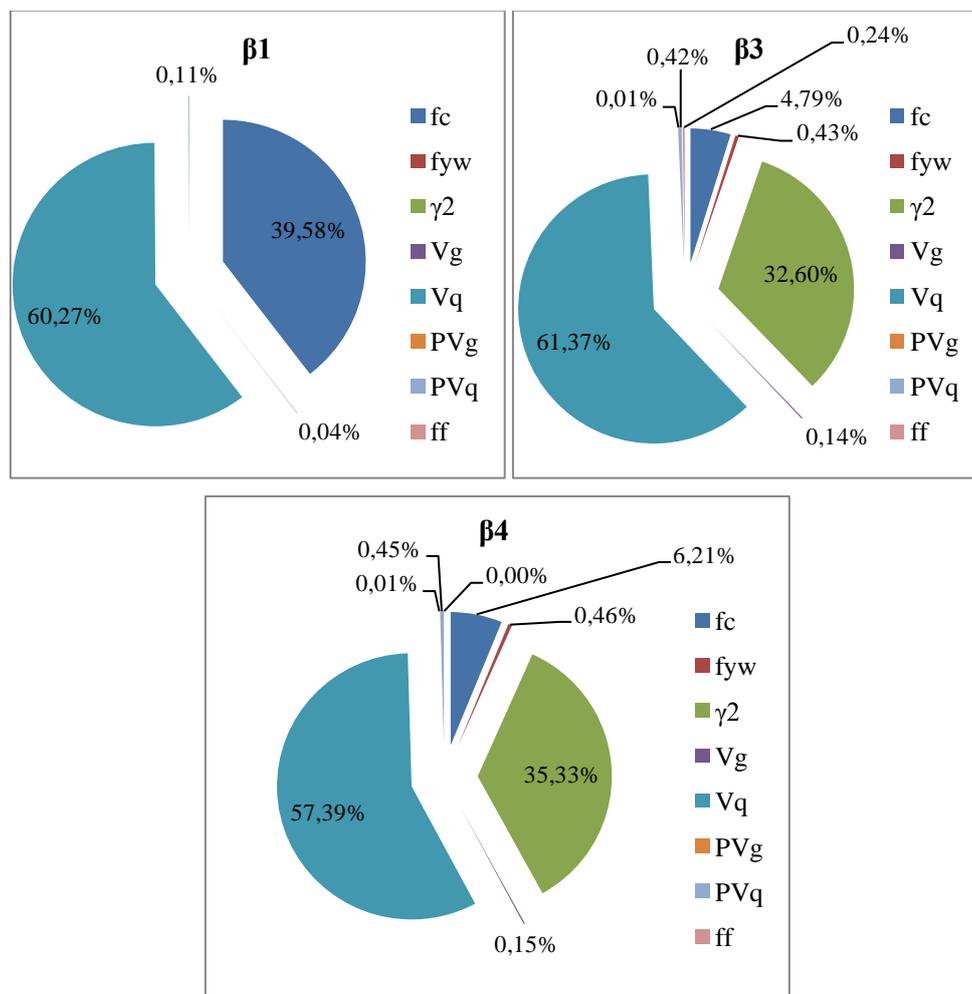


Figura 5.16 – Fatores de importância viga submetida à força cortante com reforço.

5.4.2.3. Exemplo de Viga Submetida à Flexão

a) Dimensionamento da Armadura de Flexão da Seção S₂ da Viga V₂ pela NBR 6118–2003

Os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço são obtidos minorando-se os valores característicos com os coeficientes, da NBR 6118-2003, sendo $\gamma_c = 1,4$ para a resistência do concreto e $\gamma_s = 1,15$ para a resistência do aço. Para a resistência do compósito de fibras de carbono adota-se $\gamma_f = 1,3$ (Sánchez, 2001). Os valores de cálculo das cargas da viga V₂ obtidas com o uso da área de influência hachurada indicada na Figura 5.8 são afetados pelo coeficiente $\gamma_m = 1,4$.

Para o exemplo apresentado e usando as expressões da NBR 6118-2003 a armadura obtida é 1032,3 mm². O cálculo do momento solicitante é realizado no meio do vão com a carga concentrada localizada a 1 m do apoio.

b) Análise de Confiabilidade da Seção S₂ da viga V₂ Dimensionada no item a).

As variáveis usadas na análise de confiabilidade são mostradas na Tabela 5.19.

Tabela 5.19 – Variáveis aleatórias do exemplo com os parâmetros estatísticos.

Variável Aleatória	Descrição	Und	Valor Médio	Coef. Variação	Tipo de Distribuição
f_c	Resistência do concreto a compressão	MPa	26,6	0,17	Lognormal
f_{yw}	Resistência do aço a tração	MPa	560	30	Lognormal
q_L	Carga acidental sobre a laje para residência	kN/m ²	2,562	0,339	Gumbel
g_v	Carga permanente sobre a viga para residência	kN/m ²	1,5	0,03	Normal
V_g	Carga distribuída permanente	kN/m	14,357	0,03	Normal
V_q	Carga distribuída acidental na viga	kN/m	8,235	0,339	Gumbel
P_g	Carga concentrada permanente	kN	12	0,03	Normal
P_q	Carga concentrada acidental	kN	8	0,339	Gumbel
E_r	Módulo de elasticidade	GPa	238,017	–	Determinística

A análise de confiabilidade é feita por FORM no programa FERUM para a função de falha g_1 , obtendo como índice de confiabilidade $\beta_1 = 3,95$. Sendo esse valor muito alto em relação ao índice de confiabilidade alvo $\beta_{alvo} = 3,2$, a armadura de flexão da seção pode ser reduzida sem comprometer a segurança da seção.

c) Dimensionamento Baseado em Confiabilidade da Seção S_2 da viga V_2 Dimensionada no item a)

A análise de confiabilidade realizada no item anterior mostra que é possível reduzir a armadura de flexão da seção sem comprometer a segurança da mesma. Um dimensionamento da seção baseado em confiabilidade é realizado de modo que o índice de confiabilidade associado à seção se iguale ao índice de confiabilidade alvo β_{alvo} . Os resultados do processo iterativo são mostrados na Tabela 5.20.

Tabela 5.20 – Iteração de cálculo da armadura a flexão β_1 .

Método de análise	FORM	JCSS
Armadura (mm^2)	β_1	β_{alvo}
1032,3	3,950	3,2
1001,331	3,803	3,2
971,291	3,654	3,2
942,152	3,506	3,2
913,888	3,356	3,2
886,471	3,202	3,2

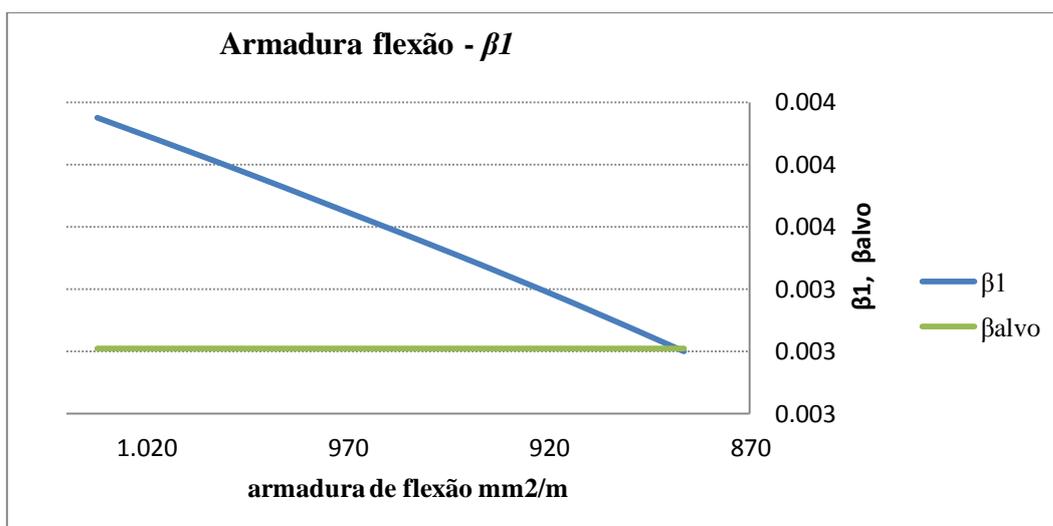


Figura 5.17 – Gráfico do processo iterativo do cálculo da armadura de flexão e valores de β_1 e β_{alvo} .

O valor da área da armadura necessária a partir do projeto baseado em confiabilidade é igual a $886,471\text{mm}^2$.

d) Mudança na Solicitação. Análise de Confiabilidade da Seção S_2 da Viga V_2 Dimensionada no item c)

Mantendo-se o valor da armadura de flexão calculada por análise de confiabilidade, ou seja, $A_s = 886,471\text{mm}^2$, uma análise de confiabilidade para avaliar a função de falha g_1 é feita para esta nova configuração obtendo como resultado um valor de $\beta_1 = 2,4759$ que é menor que o β_{alvo} .

e) Dimensionamento da Área da Taxa de CFC da Seção S_2 da Viga V_2 Submetida às Novas Cargas Acidentais

Dado que o valor do β_1 é menor do que o β_{alvo} , e que a estrutura já está construída não permitindo a modificação das armaduras, faz-se necessário o reforço da estrutura. A opção recai sobre o uso de CFC. Um dimensionamento baseado em confiabilidade da área da seção transversal do CFC é realizado. As fibras são colocadas somente na direção longitudinal ao eixo da viga.

O valor da área de reforço de CFC obtido é $A_f = 127,29\text{mm}^2$.

f) Análise de Confiabilidade da Seção S_2 da Viga V_2 Dimensionada no item e)

Para a área de CFC calculada no item e) o valor do índice de confiabilidade é 3,26 e probabilidade de falha de $5,38 \times 10^{-4}$, ficando próxima do valor do índice de confiabilidade recomendado pelo JCSS, portanto, não é necessário realizar o dimensionamento por confiabilidade.

g) Análise de Sensibilidade

Foram obtidos os fatores de importância para a viga submetida à flexão sem e com reforço para cada função de falha. Os resultados são apresentados na Tabela 5.21 e Figura 5.18.

Na flexão as variáveis que mais contribuíram para a falha foram a carga acidental e a resistência à tração do aço.

Tabela 5.21 – Fatores de importância viga submetida à flexão sem e com reforço.

Variável	Sem reforço	Com reforço CFC
	β_1	β_2
	I_1	I_2
f_c	0,03	0,02
f_{yw}	6,24	2,41
V_g	0,32	0,16
V_q	93,41	97,35
P_{Vg}	0,00	0,00
P_{Vq}	0,00	0,06

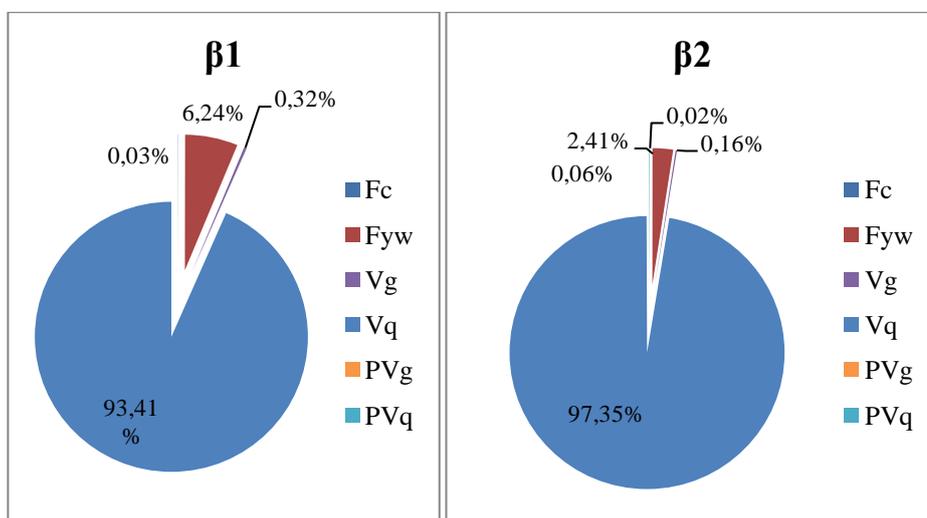


Figura 5.18 – Fatores de importância viga submetida à flexão sem e com reforço.