3
Revisão de Literatura e Conceituação da Medida Ômega

3.1.
Avaliação de Carteiras

O sucesso na decisão de investimento está em obter o máximo de retorno com um mínimo de investimento em determinado ativo. Entretanto, na realização de qualquer investimento, além da preocupação com o retorno há também a preocupação com o risco a ele relacionado, pois, é a combinação dessas duas variáveis que exercem efeito sobre o valor do ativo.

O retorno de um investimento é o possível resultado de uma aplicação financeira em um determinado período de tempo, isto é, o total de ganhos ou perdas advindos do investimento.

Risco pode ser considerado como a possibilidade de o retorno real de um investimento ser diferente do retorno esperado (Van Horne, 2002). Essa dispersão retornos efetivos em função do retorno esperado pode ser medida pela variância ou o desvio-padrão da distribuição, onde quanto maior o desvio dos retornos efetivos em relação aos retornos esperados, maior é a variância/desvio-padrão e quanto maior a variância/desvio-padrão, maior o risco.

Por ser aconselhável fazer investimentos em vários tipos de ativos, esses investimentos passaram a ser vistos no contexto de uma carteira. Com isto, o risco total de um ativo não é importante, mas sim a sua contribuição ao risco total da carteira. A partir dessa constatação, a administração tradicional de carteira, que enfatiza que o risco de uma carteira pode ser minimizado pela diversificação, com a inclusão aleatória de uma ampla variedade de títulos, foi alterada pela noção de que é possível reduzir o risco total diversificável da carteira pela sua formação com título de baixa correlação ou de correlação negativa. Constitui-se assim, a teoria moderna de carteiras, cujos princípios são atribuídos, em grande parte, a Harry Markowitz.

Em 1952 ele destacou a prática generalizada da diversificação das carteiras e demonstrou como um investidor pode reduzir o desvio-padrão dos retornos da carteira pela combinação de ações cujas variabilidades não sejam exatamente iguais. Desenvolveu um procedimento computacional para determinar o conjunto de carteiras eficientes e também os conceitos básicos da teoria de carteiras. As idéias de Markowitz fizeram com que a abordagem tradicional de carteira fosse substituída pela moderna teoria da carteira "onde a fronteira eficiente pode, teoricamente, ser usada para encontrar o mais alto nível de satisfação que o investidor pode atingir, dado o conjunto disponível de carteiras." (Gitman, 2004).

Em 1964, William Sharpe, dando continuidade aos estudos de Markowitz, criou o modelo de determinação de preços de ativos de capital, demonstrando que a relação risco/retorno entre os títulos é linear e representada por um índice médio do mercado. Com isto, os retornos de todos os títulos estão correlacionados ao retorno médio do mercado. Por este modelo, não é necessário calcular as covariâncias entre todos os títulos. Nele, verifica-se o grau de sensibilidade entre a oscilação do retorno de um título e a oscilação do retorno de mercado, medida pelo seu coeficiente beta (β), coeficiente angular entre o retorno do ativo e o retorno do mercado.

Esse é o *Capital Asset Princing Model* (CAPM) que representa um modelo de precificação de ativos e carteiras. Ele introduz a idéia de linha segura do mercado, que é a representação de uma carteira ou índice que não apresenta risco diversificável e a relação de expectativa de retorno em relação ao risco assumido, essa relação é representada pelo β que é o coeficiente angular entre os retornos do ativo com risco e o retorno dos ativos livre de risco. Sua equação é representada pela seguinte forma:

$$E(Ri) = Rf + \beta(E(Rm) - Rf) \tag{3}$$

Sendo:

E(Ri) é o retorno esperado do ativo

Rf é a taxa livre de risco

E(Rm) é o retorno esperado do mercado

β é a sensibilidade da expectativa de ganhos do ativo em relação ao mercado.

William Sharpe também desenvolveu um indicador de desempenho de investimentos denominado de Índice Sharpe (IS), que também retrata a relação entre risco e retorno. O Índice Sharpe em essência "reflete a relação direta entre o retorno (prêmio pelo risco) e o risco de um investimento" (Assaf Neto, 2009), indicando assim, a eficiência ou não dos investimentos. Pode ser obtido pela seguinte expressão de cálculo:

$$Índice\ Sharpe\ (IS) = \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_{R_M}} \tag{4}$$

Sendo:

$E(R_M)$ = valor esperado do retorno de uma carteira constituída por ativos com risco;

σ_{R_M} = medida de risco, representada pelo desvio-padrão dos retornos da carteira;

RF = taxa de juros de ativos livre de risco.

A análise do Índice Sharpe pode ser realizada através da comparação com índices de vários investimentos, desde que mantidos os mesmos critérios de análise, tais como mesmo período, mesmo número de dados, etc. Ele indica qual a remuneração do investimento que está sendo pago ao investidor por unidade de risco assumido, por isso, quanto maior o índice, maior a eficiência do investimento.

Outros estudos que relacionam risco e retorno foram posteriormente desenvolvidos, como o *Arbitrage Pricing Theory* (APT). "O APT assim como o CAPM é um modelo de equilíbrio no que diz respeito a como os preços de um título são determinados" (Van Horne, 2002). Ross (2007) se baseia em múltiplos fatores para estabelecer a relação entre risco e retorno, com o objetivo de estabelecer o preço de equilíbrio de um ativo. Portanto, "a maior diferença, na prática, entre o CAPM e o APT é que o CAPM usa um risco variável, que é a carteira de mercado enquanto o APT usa diversas fontes de risco". (Pagnani e Olivieri, 2004).

3.2.
Valor em Risco (VaR)

A metodologia do Valor em Risco (VaR) foi desenvolvida e é utilizado para “a gestão, mensuração e controle dos diversos riscos de mercado” (Assaf Neto, 2009). “Formalmente, o VaR mede a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança.” (Jorion, 2003).

O VaR foi desenvolvido para o Banco J.P. Morgan no ano de 1996, e é bem aceito como uma medida de controle de perda máxima e para o gerenciamento de risco, sendo atualmente a principal metodologia utilizada por instituições financeiras.

Ele tenta resumir em um único número a perda máxima esperada dentro de certo prazo, com certo grau de confiança estatística e avalia a variável aleatória que representa o ganho ou a perda da firma.

O cálculo do VaR utiliza a distribuição de retornos escolhendo-se algum percentil extremo da distribuição sendo 1% ou 5% os valores mais utilizados. Caso o VaR seja de 95% seu valor calculado se refere ao pior resultado entre os 95% melhores ou o melhor entre os 5% piores. Seu cálculo pode ser representado pela equação 5.

$$\text{Prob } (z \leq \alpha) = \int_{z \leq \alpha} p(\omega) d\omega = \beta \qquad (5)$$

Onde α é o valor de VaR a um nível de confiança β e Ômega é o retorno dos ativos.

Apesar de sua grande utilização a metodologia do VaR recebe diversas críticas por parte de estudiosos especializados na área de risco. As principais críticas ao modelo são o fato dessa não levar em consideração as informações das perdas excedentes, que podem apresentar valores extremos, podendo ter uma relação inversa entre seu valor e possibilidade de valor da perda propriamente dita. Além disso, o VaR pode não ser uma medida de risco consistente, pois esse não apresenta subaditividade, não respeitando assim o axioma de que a diversificação do portfólio não pode resultar em um aumento do risco em relação aos ativos. (Acerby e Tasche, 2001).

3.3. Conditional Value at Risk (CVaR)

Também conhecido como Perda Média Esperada ou *Expected Shortfall* (ES), é uma resposta às críticas acerca do VaR no sentido de que esse apenas informa a fronteira, não calculando qual o risco real caso essa seja ultrapassada, sendo assim uma complementação da metodologia anterior.

O CVaR é a perda média ponderada dos valores que excedem o VaR, sendo portanto o retorno esperado da carteira composta pelos valores abaixo do percentil escolhido.

Sua principal vantagem é ser mais sensível a perdas muito acentuadas na cauda de distribuição, levando em consideração grandes prejuízos com baixa probabilidade de ocorrência, sendo assim uma medida mais conservadora que o VaR, além de resolver o problema da falta de subaditividade.

O CVaR pode ser descrito na equação 6.

$$CVaR = E(x \mid x \leq VaR) \qquad (6)$$

Exemplos da utilização de CVaR no gerenciamento de riscos de carteiras de contratos de energia elétrica podem ser vistos em Torres (2006) e Marzano (2004).

A Figura 4 ilustra bem as diferenças entre VaR e o CVaR enquanto o primeiro é o valor da linha, o segundo é o valor esperado de toda a área pintada.

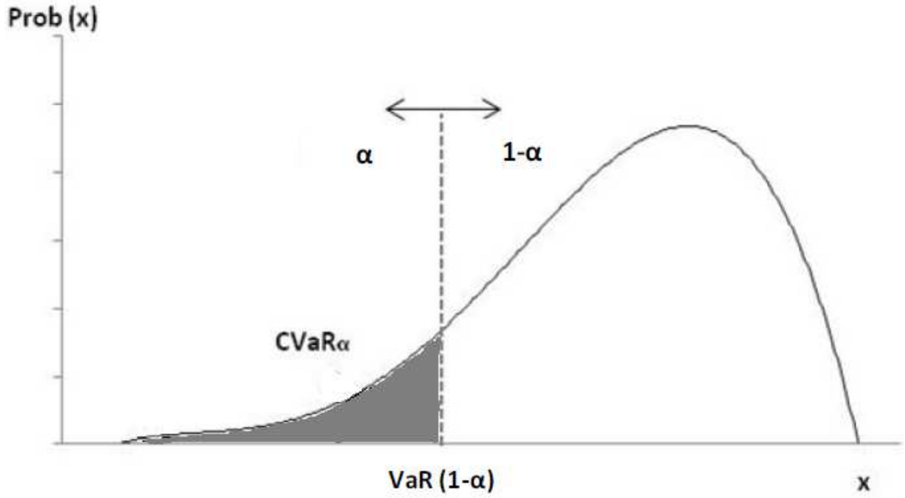

Figura 4 - Comparação entre VaR e cVaR

3.4. Medida Ômega

A Medida Ômega (Ω) é uma simples medida de desempenho, que é ao mesmo tempo natural do ponto de vista da probabilidade e estatística, e heuristicamente atraente em sua interpretação financeira, já que capta todas as informações em um momento superior da distribuição dos retornos (Keating e Shadwick, 2002).

A grande maioria dos demais indicadores utiliza apenas dois momentos individuais, a média e a variância e não consideram uma meta. Ômega mede o impacto total da distribuição, além de dispor do valor limite (L) ou meta, que é informado e utilizado como parâmetro inicial.

Usada para medir o desempenho de um ativo ou de uma carteira de ativos quando a distribuição não for normal, a medida Ômega foi desenvolvida por Keating e Shadwick (2002) tendo como maior diferencial o fato de conseguir incorporar todos os momentos da distribuição, além de ser facilmente computável.

O valor de L é definido exogenamente e pode ser definido como o retorno mínimo desejado, ou seja, é a fronteira entre lucros e prejuízos em situações em que dados financeiros estão envolvidos, sendo assim, interessante para a realidade de empresas e investidores, pois em muitos casos esses trabalham com um limite mínimo de ganho para realizar suas decisões de investimentos.

Podem ser destacados alguns trabalhos que utilizam a medida Ω em estudos acadêmicos. Na área de energia elétrica podemos destacar Simões (2009), Schouchana (2010) e Gomes *et al.* (2010), que a utilizaram para otimizar sua carteira de investimentos, Ick e Nowak (2006) otimizam uma carteira de investimentos no mercado acionário e Castro (2008) a utilizou para a escolha de investimento vinculando seu uso ao de opções reais no setor de petróleo e gás.

3.4.1. Cálculo da medida Ômega

O cálculo da medida Ω pode ser representado pala equação 7 num caso contínuo:

$$\Omega(L) = \frac{\int_{L}^{\infty}[1-F(x)]dx}{\int_{-\infty}^{L}F(x)dx} \tag{7}$$

Esse cálculo representa a razão entre a área composta por valores superiores ao valor de L divido pela área dos valores inferiores. A Figura 5 pode facilitar a interpretação da equação 7.

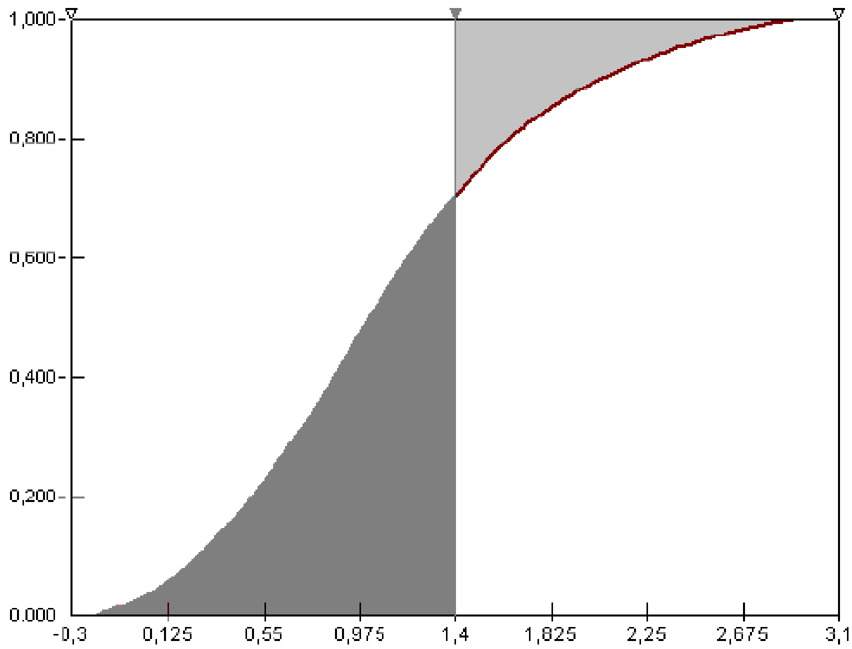

Figura 5 - Cálculo da Medida Ômega

O cálculo de Ω faz-se pela divisão da área pintada acima do valor de L, no caso 1,4, área mais clara, pela área pintada abaixo do valor de L, área mais escura.

No caso discreto, o cálculo é feito pelo somatório dos valores de (x-L) * p(x) quando x maior que L divido pelo somatório de (L-x) * p(x) quando menor que L, que está representado no equação 8.

$$\Omega(L) = \frac{\sum_{L}^{\infty}(x-L)*p(x)}{\sum_{\infty}^{L}(L-x)*p(x)} \tag{8}$$

Exemplos numéricos do caso discreto podem ser vistos em Gomes *et al.* (2010) em Schouchana (2010) e em Castro (2008). Para informações mais aprofundadas acerca de medida **Ω** são indicados os trabalhos de Keating e Schadwick (2002) e Cascon *et al.* (2003).

No caso de valores discretos, existe uma simplificação para o seu cálculo caso os retornos sejam equiprováveis. Nesse caso as probabilidades podem ser retiradas da fórmula de cálculo, podendo-se encontrar Ω fazendo a razão entre o somatório dos ganhos pelo somatório dos prejuízos. A prova dessa simplificação pode ser vista em Simões (2009) e a mesma é representada na equação 9.

$$\Omega(L) = \frac{\sum_{L}^{\infty}(x-L)}{\sum_{\infty}^{L}(L-x)} \tag{9}$$