

4

Determinação Experimental das Propriedades Estatísticas das Fibras de Carbono

As propriedades dos compósitos de fibras de carbono mais importantes a determinar no caso do reforço à flexão e à força cortante são a resistência última à tração e o módulo de elasticidade. Os ensaios para determinar essas características foram realizados no laboratório de Estruturas e Materiais do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. Foram utilizados extensômetros a fim de medir as deformações nos corpos-de-prova usadas no cálculo do módulo de elasticidade. Posteriormente, os resultados foram analisados para determinar o tipo de distribuição de probabilidade que melhor representa o comportamento da resistência do CFC que vai ser considerada como uma variável aleatória na análise de confiabilidade.

A seguir são apresentados os objetivos do trabalho experimental, uma descrição dos ensaios e dos testes estatísticos de aderência.

4.1.

Objetivos dos Ensaios

Determinar a resistência última à tração do CFC, a ser usada como variável aleatória na análise de confiabilidade, para posteriormente definir o tipo de distribuição de probabilidade que melhor represente o comportamento dessa variável a partir dos testes estatísticos de aderência Chi-quadrado e Kolmogorov-Smirnov.

Calcular o módulo de elasticidade dos corpos-de-prova de CFC ensaiados, utilizando o valor médio dos resultados como dado na análise de confiabilidade.

4.2. Sistema de Reforço Estrutural

As fibras de carbono utilizadas são do tipo Tec-Fiber da RheoSet tecidas em uma direção (Figura 4.1). Na colagem foram utilizadas resinas epoxídicas desenvolvidas especialmente para a fixação e a transferência de solicitações entre o concreto e as fibras de carbono. Para a realização do ensaio à tração foram coladas chapas de alumínio nas extremidades dos corpos de prova.

As propriedades fornecidas pelo fabricante são as seguintes

Tecido de Fibras de Carbono TecFiber

- Resistência à tração: 3550 MPa
- Peso específico: 235 GPa (em casos especiais $E = 450$ GPa)
- Deformação específica de ruptura: 1,55%
- Largura da faixa: 500 mm
- Espessura de projeto: 0,165 mm
- Peso do material (folha): 300 g/m²



Figura 4.1 – Tecido de fibras de carbono no sentido longitudinal (Meneghel, 2005).

Resina Epoxídica Tec-Putty

Foi aplicada a resina epoxídica Tec-Putty da RheoSet (Figura 4.2), responsável pela aderência do reforço com tecido de fibras de carbono e o

substrato de concreto, transferindo as tensões do reforço para esse. Essa resina é uma componente básica desse sistema de reforço.

Algumas das suas propriedades, numa quantidade de 100 gramas da mistura dos componentes A + B, temperatura de 22° C, são a seguir discriminadas:

- Componente A: azul.
- Componente B: levemente amarelado.
- Mistura A+B: azul transparente.
- Proporção dos componentes: 72% de componente A e 28 % de componente B (em peso).
- Peso específico: 1,055 g / cm³.
- Sólido por volume: mínimo de 98 %.
- Tempo de vida útil da mistura: mínimo de 40 min.
- Secagem ao toque: 4 horas máximo.
- Secagem ao manuseio: 6 horas máximo.
- Cura total: 7 dias.
- Aderência: 1,5 MPa.
- Alongamento por ruptura = 0,300 mm/ mm.
- Resistência à tração: 55 ± 3,0 MPa após 24 horas.
- Resistência à compressão: mínima de 60 MPa .
- Tempo de aplicação: a 10° C máximo de 2 horas, a 20° C máximo de 1 hora e a 35° C máximo de 20 minutos.



Figura 4.2 – Resina epóxi: (a) componentes A e B; (b) preparação da resina para a aplicação. (Meneghel, 2005).

4.3.

Descrição do Ensaio de Resistência à Tração das Fibras de Carbono

A norma ASTM D3039/3039M-07 *Standard Test Method for Tensile Properties of Matrix Composite Material* (2007) apresenta as recomendações para a realização dos ensaios à tração que têm como objetivo a determinação das propriedades dos compósitos de fibras de carbono. Essa norma foi utilizada para a determinação do módulo de elasticidade e da resistência à tração do compósito utilizado no reforço.

O método utilizado no teste determina as propriedades no plano de tração de materiais compósitos de matriz polimérica reforçados por fibras. As configurações do compósito incluem fibras contínuas ou descontínuas nas quais o tecido é unidirecional e simétrico em relação à direção do teste.

A Tabela 4.1 apresenta os dados relacionados à geometria dos corpos-de-prova.

Tabela 4.1 – Recomendações para a geometria dos corpos-de-prova segundo ASTM D3039/3039M.

Orientação das fibras	Largura (mm)	Compr. (mm)	Espessura (mm)	Compr. da aba (mm)	Espessura da aba (mm)	Ângulo da aba (°)
0° unidir	15	250	1	56	1,5	7 ou 90
90° unidir.	25	175	2	25	1,5	90
Fios descon.	25	250	2,5	–	–	–

Neste trabalho foram confeccionados 40 corpos de prova, cada um deles com 250 mm de comprimento e 15 mm de largura.

Nos extremos de cada corpo de prova, para permitir a sua fixação à máquina de ensaios, foram coladas chapas de alumínio com 50 mm de comprimento por 25 mm de largura.

A Figura 4.3 mostra as dimensões dos corpos-de-prova com as chapas coladas. As unidades estão em milímetros.

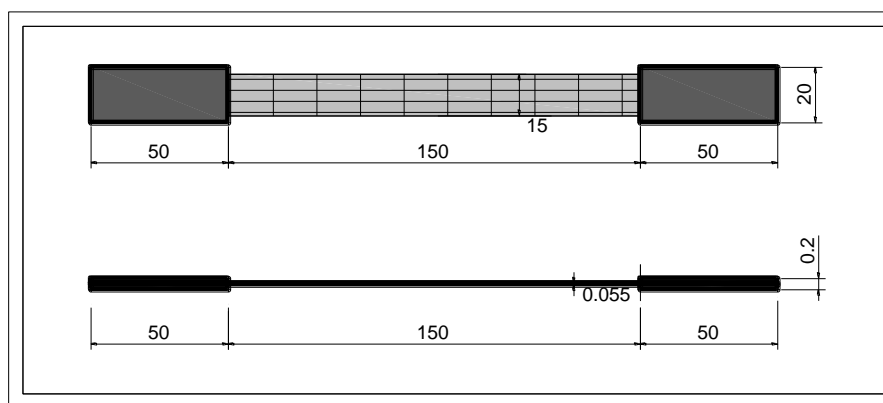


Figura 4.3– Dimensões dos corpos-de-prova segundo a norma ASTM D3039/3039M.

Na Figura 4.4 são apresentados os corpos de prova elaborados.



Figura 4.4 – Confeção dos corpos-de-prova.

O equipamento da EMIC do laboratorio LEM-DEC, com capacidade de carga de 300 kN, foi utilizado nos ensaios para determinação da resistência à tração dos compósitos, de acordo com a Figura 4.5.

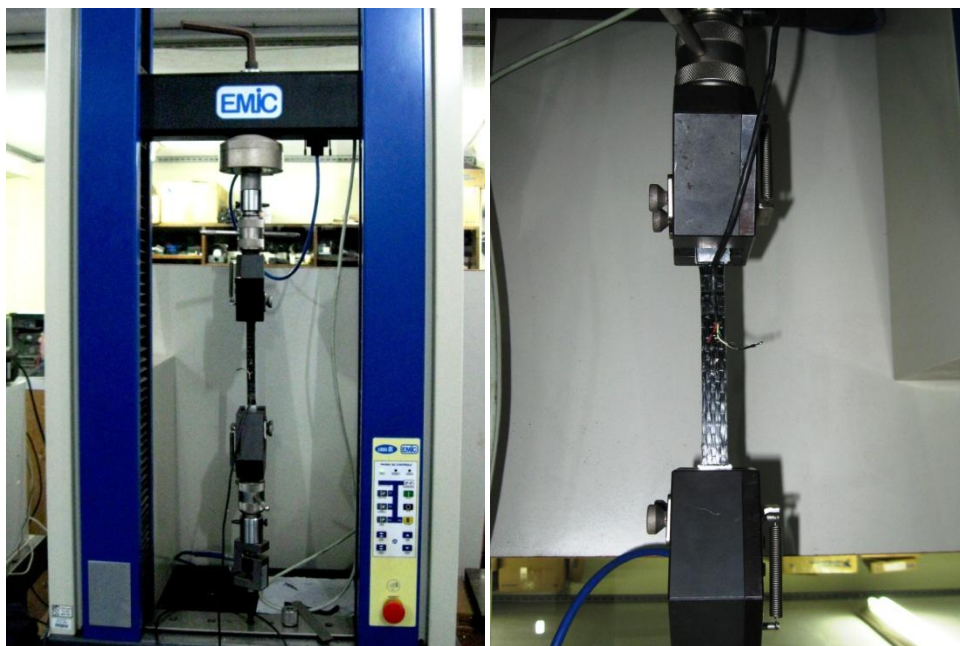


Figura 4.5 – Máquina de ensaios EMIC.

Nos corpos-de-prova foram colados extensômetros elétricos de resistência para medir os valores das deformações nas fibras como mostra a Figura 4.6.

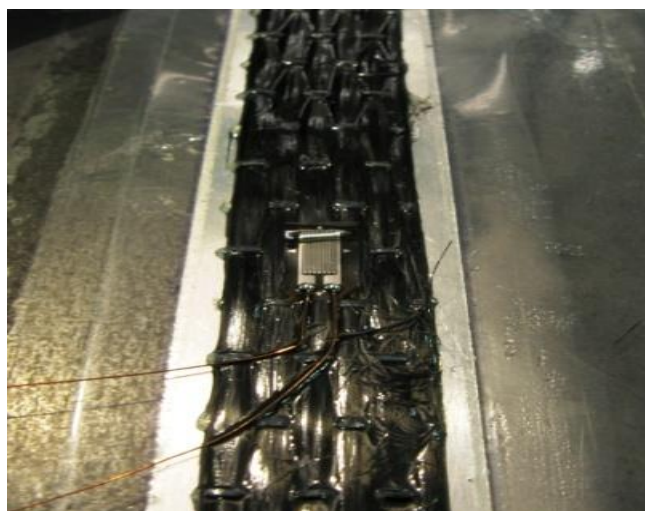


Figura 4.6 – Extensômetro colado no corpo-de-prova.

A Figura 4.7 apresenta os corpos-de-prova de CFC ensaiados e seus diferentes modos de falha.



Figura 4.7 – Corpos-de-prova ensaiados.

Os corpos-de-prova de CFC podem falhar por diferentes modos, como descolamento das placas, ruptura de forma lenta ou explosiva como mostra a Figura 4.8.

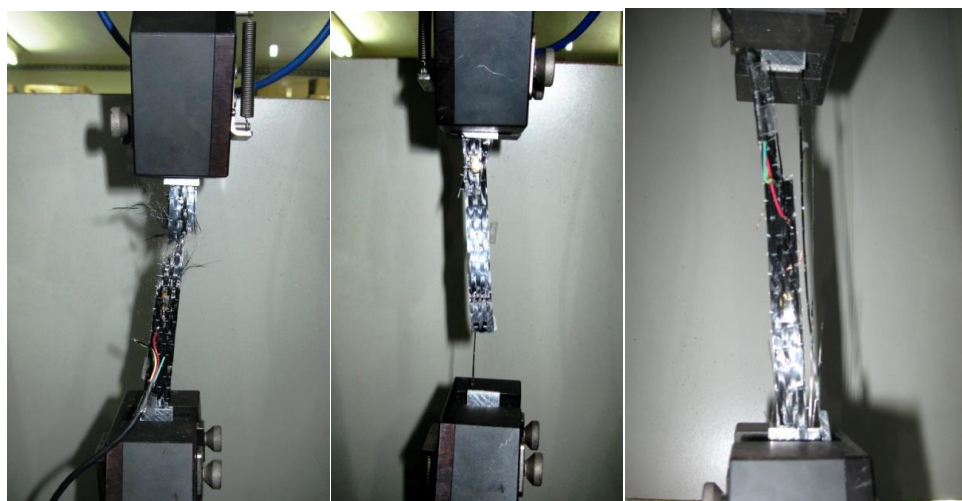


Figura 4.8 – Modos de falha dos corpos-de-prova.

Os resultados dos ensaios estão apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios.

Corpo - de- prova	Espessura mm	Força máxima kN	Deformação %	Resistência à tração MPa	Módulo de elasticidade GPa
1	15	7,124	1,1601	2878,361	248,113
2	15	7,442	1,4419	3006,714	208,526
3	15	7,583	1,2254	3063,673	250,018
4	15	8,005	1,3381	3234,423	241,710
5	15	7,549	1,3381	3050,152	227,940
6	15	8,256	1,4646	3335,647	227,759
7	15	9,477	1,4971	3829,114	255,774
10	15	7,488	1,2047	3025,606	251,161
13	15	7,827	1,3621	3162,431	232,170
14	15	9,042	1,4610	3653,138	250,044
15	15	7,356	1,4288	2971,937	208,002
16	15	8,505	1,1855	3436,312	289,867
17	15	7,925	1,4374	3201,825	222,750
18	15	8,169	1,4511	3300,518	227,449
20	15	7,399	0,9709	2989,439	307,894
22	15	7,197	1,1843	2907,977	245,544
23	15	7,331	1,3273	2961,824	223,148
24	15	9,297	1,3273	3756,498	283,020
26	15	8,386	1,1873	3388,263	285,378
27	15	7,756	1,2755	3133,762	245,691
28	15	7,270	1,2875	2937,427	228,157
29	15	8,093	1,5104	3269,788	216,491
30	15	8,398	1,3287	3393,312	255,390
32	15	8,130	1,4291	3285,001	229,871
34	15	7,577	1,3268	3061,444	230,732
35	15	8,493	1,4283	3431,684	240,264
36	15	8,539	1,7808	3449,901	193,728
37	15	7,053	1,5681	2849,775	181,735
38	15	7,887	1,5991	3186,684	199,276
39	15	8,158	1,4991	3296,064	219,864
Media total			1,3675	3214,956	238,018
Desvio padrão			0,1592	249,486	27,856

4.4.

Determinação do Tipo de Distribuição e Parâmetros Estatísticos das Variáveis

Testes Estatísticos de Aderência

A escolha do tipo de distribuição de probabilidade para determinada variável pode ser realizada de diferentes maneiras, por exemplo, levando em conta estudos prévios que já utilizaram as mesmas variáveis, por comparação visual, ou utilizando testes estatísticos de aderência para verificar se a distribuição teórica se ajusta ou não ao fenômeno investigado. Através de funções empíricas e certas tolerâncias definidas pelo usuário, esses testes comparam a distribuição teórica com a aproximada para cada intervalo do diagrama de frequências relativas e no final avaliam, de acordo com o nível de significância pré-estabelecido, se a distribuição teórica pode representar o fenômeno. Os dois testes mais comumente usados são o teste Chi-quadrado χ^2 e o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S). O teste de Chi-quadrado é baseado no erro entre a função densidade de probabilidade (PDF) observada e a assumida, e o teste de (K-S) é baseado no erro entre a função densidade cumulativa (CDF) observada e a assumida.

Neste trabalho são efetuados esses testes para determinar que distribuição é capaz de representar melhor o comportamento dos resultados da resistência à tração do CFC obtidos nos ensaios de laboratório.

A seguir se apresenta uma descrição dos testes de aderência e os resultados da aplicação desses no ajuste de distribuição da resistência do CFC. Os tipos de distribuição analisados foram a distribuição Normal, Lognormal e Weibull, aplicando os testes de Kolmogorov-Smirnov e Chi-quadrado.

4.4.1.

Teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

O teste do K-S compara as frequências acumuladas observadas $S_n(x_i)$ com as correspondentes $F(x_i)$, função de densidade acumulada $F(x)$ adotada para a distribuição da variável aleatória x em $x = x_i$. Para se calcular $S_n(x_i)$ os valores

observados da amostra devem ser colocados em ordem crescente e a expressão dada a seguir deve ser aplicada:

$$S_n(x_i) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ \frac{m}{n}, & x_m \leq x \leq x_{m+1} \\ 1, & x \geq x_n \end{cases} \quad (4.1)$$

Numa segunda etapa a diferença máxima D_n entre as duas funções de densidade acumulada, a teórica, $F(x_i)$, e a observada, $S_n(x_i)$, é calculada por:

$$D_n = \max |F(x_i) - S_n(x_i)| \quad (4.2)$$

O conceito básico do teste $K-S$ é que D_n é também uma variável aleatória, e a função de densidade acumulada de D_n pode ser relacionada ao nível de significância α por:

$$P(D_n \leq D_n^\alpha) = 1 - \alpha \quad (4.3)$$

Os valores de D_n^α para vários níveis de significância α podem ser obtidos no apêndice 4 do livro de Haldar e Mahadevan,(2000).

O resultado do teste de aderência $K-S$ depende do tamanho da amostra n . Se a diferença máxima D_n for menor ou igual ao valor da tabela do apêndice 4, D_n^α , a distribuição adotada é aceitável. Para o nível de significância α .

$$D_n \leq D_n^\alpha \quad (4.4)$$

Na Figura 4.9 se apresenta o conceito do teste de Kolmogorov-Smirnov, onde é realizada uma comparação entre a função densidade cumulativa teórica CDF assumida $F_x(x_i)$ da observação i da mostra ordenada, e S_n e a correspondente CDF criada passo a passo da mostra ordenada com a equação 4.2.

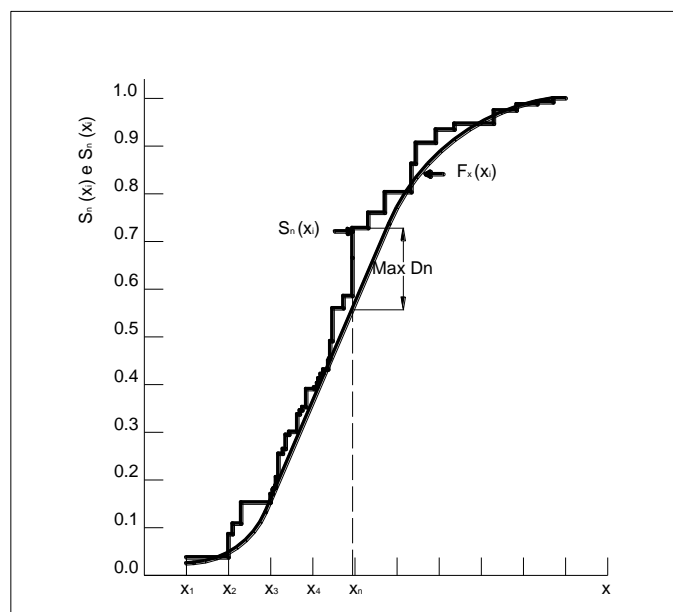


Figura 4.9 – Teste Kolmogorov-Smirnov $F_x(x_i)$ vs S_n .

A vantagem do teste *K-S* sobre o teste Chi-quadrado é que no teste *K-S* não é necessário dividir o intervalo, evitando o erro de julgamento associado ao número ou tamanho do intervalo.

Aplicação do Teste Kolmogorov-Smirnov (K-S)

As distribuições Normal, Lognormal e Weibull foram comparadas a fim de obter o melhor ajuste com os dados da mostra.

Na Figura 4.10 são apresentadas as funções densidade acumulada teórica das três distribuições estudadas e a observada a partir dos dados de laboratório, onde:

$S_{ff}(ff_x)$ e a CDF criada passo a passo segundo a equação (4.1)

$F_n(ff_x)$ e a CDF da distribuição Normal assumida no teste.

$F_{ln}(ff_x)$ e a CDF da distribuição Lognormal assumida no teste.

$F_w(ff_x)$ e a CDF da distribuição Weibull assumida no teste.

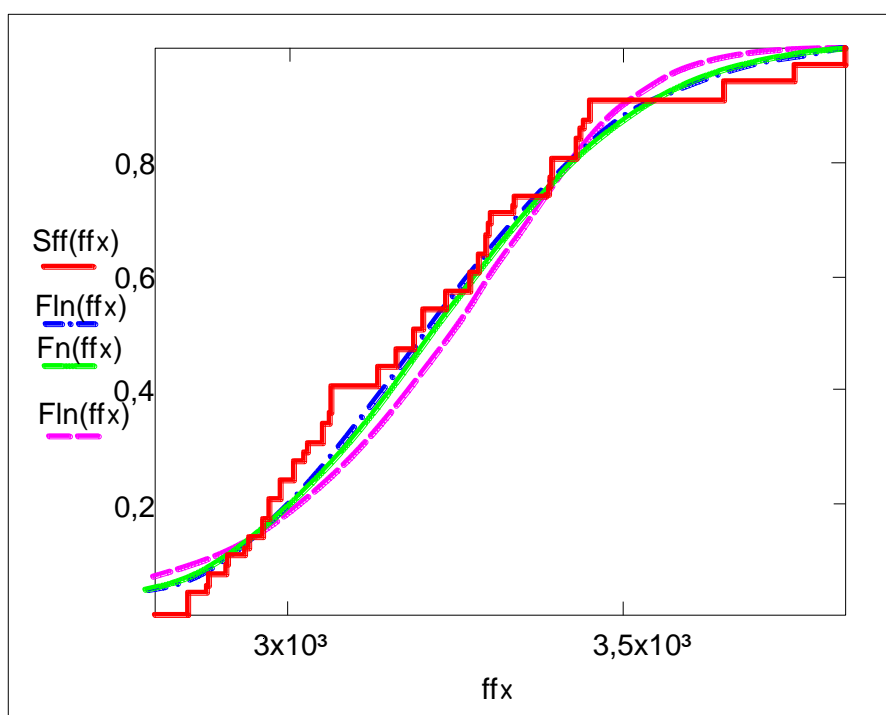


Figura 4.10 – Função densidade acumulada teórica e observada da resistência última à tração do CFC.

O valor de D_n^a para $n=30$ e $\alpha=0,05$ é 0,242 (Haddar). Na Tabela 4.3 são apresentados os resultados da análise comparativa entre as três distribuições nomeadas. O termo razão faz referência ao valor de $\frac{D_n}{D_n^a}$, o tipo de distribuição de probabilidade que tiver a menor razão terá um melhor ajuste à curva dos dados

experimentais, portanto, poderá representar mais exatamente o comportamento da variável estudada.

Tabela 4.3 – Resultados teste Kolmogorov-Smirnov.

Tipo de Distribuição	Normal	Lognormal	Weibull
Razão	0,158	0,129	0,228

A Tabela 4.3 mostra que a distribuição que melhor representa o comportamento da resistência do CFC é a distribuição Lognormal por ter o menor valor da razão.

4.4.2. Teste do Chi-quadrado

No teste do Chi-quadrado (χ^2) o intervalo dos n dados observados é dividido em m intervalos i , $i = 1, \dots, m$, e o número de vezes n_i que a variável aleatória é observada em cada intervalo i é contado (frequências n_i no intervalo i). As frequências teóricas nos m intervalos i também são calculadas com o uso da função de densidade acumulada $F(x)$, adotada para a distribuição da variável aleatória x :

$$e_i = \{F(x_i) - F(x_{i-1})\} n \quad (4.5)$$

Calcula-se então o erro relativo por:

$$\sum_{i=1}^m \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad (4.6)$$

O conceito básico do teste do χ^2 é que é possível mostrar (Hoel, 1962) que o erro dado acima se aproxima de uma distribuição χ^2 com $f = m - 1 - k$ graus de liberdade quando n tende para o infinito. Na expressão de f (parâmetro da distribuição χ^2), m é o número de intervalos e k o número de parâmetros da distribuição adotada.

Um nível de significância α é escolhido. Os níveis de significância entre 1% e 10% são comuns. Um nível de significância de 5% indica que para 5 de um total de 100 amostras diferentes a distribuição adotada não é aceitável.

Se $c_{1-\alpha, f}$ é denominado o valor da função de densidade acumulada da distribuição χ^2 com f graus de liberdade calculado em $1 - \alpha$, se a expressão dada

a seguir é satisfeita, então a distribuição adotada é aceitável para um nível de significância α .

$$\sum_{i=1}^m \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} < c_{1-\alpha, f} \quad (4.7)$$

Os valores da distribuição χ^2 com f graus de liberdade são dados no apêndice 3 do livro de Haldar e Mahadevan, (2000).

O resultado do teste de aderência do χ^2 depende do número de intervalos m usado e do nível de significância α selecionado. É desejável que tanto m quanto os valores de e_i sejam maiores do que 5 para que o resultado do teste seja satisfatório.

Na Figura 4.11 são apresentadas as frequências teórica e observada para uma distribuição normal no teste Chi-quadrado. Aqui é possível verificar a diferença das frequências da amostra dos ensaios de laboratório e das distribuições teóricas do teste.

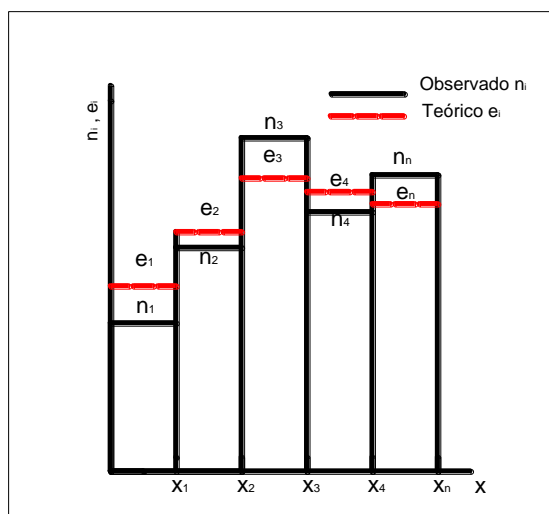


Figura 4.11 – Frequências teóricas e observadas teste Chi-quadrado.

Aplicação do teste Chi-quadrado

Foi testada a compatibilidade dos dados da resistência obtida dos ensaios com as PDF Normal, Lognormal e Weibull.

Na Figura 4.12 é apresentado o histograma de frequências teóricas das distribuições assumidas Normal, Lognormal e Weibull e as frequências dos dados obtidos nos ensaios de laboratório.

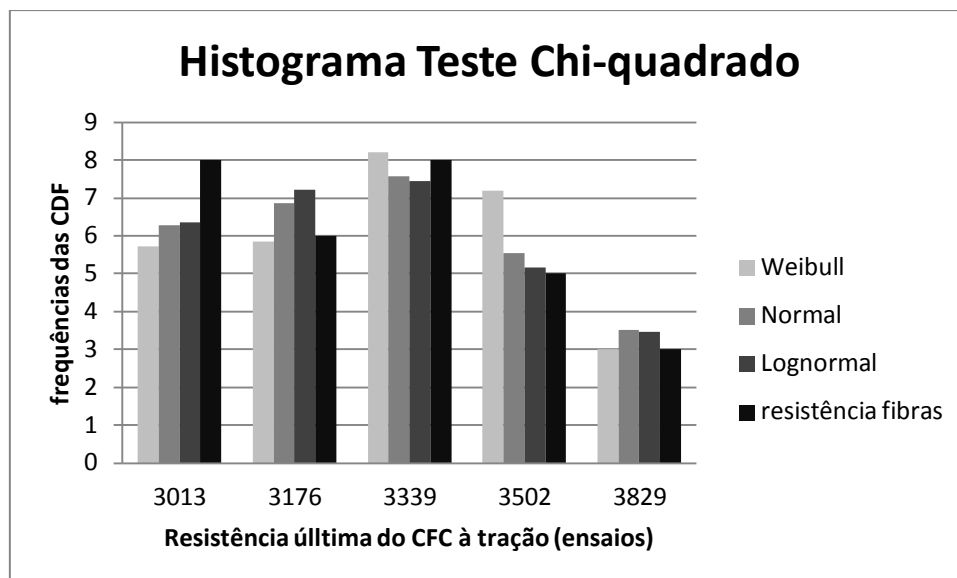


Figura 4.12 – Histograma teste Chi-quadrado.

Na Figura 4.13 são mostradas as funções de densidade de probabilidade PDF das distribuições Normal, Lognormal e Weibull a partir das propriedades estatísticas da resistência última à tração do CFC.

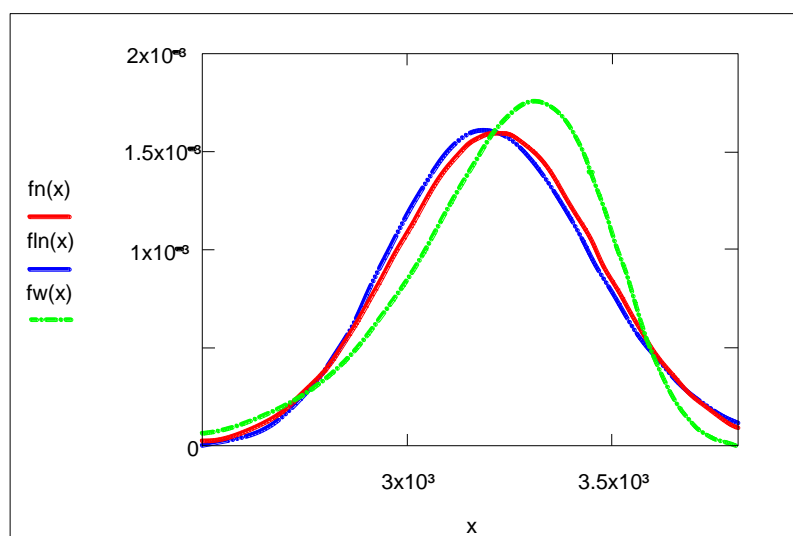


Figura 4.13 - Funções de distribuição Normal, Lognormal e Weibull.

Na Tabela 4.4 encontram-se os resultados do teste de aderência Chi-Quadrado para a resistência última à tração do CFC. A partir dos resultados apresentados é possível identificar que a distribuição com maior ajuste é a Lognormal.

Tabela 4.4 – Resultados teste Chi-Quadrado para a resistência à tração do CFC.

Resistência à tração do CFC	Frequência observada	Frequência calculada e_i			$(n_i - e_i)^2 / e_i$		
		Normal	Lognormal	Weibull	Normal	Lognormal	Weibull
≤ 3013	8	6,274	6,368	5,713	0,475	0,418	0,915
$>3013-3176.2$	6	6,876	7,226	5,858	0,112	0,208	0,004
$>3176.2-3339.4$	8	7,584	7,454	8,219	0,023	0,04	0,006
$>3339.4-3502.67$	5	5,535	5,168	7,189	0,051	0,006	0,666
>3829.11	3	3,525	3,458	3,018	0,078	0,06	0
total	30	30	30	30	0,739	0,732	1,591

Cálculo da correlação entre variáveis

A covariância entre as variáveis é detalhada no item 3.3.2. No caso estudado é necessário o cálculo da correlação entre a resistência a tração do CFC e seu módulo de elasticidade, mediante a equação.

$$Cov = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[(E_{f_i} - \mu_E) (F_{f_i} - \mu_F) \right] \quad (4.8)$$

onde

E_{f_i} = valor do módulo de elasticidade do corpo de prova i

F_{f_i} = valor da resistência a tração do corpo de prova i

μ_E = valor médio do módulo de elasticidade dos corpos-de-prova

μ_F = valor médio da resistência a tração dos corpos-de-prova

n = corresponde ao número de ensaios feitos às fibras de carbono, 30 neste caso.

O coeficiente de correlação que é definido por

$$\rho_{E,F} = \frac{Cov(E_f, F_f)}{\sigma_E \sigma_F} \quad (4.9)$$

onde $\sigma_E = 27,856$ e $\sigma_F = 249,486$ são, respectivamente, os desvios padrões das variáveis E_f e F_f

Finalmente, o valor do coeficiente de correlação entre o módulo de elasticidade e a resistência do CFC é $\rho_{EF} = 0,972$.

4.5. Resultados

Dado que a distribuição Lognormal apresentou os melhores resultados nos testes de aderência Chi-quadrado e Kolmogorov-Smirnov, adota-se esse tipo de distribuição para representar a resistência do CFC na análise de confiabilidade. O módulo de elasticidade é tratado como uma variável determinística considerando o valor médio dos ensaios realizados a fim de manter a relação linear entre a resistência do CFC e sua deformação.