



**Fábio Alex Pereira dos Santos**

**Fenomenologia de neutrinos e física além do  
modelo padrão**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do  
Departamento de Física da PUC-Rio como requisito parcial para  
obtenção do título de Doutor em Física

Orientador: Prof. Hiroshi Nunokawa

Rio de Janeiro  
abril de 2012



**Fábio Alex Pereira dos Santos**

**Fenomenologia de neutrinos e física além do  
modelo padrão**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Departamento de Física do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Física. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Hiroshi Nunokawa**

Orientador

Departamento de Física — PUC-Rio

**Prof. João Carlos Costa dos Anjos**

CBPF

**Prof. Ivone Freire da Mota e Albuquerque**

USP

**Prof. Edivaldo Moura Santos**

UFRJ

**Prof. Marcelo Moraes Guzzo**

UNICAMP-IFGW

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 09 de abril de 2012

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Fábio Alex Pereira dos Santos**

Graduou-se em licenciatura plena em física na Universidade Federal do Pará em 2004. Realizou Mestrado em Ciências Físicas com ênfase em Física das Partículas Elementares pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2008.

#### Ficha Catalográfica

Santos, Fábio Alex Pereira dos

Fenomenologia de neutrinos e física além do modelo padrão / Fábio Alex Pereira dos Santos; orientador: Hiroshi Nunokawa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Física, 2012.

v., 151 f.: il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Física.

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Tese. 2. Física Além do Modelo Padrão. 3. Oscilação de Neutrinos. I. Nunokawa, Hiroshi. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Física. III. Título.

CDD: 510

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Hiroshi Nunokawa, pelo apoio, incentivo e paciência durante a realização deste trabalho. Também muito importante para o desenvolvimento desta tese foi a colaboração com a Professora Renata Zukanovich Funchal e com Pedro Accioly Nogueira Machado, muito obrigado!

Gostaria de agradecer aos membros titulares da banca examinadora, Edivaldo Moura Santos, Ivone Albuquerque, João dos Anjos e Marcelo Guzzo, pelas críticas e sugestões que ajudaram a enriquecer o conteúdo desta tese.

Importante para o enriquecimento da minha formação como pesquisador foram as conversas e discussões com o Professor Hisakazu Minakata durante suas visitas ao departamento de física da PUC-Rio.

Durante estes quatro anos de doutorado, muitas pessoas passaram pela minha vida, porém poucas pessoas merecem ser lembradas nesta tese. Meus amigos e parceiros de viagem Alexander Quiroga e Thiago Mühlbeier, obrigado por nossas conversas sobre física e pelos momentos de descontração que tivemos aqui no Brasil e durante nossas viagens à Europa. Agradeço também ao meu amigo piauiense Jefferson Ferraz, pelas conversas e reclamações que provaram que sou uma pessoa extramamente paciente. Uma outra pessoa que merece ser lembrada nesta tese, é o amigo Fernando Henrique do Rego Monteiro, obrigado por nossas ótimas conversas sobre física. Um agradecimento especial ao grande amigo André Tavares, por nossas conversas e conselhos, que me ajudaram muito a tomar decisões. Um agradecimento especial ao amigo Luiz Felipe Souza Nogueira, pela parceria e por organizar os churrascos na casa da Gávea 06 proporcionando aos moradores bons momentos de descontração.

Gostaria de agradecer aos meus grandes amigos Márcio André e Marcos Andrey, por todo apoio e incentivo. Importante também o incentivo de meus amigos que deixei em Santarém Anderson Sampaio, Elcivan Amâncio e Rodolfo Almeida.

Gostaria de agradecer aos demais colegas do departamento de física, por compartilharem ótimas experiências. Em especial Alexandre Câmara, Dunieskys González, Fernando Fávero, Ignacio Hamad, Kelly Carvalho e Vanessa Luz.

Gostaria de agradecer também aos professores do departamento de física da PUC-Rio, em especial aos Professores Daniel Velasco, Enrique Victoriano Anda, Marcelo Huguenin, Sônia Louro, Waldemar Monteiro e Welles Morgado.

Agradeço também ao pessoal do departamento de física pelo apoio técnico, em especial Eliane, Giza, Julinho e Márcia.

Um agradecimento especial ao CNPq pelo suporte financeiro, que foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Um agradecimento final à minha mãe e meus irmãos, por todo amor, apoio e incentivo que me deram durante toda minha vida.

## Resumo

Santos, Fábio Alex Pereira dos; Nunokawa, Hiroshi.  
**Fenomenologia de neutrinos e física além do modelo padrão.** Rio de Janeiro, 2012. 151p. Tese de Doutorado — Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Com o avanço na medida dos parâmetros responsáveis por oscilação de neutrinos, podemos dizer que hoje a física de neutrinos está entrando na era da precisão, o que nos permite explorar cenários além de massas e misturas de três sabores de neutrinos, ou seja, podemos procurar uma nova física que cause algum efeito subdominante, que não pode ser explicado por oscilação usual. Podemos citar a anomalia de antineutrinos de reator e anomalia de Gálio, ambas serão explicadas posteriormente no capítulo 3. Propomos uma solução alternativa para estas duas anomalias, baseado em um cenário com grandes dimensões extras. Exploramos também a capacidade de um experimento com neutrinos ultramonocromáticos produzidos via efeito Mössbauer, de detectar ou vincular alguns cenários de nova física além do modelo padrão. Os cenários que consideramos nesta tese são: neutrinos esteréis, estes sendo a extensão mais simples do modelo de três sabores; o cenário com grandes dimensões espaciais extras; descoerência quântica como física não padrão; e por último e não menos importante o cenário com neutrinos de massa variável. Mostramos também o impacto, se assumimos a existência destes cenários, na determinação dos parâmetros de oscilação  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ .

## Palavras-chave

Física Além do Modelo Padrão. Oscilação de Neutrinos.

## Abstract

Santos, Fábio Alex Pereira dos; Nunokawa, Hiroshi.  
**Phenomenology of Neutrinos and Physics Beyond the Standard Model.** Rio de Janeiro, 2012. 151p.  
Doctoral Thesis — Department of Physics, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

With advances in the measurements of the neutrino oscillation parameters, we can assume that neutrino physics is going to a precision era, as a consequence we can explore new scenarios beyond the standard mass and mixing with three neutrino flavors, that is, we can look for a new physics that affects in a subleading way and that can not be explained by the standard oscillation framework. For instance, the reactor antineutrino and Gallium anomalies, both anomalies will be discussed in chapter 3. We propose an explanation for these anomalies based on a scenario with large extra dimension. We also explore the capability of an experiment with ultramonochromatic neutrinos based on Mössbauer effect detects or constrains some new physics scenarios beyond the standard model. In this thesis we consider: sterile neutrinos, large extra dimensions, non standard quantum decoherence and mass varying neutrinos. We also show the impact on the determination of the standard oscillation parameters  $\Delta m_{31}^2$  and  $\theta_{13}$  if we assume non standard physics scenarios.

## Keywords

Physics Beyond the Standard Model. Neutrino Oscillation.

## Sumário

1	Introdução	<b>16</b>
2	Revisão sobre neutrinos	<b>23</b>
2.1	Neutrinos no modelo padrão	23
2.2	Massa e mistura de neutrinos	31
2.3	Oscilação de neutrinos	36
2.4	Cenário atual	41
3	Anomalias em física de neutrinos	<b>43</b>
3.1	Introdução	43
3.2	O experimento LSND	44
3.3	O experimento MiniBooNE	45
3.4	Anomalia de antineutrinos de reator	46
3.5	Resultados dos experimentos GALLEX e SAGE	56
4	Neutrinos Mössbauer	<b>58</b>
4.1	Introdução ao efeito Mössbauer	58
4.2	O efeito Mössbauer para neutrinos	61
4.3	Viabilidade de um experimento com neutrinos Mössbauer	64
4.4	Oscilação de neutrinos Mössbauer	66
4.5	Potencial do experimento	68
5	Fenomenologia de neutrinos estéreis	<b>73</b>
5.1	Introdução	73
5.2	Neutrino estéril	74
5.3	Fenomenologia	75
5.4	Vínculos por neutrinos Mössbauer	78
6	Neutrinos em dimensões extras	<b>83</b>
6.1	Introdução	83
6.2	A teoria de Kaluza-Klein	84
6.3	Teoria moderna de dimensões extras	86
6.4	Modelo de Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali (ADD)	87
6.5	Neutrinos no modelo ADD	89
6.6	Vínculos por neutrinos de reator	96
6.7	Vínculos por neutrinos Mössbauer	99
7	Descoerência quântica como física não padrão	<b>105</b>
7.1	Introdução	105
7.2	Formalismo de matriz densidade	106
7.3	Oscilação de neutrinos no formalismo de matriz densidade	110

7.4	Descoerência quântica e neutrinos	114
7.5	Vínculos por neutrinos Mössbauer	120
8	Neutrinos de massa variável	<b>124</b>
8.1	Motivação	124
8.2	A proposta de Fardon, Nelson e Weiner	125
8.3	Descrição fenomenológica	126
8.4	Vínculos por neutrinos Mössbauer	130
9	Conclusão	<b>135</b>

## Lista de figuras

- 2.1 Termo de massa de Dirac. O X representa a ação do termo de massa. 34
- 2.2 Termo de massa de Majorana. O X representa a ação do termo de massa. 34
- 2.3 Relação entre os auto-estados de sabor do neutrino  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  e os auto-estados de massa  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$  em termos dos ângulos de mistura  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ . 37
- 2.4 Mudança de sabor do neutrino no vácuo. O diagrama mostra a criação de um neutrino junto com um lépton carregado por uma fonte. Depois de viajar uma distância  $L$ , ele interage com um alvo e produz um segundo lépton carregado. 38
- 3.1 Produção e transporte do feixe de neutrinos no MiniBooNE. 45
- 3.2 Esquerda: Limites em 90% de nível de confiança sobre os parâmetros da oscilação  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  obtidos dos dados do MiniBooNE usando o método "raster scan" unidimensional. A linha sólida preta mostra o limite, enquanto que a linha preta tracejada mostra a sensibilidade projetada. A linha azul sólida representa o limite obtido da análise BDT (Boosted Decision Tree) do mesmo conjunto de dados. Direita: Limites sobre oscilações  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  de MiniBooNE, KARMEN e Bugey. 46
- 3.3 Coleção de dados dos experimentos CHOOZ, Bugey, CDHS, CCFR, LSND e MiniBooNE. O ângulo de mistura  $\theta$  tem diferentes valores para cada experimento. A região em amarelo (preenchida) representa o limite fornecido pelos experimentos MiniBooNE, LSND e KARMEN para  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ . 47
- 3.4 Região permitida no plano  $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$  em 68%, 90% e 99% de nível de confiança para os resultados de MiniBooNE no canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  considerando  $5.66 \times 10^{20}$  POT, resultados estes publicados em 2010. A região em azul (preenchida) mostra a região permitida do LSND em 90% e 99% de nível de confiança. O ponto representa o melhor ajuste para  $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.96, 0.064 \text{ eV}^2)$ . 48
- 3.5 Seção de choque em função da energia do antineutrino. 49
- 3.6 Ilustração da anomalia de antineutrino de reator para experimento de curto comprimento ( $< 100$  metros). Os resultados experimentais, que são representados pelos pontos com barra de erros no gráfico, são comparados à previsão sem oscilação, levando em consideração o novo espectro. A linha vermelha (superior) representa a solução padrão com três sabores de neutrinos considerando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.06$ . A linha azul (inferior), representa a solução com um neutrino estéril com  $|\Delta m_S^2| \gg 1 \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_S = 0.12$ . 51

- 3.7 Dependência da função  $\chi^2$  com  $r$ . Na figura também é mostrado o valor de melhor ajuste para a taxa média considerando o fluxo antigo e o novo fluxo, cujos valores encontrados com suas incertezas são respectivamente  $r = 0.985 \pm 0.024$  e  $r = 0.943 \pm 0.023$ . O  $\chi_{min}^2$  para os dois fluxos são  $\chi_{min}^2 = 18.94$  e  $\chi_{min}^2 = 18.35$ , para os fluxos antigo e novo respectivamente. 53
- 4.1 Representação da perda de energia devido ao recuo de um núcleo emitindo um fóton. 60
- 4.2 Região permitida esperada  $\Delta m_{31}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$ . O número de eventos em cada posição do detector é  $10^6$ . O símbolo + indica os valores de entrada dos parâmetros de oscilação que foram usados para gerar os dados simulados:  $\Delta m_{31}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ . 71
- 4.3 O mesmo que a figura 4.2 mas com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . 72
- 5.1 Os seis tipos de espectro de massas possíveis para um modelo com 4 neutrinos. 75
- 5.2 Probabilidade de sobrevivência  $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  em função da distância entre fonte e detector para o modelo com um neutrino estéril e três neutrinos ativos, para experimento de reator. Os valores utilizados são mostrados na figura. 78
- 5.3 Probabilidade de sobrevivência  $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  em função da distância entre fonte e detector para neutrinos Mössbauer. Para efeito de visualização, consideramos  $\sin^2 \theta_{14} = 0.01$ ,  $E_\nu = 18.6 \text{ keV}$  e diferentes valores para  $|\Delta m_{41}^2| = 1, 0.1, 0.01, 0.001 \text{ eV}^2$  79
- 5.4 A região dos parâmetros de neutrino estéril  $\Delta m_{41}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{14}$  a ser excluída por um experimento com neutrinos Mössbauer. Mostramos os casos para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  e para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ . As duas linhas pontilhadas correspondem aos valores de referência dados pelas equações 5.9 e 5.10. 81
- 5.5 Impacto da presença de um neutrino estéril sobre a determinação dos parâmetros  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ . As regiões permitidas são mostradas em 2 e 3  $\sigma$ . Mostramos também a região permitida formada quando combinamos informação sobre  $\Delta m_{31}^2$  do experimento MINOS. 82
- 6.1 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de reator com energia de  $E_\nu = 4 \text{ MeV}$ . Na figura HI significa hierarquia invertida. 95
- 6.2 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de reator com energia de  $E_\nu = 4 \text{ MeV}$ . Na figura HN significa hierarquia normal. 96
- 6.3 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de Gálio com energia de  $E_\nu = 0.75 \text{ MeV}$ . Aqui consideramos somente hierarquia invertida e fizemos diferentes combinações de  $m_0$  e  $a$  como pode ser observado na figura. 97

- 6.4 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, estamos usando a configuração de um experimento com neutrinos Mössbauer. As diferentes curvas amarelas na figura representam os batimentos. 98
- 6.5 Probabilidade de sobrevivência em função da distância. Para mostrar que o efeito de ADD pode explicar o déficit observado, mostramos a probabilidade para hierarquia invertida, onde consideramos a combinação de parâmetros  $(a, m_0) = (0.3 \mu\text{m}, 0.0 \text{ eV})(0.1 \mu\text{m}, 0.2 \text{ eV})(0.08 \mu\text{m}, 0.1 \text{ eV})$ . Em todas as combinações assumimos  $\theta_{13} = 0.0$ , uma vez que seu efeito não é percebido em experimentos com comprimento menor que 100 metros, que é representado pela curva preta tracejada. Mostramos também os pontos experimentais de cada experimento considerado. 100
- 6.6 Região permitida no plano  $a \times m_0$  para hierarquias normal e invertida em  $1, 2$  e  $3\sigma$ . À esquerda mostramos a região referente aos experimentos de calibração de Gálio. Na figura do meio, mostramos a região permitida para os experimentos de reator com comprimentos menores que 100 metros. O gráfico à direita mostra a região permitida obtida pela combinação dos dois resultados, de Gálio e de reator. A curva contínua preta representa o limite de outros experimentos de oscilação. 101
- 6.7 Regiões de exclusão dos parâmetros  $m_0$  e  $a$  (tamanho da dimensão extra). Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ , porém percebemos que os nossos resultados independem do valor de  $\theta_{13}$ . Na figura NH denota hierarquia normal e IH hierarquia invertida. 102
- 6.8 Impacto do modelo ADD sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão  $|\Delta m_{31}^2|$  e  $\theta_{13}$  em  $2$  e  $3\sigma$ . Consideramos o valor para mistura  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . 103
- 6.9 O mesmo que a figura 6.8 mas consideramos o valor para mistura  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ . 104
- 7.1 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte. Aqui consideramos somente os seguinte casos:  $(\gamma_0, n(=\beta)) = (8 \times 10^{-23} \text{ GeV}, -1), (1.8 \times 10^{-18} \text{ GeV}, 0)$  e  $(1.5 \times 10^{-13} \text{ GeV}, 1)$ . 119
- 7.2 Região de exclusão dos parâmetros de descoerência  $\beta(=n) \gamma_0$ . A regiões acima das linhas diagonais podem ser excluídas se os dados são consistentes com os dados de oscilação padrão. Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  em  $2\sigma$  e  $3\sigma$ . 121
- 7.3 O mesmo que a figura 7.2 mas com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  em  $2\sigma$  e  $3\sigma$ . 121
- 7.4 Impacto dos parâmetros de descoerência sobre a determinação de  $\sin^2 2\theta_{13}$  e  $\Delta m_{31}^2$ . Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  em  $2$  e  $3\sigma$ . 122
- 7.5 O mesmo que a figura 7.4, mas considerando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  em  $2$  e  $3\sigma$ . 123

- 8.1 Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte. Aqui consideramos somente quatro casos:  $(\alpha_{33}, \alpha_{31}) = (\pm 5.7 \times 10^{-4} \text{ eV}, 0)$ ,  $(0, 2.5 \times 10^{-4} \text{ eV})$  e  $(0, 2.5i \times 10^{-4} \text{ eV})$ . 129
- 8.2 Regiões de exclusão dos parâmetros  $\alpha_{13}$  and  $\alpha_{33}$  (fora das curvas fechadas) às quais podem ser excluídas se os dados são consistentes com os dados de oscilção padrão. Consideramos os casos em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (painel superior) e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  (painel inferior). 132
- 8.3 Impacto de NMV sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ . Mostramos a região permitida em  $2$  e  $3\sigma$ , neste caso consideramos  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . 133
- 8.4 O mesmo que a figura 8.3, mas para o caso em  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ . 134

## Lista de tabelas

- 2.1 Conteúdo de partículas do modelo padrão. Uma versão mais completa deve conter o bóson de Higgs e as antipartículas que foram omitidos nesta tabela. 24
- 2.2 Setor leptônico do modelo padrão mínimo. 27
- 2.3 Valores característicos de  $L$  e  $E$  para várias fontes de neutrinos e experimentos, também mostramos os valores de  $\Delta m^2$  onde eles são mais sensíveis. 41
- 3.1 Seção de choque individual por fissão por isótopo,  $\sigma_{f,k}^{\text{pred}}$  em unidades de  $10^{-43}$  cm<sup>2</sup>/fissão. 50
- 3.2 Cálculos das razões  $R_{exp} = \frac{\sigma_f^{\text{exp}}}{\sigma_f^{\text{pred}}}$  (ou  $\frac{N_{\text{obs.}}}{N_{\text{pred}}}$ ), baseado nos espectros antigo e novo. A coluna err corresponde ao erro total publicado pelas colaborações, incluindo o erro sobre  $S_{\text{tot}}$ . A coluna corr corresponde aos erros correlacionados dos múltiplos experimentos ou experimentos usando o mesmo detector. A matriz de covariância é construída com os dados fornecidos nesta tabela. 54
- 3.3 Para o cálculo das taxas usamos a composição química e o tempo de vida do nêutron apresentados nesta tabela. 55
- 6.1 Valores para o raio de compactificação, para uma escala fundamental  $M_{Pl(4+\delta)} \sim 1$  TeV, em função do número de dimensões extras  $\delta$ . Os valores desta tabela são encontrados diretamente da fórmula 6.17. 88
- 6.2 Valores utilizados no cálculo da probabilidade para os experimentos de calibração GALLEX e SAGE. Fornecemos os valores da energia do  $\nu_e$ , o raio (r) e a altura (h) do detector e a posição das fontes em relação à altura a partir da base dos detectores. As fontes foram colocadas ao longo dos eixos dos detectores. 99
- 8.1 Valores limítrofes dos parâmetros de NMV  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$  alcançáveis por um experimento com neutrinos Mössbauer. 131

*“It doesn’t matter how beautiful your theory is, it doesn’t matter how smart you are. If it doesn’t agree with experiment, it’s wrong.”*

*Richard P. Feynman*

# 1

## Introdução

O neutrino foi pela primeira vez postulado em dezembro de 1930 por Wolfgang Pauli, numa carta enviada aos participantes de um congresso de física nuclear em Tübingen, Alemanha, como uma tentativa desesperada de salvar o princípio de conservação da energia e do momento angular no decaimento beta nuclear. Nesse tipo de decaimento, os elétrons emitidos tinham o espectro de energia contínuo, no entanto se esperava que os mesmos tivessem o espectro discreto que corresponderia às energias das transições nucleares. Para explicar essa discrepância, Pauli propôs a existência de uma outra partícula que seria emitida no processo junto com o elétron. Com isso a soma das energias do elétron e dessa nova partícula, que inicialmente Pauli chamou de nêutron, seria constante salvando assim o princípio de conservação da energia. Além disso, essa partícula deveria ter algumas características especiais: deveria ser neutra, para conservar carga elétrica, e ter spin  $\frac{1}{2}$  resguardando assim o teorema spin-estatística. Um trecho da carta de Pauli pode ser encontrado na referência [1].

Neutrinos são criados como resultado de certos tipos de decaimentos radioativos ou reações nucleares, como as que acontecem no núcleo do Sol, em reatores nucleares ou quando raios cósmicos se chocam com átomos na atmosfera da Terra. Neutrinos também foram criados a menos de um segundo após o Big Bang e um grande número dessas partículas, 113 neutrinos por  $\text{cm}^3$  por sabor, permanecem vagando pelo universo ainda hoje.

Trilhões de neutrinos passam através de nossos corpos a cada segundo, sendo a maioria deles provenientes de reações nucleares que acontecem no núcleo do Sol. A produção de neutrinos não está exclusivamente confinada à nossa galáxia. Quando estrelas maciças morrem devido ao colapso gravitacional, a maioria de sua energia é liberada como neutrinos em violentas explosões de Supernovas. Embora supernovas podem aparecer com um brilho maior do que a galáxia que as contem, quando vistas por telescópios óticos,

essa luz representa apenas uma pequena fração da energia liberada [2].

O primeiro neutrino foi observado em 1956 por Frederick Reines e Clyde Cowan [3], num experimento de reator nuclear em Savannah River, Carolina do Sul, Estados Unidos, através de uma reação conhecida como decaimento beta inverso. Neste experimento, eles detectaram o antineutrino do elétron. Em 1958 Goldhaber e colaboradores [4] determinaram a helicidade do neutrino, mostrando que o neutrino é uma partícula de mão-esquerda (left-handed). A idéia de oscilação foi proposta pela primeira vez em 1957 por Pontecorvo, que propôs que se neutrinos são partículas massivas e se o número leptônico não se conserva, então o neutrino poderia oscilar transformando-se em sua própria antipartícula, o antineutrino, como acontece no sistema de káons neutros. É importante comentar que não há comprovação experimental desse tipo de transição para os neutrinos. O segundo neutrino foi descoberto em 1962 por Lederman e colaboradores [5], que verificaram que o neutrino detectado no decaimento de múons era diferente do neutrino observado por Reines e Cowan, e assim foi descoberto o neutrino do múon.

Logo após esta descoberta, Maki, Nakagawa e Sakata sugeriram que transições entre diferentes sabores de neutrinos poderiam ocorrer se neutrinos fossem partículas massivas e se os estados com sabor definido e massa definida estivessem relacionados um ao outro por uma transformação linear semelhante à mudança de base, introduzindo assim a mistura de neutrinos [6]. Essa idéia oferecia uma chance de interpretação do déficit de neutrinos solares observados por Ray Davis e colaboradores [7] em 1968. Num artigo publicado em janeiro de 1969, Gribov e Pontecorvo [8] propõe que oscilação de neutrinos entre os dois sabores conhecidos, o neutrino do elétron e o neutrino do múon, seria um possível mecanismo capaz de explicar o déficit de neutrinos solares.

Implicações cosmológicas da física de neutrinos foram consideradas pela primeira vez por Alpher, Follin e Hermann [9], que mencionaram que neutrinos estariam em equilíbrio térmico no universo primordial. A possibilidade que a densidade de energia cosmológica de neutrinos possa ser maior que a densidade de energia da matéria bariônica e as consequências em cosmologia desta hipótese foram discutidas por Pontecorvo e Smorodinskii [10]. Pouco tempo depois Zeldovich e Smorodinskii encontraram o limite superior da densidade de neutrinos a partir de sua ação gravitacional<sup>1</sup>. Num artigo seminal em 1966, Gerstein e Zeldovich [12] derivaram o limite superior cosmológico

---

<sup>1</sup>Para uma discussão mais completa e referências sugerimos [11]

sobre a massa do neutrino. Vale ressaltar que esse cálculo foi feito já na estrutura de cosmologia moderna [11]. Neutrinos podem ter sido importantes na formação das estruturas de grande escala (Large Scale Structure-LSS) do universo, na Nucleossíntese do Big Bang (Big Bang Nucleosynthesis-BBN), nas anisotropias da Radiação Cósmica de Fundo de Microondas (Cosmic Microwave Background Radiation-CMBR), e alguns outros fenômenos de natureza cosmológica [13, 14, 15, 16, 17, 18].

Neutrinos de Supernova foram detectados em 1987, devido ao colapso gravitacional de uma estrela na galáxia LMC (Large Magellanic Cloud), a 150 mil anos-luz de distância, sendo esta a galáxia mais próxima da Via Láctea. Dois colossais experimentos subterrâneos - o detector Kamiokande no Japão e o experimento IMB perto de Cleveland em Ohio, USA - detectaram neutrinos vindos da Supernova 1987A três horas antes da luz da explosão alcançar a terra [19, 20].

O experimento Kamiokande mediu um déficit no número de neutrinos do múon, que são produzidos pelas interações de raios cósmicos na atmosfera da terra [21]. Este déficit foi depois confirmado e interpretado em termos de oscilação de neutrinos  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  pelo experimento Super-Kamiokande em 1998 [22]. Este terceiro tipo de neutrino, o neutrino do tau, foi diretamente observado somente em 2001 pelo experimento DONUT realizado no Fermilab, USA [23]. Em 2002 o experimento de acelerador K2K confirmou oscilações de neutrinos atmosféricos e mais recentemente o experimento MINOS, no Fermilab, deu mais força à essa conclusão [24]. É importante mencionar que o experimento OPERA está verificando explicitamente oscilação  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ , identificando diretamente  $\nu_\tau$  [25, 26].

Após a descoberta do déficit de neutrinos solares pelo experimento Homestake [27], a pesquisa sobre neutrinos solares continuou avançando, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental. No final da década de 1970 e início da década de 1980, L. Wolfenstein [28], S. P. Mikheev e A. Yu. Smirnov [29] formularam a teoria de oscilação de neutrinos na presença de matéria densa, prevendo os grandes efeitos de matéria em oscilações de neutrinos solares. No início dos anos 1980 e início dos anos 1990, os experimentos subterrâneos Kamiokande [30], SAGE [31] e GALLEX [32] confirmaram o déficit de neutrinos solares detectando neutrinos originados em diferentes reações de fusão nuclear no sol, diferente dos neutrinos detectados no experimento Homestake. Em 2001, o experimento Super-Kamiokande

confirmou o déficit de neutrinos solares com grande precisão [33], enquanto que o experimento SNO confirmou que este déficit é consequência da transformação de  $\nu_e$  em outros dois sabores,  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  [34]. Recentemente o experimento de reator KamLAND confirmou independentemente os parâmetros de oscilações que explicam os dados de neutrinos solares [35, 36, 37].

Um dos últimos parâmetros a serem medidos em experimentos de oscilação, o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , cujos limites superiores eram fornecidos pelos experimentos Chooz [38] e Palo Verde [39], foi finalmente medido. Com os resultados encontrados por T2K [40], MINOS [41], Double Chooz [42] e mais recentemente Daya Bay [43] e RENO [44], hoje a possibilidade de que  $\theta_{13} = 0$  está descartada com significância de mais de  $5\sigma$  dentro do esquema padrão de três sabores de neutrinos. Isso tem grande impacto, uma vez que abre a possibilidade de explorar violação de CP (carga-paridade) no setor leptônico, e ajudaria a resolver o problema da assimetria matéria-antimatéria. Além disso, com  $\theta_{13} \neq 0$  temos a oportunidade de determinar a hierarquia de massa dos neutrinos, uma vez que uma das mais promissoras propostas de distinguir entre as duas hierarquias possíveis, normal e invertida, é buscar por efeitos de matéria em transições forçadas por  $\Delta m_{31}^2$ , uma vez que a condição de ressonância MSW depende de  $\theta_{13}$  [45]. Com esse resultado sobre  $\theta_{13}$  mencionado acima, os dados de oscilação de neutrinos podem ser bem acomodados com um esquema de 3 sabores de neutrinos. No entanto, existem alguns resultados que sugerem a presença de quarta geração de neutrinos, ou alguma nova propriedade dos neutrinos induzida por alguma física além do modelo padrão.

Na década de 1990, o experimento LSND realizado em Los Alamos National Laboratory pesquisou oscilações de neutrinos do tipo,  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  com um feixe de neutrinos que viaja uma curta distância ( $L \sim 30$  m) da fonte ao detector, e encontraram um sinal positivo a favor deste processo [46]. Este resultado somado aos resultados obtidos pelo Super-Kamiokande e por experimentos com neutrinos solares, implicam em três regimes de parâmetros de oscilação muito diferentes, exigindo a existência de pelo menos um novo tipo de neutrino, que entra em conflito com os três neutrinos do modelo padrão. Devido ao resultado do experimento LEP [?], esses neutrinos não devem possuir a interação fraca padrão, sendo denominados neutrinos *estéreis*.

Novos experimentos foram realizados e evidências de oscilações de neutrinos solares e atmosféricos foram encontrados, enquanto que o resultado

LSND só veio a ser colocado em dúvida após os primeiros resultados do experimento MiniBooNE serem liberados. A primeira fase do MiniBooNE sondou oscilações no canal  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , cobrindo a mesma região  $L/E$  do LSND. Este experimento não encontrou evidência para oscilação [47]. A segunda fase desse experimento sondou o mesmo canal que LSND  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ , e revelou que de fato existe um excesso de eventos na região apontada por LSND [48, 49].

Cálculos recentes do fluxo de antineutrinos de reator, apontaram um déficit de eventos  $\bar{\nu}_e$  para experimentos com comprimentos menores que 100 metros, que é denominado como *anomalia de antineutrinos de reatores* [50]. Além da anomalia de reator mencionada anteriormente, experimentos com fontes radioativas, GALLEX [51, 52] e SAGE [53, 54, 55], detectaram um déficit de  $\nu_e$ , em relação ao que era esperado. Este resultado é conhecido como *anomalia de Gálio*. Uma das sugestões para explicar estas anomalias seria uma oscilação do tipo  $\bar{\nu}_e \rightarrow \nu_s$ , onde  $\nu_s$  denota um neutrino estéril mencionado anteriormente. É importante mencionar que a presença de neutrinos estéreis também é favorecida por cosmologia, embora a significância não seja tão forte.

Como comentamos anteriormente, as medidas experimentais em física de neutrinos estão entrando numa era de precisão, e isto tem demonstrado novos resultados que não podem ser explicados pela análise no esquema usual de três sabores de neutrinos. Torna-se então bastante atrativo investigar cenários que estejam além da estrutura bem estabelecida de três sabores de neutrinos.

Nesta tese estamos interessados em estudar, do ponto de vista fenomenológico, modelos de física além do modelo padrão. Queremos enfatizar, que a nossa abordagem vai além de massas e misturas de neutrinos usuais. Em um dos resultados apresentados nesta tese, propomos uma interpretação alternativa para a recém descoberta anomalia de antineutrino de reator e para o déficit apontado pelos experimentos GALLEX e SAGE.

Exploramos também a potencialidade de um experimento com neutrinos Mössbauer descobrir (ou vincular) efeitos subdominantes em oscilação de neutrinos. Os modelos de nova física que consideramos nesta tese são: neutrino estéril, modelo de dimensão extra plana, descoerência quântica e neutrinos de massa variável.

A tese baseia-se nos dois trabalhos feitos em colaboração [56, 57]. Estes dois trabalhos foram diluídos nesta tese. A divisão do conteúdo da tese foi feita da seguinte forma.

No capítulo 2 fazemos uma revisão do modelo padrão de partículas, dando

ênfase ao setor leptônico. Fazemos também uma revisão da física de neutrinos. No final deste capítulo mostramos a situação atual dos parâmetros de oscilação, levando em consideração os recentes resultados sobre a determinação de  $\theta_{13}$ .

O capítulo 3 desta tese, apresenta as anomalias que sugerem a existência de pelo menos um neutrino estéril. Apresentamos uma descrição dos experimentos LSND e MiniBooNE e de seus resultados. Descrevemos também a anomalia de antineutrino de reator e a anomalia de Gálio.

No capítulo 4 apresentamos uma discussão do experimento com neutrinos Mössbauer. Mostramos também que um experimento deste tipo, se vier a ser realizado, trará a possibilidade de complementar as medidas de  $\theta_{13}$  e de  $\Delta m_{31}^2$ .

No capítulo 5 começamos a trabalhar com os cenários de nova física. Este capítulo é dedicado à descrição da extensão mais simples além dos três sabores conhecidos de neutrinos. Investigamos a capacidade de um experimento do tipo Mössbauer com neutrinos, de detectar ou vincular a presença de uma espécie de neutrino estéril, e como isto teria impacto sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão.

O capítulo 6 trata de dimensões espaciais extras. Aqui assumimos o modelo de dimensão extra plana proposto por Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali. Estudamos os efeitos desse cenário na física de oscilação. Mostramos que a anomalia de reator e de Gálio pode ser explicada considerando oscilações do tipo  $\nu_e \rightarrow \nu^{KK}$ , onde  $\nu^{KK}$  é um neutrino de Kaluza-Klein. Usamos o experimento neutrinos Mössbauer para vincular o tamanho da maior dimensão extra. Estudamos também o impacto deste modelo na determinação dos parâmetros de oscilação.

O capítulo 7 dedica-se ao estudo de descoerência quântica. Fazemos uma revisão do formalismo de matriz densidade, e aplicamos este formalismo na obtenção da probabilidade de oscilação em duas gerações. Após a revisão, inserimos um termo adicional à equação de evolução, sendo este termo o responsável por quaisquer efeito de nova física. Usamos o experimento neutrinos Mössbauer para tentar vincular o parâmetro que quantifica o efeito de descoerência. Comparamos os nossos resultados com os existentes na literatura, e concluímos que estes são piores que os limites vindos de KamLAND e neutrinos solares, no entanto devemos ressaltar que investigamos um setor diferente deste vinculado por neutrinos solares e KamLAND, que até agora não foi explorado.

O capítulo 8 traz o último modelo de nova física que trabalhamos

nesta tese. Neste capítulo exploramos a fenomenologia de neutrinos de massa variável com um experimento do tipo Mössbauer. Este experimento mostra-se especial para sondar efeitos subdominantes deste modelo, por se tratar de um experimento compacto, se comparado aos experimentos convencionais. Isso nos permite alterar a densidade na trajetória do neutrino entre a fonte e o detector. Conseguimos obter boas sensibilidades esperadas sobre os parâmetros que quantificam este cenário, por comparação com os outros cenários que exploramos nesta tese, mostramos também o impacto que este modelo causaria na determinação dos parâmetros  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ .

O capítulo 9 é destinado à conclusão desta tese. Neste capítulo fazemos um resumo dos resultados encontrados nesta tese, apontamos também as perspectivas de trabalho.

## 2

### Revisão sobre neutrinos

#### 2.1

##### Neutrinos no modelo padrão

O modelo padrão de interações fundamentais descreve as forças forte, fraca e eletromagnética entre partículas elementares. Este modelo é baseado no princípio, segundo o qual todas as forças da natureza são mediadas por uma troca dos campos de gauge do correspondente grupo de simetria local [58, 59, 60, 61]. O grupo de simetria do modelo padrão é:

$$SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1), \quad (2.1)$$

onde o sub-índice  $C$  é utilizado para indicar que  $SU(3)$  é o grupo de cor, o sub-índice  $L$  indica a natureza quiral do grupo<sup>1</sup>  $SU(2)$  e o sub-índice  $Y$  representa a hipercarga. O conteúdo de partículas do Modelo Padrão é apresentado na tabela 2.1. Para nossa discussão estaremos interessados somente no setor eletrofraco da teoria representado pelo grupo de gauge mais geral  $SU(2) \otimes U(1)$ , é importante ressaltar que daqui em diante omitiremos os sub-índices por simplicidade.

Um fato importante que vale a pena comentar é que, a escolha do grupo de gauge permite determinar quais são os campos vetoriais da teoria, seus termos cinéticos e de auto-interação (através do tensor de força), e como se dá o acoplamento entre estes campos e os demais campos do modelo padrão (através da derivada covariante). Para este grupo a derivada covariante mais geral tem a forma:

---

<sup>1</sup>Em termos gerais queremos dizer que apenas férmions de mão-esquerda (*left-handed*) se transformam não-trivialmente por este grupo de simetria.

Léptons	Quarks	Campos de Gauge
$e^-, \nu_e$	$u, d$	$W_\mu^\pm, Z_\mu^0$
$\mu^-, \nu_\mu$	$c, s$	$A_\mu$
$\tau^-, \nu_\tau$	$b, t$	$g_\mu^a, a = 1, \dots, 8$

**Tabela 2.1:** Conteúdo de partículas do modelo padrão. Uma versão mais completa deve conter o bóson de Higgs e as antipartículas que foram omitidos nesta tabela.

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2} + ig'Y B_\mu, \quad (2.2)$$

onde  $\tau^i$  e  $Y$  são os geradores dos grupos  $SU(2)$  e  $U(1)$ , respectivamente. Enquanto que  $g$  e  $g'$  são as constantes de acoplamento fraca e de hipercarga. Os tensores de força que fornecem os termos cinéticos para os bósons de gauge e de auto-interação são dados pela equação:

$$F_{\mu\nu} = -ig^{-1}[\mathcal{D}_\mu, \mathcal{D}_\nu]. \quad (2.3)$$

Diversos experimentos demonstraram que processos eletrofracos envolvem violação de paridade, ou seja, observou-se que as componentes de mão-esquerda (left-handed) e de mão-direita (right-handed) estão acopladas aos campos de gauge com constantes de acoplamento distintas. Essas componentes são definidas como:

$$\psi_L^a = \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi^a (\text{left-handed}),$$

$$\psi_R^a = \frac{1 + \gamma^5}{2} \psi^a (\text{right-handed}).$$

De posse desta informação pode-se concluir que as componentes de mão-esquerda e de mão-direita pertencem a multipletos diferentes. De fato, as observações experimentais constataram que os processos que envolvem correntes carregadas (mediadas pelos bósons massivos  $W^\pm$ ) são do tipo  $V - A$ , violando maximalmente a paridade [62].

Portanto, no modelo eletrofraco criado por Glashow, Weinberg e Salam,

assume-se a quebra espontânea de simetria [58] de tal maneira que apenas um dos geradores seja conservado, correspondendo ao campo eletromagnético<sup>2</sup>  $A_\mu$ . Vamos ver como se dá essa quebra espontânea de simetria [62]. Introduzimos agora, um dubleto complexo de campos escalares

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

com hipercarga fraca  $Y_\phi = +1$ . Adicionamos à nova lagrangiana (invariante de gauge) termos para interação e propagação dos campos escalares, então

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi), \quad (2.5)$$

onde a derivada covariante é dada pela equação 2.2 e o potencial tem a forma

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 (\phi^\dagger \phi) + |\lambda| (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (2.6)$$

Aqui  $|\lambda|$  é o parâmetro de auto-interação e  $\mu^2$  um parâmetro qualquer (que mais tarde terá um significado importante na teoria). A simetria eletrofraca é espontaneamente quebrada se tivermos  $\mu^2 < 0$ . O mínimo de energia, ou estado de vácuo, pode ser escolhido como o valor esperado, a saber

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

onde

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{|\lambda|}}. \quad (2.8)$$

Vamos verificar agora que o estado de vácuo quebra a simetria de gauge. O vácuo  $\langle \phi \rangle_0$  é invariante sob uma transformação de simetria  $e^{i\alpha \mathcal{G}}$  correspondendo ao gerador  $\mathcal{G}$  do grupo de simetrias associado desde que  $e^{i\alpha \mathcal{G}} \langle \phi \rangle_0 = \langle \phi \rangle_0$ , ou seja, se tivermos  $\mathcal{G} \langle \phi \rangle_0 = 0$ . Vamos fazer esse cálculo

$$\tau_1 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (2.9)$$

---

<sup>2</sup>O mecanismo responsável por essa quebra de simetria é o chamado *Mecanismo de Higgs* [62] baseado na teoria de *Ginzburg-Landau* de transições de fase em supercondutividade. Na verdade o *Mecanismo de Higgs* é a generalização relativística da teoria de *Ginzburg-Landau*.

$$\tau_2 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (2.10)$$

$$\tau_3 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0, \quad (2.11)$$

$$Y_\phi \langle \phi \rangle_0 = +1 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0. \quad (2.12)$$

Com isso mostramos que a simetria do grupo  $SU(2)$  é quebrada pelo  $\text{vev}^3$ . Por fim, falta fazermos o operador de carga  $Q$ , que é calculado pela relação de Gell-Mann e Nishijima

$$Q = \tau_3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.13)$$

onde  $Q$  é a carga elétrica,  $Y$  é a hipercarga e  $\tau_3$  é a terceira componente do isospin fraco, atuar sobre  $\langle \phi \rangle_0$ , ou seja, sobre o estado de vácuo (eletricamente neutro), fazendo isso encontramos que

$$Q \langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{2} (\tau_3 + Y_\phi) \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Como pode ser observado, todos os quatro geradores que correspondem ao grupo  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  são quebrados, mas a combinação linear que corresponde à carga elétrica é mantida. Neste caso os três bósons de gauge,  $W^\pm, Z^0$  adquirem massa enquanto que o fóton permanece sem massa.

Por simplicidade trataremos aqui somente do setor leptônico [59]. Para início vamos construir uma lagrangeana para uma geração apenas, depois se tornará fácil a generalização para as três gerações. A tabela 2.2 mostra as três gerações de léptons do modelo padrão e algumas propriedades como isospin, carga elétrica e massa.

Como comentamos anteriormente, as componentes de mão-esquerda e de mão-direita pertencem a diferentes multipletos, levando isso em consideração

---

<sup>3</sup>valor esperado do vácuo.

Léptons	Carga	Isospin	Massa
$e^-$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
$e^+$	+1	0	$\neq 0$
$\nu_e$	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$
$\mu^-$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
$\mu^+$	+1	0	$\neq 0$
$\nu_\mu$	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$
$\tau^-$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\neq 0$
$\tau^+$	+1	0	$\neq 0$
$\nu_\tau$	0	$+\frac{1}{2}$	$= 0$

**Tabela 2.2:** Setor leptônico do modelo padrão mínimo.

podemos escrever

$$\psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L \longrightarrow \text{dubleto}, \quad (2.15)$$

$$\psi_R^e = e_R^- \longrightarrow \text{singlete}. \quad (2.16)$$

Pode-se observar que o neutrino não aparece como componente de mão-direita, isso deve-se a não observação de neutrinos de mão-direita em experimentos.

Um fato importante que vale a pena comentar é que, após a verificação da violação de paridade em processos de interação fraca, feita por Wu e colaboradores [63], Lee e Yang formularam uma teoria de duas componentes de neutrinos sem massa [64], na qual os neutrinos de spin semi-inteiro podem ter somente um estado de helicidade possível, isto é, seu spin possui uma única orientação em relação a direção do seu momento. Essa idéia foi incorporada na formulação do modelo padrão, onde o neutrino é considerado sem massa<sup>4</sup>.

Como comentamos anteriormente, o fato da simetria ser quebrada fazia com que os bósons de gauge do grupo  $SU(2)$  ganhassem massa. Para os

<sup>4</sup>Pode-se justificar, grosseiramente falando, através do mecanismo de Higgs responsável por dar massa às partículas (comentado anteriormente). Segundo esse mecanismo o vácuo é permeado pelo campo de Higgs, e as partículas ao interagirem com esse campo via o bóson de Higgs, trocam sua helicidade, ou seja, as partículas que antes eram *left-handed* depois de interagirem com o campo de Higgs passam a ser *right-handed* e vice-versa.

bósons de gauge que intermediam as interações de corrente carregada no setor eletrofraco, que são definidos por

$$W^\pm = \frac{(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)}{\sqrt{2}}, \quad (2.17)$$

a massa adquirida é dada por

$$M_W = \frac{1}{2}gv. \quad (2.18)$$

Definindo,

$$g' = g \tan \theta_W, \quad (2.19)$$

onde  $\theta_W$  é o ângulo de mistura fraco. O mediador da interação fraca de corrente neutra é definido como

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.20)$$

cuja massa adquirida é caracterizada por

$$M_Z^2 = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W}. \quad (2.21)$$

Podemos definir também,

$$A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3 \quad (2.22)$$

que está acoplado à carga elétrica que é definida em função das constantes de acoplamento da teoria, então

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.23)$$

Vale ressaltar também que, depois da quebra espontânea de simetria o bóson de spin 0, que representa o campo escalar, ou campo de Higgs, adquire uma massa que é da por

$$M_H^2 = -2\mu^2 > 0. \quad (2.24)$$

Uma relação que será muito útil na derivação dos termos da lagrangeana é a

relação inversa dos bósons de gauge, então:

$$B_\mu = \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu \quad (2.25)$$

$$W_\mu^3 = \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu. \quad (2.26)$$

Agora podemos escrever a lagrangeana para a primeira geração de léptons:

$$\mathcal{L}_{lepton} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L + i\bar{\psi}_R^e \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^e \quad (2.27)$$

utilizando a forma explícita das matrizes de Pauli,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

e as equações 2.17, 2.19, 2.25 e 2.26 encontramos:

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L &= i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[ \partial_\mu + igW_\mu^i \frac{\tau^i}{2} + ig'Y B_\mu \right] \psi_L \\ &= i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \left[ \partial_\mu + igW_\mu^1 \frac{\tau^1}{2} + igW_\mu^2 \frac{\tau^2}{2} + igW_\mu^3 \frac{\tau^3}{2} + ig'Y B_\mu \right] \psi_L \\ &= i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_L \gamma^\mu W_\mu^+ \psi_L^e - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_L \gamma^\mu W_\mu^- \psi_L^\nu - \\ &\quad g \sin \theta_W \bar{\psi}_L \gamma^\mu A_\mu Q \psi_L - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\psi}_L \gamma^\mu Z_\mu (\sigma^3 \cos^2 \theta_W - Y_L \sin^2 \theta_W) \psi_L. \end{aligned}$$

A parte referente aos termos de mão direita se escreve,

$$i\bar{\psi}_R^e \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^e = i\bar{\psi}_R^e \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R^e - g'Y \cos \theta_W \bar{\psi}_R^e \gamma^\mu A_\mu \psi_R^e + g'Y \cos \theta_W \bar{\psi}_R^e \gamma^\mu Z_\mu \psi_R^e.$$

Lembrando que para  $SU(2)$ ,  $\tau_i = \sigma_i$ . Portanto, a lagrangeana para primeira a

geração de léptons é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{lepton} = & i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_L^\nu\gamma^\mu W_\mu^+\psi_L^e - \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_L^e\gamma^\mu W_\mu^-\psi_L^\nu - g\sin\theta_W\bar{\psi}_L\gamma^\mu A_\mu Q\psi_L \\ & - \frac{g}{2\cos\theta_W}\bar{\psi}_L\gamma^\mu Z_\mu(\sigma^3\cos^2\theta_W - Y_L\sin^2\theta_W)\psi_L + i\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R^e - \\ & g'Y\cos\theta_W\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu A_\mu\psi_R^e + g'Y\cos\theta_W\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu Z_\mu\psi_R^e. \end{aligned}$$

Essa lagrangeana ainda pode ser escrita explicitando os termos referentes às interações de corrente carregada, neutra e eletromagnética. Portanto:

$$\mathcal{L}_{lepton}^{e,\nu_e} = \mathcal{L}_{Dirac}^{Livres} + \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{CN} + \mathcal{L}_{EM}, \quad (2.31)$$

Aqui definimos as lagrangeanas como:

$$\mathcal{L}_{Dirac}^{Livres} = i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R^e, \quad (2.32)$$

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_L^\nu\gamma^\mu W_\mu^+\psi_L^e - \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_L^e\gamma^\mu W_\mu^-\psi_L^\nu, \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = & -\frac{g}{2\cos\theta_W}\bar{\psi}_L\gamma^\mu Z_\mu(\sigma^3\cos^2\theta_W - Y_L\sin^2\theta_W)\psi_L + \\ & g'Y\cos\theta_W\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu Z_\mu\psi_R^e, \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\mathcal{L}_{EM} = -g\sin\theta_W\bar{\psi}_L\gamma^\mu A_\mu Q\psi_L - g'Y\cos\theta_W\bar{\psi}_R^e\gamma^\mu A_\mu\psi_R^e, \quad (2.35)$$

Das expressões acima podemos tirar as correntes carregada, neutra e eletromagnética. As correntes carregadas acoplam somente as componentes de mão-esquerda, podendo serem escritas da seguinte forma

$$J_+^\mu = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}^e\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi^\nu \quad (2.36)$$

e também,

$$J_-^\mu = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\psi}^\nu\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi^e, \quad (2.37)$$

essas correntes assim definidas são de natureza  $V - A$ . Para a corrente neutra

temos:

$$J_{CN}^\mu = -\frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \left( \frac{1}{2} \bar{\psi}^\nu \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi^\nu + \frac{1}{2} \bar{\psi}^e \gamma^\mu \frac{1}{2} (g_V - g_A \gamma^5) \psi^e \right) \quad (2.38)$$

onde

$$g_V = 2 \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2}$$

e

$$g_A = -\frac{1}{2}.$$

Por último temos a corrente eletromagnética:

$$J_{EM}^\mu = e \bar{\psi}^e \gamma^\mu \psi^e \quad (2.39)$$

Essa corrente possui uma estrutura puramente vetorial, sendo que ela acopla igualmente as componentes de mão direita e de mão esquerda. Aqui usamos a equação  $e = g \sin \theta_W$  para introduzir a carga elétrica nas expressões das correntes.

Os resultados aqui obtidos são válidos somente para primeira geração de léptons, uma teoria mais completa deve incorporar as três gerações de partículas do modelo padrão, assim como o setor dos quarks que aqui não foi discutido. Existem muitos bons textos de revisão e livros que tratam do modelo padrão, sugerimos consultar as referências [58, 59, 61, 62].

## 2.2

### Massa e mistura de neutrinos

Antes de iniciarmos uma discussão sobre massa e mistura de neutrinos, é oportuno fazer uma breve revisão sobre as possíveis representações, ou seja, vamos fazer uma breve introdução aos espinores de Weyl, Dirac e Majorana.

Um espinor de Weyl (ou quirial) de duas componentes, é um estado de partícula de mão esquerda (*left-handed*),  $\psi_L$ , a qual está necessariamente associada por *CPT* [65] com um estado de antipartícula de mão direita (*right-handed*),  $\psi_R^c$ , ou seja,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \xleftrightarrow{\text{CPT}} \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ e^+ \end{pmatrix}_R \quad (2.40)$$

e satisfaz

$$P_L \psi_L = \psi_L \quad (2.41)$$

$$P_R \psi_L = 0 \quad (2.42)$$

onde utilizamos o operador quiralidade definido por:

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \quad (2.43)$$

$$P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad (2.44)$$

possuindo as seguintes propriedades:

$$P_L^2 = P_L, \quad (2.45)$$

$$P_R^2 = P_R,$$

$$P_L P_R = 0$$

$$P_R P_L = 0,$$

$$P_L + P_R = 1.$$

Um espinor de Weyl pode existir por si só, ou pode ser considerado como uma projeção de um espinor de Dirac de 4 componentes  $\psi = \psi_L + \psi_R$ . É importante comentar que  $\psi_R^c$  é essencialmente o adjunto de  $\psi_L$ :

$$\psi_R^c = C \bar{\psi}_L^T = C \gamma_0^T (\psi_L^\dagger)^T, \quad (2.46)$$

$$\psi_L = C \bar{\psi}_R^{cT} \quad (2.47)$$

onde usamos a notação  $T$  para denotar a transposta e  $C$  é o operador conjugação de carga, definido por

$$C \gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T.$$

Na representação de Pauli-Dirac temos que  $C = i\gamma^2\gamma^0$ . As denominações que são usadas na literatura, que também são utilizadas neste trabalho, como partícula de “*mão esquerda(left-handed)*” e “*mão direita(right-handed)*” vem do fato que para partículas relativísticas a quiralidade quase coincide com helicidade, que é definida como a projeção do spin da partícula na direção

do seu momento linear. A expressão matemática que representa o operador helicidade é:

$$P_+ = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right), \quad (2.48)$$

$$P_- = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right), \quad (2.49)$$

esse operador satisfaz relações similares àquelas definidas para o operador quiralidade 2.45. A helicidade é invariante sob transformações de Lorentz para partículas sem massas, neste caso helicidade e quiralidade são equivalentes. Para partículas massivas a quiralidade permanece invariante, enquanto que a helicidade já não é mais invariante sob transformações de Lorentz.

Vamos agora fazer uma breve discussão sobre os termos de massa de Dirac e Majorana. Para um férmion massivo, o termo de massa na lagrangeana tem a forma

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_m &= m\bar{\psi}\psi = m(\overline{\psi_L + \psi_R})(\psi_L + \psi_R) \\ &= m\bar{\psi}_L\psi_R + m\bar{\psi}_R\psi_L \end{aligned} \quad (2.50)$$

Assim é possível perceber que os termos de massa acoplam as componentes de mão direita com as componentes de mão esquerda do campo fermiônico, e portanto o campo massivo deve ter as duas componentes:

$$\psi = \psi_L + \psi_R. \quad (2.51)$$

Existem duas possibilidades para os termos de massa. Primeiro, a componente de mão direita de um campo massivo pode ser completamente independente da componente de mão esquerda, neste caso temos um campo de Dirac. Em outras palavras, um termo de massa de Dirac conecta dois neutrinos de Weyl distintos e é dado por:

$$-\mathcal{L}_D = m_D\bar{\nu}_L\nu_R + m_D\bar{\nu}_R\nu_L = \bar{\nu}\nu \quad (2.52)$$

Isto pode ser generalizado para três ou mais famílias. Este termo de massa permite a conservação do número leptônico  $L$ , o qual implica em nenhuma

mistura entre  $\nu_L$  e  $N_R^c$ , ou entre  $\nu_R^c$  e  $N_R$ . Um termo de massa de Dirac pode ser gerado pelo mecanismo de Higgs [66, 67]. A massa de Dirac  $m_D = h_\nu \langle \phi^0 \rangle$  é análoga às massas dos quarks e dos léptons carregados.

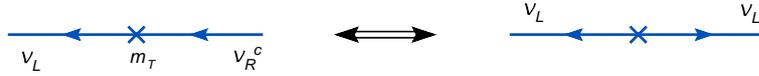


**Figura 2.1:** Termo de massa de Dirac. O X representa a ação do termo de massa.

A segunda possibilidade, vem do fato que o campo de mão direita pode ser exatamente o  $C$ -conjugado do campo de mão esquerda, ou seja,

$$\psi = \psi_L + \eta(\psi^c)_R = \psi_L + \eta(\psi_L)^c, \quad (2.53)$$

aqui incluímos um fator de fase  $\eta = e^{i\phi}$  com uma fase arbitrária  $\phi$ . Neste caso, temos um campo de Majorana. Em geral, um termo de massa de Majorana descreve uma transição entre um neutrino de mão esquerda e seu  $CPT$ -conjugado antineutrino de mão direita, como mostrado na figura 2.2.



**Figura 2.2:** Termo de massa de Majorana. O X representa a ação do termo de massa.

Pode-se construir um campo de Majorana exatamente como no caso de Weyl. Fazendo uma breve análise de 2.53 segue imediatamente, que no caso de Majorana, o campo conjugado coincide com o campo original a menos de um fator de fase:

$$\psi^c = \eta^* \psi. \quad (2.54)$$

Isto significa que partículas descritas por campos de Majorana são genuinamente neutras, ou seja, coincide com sua antipartícula.

Assim, partículas de Majorana são análogas dos fótons e dos mésons  $\pi^0$ . Vimos que para construir um campo de Dirac massivo, são necessários campos de Weyl de duas componentes,  $\psi_L$  e  $\psi_R$ , juntamente com seus conjugados,  $(\psi_L)^c = \psi_R^c$  e  $(\psi_R)^c = \psi_L^c$ , isto nos dá quatro graus de liberdade. Já no caso de Majorana temos apenas dois graus de liberdade, referentes à  $\psi_L$  e  $(\psi_L)^c = \psi_R^c$ .

O termo de Majorana mais geral, para  $n$  sabores, pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_M &= \frac{1}{2} \left[ \overline{(\psi_L)^c} M \psi_L + \overline{\psi_L} M (\psi_L)^c \right] = \\
 &\quad \frac{1}{2} \left[ \psi_L^T C M \psi_L + \overline{\psi_L} C M^\dagger \overline{\psi_L}^T \right]
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

onde  $\psi = (\psi_1 \dots \psi_n)^T$  é um vetor no espaço de sabor e  $M$  é uma matriz  $n \times n$ .

Do ponto de vista cinemático, massas de Dirac e Majorana são indistinguíveis, pois eles levam à mesma relação entre energia, momento e massa,

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}. \tag{2.56}$$

Da equação 2.55 uma diferença muito importante entre termos de massa de Dirac e Majorana é derivada. O termo de massa de Dirac  $\overline{\psi}\psi$  é invariante sob transformações de  $U(1)$ ,

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi,$$

$$\overline{\psi} \rightarrow e^{-i\alpha}\overline{\psi},$$

$$\overline{\psi}\psi \rightarrow e^{-i\alpha} e^{i\alpha} \overline{\psi}\psi,$$

de onde conclui-se que:

$$\overline{\psi}\psi \rightarrow \psi\overline{\psi},$$

isto é, ele conserva as correspondentes cargas (carga elétrica, número leptônico, número bariônico, etc).

Da equação 2.55, segue que o termo de massa de Majorana quebra todas as cargas que o campo  $\psi$  tem por duas unidades. Isto em particular, significa que, uma vez que a carga elétrica é conservada exatamente, nenhuma partícula carregada poder ter massa de Majorana. Portanto, de todos os férmions conhecidos, somente o neutrino pode ser uma partícula de Majorana. É importante comentar que ainda não sabemos a verdadeira natureza do neutrino, ou seja, se ele é uma partícula de Dirac como todos os outros férmions ou se ele é uma partícula de Majorana. Se neutrinos possuem massa

de Majorana, o número leptônico total não é conservado, ao contrário do caso de Dirac em que o número leptônico é conservado.

## 2.3

### Oscilação de neutrinos

Nesta seção discutiremos o formalismo de oscilação de neutrinos, visto que é a prova mais forte de que neutrinos são partículas de massa não-nula. A essência deste fenômeno de oscilação é muito simples e vários exemplos podem ser encontrados em muitos livros de mecânica quântica. Em todos os exemplos, “oscilação” é o nome dado à dependência periódica com o tempo e o espaço das soluções do sistema estudado. Este tipo de solução é obtida quando medimos um observável que não é diagonal na base dos auto-estados da hamiltoniana.

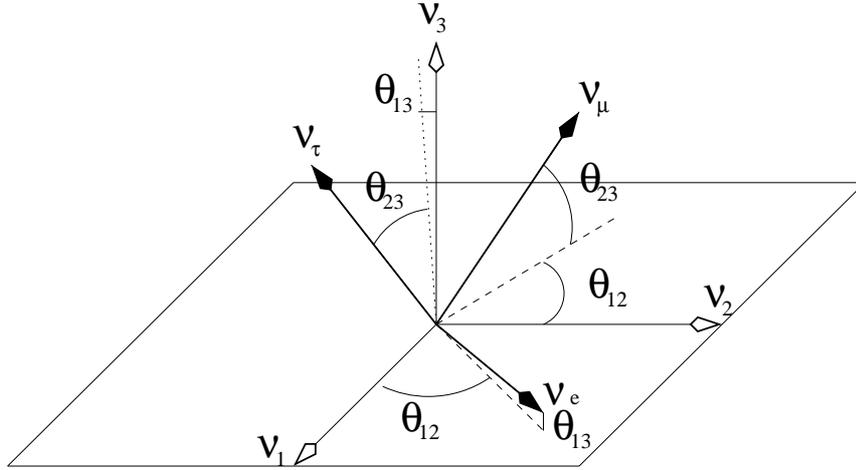
A investigação de oscilação de neutrinos é usualmente baseada nas seguintes suposições, as quais são suportadas por todos os dados experimentais existentes:

1. *A interação de neutrinos com outras partículas é descrita pelo modelo padrão de partículas elementares,*
2. *Existem apenas três sabores de neutrinos na natureza.*

No caso de oscilação de neutrinos, os auto-estados de sabor  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  são escritos como uma superposição linear de auto-estados de massa bem definida  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$ , com respectivas massas  $m_1, m_2$  e  $m_3$ . Para o caso de três sabores temos

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

onde  $U$  é a matriz de mistura leptônica conhecida como matriz de Maki-Nakagawa-Sakata. Em geral  $U$  depende dos ângulos de mistura  $\theta_{ij}$ , uma fase de Dirac, e se assumimos que os neutrinos são partículas de Majorana temos duas fases adicionais, chamadas fases de Majorana. Na figura 2.3 [68] é mostrado a relação entre os auto-estados de sabor e os auto-estados de massas, assim como os ângulos de mistura.



**Figura 2.3:** Relação entre os auto-estados de sabor do neutrino  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  e os auto-estados de massa  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$  em termos dos ângulos de mistura  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ .

De acordo com a parametrização padrão, a matriz de mistura leptônica tem a forma

$$U_{MNS} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.58)$$

onde estamos usando a notação  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ ,  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $\delta$  é a fase de violação de CP <sup>5</sup>. Se assumimos que neutrinos são partículas de Majorana, então temos que adicionar duas fases extras, ou seja,

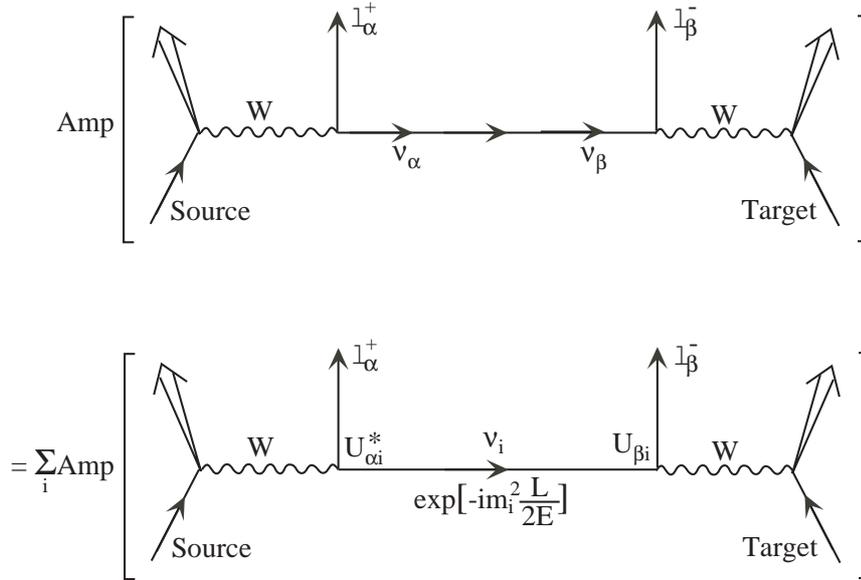
$$U \equiv U_{MNS} \times \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  implicam as fases de violação de CP de Majorana. No entanto, as fases de Majorana não tem nenhum efeito observável em oscilação de neutrinos.

A mudança de sabor do neutrino no *vácuo* é o processo no qual um neutrino é criado junto com um lépton carregado  $l_\alpha$  de sabor  $\alpha$ , então ele viaja uma distância macroscópica  $L$  no vácuo, e finalmente interage com um alvo para produzir um segundo lépton carregado  $l_\beta$  com  $\alpha \neq \beta$ . Nessa viagem um

<sup>5</sup>As vezes esta fase é chamada a fase de violação de CP de Dirac para distinguir das fases de Majorana.

neutrino  $\nu_\alpha$  se transforma num neutrino  $\nu_\beta$ . Esse processo é comumente referido na literatura como *oscilação*  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  e está representado na figura 2.4 [69].



**Figura 2.4:** Mudança de sabor do neutrino no vácuo. O diagrama mostra a criação de um neutrino junto com um lépton carregado por uma fonte. Depois de viajar uma distância  $L$ , ele interage com um alvo e produz um segundo lépton carregado.

Se existe mistura de neutrinos, como vimos anteriormente, os autoestados de sabor do neutrino,  $|\nu_\alpha\rangle_L$ , são combinações lineares unitárias de autoestados massivos,  $|\nu_k\rangle_L$ , comumente chamados de neutrinos físicos [70, 71, 72],

$$|\nu_\alpha(t)\rangle_L = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle_L, \quad (2.60)$$

onde  $U$  é a matriz de mistura unitária e  $\alpha = e, \mu, \tau$ . Por simplicidade daqui em diante omitiremos o subíndice  $L$ . Os autoestados massivos,  $|\nu_k\rangle$ , possuem massa  $m_k$  e energia  $E_k$  bem definida, então sua evolução temporal é dada por uma equação tipo Schrödinger:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H}_0 |\nu_k(t)\rangle = E_k |\nu_k(t)\rangle \quad (2.61)$$

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k(t=0)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (2.62)$$

onde  $\mathcal{H}_0$  é a hamiltoniana livre com autovalor  $E_k$  e  $|\nu_k(t=0)\rangle = |\nu_k\rangle$ .

Esta última consideração implica que todos os neutrinos massivos iniciam sua propagação com a mesma fase arbitrária. É importante destacar que estamos trabalhando no sistema natural de unidades, isto é, estamos considerando a constante de Planck (sobre  $2\pi$ ) $\hbar$  e a velocidade da luz  $c$  iguais a 1. Substituindo 2.62 em 2.60 encontramos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle.$$

Mas,

$$|\nu_k(t)\rangle = \sum_{\beta=e, \mu, \tau} U_{\beta k} |\nu_\beta\rangle,$$

temos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e, \mu, \tau} \left( \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle. \quad (2.63)$$

Analisando a equação 2.63 pode-se observar que o estado de sabor  $\alpha$  evolui no tempo como uma superposição linear dos diferentes sabores.

Na maioria das derivações da fórmula padrão da probabilidade de oscilação, considera-se por simplicidade, que os auto-estados de massa que compõem um dado sabor possuem ou mesmo energia ou mesmo momento linear. Mesmo não sendo rigorosamente correto, tal suposição produz a fórmula correta da probabilidade de oscilação. Aqui estamos supondo que os auto-estados de massa possuem igual momento. Para uma discussão sobre a validade da suposição de igual energia e momento, sugerimos [73].

Atualmente sabe-se que as massas dos neutrinos são menores que 1 eV e que somente neutrinos com energias maiores que 100 keV podem ser detectados, por isso em experimentos de oscilação os neutrinos são sempre considerados ultrarelativísticos. Com isso podemos escrever:

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (2.64)$$

onde consideramos  $E \equiv |\vec{p}|$  é a energia do neutrino na aproximação sem massa.

A probabilidade mais geral para um neutrino, produzido com sabor  $\alpha$

e energia  $E$ , ser detectado como um neutrino de sabor  $\beta$  depois de percorrer uma distância  $L$  (*baseline*) num tempo  $t$ , é dada por:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \quad (2.65)$$

Agora usando 7.39,

$$E_k - E_j = E + \frac{m_k^2}{2E} - E + \frac{m_j^2}{2E} = \frac{m_k^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}, \quad (2.66)$$

substituindo 2.66 em 2.65 e levando em consideração que neutrinos são ultrarelativísticos, ou seja, considerando  $t \simeq L$  pois em experimentos reais o tempo de propagação do neutrino não é medido, chegamos na conhecida fórmula da probabilidade de oscilação no vácuo:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i \left( \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} \right) L}. \quad (2.67)$$

A probabilidade pode ainda ser escrita como:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \mathcal{R}(U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2(\Delta m_{kj}^2 L/4E) + 2 \sum_{k>j} \mathcal{I}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin(\Delta m_{kj}^2 L/2E) \quad (2.68)$$

onde  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$  e  $k, j = 1, 2, 3$ .  $U$  é a matriz de mistura unitária como definida antes e  $\Delta m_{kj}^2 = m_k^2 - m_j^2$ . Em 2.68  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{I}$  são as partes real e imaginária, respectivamente.

É importante ressaltar que esta expressão para a probabilidade é válida para um número arbitrário de auto-estados de massa, e permanece quando  $\beta$  é diferentes de  $\alpha$  ou quando são iguais. Para obter a expressão da probabilidade de oscilação para antineutrinos é suficiente fazer a substituição  $U \rightarrow U^*$ .

Experimentos de oscilação de neutrinos podem ser classificados em dois grupos: experimentos de desaparecimento (ou sobrevivência) e experimentos de aparecimento.

Em experimentos de desaparecimento, inicialmente cria-se um neutrino, juntamente com um lépton carregado, de determinado tipo, suponhamos  $\nu_e$ . Esse neutrino viaja até alcançar o detector, nesse caso estamos interessados

Experimento	L (metros)	E (MeV)	$\Delta m^2 (\text{eV}^2)$
Solar	$10^{10}$	1	$10^{-10}$
Atmosférico	$10^4 - 10^7$	$10^2 - 10^5$	$10^{-1} - 10^{-4}$
Reator	SBL $10^2 - 10^3$	1	$10^{-2} - 10^{-3}$
Reator	LBL $10^4 - 10^5$	1	$10^{-4} - 10^{-5}$
Acelerador	SBL $10^2$	$10^3 - 10^4$	$> 0.1$
Acelerador	LBL $10^5 - 10^6$	$10^4$	$10^{-2} - 10^{-3}$

**Tabela 2.3:** Valores característicos de  $L$  e  $E$  para várias fontes de neutrinos e experimentos, também mostramos os valores de  $\Delta m^2$  onde eles são mais sensíveis.

em saber quantos neutrino do tipo  $\nu_e$  chegaram no detector. No caso de experimentos de aparecimento, procura-se um neutrino diferente, por exemplo  $\nu_\mu$  ou  $\nu_\tau$  no feixe de  $\nu_e$ . A reação abaixo expressa a forma como os neutrinos são observados:

$$\nu_L + A \rightarrow L + B, \quad (2.69)$$

onde  $L$  denota um lépton carregado. Na tabela 2.3 [74] mostramos um resumo de experimentos assim como o comprimento de oscilação característico, a energia e a região da diferença de massa quadrada para a qual os experimentos podem ser mais sensíveis. Vale ressaltar que os valores apresentados na tabela 2.3 são apenas para efeito de ilustração e não podem ser considerados como valores que podem resolver, por exemplo, o problema do neutrino solar no caso de  $\Delta m_{21}^2$ .

## 2.4

### Cenário atual

Como já mencionamos na introdução desta tese, o fenômeno de oscilação de sabor de neutrinos, já está firmemente estabelecido. Com informações fornecidas por experimentos com neutrinos solares e KamLAND sobre  $\Delta m_{21}^2$  e  $\theta_{12}$ , informações do setor atmosférico sobre  $\theta_{23}$  e MINOS sobre  $|\Delta m_{31}^2|$ , e após os últimos resultados dos experimentos T2K [40], MINOS [41], Double Chooz [42], Daya Bay [43] e mais recentemente RENO [44] sobre o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , podemos traduzir o cenário atual na física de neutrinos de três sabores. Os parâmetros de oscilação, podemos dizer, estão todos medidos. Obviamente

esperamos que a precisão na medida dos parâmetros melhore com a próxima geração de experimentos. Podemos resumir:

$$\begin{aligned}
\sin^2 \theta_{12} &= 0.312_{-0.015}^{+0.017} [75], \\
\Delta m_{21}^2 &= 7.59_{-0.18}^{+0.20} \times 10^{-5} \text{ eV}^2 [75], \\
\Delta m_{31}^2 &= 2.45 \pm 0.09 \left( -2.34_{-0.09}^{+0.10} \right) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 [75], \\
\sin^2 \theta_{23} &= 0.51 \pm 0.06 (0.52 \pm 0.06) [75], \\
\sin^2 2\theta_{13} &= 0.103 \pm 0.013 \pm 0.011 [44], \\
\delta_{CP} &\in [0, 2\pi].
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Para  $\Delta m_{31}^2$  e  $\sin^2 \theta_{23}$  mostramos os valores para hierarquia normal (invertida), e a fase de violação de CP  $\delta$  pode ser qualquer valor entre 0 e  $2\pi$ . Os parâmetros mostrados nas equações acima, são responsáveis pelos modos de oscilação dominantes observados nos experimentos mencionados.

Como quase todos os dados de neutrinos são bem encaixados no quadro padrão de três sabores de neutrinos com massas e misturas, qualquer efeito que possa vir de nova física além do modelo padrão tem que ser um efeito subdominante. Por esta razão, nesta tese, quando não for mencionado explicitamente, sempre usaremos os seguintes valores para os parâmetros de oscilação como valores da entrada para simular os futuros dados, mesmo que seja levado em consideração algum efeito da nova física:

$$\begin{aligned}
\sin^2 \theta_{12} &= 0.31, \\
\Delta m_{21}^2 &= 7.6 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\
|\Delta m_{31}^2| &= 2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \\
\sin^2 2\theta_{23} &= 1.0, \\
\sin^2 2\theta_{13} &= 0.1 \text{ (0.01)}, \\
\delta_{CP} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.71}$$

## 3 Anomalias em física de neutrinos

### 3.1 Introdução

O fenômeno de oscilação de neutrinos já está muito bem estabelecido, o qual foi confirmado por diversos experimentos com fontes naturais, neutrinos provenientes do sol e produzidos por colisões na atmosfera, e com fontes artificiais, neutrinos criados a partir do decaimento de núcleos radioativos como no caso de reatores, e também no decaimento de partículas instáveis criadas a partir de colisões de feixes gerados em aceleradores, como por exemplo  $\pi^\pm$ ,  $\mu^\pm$ , etc.

Todos os dados desses experimentos com neutrinos são muito bem entendidos na estrutura de três sabores, ou seja, se considerarmos que existam somente três tipos de neutrinos,  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , onde os mesmos são caracterizados por duas diferenças de massas quadradas independentes e que se relacionam como  $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{32}^2$ , cujos valores são  $\Delta m_{21}^2 = \Delta m_\odot^2 \simeq 7.6 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  para oscilação de neutrinos solares, e  $|\Delta m_{31}^2| = \Delta m_{atm}^2 \simeq 2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  para o setor atmosférico. Temos ainda três ângulos de mistura ( $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ ) e uma fase complexa ( $\delta$ ).

Sabemos no entanto, que um experimento em especial tem colocado em cheque a descrição baseada em três sabores. Este experimento (LSND) realizado na década de 1990, e que será descrito na próxima seção, impulsionou a pesquisa numa possível quarta geração de neutrinos, que seria responsável por gerar uma escala de massa quadrada da ordem de  $1 \text{ eV}^2$ . Neste capítulo faremos uma discussão do cenário mais simples, considerando apenas 4 gerações de neutrinos e também comentaremos os experimentos que têm reforçado esta interpretação.

### 3.2

### O experimento LSND

O experimento LSND (*Liquid Scintillator Neutrino Detector*) foi realizado no acelerador LAMPF (*Los Alamos Meson Physics Facility*) em Los Alamos National Laboratory entre os anos 1993 e 1998 [46, 76]. Esse experimento estava procurando sinais de oscilação nos canais  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  e  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  dos produtos de píons e subsequente decaimento do múon, produzidos pelo espalhamento de prótons acelerados sobre um alvo fixo a um comprimento de  $L_{LSND} = 30$  m:

$$p + \text{alvo} \longrightarrow \pi^+ + X, \quad (3.1)$$

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu, \quad (3.2)$$

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu. \quad (3.3)$$

Segundo a colaboração LSND, eles encontraram um claro excesso de eventos com a assinatura  $\bar{\nu}_e$ , o qual foi interpretado como uma evidência para oscilação de neutrinos com probabilidade de  $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = 0.31\%_{(-0.10\% \pm 0.11\%)} \pm 0.05\%$  [46]. É importante ressaltar também, que uma análise de oscilações do tipo  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  do decaimento (3.2) foi realizada e uma probabilidade de oscilação de  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 0.26\%(\pm 0.1\% \pm 0.05\%)$  [76] foi encontrada, sendo consistente com os resultados obtidos na análise da transição  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ . Os valores atualizados das probabilidades são:  $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = (0.264 \pm 0.067 \pm 0.045)\%$  e  $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = (0.10 \pm 0.16 \pm 0.04)\%$  [77]. Se combinarmos os dados do experimento LSND, comumente referido como anomalia LSND, com outros experimentos e interpretarmos em termos de oscilações de neutrinos de dois sabores, encontra-se uma diferença de massa quadrada da ordem  $\Delta m^2 \sim (0.1 - 10) \text{ eV}^2$  [46, 76]. As regiões favorecidas são vinculadas pelo resultado negativo do experimento KARMEN (KARlsruhe Rutherford Medium Energy Neutrino) [78], que é similar ao LSND mas com a distância entre fonte e detector (baseline) menor<sup>1</sup>. Recentemente, a colaboração HARP-CDP [79] apresentou novos dados sobre a produção de píons o que implicaria em um aumento significativo do *background* no experimento LSND que como

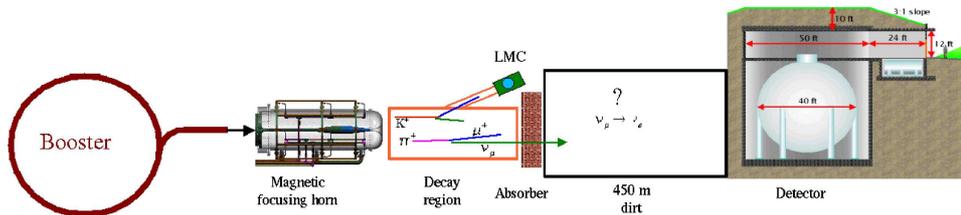
<sup>1</sup>Nesses experimentos os neutrinos têm energia de  $E_\nu \sim (10 \div 50) \text{ MeV}$  e viajam uma distância de  $L \approx 30$  metros para LSND e  $L \approx 17.5$  metros para KARMEN.

consequência levaria a uma diminuição da significância do resultado de  $3.8 \sigma$  para  $2.9 \sigma$ . Este resultado apresentado pela colaboração HARP-CDP foi posteriormente refutado por [80], que analisaram os resultados apontando vários erros na análise realizada pelo grupo.

### 3.3

#### O experimento MiniBooNE

O experimento MiniBooNE está localizado no Fermi National Accelerator Laboratory, em Batavia, IL, USA. Para produzir o feixe de neutrinos, inicia-se com um feixe de prótons de 8 GeV do Booster que colide com um alvo de Berílio, na colisão são produzidos mésons e o feixe de neutrinos é produzido depois do decaimento desses mesões. Os neutrinos são detectados a uma distância de 541 metros da fonte de neutrinos. O detector é um tanque aberto de óleo mineral,  $CH_2$ , cuja visualização é fornecida por tubos fotomultiplicadores. As interações de neutrinos são detectadas primariamente via radiação Cerenkov<sup>2</sup>. A figura 3.1 [81] mostra um diagrama do experimento MiniBooNE. O principal objetivo do experimento MiniBooNE é confirmar ou

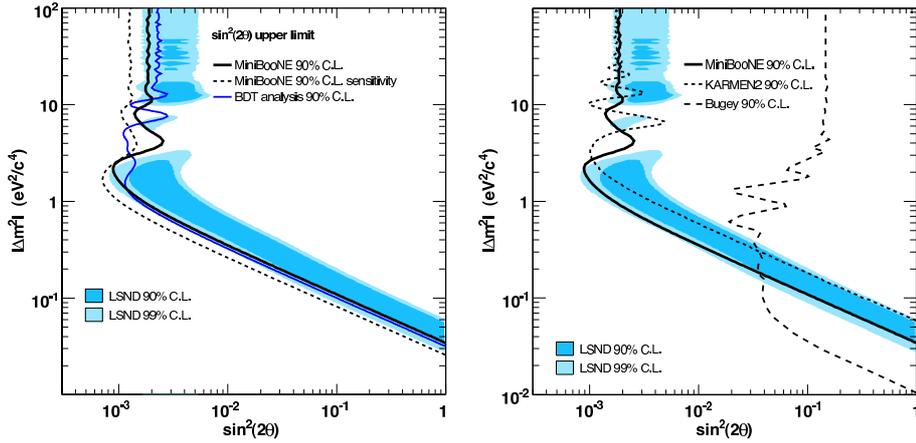


**Figura 3.1:** Produção e transporte do feixe de neutrinos no MiniBooNE.

refutar os resultados do experimento LSND para oscilação do tipo  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  (ou  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ). Isto é importante, porque os resultados encontrados pelo LSND são incompatíveis com os dados de outros experimentos envolvendo oscilação de neutrinos solares e atmosféricos, os quais são muito bem explicados no modelo com três neutrinos ativos. Na figura 3.2 [47] mostramos a região no espaço dos parâmetros de oscilação sugerida pelos dados do experimento LSND, os resultados do MiniBooNE para o canal  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  excluem a região à direita das linhas azul e preta desfavorecendo a interpretação de oscilação de dois neutrinos dos dados do experimento LSND.

Na figura 3.3 [82] mostramos uma coleção de resultados fornecidos pelos experimentos LSND, KARMEN, CCFR, CDHS, CHOOZ, Bugey e MiniBooNE

<sup>2</sup>Para maiores detalhes sobre o experimento sugerimos [81].



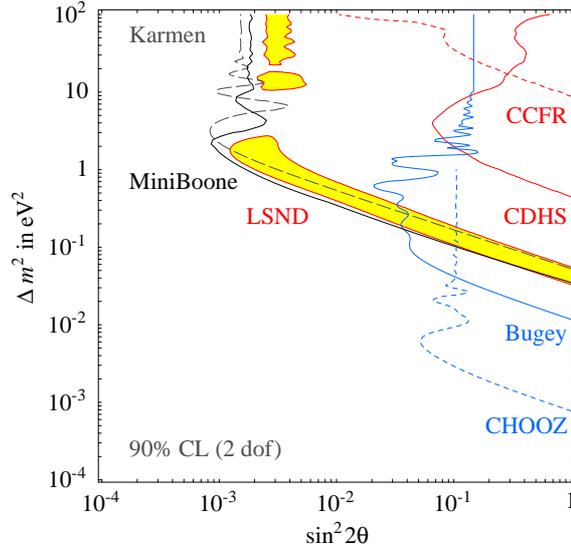
**Figura 3.2:** Esquerda: Limites em 90% de nível de confiança sobre os parâmetros da oscilação  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  obtidos dos dados do MiniBooNE usando o método "raster scan" unidimensional. A linha sólida preta mostra o limite, enquanto que a linha preta tracejada mostra a sensibilidade projetada. A linha azul sólida representa o limite obtido da análise BDT (Boosted Decision Tree) do mesmo conjunto de dados. Direita: Limites sobre oscilações  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  de MiniBooNE, KARMEN e Bugey.

no plano  $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ , é possível observar a região de exclusão fornecida por cada experimento, essa região está à direita da curva que representa o experimento.

No entanto, em 2010 o experimento MiniBooNE passou a analisar dados do canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  [48], o qual pode ser comparado diretamente com o resultado de LSND pois trata-se do mesmo canal. Nesta análise a colaboração reportou um excesso de eventos  $\bar{\nu}_e$  acima de 475 MeV com uma significância de  $2.75 \sigma$ , as regiões permitidas obtidas com estes dados pode ser vista na figura 3.4 [48]. Em 2011 a colaboração MiniBooNE apresentou um resultado atualizado com  $8.58 \times 10^{20}$  POT [49], o que representou um aumento de 52% na estatística comparado com o resultado publicado em 2010 reduzindo assim sua significância. Este resultado continua favorecendo oscilações do tipo  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  consistente com o resultado de LSND [49]. Este resultado juntamente com o resultado do experimento LSND, chamaremos daqui em diante como anomalia LSND/MiniBooNE.

### 3.4 Anomalia de antineutrinos de reator

Recentemente os cálculos do fluxo de antineutrinos oriundos de reatores nucleares foi refeito [83, 84], e foi observado um aumento de aproximadamente



**Figura 3.3:** Coleção de dados dos experimentos CHOOZ, Bugey, CDHS, CCFR, LSND e MiniBoONE. O ângulo de mistura  $\theta$  tem diferentes valores para cada experimento. A região em amarelo (preenchida) representa o limite fornecido pelos experimentos MiniBoONE, LSND e KARMEN para  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ .

3.5% em relação ao fluxo antigo. Esta diferença no fluxo não causa impacto nos experimentos de reator com grandes comprimentos, como por exemplo de KamLAND. Por outro lado, para experimentos com comprimentos menores que 100 metros esta diferença induz um déficit da ordem de 5,7% em eventos observados, este déficit é referido como *anomalia de antineutrino de reator* [50].

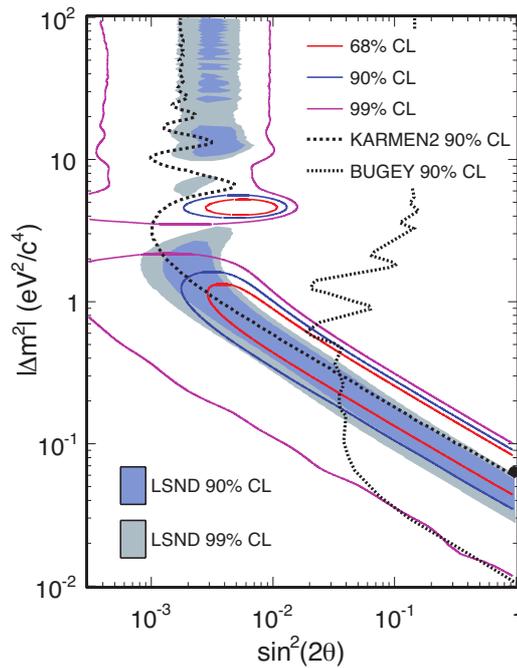
Para calcular a nova seção de choque por fissão é necessário que tenhamos em mente alguns conceitos relativos à física de reatores. Por exemplo, reatores nucleares de fissão possuem combustível composto principalmente de  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  e  $^{241}\text{Pu}$ . A taxa de fissão desses isótopos é usada para fazer previsão do espectro de  $\bar{\nu}_e$ .

Estes isótopos decaem via decaimento  $\beta$  emitindo aproximadamente  $10^{20} \bar{\nu}_e \text{ GW}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , com espectro dado pela expressão:

$$S_{tot}(E_\nu) = \sum_k f_k S_k(E_\nu), \quad (3.4)$$

onde  $f_k$  quantifica a contribuição de cada isótopo e  $S_k$  nos fornece o espectro de neutrinos por fissão.

Em experimentos com neutrinos de reatores, usa-se como método de



**Figura 3.4:** Região permitida no plano  $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$  em 68%, 90% e 99% de nível de confiança para os resultados de MiniBooNE no canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  considerando  $5.66 \times 10^{20}$  POT, resultados estes publicados em 2010. A região em azul (preenchida) mostra a região permitida do LSND em 90% e 99% de nível de confiança. O ponto representa o melhor ajuste para  $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.96, 0.064 \text{ eV}^2)$ .

detecção o decaimento  $\beta$  inverso, que pode ser representado pela reação:

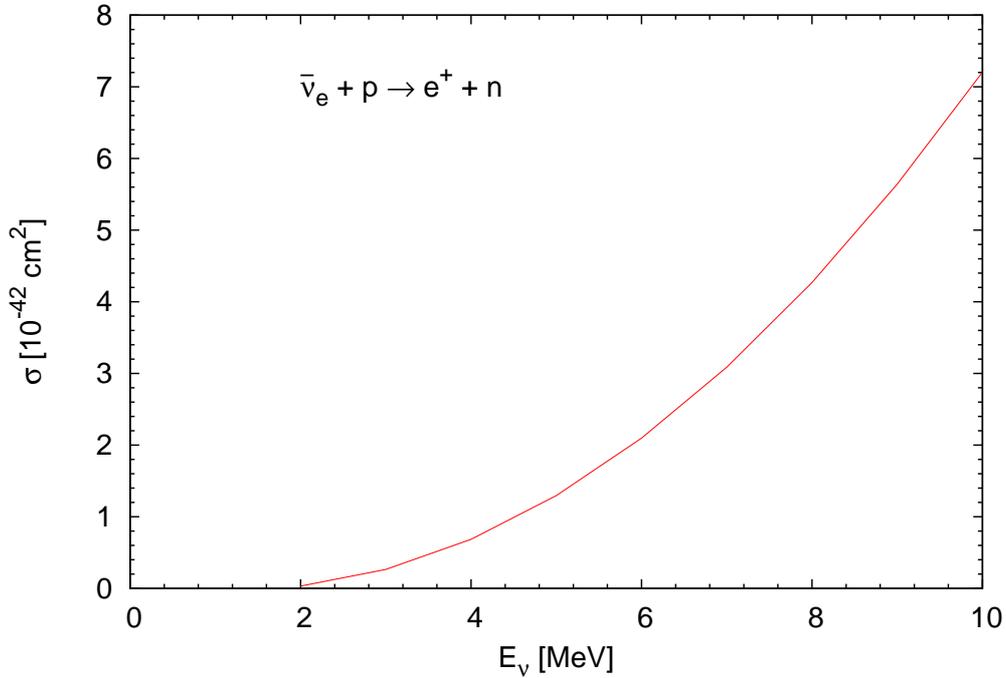


É importante mencionar que esta reação possui limiar de energia de 1.8 MeV, que é a energia mínima para que a reação ocorra. A seção de choque desta

reação é bem conhecida [85]<sup>3</sup>:

$$\sigma(E_e) = 0.0952 \left( \frac{E_e p_e}{1 \text{ MeV}^2} \right) \times 10^{-42} \text{ cm}^2, \quad (3.6)$$

onde  $E_e = E_\nu - (M_n - M_p)$  é a energia do pósitron,  $E_\nu$  é a energia do antineutrino,  $M_n$  e  $M_p$  são as massas do nêutron e do próton, respectivamente.  $p_e$  denota o momento do pósitron. É importante ressaltar que nesta expressão não considera-se o efeito de recuo do próton e do nêutron. A figura 3.5 mostra a seção de choque em função da energia do antineutrino.



**Figura 3.5:** Seção de choque em função da energia do antineutrino.

Um parâmetro importante na descrição da anomalia de reator é a

<sup>3</sup>Aqui estamos usando a expressão simplista da seção de choque, para ser mais preciso, a seção de choque deve conter as correções devida ao magnetismo fraco  $\delta_{\text{wm}}$ , energia de recuo  $\delta_{\text{rec}}$  e correções radiativas  $\delta_{\text{rad}}$  [50]:

$$\sigma_{V-A}(E_e) = \kappa p_e E_e (1 + \delta_{\text{rec}} + \delta_{\text{wm}} + \delta_{\text{rad}}),$$

onde

$$\kappa = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_C}{\pi} (1 + \Delta_{\text{inner}}^R) (1 + 3\lambda^2) \simeq \frac{2\pi^2}{m_e^5 f^R \tau_n},$$

onde  $\Delta_{\text{inner}}^R = 0.024$  vem das correções radiativas internas,  $\lambda = 1.2694$  é a razão da constante de acoplamento axial sobre acoplamento vetorial.  $\tau_n$  é tempo de vida do nêutron e  $f^R$  é um fator do espaço de fase.

predição da seção de choque por fissão, que é definida pela equação [50]:

$$\sigma_f^{pred} = \int_0^\infty S_{tot}(E_\nu) \times \sigma(E_\nu) dE_\nu = \sum_k f_k \sigma_{f,k}^{pred}, \quad (3.7)$$

onde  $\sigma_{f,k}^{pred}$  é a seção de choque prevista para cada isótopo por fissão. A tabela 3.1 [50] fornece os valores individuais de  $\sigma_{f,k}^{pred}$  para os isótopos  $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  e  $^{241}\text{Pu}$ . Os cálculos são realizados para o antigo e o novo fluxo. Em geral, os resultados experimentais são reportados considerando a razão entre a seção de choque medida sobre a seção de choque prevista, ou ainda como a razão entre taxa de eventos observados sobre previstos. Na tabela 3.1 é mostrado também a razão entre a seção de choque medida sobre prevista para Bugey-4, levando em consideração o antigo e o novo fluxo, onde pode-se perceber que esse novo fluxo causa impacto sobre os resultados experimentais já reportados.

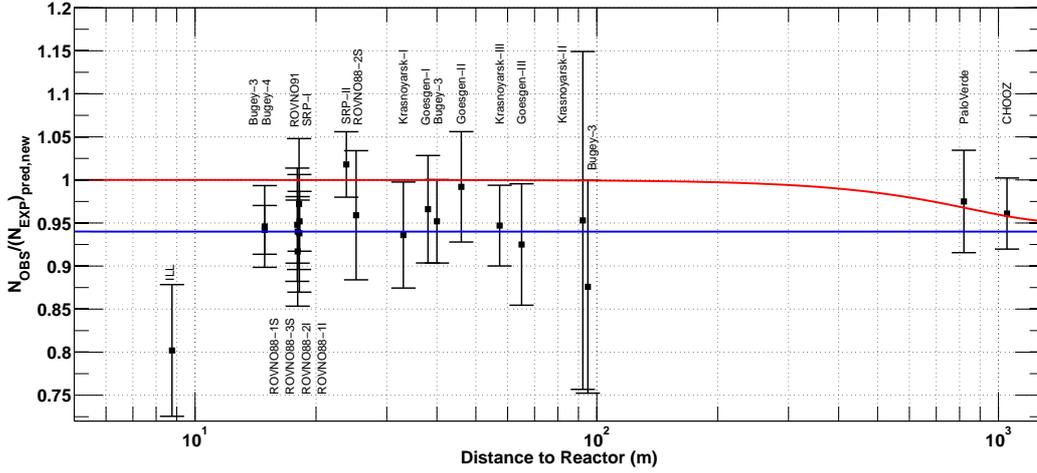
	antigo	novo
$\sigma_{f,^{235}\text{U}}^{pred}$	$6.39 \pm 1.9\%$	$6.61 \pm 2.11\%$
$\sigma_{f,^{239}\text{Pu}}^{pred}$	$4.19 \pm 2.4\%$	$4.34 \pm 2.45\%$
$\sigma_{f,^{238}\text{U}}^{pred}$	$9.21 \pm 10\%$	$10.10 \pm 8.15\%$
$\sigma_{f,^{241}\text{Pu}}^{pred}$	$5.73 \pm 2.1\%$	$5.97 \pm 2.15\%$
$\sigma_f^{pred}$	$5.824 \pm 2.7\%$	$6.102 \pm 2.7\%$
$\sigma_f^{Bugey}$	$5.752 \pm 1.4\%$	
$\sigma_f^{Bugey} / \sigma_f^{pred}$	$0.987 \pm 1.4\% \pm 2.7\%$	$0.943 \pm 1.4\% \pm 2.7\%$

**Tabela 3.1:** Seção de choque individual por fissão por isótopo,  $\sigma_{f,k}^{pred}$  em unidades de  $10^{-43} \text{ cm}^2/\text{fissão}$ .

O próximo passo é fazer o cálculo de  $R_{exp} = \frac{\sigma_f^{exp}}{\sigma_f^{pred}}$ , ou equivalentemente  $R = \frac{N_{obs}}{N_{pred}}$  para cada experimento de reator já realizado com comprimentos menores que 100 metros. Os experimentos de reator que foram simulados são: Bugey-4, ROVNO91, Bugey-3-I, Bugey-3-II, Bugey-3-III, Goesgen-I, Goesgen-II, Goesgen-III, ILL, Krasn. I, Krasn. II, Krasn. III, SRP I, SRP II, ROVNO88-1I, ROVNO88-2I, ROVNO88-1S, ROVNO88-2S e ROVNO88-3S. Estes resultados são apresentados na tabela 3.2 [50].

Observando a tabela 3.2, podemos comparar os resultados para o fluxo antigo com os resultados levando em conta o novo fluxo. É perceptível um decréscimo nas taxas para o novo fluxo, uma explicação para essa diferença ainda precisa ser formulada, algumas tentativas foram feitas considerando

oscilação do tipo  $\bar{\nu}_e \rightarrow \nu_s$  [50], como pode ser observado na figura 3.6, e também oscilação para modos de Kaluza-Klein  $\bar{\nu}_e \rightarrow \nu_s^{kk}$  [57], que será discutido no capítulo 6. Com o intuito de quantificar a significância



**Figura 3.6:** Ilustração da anomalia de antineutrino de reator para experimento de curto comprimento ( $< 100$  metros). Os resultados experimentais, que são representados pelos pontos com barra de erros no gráfico, são comparados à previsão sem oscilação, levando em consideração o novo espectro. A linha vermelha (superior) representa a solução padrão com três sabores de neutrinos considerando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.06$ . A linha azul (inferior), representa a solução com um neutrino estéril com  $|\Delta m_S^2| \gg 1 \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_S = 0.12$ .

da anomalia [50], agrupa-se as taxas calculadas para cada experimento num vetor  $\vec{R}$ , onde no cálculo dessas taxas levou-se em consideração a composição química, apresentada na tabela 3.3, e a distância entre a fonte de detector de cada experimento, como mostrado na tabela 3.2. As possíveis correlações também são levadas em consideração, por exemplo é assumido uma incerteza sistemática de 2% entre todos os 19 experimentos. Além desse erro correlacionado comum a todos os experimentos, ainda considerou-se correlações entre os seguintes experimentos: Bugey-4 e Rovno91; os três experimentos Bugey-3; os três Goesgen e o ILL; os três Krasnoyarsk; os cinco Rovno88; os dois Savannah River Plant. Adicionalmente os autores de [50] consideraram uma correlação extra entre o experimento Rovno88 (1I e 2I) e Rovno91, e uma correlação dita arbitrariamente de 50% entre Rovno88 (1I e 2I) e Bugey-4. Essas correlações foram motivadas pelo uso de detectores similares ou idênticos.

A partir dessas informações pode-se construir a matriz de correlação ou covariância  $W$  das taxas. É importante destacar que na construção da matriz de

covariância, cada elemento deve ser multiplicado pela respectiva taxa. Podemos representar os elementos da matriz de covariância através da expressão:

$$W_{ij} = \sigma_{ij}^2 R_i R_j, \quad (3.8)$$

onde  $\sigma_{ij}^2$  representa o erro correlacionado entre os experimentos  $i$  e  $j$ ,  $R_{i(j)}$  é a taxa como definida antes.

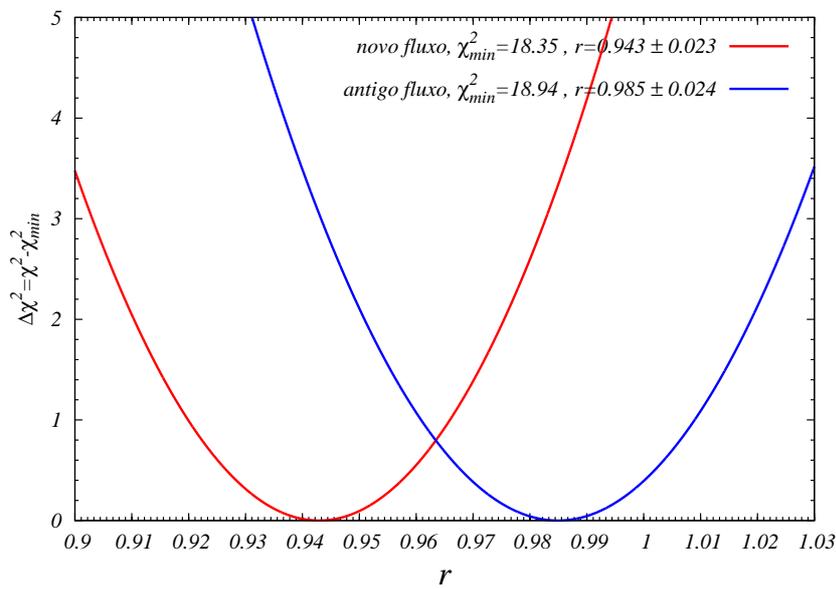
Para encontrar o melhor valor da taxa média  $r$ , que é a média ponderada da razão das taxas de eventos esperados sobre eventos previstos de todos os experimentos, deve-se minimizar a função  $\chi^2$  com respeito a  $r$ :

$$\chi^2 = \left( r - \vec{R} \right)^T W^{-1} \left( r - \vec{R} \right). \quad (3.9)$$

Os resultados que obtivemos para os fluxos antigo e novo podem ser vistos na figura 3.7. Neste cálculo encontramos os seguintes valores para os  $\chi_{min}^2$  e as taxas em  $1\sigma$ :

$$\begin{aligned} \text{antigo fluxo} &\rightarrow \chi_{min}^2 = 18.94, \quad r = 0.985 \pm 0.024, \\ \text{novo fluxo} &\rightarrow \chi_{min}^2 = 18.35, \quad r = 0.943 \pm 0.023. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Uma discussão sobre as possíveis causas desta anomalia pode ser encontrada no artigo [50]. Em [57] propomos uma interpretação para esta anomalia juntamente com a anomalia nos experimentos de calibração GALLEX e SAGE, que serão apresentados na próxima seção. Esta proposta será discutida no capítulo 6 desta tese.



**Figura 3.7:** Dependência da função  $\chi^2$  com  $r$ . Na figura também é mostrado o valor de melhor ajuste para a taxa média considerando o fluxo antigo e o novo fluxo, cujos valores encontrados com suas incertezas são respectivamente  $r = 0.985 \pm 0.024$  e  $r = 0.943 \pm 0.023$ . O  $\chi_{min}^2$  para os dois fluxos são  $\chi_{min}^2 = 18.94$  e  $\chi_{min}^2 = 18.35$ , para os fluxos antigo e novo respectivamente.

Exp	Antigo	Novo	err(%)	corr(%)	L(m)
Bugey-4	0.987	0.942	3.0	3.0	15
ROVNO91	0.985	0.940	3.9	3.0	18
Bugey-3-I	0.988	0.946	4.8	4.8	15
Bugey-3-II	0.994	0.952	4.9	4.8	40
Bugey-3-III	0.915	0.876	14.1	4.8	95
Goesgen-I	1.018	0.966	6.5	6.0	38
Goesgen-II	1.045	0.992	6.5	6.0	45
Goesgen-III	0.975	0.925	7.6	6.0	65
ILL	0.832	0.802	9.5	6.0	9
Krasn. I	1.013	0.936	5.8	4.9	33
Krasn. II	1.031	0.953	20.3	4.9	92
Krasn. III	0.989	0.947	4.9	4.9	57
SRP I	0.987	0.952	3.7	3.7	18
SRP II	1.055	1.018	3.8	3.7	24
ROVNO88-II	0.969	0.917	6.9	6.9	18
ROVNO88-2I	1.001	0.948	6.9	6.9	18
ROVNO88-1S	1.026	0.972	7.8	7.2	18
ROVNO88-2S	1.013	0.959	7.8	7.2	25
ROVNO88-3S	0.990	0.938	7.2	7.2	18

**Tabela 3.2:** Cálculos das razões  $R_{exp} = \frac{\sigma_f^{\text{exp}}}{\sigma_f^{\text{pred}}}$  (ou  $\frac{N_{\text{obs}}}{N_{\text{pred}}}$ ), baseado nos espectros antigo e novo. A coluna err corresponde ao erro total publicado pelas colaborações, incluindo o erro sobre  $S_{\text{tot}}$ . A coluna corr corresponde aos erros correlacionados dos múltiplos experimentos ou experimentos usando o mesmo detector. A matriz de covariância é construída com os dados fornecidos nesta tabela.

Exp	$\tau_n$ (s)	$^{235}\text{U}$	$^{239}\text{Pu}$	$^{238}\text{U}$	$^{241}\text{Pu}$
Bugey-4	888.7	0.538	0.328	0.078	0.056
ROVNO91	888.6	0.614	0.274	0.074	0.038
Bugey-3-I	889	0.538	0.328	0.078	0.056
Bugey-3-II	889	0.538	0.328	0.078	0.056
Bugey-3-III	889	0.538	0.328	0.078	0.056
Goesgen-I	897	0.620	0.274	0.074	0.042
Goesgen-II	897	0.584	0.298	0.068	0.050
Goesgen-II	897	0.543	0.329	0.070	0.058
ILL	889	$\simeq 1$	—	—	—
Krasn. I	899	$\simeq 1$	—	—	—
Krasn. II	899	$\simeq 1$	—	—	—
Krasn. III	899	$\simeq 1$	—	—	—
SRP I	887	$\simeq 1$	—	—	—
SRP II	887	$\simeq 1$	—	—	—
ROVNO88-1I	898.8	0.607	0.277	0.074	0.042
ROVNO88-2I	898.8	0.603	0.276	0.076	0.045
ROVNO88-1S	898.8	0.606	0.277	0.074	0.043
ROVNO88-2S	898.8	0.557	0.313	0.076	0.054
ROVNO88-3S	898.8	0.606	0.274	0.074	0.046

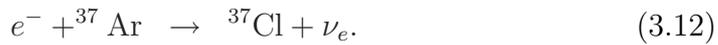
**Tabela 3.3:** Para o cálculo das taxas usamos a composição química e o tempo de vida do nêutron apresentados nesta tabela.

### 3.5

#### Resultados dos experimentos GALLEX e SAGE

Além dos resultados apresentados anteriormente por experimentos com neutrinos oriundos de aceleradores e reatores, existe um outro resultado ainda a ser explicado. Este por sua vez, possui uma fonte radioativa de neutrinos, cujo objetivo era fazer a calibração de detectores para neutrinos solares, sendo que foi observado um déficit de  $\nu_e$ .

Os neutrinos são produzidos por intensas fontes radioativas de  $^{51}\text{Cr}$  e  $^{37}\text{Ar}$  colocadas próximas ou dentro dos detectores. O processo de decaimento é através da captura eletrônica:



Os neutrinos emitidos por esses dois processos de decaimento possuem energia de  $E_\nu = 752.73 \pm 0.24$  keV e  $E_\nu = 813.5 \pm 0.3$  keV, respectivamente. Estes neutrinos são detectados pelo mesmo processo de detecção de neutrinos solares:



o qual tem limiar de energia de  $E = 0.233$  MeV. Os valores da razão média entre a taxa de produção medida e prevista de  $^{71}\text{Ge}$  para os experimentos GALLEX [51, 52, 86] e SAGE [53, 54, 87, 55] são :

$$\begin{aligned} R^{\text{G1}} &= 0.953 \pm 0.11, \\ R^{\text{G2}} &= 0.812^{+0.10}_{-0.11}, \\ R^{\text{S1}} &= 0.95 \pm 0.12, \\ R^{\text{S2}} &= 0.791^{+0.084}_{-0.078}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde G1 e G2 referem-se aos dois experimentos feitos por GALLEX com fontes  $^{51}\text{Cr}$ ; S1 refere-se ao experimento SAGE com fonte  $^{51}\text{Cr}$  e S2 com fonte  $^{37}\text{Ar}$ .

É importante ressaltar que as taxas apresentadas nas equações 3.14 foram calculadas usando o valor central da seção de choque do processo

$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$ , o qual foi calculado por Bahcall [88]:

$$\begin{aligned}\sigma({}^{51}\text{Cr}) &= (58.1_{-1.6}^{+2.1}) \times 10^{-46} \text{cm}^2, \\ \sigma({}^{37}\text{Ar}) &= (70.0_{-2.1}^{+4.9}) \times 10^{-46} \text{cm}^2.\end{aligned}\quad (3.15)$$

A significância estatística dos resultados de GALLEX e SAGE foi calculada por Giunti e Laveder em [89], que encontraram uma significância de  $\sim 3.0 \sigma$ . Nesta análise, foram consideradas também as incertezas na seção de choque de detecção 3.15, as quais não haviam sido consideradas no cálculo das taxas 3.14. Como mencionado na seção anterior, no capítulo 6 apresentamos uma possível explicação para esta anomalia combinada com a anomalia de reator.

No entanto, gostaríamos de enfatizar que vários dados cosmológicos também têm apresentado indícios de que uma quarta geração de neutrinos possa existir. Observações cosmológicas vinculam o número efetivo de espécies de neutrinos no universo,  $N_{eff}$ , o qual é maior que 3. Por exemplo, se combinarmos os resultados de WMAP-7, medida da oscilação acústica de Bárions (BAO) e o novo valor da constante de Hubble, encontra-se que  $N_{eff} = 4.34_{-0.88}^{+0.86}$  [90]. Se combinarmos somente WMAP-7 e os dados do Atacama Cosmology Telescope teremos  $N_{eff} = 5.3 \pm 1.3$  [91]. Os autores de [92], em uma análise independente encontraram que o número de neutrinos estéreis leves seria  $\Delta N_{eff} = (0.2 - 2.2)$ . No entanto, limites vindos de nucleossíntese (BBN) nos fornece  $N_{eff} = 3.68_{-0.70}^{+0.80}$  [93]. Em [94], os autores mostraram que a presença de um neutrino estéril leve pode melhorar a descrição dos dados de neutrinos solares.

## 4

### Neutrinos Mössbauer

#### 4.1

##### Introdução ao efeito Mössbauer

O efeito Mössbauer foi descoberto em 1958 pelo físico alemão Rudolf Mössbauer [95]. Este efeito consiste, na emissão e absorção sem recuo de um raio  $\gamma$  a partir de um núcleo embebido num sólido. A emissão de um raio  $\gamma$  por um único átomo num gás provoca um recuo no átomo emissor e reduz a energia do raio  $\gamma$  emitido de, por exemplo,  $E_0$  para  $E_0 - E_R$ , onde  $E_R$  é a energia de recuo do átomo.

Mössbauer observou que, se os núcleos emissor e absorvedor forem mantidos por forças de grande intensidade na rede cristalina, a energia de recuo é distribuída por todos os núcleos que compõem a rede. Em geral, uma rede cristalina típica é composta por aproximadamente  $\sim 10^{20}$  átomos, logo a energia de recuo pode ser desprezada uma vez que a mesma é absorvida pela rede, de modo que o  $\gamma$  sai com energia  $E_0$ .

Neste momento é oportuno fazermos uma discussão sobre o efeito Mössbauer, para uma completa caracterização deste efeito é necessário apresentar alguns conceitos, como por exemplo o conceito de largura de linha, energia de recuo e ressonância [95].

Como mencionado no parágrafo anterior, um conceito bastante importante na teoria do efeito Mössbauer, é o conceito de largura de linha, que corresponde ao nível de energia em um átomo, por exemplo. Em geral esses níveis de energia são indicados como linhas e é assumido que a energia do estado é dada, por exemplo, por  $E_0$ . No entanto esses níveis de energia possuem uma certa largura, variando de um valor mínimo até um valor máximo. A largura aproximada deste espectro de energia pode ser obtida a partir da relação de

incerteza:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (4.1)$$

Nesta relação  $\Delta E$  é a incerteza na energia e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo disponível para medir a energia  $E$ . Este intervalo de tempo é da ordem da vida média  $\tau$  do estado em consideração. Considerando  $\Delta t \approx \tau$  e identificando a largura do nível de energia como  $\Gamma = \Delta E$ , temos:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \quad (4.2)$$

Por exemplo, para uma vida média  $\tau = 10^{-8}$  s, encontramos uma largura de:

$$\Gamma = 6.58 \times 10^{-8} \text{ eV},$$

onde consideramos  $\hbar = 6.58 \times 10^{-16}$  eV.s. Agora se a energia de transição é 66 keV, por exemplo, a razão entre a largura de linha e a energia é da ordem:

$$\frac{\Gamma}{E} = 10^{-12}.$$

Um outro conceito importante no âmbito do efeito Mössbauer, é a energia de recuo. Um fóton emitido numa transição nuclear, possui uma energia média  $E_0$  se são emitidos de um sistema com uma massa infinita. Em geral, haveria uma perda de energia devido ao recuo do núcleo emissor. Para calcular essa perda de energia, vamos assumir que o fóton é emitido por um núcleo de massa  $M$  que está em repouso antes do decaimento. A conservação do momento nos fornece:

$$\mathbf{p}_N = -\mathbf{p}_\gamma,$$

onde  $\mathbf{p}_N$  denota o momento do núcleo e  $\mathbf{p}_\gamma$  denota o momento do fóton emitido. A magnitude do momento do fóton está conectado com a energia do fóton através da relação:

$$|\mathbf{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c}, \quad (4.3)$$

onde  $E_\gamma$  é a energia do fóton emitido e  $c$  é a velocidade da luz. Quando a



**Figura 4.1:** Representação da perda de energia devido ao recuo de um núcleo emitindo um fóton.

energia de repouso dos núcleos é comparável à energia do decaimento, então é uma boa aproximação considerar que estes núcleos são muito pesados, e com isso podemos usar a aproximação não relativística para conectar a magnitude do momento com a energia de recuo,  $E_R$ :

$$E_R = \frac{p_N^2}{2M}. \quad (4.4)$$

Como  $E_R$  é pequeno comparado a energia de decaimento, podemos escrever  $E_\gamma = E_0$ , onde  $E_0$  é a energia do decaimento. Com isso podemos então escrever:

$$E_R = \frac{E_0^2}{2Mc^2}. \quad (4.5)$$

Para uma dada energia de decaimento  $E_0$  e uma dada massa nuclear  $M$ , a energia de recuo pode ser facilmente calculada a partir de 4.5.

Uma das idéias mais interessantes que torna o efeito Mössbauer bastante atraente é a idéia de ressonância. Neste contexto, a seção de choque de absorção máxima ocorre se um fóton incidente tem uma determinada energia  $E_0$ , que é a energia do nível atômico ou nuclear. A seção de choque de absorção ressonante tem a seguinte forma, com  $E_R = 0$ :

$$\sigma_0^R = 2\pi \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2 s^2 f^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_{exp}}, \quad (4.6)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda do fóton incidente,  $s$  é um fator estatístico o qual é determinado pelo spin nuclear, abundância isotópica e outros fatores de natureza nuclear, em geral pode-se considerar próximo à unidade.  $f$  é o fator

de Lamb-Mössbauer que na verdade é a probabilidade de emissão e absorção sem criação de fônons.  $\Gamma$  é a largura natural e  $\Gamma_{exp}$  é a largura experimental que leva em consideração efeitos de alargamento das linhas que podem surgir, por exemplo, devido a agitações térmicas. De 4.6 podemos encontrar que a seção de choque máxima depende somente de  $\lambda$ , ou seja, é dada por:

$$\sigma_0^{max} = 2\pi \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^2, \quad (4.7)$$

cujos valores podem variar entre  $10^{-17} - 10^{-19} \text{ cm}^2$ , sendo assim muito maior do que a seção de choque de um processo eletrofraco cuja seção de choque é da ordem (para neutrinos)  $\sim 10^{-44} \text{ cm}^2$ . O fato de conseguir aumentar consideravelmente a seção de choque de absorção torna o efeito Mössbauer bastante atrativo, como veremos no decorrer deste capítulo, uma discussão do efeito Mössbauer para neutrinos.

O efeito Mössbauer tem sido observado em mais de 35 isótopos, podemos citar como exemplo:

$$\begin{aligned} {}^{57}\text{Fe} &\rightarrow E = 14.4 \text{ keV}, \Gamma = 4.3 \times 10^{-9} \text{ eV}; \\ {}^{67}\text{Zn} &\rightarrow E = 93.3 \text{ keV}, \Gamma = 4.8 \times 10^{-11} \text{ eV}; \\ {}^{109}\text{Ag} &\rightarrow E = 87.7 \text{ keV}, \Gamma = 1.2 \times 10^{-17} \text{ eV}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Após Mössbauer tornar público seu resultado, Visscher [96] propôs que o mesmo efeito possa ocorrer com neutrinos, emitidos na captura eletrônica de um núcleo instável embebido numa rede cristalina. A possibilidade de observar o efeito Mössbauer para antineutrinos foi descrita para diversos isótopos no trabalho por Kells e Schiffer [97]. É importante comentar que este efeito acontece através da emissão de antineutrinos sem recuo no decaimento  $\beta$  do trítio ( ${}^3\text{H}$ ) e posteriormente absorvido de forma ressonante, sem recuo, em  ${}^3\text{He}$ .

## 4.2

### O efeito Mössbauer para neutrinos

O efeito Mössbauer baseia-se na emissão e absorção de fótons sem recuo, além disso uma fração dos fótons emitidos são absorvidos de forma ressonante, ou seja, a energia com que o fóton foi emitido deve ser igual a diferença de energia entre dois níveis de energia do átomo (ou núcleo) absorvedor.

Estas condições podem ser alcançadas de maneira similar ao caso do efeito Mössbauer para fótons. Ou seja, devemos inserir a fonte emissora de antineutrinos assim como o alvo, numa rede cristalina sólida o suficiente que evitem problemas com recuo do átomo emissor e absorvedor. Isto pode ser conseguido se consideramos, por exemplo, matrizes metálicas, cuja produção de fônons <sup>1</sup> é bem reduzida se comparadas a matrizes convencionais.

É importante salientar que neutrinos produzidos via efeito Mössbauer possuem algumas propriedades especiais quando comparados aos neutrinos produzidos em processos convencionais como por exemplo, neutrinos produzidos em acelerador e reator. Uma propriedade importante que surge neste contexto, é que neutrinos são produzidos, como veremos, no decaimento em dois corpos que como consequência estes neutrinos são monocromáticos.

Sabe-se que no decaimento  $\beta$  usual,  $n \rightarrow p + \bar{\nu}_e + e^-$ , que como podemos observar trata-se de um decaimento em três corpos. No entanto, as características do próton no decaimento são bem conhecidas (energia), o que restringiria a um decaimento efetivo em dois corpos, o que implicaria em um espectro contínuo ocupado pelas energias do  $\bar{\nu}_e$  e do  $e^-$  emitidos [98]. O máximo de energia do  $\bar{\nu}_e$  é determinado pelo valor de  $Q$  que é dado por:

$$Q = E_n - E_p - E_{\bar{\nu}_e} - E_e, \quad (4.9)$$

onde  $E_n$  é a energia do nêutron,  $E_p$  é a energia do próton,  $E_{\bar{\nu}_e}$  é energia do neutrino e  $E_e$  é a energia do elétron.

Agora, imaginemos o mesmo decaimento  $\beta$ , porém com a captura do  $e^-$  por uma órbita atômica com energia de ligação bem definida. Neste caso, a energia do  $\bar{\nu}_e$  é determinada por:

$$E_{\bar{\nu}_e} = Q + E_L - E_R, \quad (4.10)$$

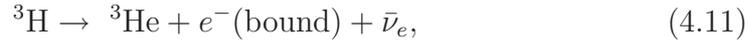
ou seja, esta energia depende do valor de  $Q$ , da energia de ligação da órbita que o elétron foi capturado  $E_L$  e da energia de recuo do átomo formado após o decaimento  $E_R$  [99]. O processo inverso também é possível, ou seja, um par  $\bar{\nu}_e - e^-$ , onde o  $e^-$  encontra-se em uma órbita atômica, pode ser absorvido pelo núcleo transformando assim um próton em um nêutron. O fato do decaimento  $\beta$  ligado dar origem a um  $\bar{\nu}_e$  com energia bem definida, uma vez que este depende essencialmente do valor de  $Q$ , revela um caráter ressonante que pode

---

<sup>1</sup> Fônons são quasi-partículas criadas a partir da vibração da rede cristalina.

ser destruído pela energia de recuo no processo de emissão e absorção.

Recentemente a idéia de usar o processo de captura ressonante baseado no efeito Mössbauer para neutrinos foi ressuscitado por Raghavan [100, 101], onde o processo de emissão é representado por:



e a detecção é feita através do processo:



Esse antineutrino seria emitido com uma energia de 18.6 keV. Como mencionamos antes, a idéia é colocar o  ${}^3\text{H}$  e o  ${}^3\text{He}$  numa rede cristalina metálica. Esta por sua vez, teria a função de absorver a energia de recuo da emissão de  $\bar{\nu}_e$  por  ${}^3\text{H}$  e a captura do mesmo  $\bar{\nu}_e$  por  ${}^3\text{He}$ . O processo de detecção possui uma natureza ressonante, e a seção de choque neste caso seria:

$$\sigma_{\bar{\nu}_e}^R \approx 1.8 \times 10^{-22} s^2 f^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_{exp}} \text{ cm}^2, \quad (4.13)$$

ou seja, para o sistema  ${}^3\text{H}-{}^3\text{He}$  considerado teremos  $\sigma_{\bar{\nu}_e}^R \approx 1.8 \times 10^{-22} \text{ cm}^2$ , se  $s^2 \approx 1$ ,  $f^2 \approx 1$  e  $\Gamma_{exp} = \Gamma = 1.17 \times 10^{-24} \text{ eV}$  [100, 101].

Como foi discutido na seção anterior, a transferência de momento no processo de emissão e absorção destrói a ressonância. Podemos estimar a fração  $f_r$  sem recuo no processo de emissão e detecção usando a seguinte relação [97, 98, 102]:

$$f_r(T \rightarrow 0) = \exp \left\{ -\frac{E^2}{2Mc^2} \cdot \frac{3}{2k_B\theta} \right\}, \quad (4.14)$$

onde  $T$  é a temperatura,  $k_B$  é a constante de Boltzmann e  $\theta$  é a temperatura efetiva de Debye. Considerando  $\theta \approx 800 \text{ K}$  para o sistema  ${}^3\text{H}-{}^3\text{He}$ , encontramos  $f_r^2 \approx 0.07$  para  $T \rightarrow 0$ .

Para neutrinos Mössbauer devemos considerar também o efeito de contração e expansão da rede em que os isótopos estão embebidos, o qual não acontece no experimento Mössbauer convencional. A emissão e absorção de  $\bar{\nu}_e$  tem influência nos processos eletrofracos que são responsáveis pela transformação de um elemento em outro. Outro aspecto que deve ser mencionado, é que  ${}^3\text{H}$  e  ${}^3\text{He}$  são ligados de forma diferente na rede e além disso, ocupam diferentes quantidades de espaço na rede, e quando o

processo eletrofraco acontece a rede pode contrair ou expandir. As energias de deformação da rede para o sistema  ${}^3\text{H}-{}^3\text{He}$  são  $E^{\text{H}} = 0.099$  eV e  $E^{\text{He}} = 0.551$  eV, respectivamente. Em analogia ao feito para transferência de momento, podemos estimar a probabilidade  $f_L$  que esta deformação na rede não cause excitação na rede [102]:

$$f_L \approx \exp \left\{ -\frac{E^{\text{He}} - E^{\text{H}}}{k_B \theta} \right\} \approx 1 \times 10^{-3}. \quad (4.15)$$

Com isso podemos estimar a probabilidade de emissão e absorção sem fônons:

$$f^2 = f_r^2 \cdot f_L^2 \approx 7 \times 10^{-8}, \quad (4.16)$$

como podemos perceber é muito pequena, o que mostra que em um experimento real com o sistema mencionado  ${}^3\text{H}-{}^3\text{He}$  torna-se muito difícil [98].

Como mencionamos anteriormente Kells e Fischer [97] examinaram diversos candidatos para o processo de absorção sem recuo. Abaixo mostramos alguns isótopos candidatos.

$$\begin{aligned} {}^{63}\text{Ni} &\rightarrow E = 68.0 \text{ keV}, \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_{exp}} \right) = 1.0 \times 10^{-16} \text{ eV}; \\ {}^{93}\text{Zr} &\rightarrow E = 60.0 \text{ keV}, \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_{exp}} \right) = 7.0 \times 10^{-21} \text{ eV}; \\ {}^{151}\text{Sm} &\rightarrow E = 76.0 \text{ keV}, \left( \frac{\Gamma}{\Gamma_{exp}} \right) = 1.0 \times 10^{-16} \text{ eV}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Recentemente um novo sistema para observação do efeito Mössbauer para neutrinos tem sido considerado. O sistema em questão é  ${}^{163}\text{Ho}-{}^{163}\text{Dy}$ , este sistema possui valor de  $Q$  de 2.6 keV e uma das vantagens desse sistema é que a probabilidade de emissão e absorção sem fônons é aproximadamente 7 ordens de magnitude maior que a do sistema  ${}^3\text{H}-{}^3\text{He}$  [97].

### 4.3

#### Viabilidade de um experimento com neutrinos Mössbauer

Existem vários problemas técnicos para serem resolvidos antes da realização de um experimento como este de neutrinos Mössbauer. Um dos problemas é a construção de redes cristalinas capazes de absorver a energia de recuo nos processos de emissão e detecção. Outra limitação inerente ao experimento é que, para o decaimento do  ${}^3\text{H}$ , cujo tempo de vida  $\tau = 17.81$

anos, a largura natural, ou largura mínima,  $\Gamma = \hbar/\tau = 1.17 \times 10^{-24}$  eV. O que é impossível alcançar com a tecnologia atual.

Para neutrinos Mössbauer o espectro de energia dos neutrinos emitidos e a seção de choque de detecção são dados por [103]:

$$\rho(E) \propto \frac{\gamma_F/2\pi}{(E - E_F)^2 + \gamma_F^2/4}, \quad \sigma(E) \propto \frac{\gamma_D/2\pi}{(E - E_D)^2 + \gamma_D^2/4}, \quad (4.18)$$

onde  $\gamma_F$  e  $\gamma_D$  são as larguras de energia associadas com os processos de produção e detecção e

$$E_F = E_{H,F} - E_{He,F}, \quad (4.19)$$

$$E_D = E_{H,D} - E_{He,D}. \quad (4.20)$$

são as diferenças das energias médias dos átomos de  $^3\text{H}$  e  $^3\text{He}$  na fonte e no detector. A taxa de interação dos neutrinos podem então ser calculada:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi L^2} \int_0^\infty \rho(E)\sigma(E) dE \propto \frac{(\gamma_F + \gamma_D)/2\pi}{(E_F - E_D)^2 + (\gamma_F + \gamma_D)^2/4}. \quad (4.21)$$

Observando esta taxa de interação, percebemos que para que esta taxa seja grande faz-se necessário que as larguras ( $\gamma_F, \gamma_D$ ) sejam pequenas e que a condição de ressonância seja satisfeita, ou seja,

$$(E_F - E_D)^2 \ll (\gamma_F + \gamma_D)^2/4. \quad (4.22)$$

As contribuições dominantes para  $\gamma_F$  e  $\gamma_D$  e também para a diferença nas energias ( $E_F - E_D$ ) são provenientes de efeitos de estado sólido, onde alguns são controlados com algum grau de precisão, porém outros efeitos podem não ser controlados pelo experimentalista. Estes efeitos podem ser agrupados em dois tipos principais: homogêneos e não homogêneos [98, 103]. Efeitos homogêneos tem influência semelhante sobre todos os átomos que compõem a rede cristalina, enquanto que efeitos não homogêneos têm diferente impacto sobre diferentes átomos.

Podemos destacar como efeitos homogêneos [103]: a relaxação eletromagnética devida a interação com os outros átomos da rede; diferenças na energia de ligação da fonte e do detector uma vez que a quantidade de cristais na fonte e no detector não são exatamente as mesmas, uma deve conter uma grande quantidade de  $^3\text{H}$  e outra deve conter uma quantidade mínima possível

de  ${}^3\text{H}$ ; efeito de contração e expansão da rede durante o decaimento. Efeitos não homogêneos estão associados à presença de impurezas e defeitos na rede [98].

Raghavan propôs [100, 101], que  ${}^3\text{H}$  e  ${}^3\text{He}$  fossem embebidos num cristal de Nb, com o intuito de evitar quaisquer efeitos de recuo nos processos de emissão e detecção. Foi estimado que devido aos diversos efeitos de *line broadening*, a incerteza relativa da energia seria  $\Delta E/E \sim 5 \times 10^{-16}$ , o que implicaria um aumento na seção de choque de captura de  $\sim 10^{-44} \text{ cm}^2$  para  $\sim 10^{-33} \text{ cm}^2$ .

Se um aumento na seção de choque de detecção desta ordem for possível, então na ausência de oscilação, aproximadamente  $10^6$  eventos ( $\bar{\nu}_e$ ) por dia seriam esperados para uma fonte de 1 M Ci e um alvo de 100 gramas de  ${}^3\text{He}$ , para um comprimento de oscilação de  $\sim 10$  metros [104].

O que torna um experimento deste tipo bastante atrativo é que o fato dos antineutrinos serem emitidos com uma energia baixa  $E_{\nu_e} \simeq 18.6 \text{ keV}$ , pode-se fazer experimentos de oscilação em escalas de laboratório, por exemplo para oscilações governadas por  $\Delta m_{31}^2$  o comprimento de oscilação seria  $\sim 20$  metros, e de  $\sim 600$  metros para oscilações governadas por  $\Delta m_{21}^2$ .

Sabe-se que uma das primeiras aplicações do efeito Mössbauer para fótons foi justamente medir o desvio para o vermelho gravitacional dos fótons [105]. Uma outra possibilidade que pode ser explorada neste tipo de experimento, é estudar efeitos gravitacionais com neutrinos assim como feito para fótons [100].

#### 4.4

#### Oscilação de neutrinos Mössbauer

Como foi discutido na seção anterior, neutrinos Mössbauer possuem características interessantes que podem ser usadas para explorar vários aspectos da física de oscilação de neutrinos. No entanto, existe uma discussão na literatura quanto ao fato de neutrinos produzidos em um experimento do tipo Mössbauer possam oscilar.

Aqui faremos uma discussão baseada na relação de incerteza energia-tempo, e veremos que essa abordagem é suficiente para mostrar que neutrinos produzidos em um experimento do tipo Mössbauer realmente satisfazem a condição imposta por esse princípio para que haja oscilação.

Em [106, 107] os autores argumentam que a questão de oscilação de neutrinos Mössbauer depende se o fenômeno é estacionário ou não-estacionário.

No caso estacionário a função de onda que descreve o estado de sabor de neutrinos é diferente em cada ponto do espaço, porém não evolui no tempo. A evolução temporal da função de onda do neutrino caracteriza um fenômeno não-estacionário. Os autores de [106, 107] consideram que para a evolução não-estacionária da função de onda do neutrino, a relação de incerteza energia-tempo proíbe oscilação de neutrinos Mössbauer. Estes mesmos autores consideram que para o caso estacionário a relação de energia-tempo não é aplicável.

No entanto, essa questão foi abordada pelos autores de [108], que usando a mesma descrição baseada no princípio de incerteza, mostraram que neutrinos Mössbauer preenchem os requisitos impostos pela relação de incerteza para que haja oscilação. Tentaremos mostrar os dois pontos de vista.

O nosso ponto de partida é a relação de incerteza de Mandelstam-Tamm [109]:

$$\Delta E \Delta O \geq \frac{1}{2} \left| \frac{d}{dt} \overline{O}(t) \right|, \quad (4.23)$$

onde  $O$  é um operador qualquer e  $\overline{O}(t) = \langle \psi | O | \psi \rangle$  é seu valor esperado. Escolhendo  $O$  como sendo o operador projeção, ou seja,  $O \equiv |\nu_\alpha\rangle\langle\nu_\alpha|$ , chega-se à seguinte relação de incerteza:

$$\Delta E \geq \frac{1}{2} \frac{\left| \frac{d}{dt} P_{\alpha\alpha}(x, t) \right|}{\sqrt{P_{\alpha\alpha}(x, t) - P_{\alpha\alpha}^2(x, t)}}. \quad (4.24)$$

Onde  $P_{\alpha\alpha}(x, t) = |\langle \nu_\alpha | \Psi(x, t) \rangle|^2$  é a probabilidade de encontrar um neutrino de sabor  $\alpha$  na posição  $x$  no instante de tempo  $t$ ,  $\Psi(x, t)$  é a função de onda do neutrino. Em [106] os autores escreveram uma expressão muito parecida com a equação 4.24, porém com  $P_{\alpha\alpha}(t)$  dependendo somente do tempo, que é interpretado como a probabilidade de sobrevivência. Segundo [106] a equação 4.24 (com  $P_{\alpha\alpha}(t)$ ) não pode ser realizada para pequena incerteza na energia de neutrinos Mössbauer  $\Delta E \sim 10^{-11}$  que resulta de sua monocromaticidade. Essa abordagem é criticada por [108], pois estes argumentam que  $P_{\alpha\alpha}(t)$  não possui significado físico, e que também não pode ser interpretado como probabilidade de sobrevivência, a não ser que se considere a correspondência  $x \simeq t$ .

Assumindo uma probabilidade em duas gerações da forma:

$$P_{\alpha\alpha}(x, t) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \phi(x, t), \quad (4.25)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de mistura em duas gerações e,

$$\phi(x, t) = \frac{(E_j - E_k)t - (p_j - p_k)x}{2}. \quad (4.26)$$

$E$  e  $p$  denotam a energia e o momento do neutrino. Com isso, podemos reescrever a relação de incerteza dada pela equação 4.24:

$$\Delta E \geq |E_1 - E_2| \frac{\sin 2\theta \cos \phi(x, t)}{\sqrt{1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \phi(x, t)}}. \quad (4.27)$$

Podemos fazer ainda  $\sin^2 2\theta = 1$ , e chegar em:

$$\Delta E \geq |E_1 - E_2|. \quad (4.28)$$

A equação 4.28 expressa a exigência que a incerteza na energia seja maior que a diferença nas energias dos diferentes autoestados de massa que compõem um dado sabor de neutrino. Esta condição deve ser preenchida em qualquer experimento de oscilação de neutrinos, e certamente será satisfeita por um experimento com neutrinos Mössbauer, onde devido a sua grande incerteza no momento do neutrino emitido, a diferença de energia  $|E_1 - E_2|$  pode ser extremamente pequena sem violar a relação energia-momento para neutrinos relativísticos [103].

Nesta tese assumimos que neutrinos produzidos por um experimento do tipo Mössbauer oscilam. Usaremos suas características de baixa energia e energia monocromática para explorar alguns cenários de física além do modelo padrão [56].

## 4.5 Potencial do experimento

Para que possamos utilizar este experimento com o intuito de explorar cenários subdominantes em física de oscilações de neutrinos, é importante que façamos uma discussão sobre a configuração que vamos utilizar, e também sobre a precisão que este experimento pode alcançar na medida de  $\theta_{13}$  e  $\Delta m_{31}^2$ .

A nossa discussão baseia-se principalmente no trabalho de Minakata e Uchinami [104], que estimaram a potencialidade de um experimento com neutrinos Mössbauer fazer uma medida de precisão dos parâmetros  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ .

O experimento Mössbauer fornece somente  $\bar{\nu}_e$ , para nossa análise é

suficiente considerar a probabilidade de sobrevivência em duas gerações:

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right), \quad (4.29)$$

onde  $L$  é a distância entre a fonte e o detector. Para uma energia de  $E_\nu = 18.6$  keV o primeiro mínimo de oscilação é alcançado na posição:

$$L_{\text{OM}} = 9.2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2}{2.32 \times 10^{-3} \text{eV}^2} \right)^{-1} \text{ m}. \quad (4.30)$$

Onde a medida mais precisa de  $\Delta m_{31}^2$  é fornecida pelo experimento MINOS [110]. Para que possamos explorar a potencialidade deste experimento é indispensável que façamos uma estimativa dos eventos esperados para um experimento como este. O fluxo de  $\bar{\nu}_e$  vindos do decaimento de  ${}^3\text{H}$  com uma intensidade  $S$  MCi devido ao decaimento beta ligado é dado por:

$$f_{\bar{\nu}_e} = 1.4 \times 10^7 \left( \frac{S}{1\text{MCi}} \right) \left( \frac{L}{10 \text{ m}} \right)^{-2} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}. \quad (4.31)$$

Com a informação do fluxo, pode-se calcular a taxa da reação de absorção ressonante, usando a seção de choque ressonante  $\sigma_{res}$  e o número de átomos no alvo  $N_T$ :

$$R = N_T f_{\bar{\nu}_e} \sigma_{res}. \quad (4.32)$$

Assumindo  $\sigma_{res} \simeq 5 \times 10^{-32} \text{cm}^2$ , podemos ainda reescrever  $R$  como :

$$R = 1.2 \times 10^4 \left( \frac{SM_T}{1\text{MCi} \cdot \text{kg}} \right) \left( \frac{L}{10 \text{ m}} \right)^{-2} \text{ dia}^{-1} \quad (4.33)$$

onde  $M_T$  é a massa total do alvo. Ou seja, para uma fonte com intensidade de 1 MCi e 100 gramas de  ${}^3\text{He}$  a uma distância de 10 metros da fonte esperamos uma taxa de  $\simeq 1.2 \times 10^6$  eventos por dia.

Para estimar as sensibilidades do experimento aos valores de  $\theta_{13}$  e  $\Delta m_{31}^2$ , assumimos a seguinte configuração do detector: colocamos o detector em 10 posições bem definidas de modo que consigamos cobrir um período completo

$[0, 2\pi]$ . Essas posições obedecem a seguinte equação:

$$\begin{aligned} L &= L_i (i = 1, \dots, 10) \text{ onde} \\ L_{i+1} &= L_i + \frac{2}{5} L_{OM} \text{ e} \\ L_1 &= \frac{1}{5} L_{OM}; L_{OM} = 9.2 \text{ metros.} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para análise da sensibilidade devemos definir o método estatístico utilizado. Utilizamos a seguinte função:

$$\Delta\chi^2 = \vec{x}^T V^{-1} \vec{x} \quad (4.35)$$

onde  $\vec{x}$  é definido como:

$$\vec{x}^T = \left[ \frac{N_1^{obs} - N_1^{teo}}{N_1^{teo}}, \frac{N_2^{obs} - N_2^{teo}}{N_2^{teo}}, \dots, \frac{N_n^{obs} - N_n^{teo}}{N_n^{teo}} \right]. \quad (4.36)$$

Onde  $N^{obs}(\theta_{13}, \Delta m_{31}^2)$  é o número de eventos observados numa dada posição do detector  $L_i$  sem nova física, e  $N^{teo}(\alpha, \beta, \theta_{13}, \Delta m_{31}^2)$  é o número de eventos esperados numa dada posição do detector  $L_i$  com nova física, representada pelos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

A matriz de covariância  $V^{-1}$  é dada por:

$$(V^{-1})_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{\sigma_{ui}^2} - \frac{1}{\sigma_{ui}^2 \sigma_{uj}^2} \frac{\sigma_c^2}{\left[ 1 + \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sigma_{uk}^2} \right) \sigma_c^2 \right]} \quad (4.37)$$

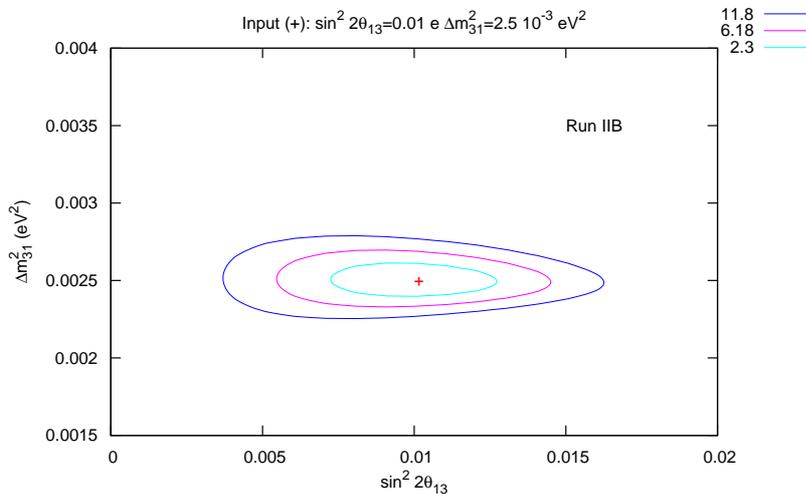
onde

$$\sigma_{ui}^2 \equiv \sigma_{usys,i}^2 + \frac{1}{N_i^{teo}}. \quad (4.38)$$

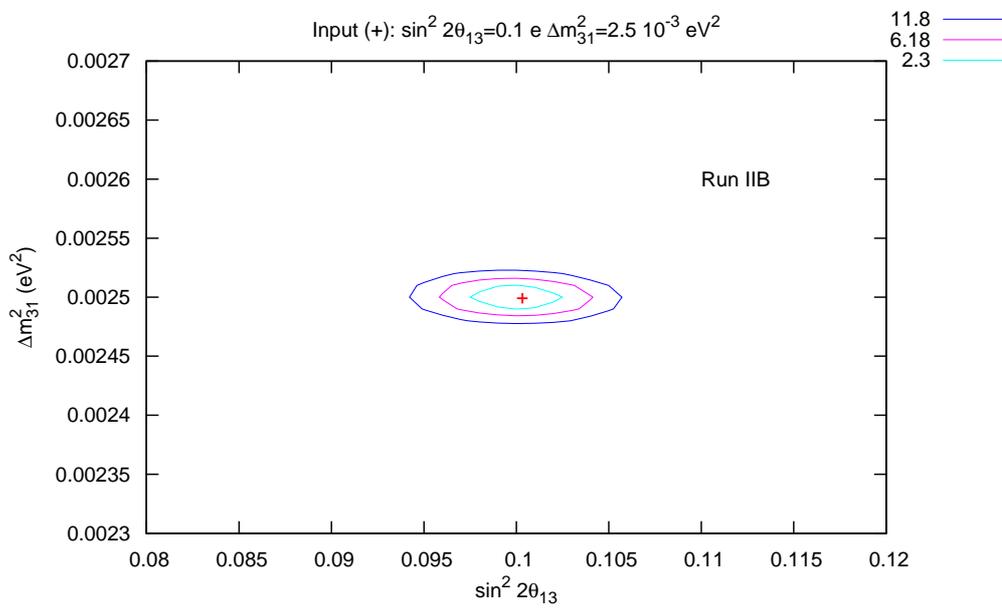
Aqui  $\sigma_c$  são os erros correlacionados, que estão associados por exemplo, às incertezas no número de alvos, em erros no cálculo da seção de choque ressonante.  $\sigma_{usys,i}$  são os erros não correlacionados e estão associados à eficiência de detecção de eventos.

Para estimar a sensibilidade consideramos  $\sigma_c = 10\%$ ,  $\sigma_{usys} = 0.2\%$ . Nas figuras 4.2 e 4.3 mostramos a região permitida esperada para a configuração com o detector em 10 diferentes posições, cujas posições são dadas pela equação 4.34. Consideramos a mesma quantidade de eventos em cada posição

do detector  $10^6$ . São mostradas regiões em  $1$ ,  $2$  e  $3\sigma$ , e a cruz nos gráficos representa o ponto  $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{31}^2) = (0.01(0.1), 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2)$ . De acordo com os resultados mostrados nas figuras 4.2 e 4.3 este experimento tem seguinte sensibilidade:  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.0100 \pm 0.0018(0.0055)$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1000 \pm 0.0017(0.0050)$  para  $1\sigma(3\sigma)$ . Temos também  $\Delta m_{31}^2 = (2.50 \pm 0.07) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  e  $\Delta m_{31}^2 = (2.500 \pm 0.007) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  em  $1\sigma$ . Usaremos esta configuração no decorrer desta tese, mas com valor de  $\Delta m_{31}^2$  atualizado.



**Figura 4.2:** Região permitida esperada  $\Delta m_{31}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$ . O número de eventos em cada posição do detector é  $10^6$ . O símbolo + indica os valores de entrada dos parâmetros de oscilação que foram usados para gerar os dados simulados:  $\Delta m_{31}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ .



**Figura 4.3:** O mesmo que a figura 4.2 mas com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ .

## 5 Fenomenologia de neutrinos estéreis

### 5.1 Introdução

Neutrinos estéreis estão entre as mais simples extensões do modelo padrão de neutrinos com 3 sabores, o que levaria à adição de novas massas e misturas ao já bem estabelecido modelo de 3 gerações. Eles podem ser uma parte importante da física responsável por gerar a massa dos neutrinos ativos [68], e também podem compor uma parte da matéria escura do universo [111]. A verdade é que não temos informações muito confiáveis sobre a massa dos neutrinos estéreis, temos no entanto indicações vindas de experimentos de acelerador e de cosmologia. Neutrinos estéreis leves, com massa da ordem de  $m_\nu \sim eV$ , são tão naturais quanto neutrinos estéreis pesados, com massa da ordem  $m_\nu \sim 10^{10}$  GeV. Nesta tese vamos considerar a possibilidade de mistura entre neutrinos ativos e neutrinos estéreis com massas na escala de poucos eV no máximo, vamos analisar como esta mistura altera o padrão de oscilação observado.

A principal motivação para um cenário com neutrinos estéreis leves foi o resultado do experimento LSND [46, 76] na década de 1990, em que o processo de conversão  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  acontecia via neutrino estéril  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_s \rightarrow \bar{\nu}_e$ .

Neste capítulo, nas seções 5.2 e 5.3, faremos primeiramente uma breve revisão da fenomenologia de neutrinos esteréis, por simplicidade nos limitaremos ao caso de um neutrino estéril adicionado aos três neutrinos ativos. Depois da revisão, na seção 5.4, discutiremos sobre o potencial de um experimento com neutrinos Mössbauer sondar a presença dos neutrinos esteréis.

### 5.2

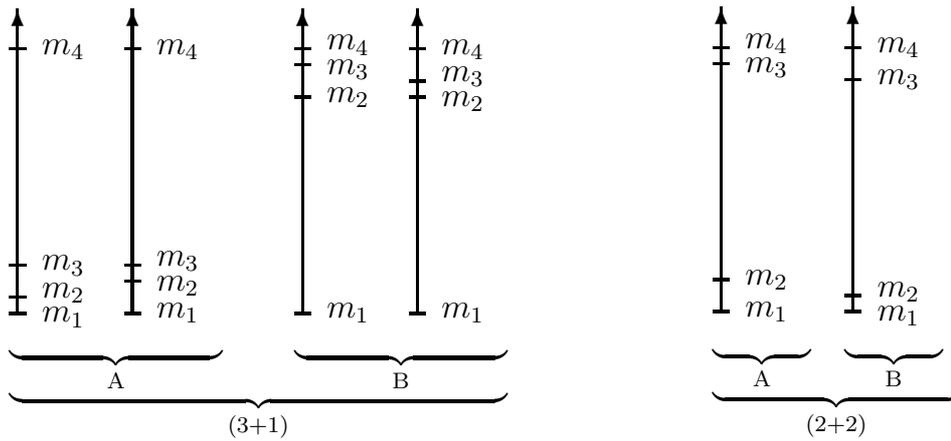
### Neutrino estéril

Aqui apresentamos uma breve descrição do modelo que envolve 3 neutrinos ativos e um neutrino estéril. Cenários com 4 neutrinos tornaram-se populares depois dos resultados do experimento LSND reportando uma evidência para as transições  $\bar{\nu}_\mu - \bar{\nu}_e$ . Se interpretarmos o resultado LSND em termos de oscilação de neutrinos teremos uma escala de diferença de massa quadrada da ordem de  $\text{eV}^2$ . Agora se juntarmos com os dados fornecidos pelos experimentos de neutrinos atmosféricos (mais K2K) e observações de neutrinos solares (mais KamLAND), os quais exigem uma escala de diferença de massa quadrada da ordem de  $10^{-3}\text{eV}^2$  e  $10^{-4}\text{eV}^2$ , respectivamente, neste caso temos três diferentes escalas de diferença de massas quadradas.

Em termos gerais, para que todos os dados sejam acomodados de forma consistente, é necessário que um quarto neutrino seja adicionado aos três neutrinos padrões. Essa adição deve respeitar os resultados fornecidos pelo experimento LEP [112] o qual apontou a existência de apenas três sabores de neutrinos possuindo a interação fraca padrão. Então de acordo com esse resultado, o quarto neutrino não deve ter a interação fraca padrão, ou seja, ele deve ser estéril. Para esse cenário temos dois possíveis padrões de massa (ver figura 5.1 [74]):

- Classe  $2 + 2$ , nesta classe dois pares de neutrinos são separados um do outro pela escala de massa LSND. Existem duas possibilidades para este cenário.
- Classe  $3 + 1$ , nesta classe temos que um único neutrino é separado dos outros três pela escala LSND e existem quatro possibilidades neste cenário.

Este cenário foi bastante discutido na literatura [113, 114, 115], e antes mesmo dos resultados do MiniBooNE ele já havia sido fortemente desfavorecido pelos dados de outros experimentos de curto comprimento como uma opção de explicar a anomalia LSND. É importante comentar que este tipo de declaração é baseada na análise conjunta de experimentos de curto comprimento e dados provenientes de experimentos que envolvem neutrinos solares e neutrinos atmosféricos, os quais vinculam fortemente a mistura simultânea de neutrinos estéreis com neutrinos do tipo eletrônico ( $\nu_e$ ) e do tipo muônico ( $\nu_\mu$ ). Para uma discussão bastante completa dos argumentos que levam ao desfavorecimento deste modelo e de sua fenomenologia sugerimos [74]. No entanto, à luz dos



**Figura 5.1:** Os seis tipos de espectro de massas possíveis para um modelo com 4 neutrinos.

novos resultados de MiniBooNE e de reatores, esta interpretação ganhou uma sobre-vida, sendo usada para explicar a anomalia de antineutrino de reator [50].

É importante ressaltar que a solução com apenas um neutrino estéril não é suficiente para explicar os resultados de experimentos de reatores, LSND e MiniBooNE e dos experimentos que não encontraram evidência para oscilação induzida por uma nova diferença de massa quadrada. Os autores de [116] (ver também [117]) encontraram que, levando em consideração o novo fluxo de antineutrinos de reatores, a solução com duas espécies estéreis melhora consideravelmente a interpretação desses resultados. Por simplicidade, nesta tese vamos considerar somente uma espécie de neutrino estéril. De fato, se tiver mais do que uma espécie de tal neutrino, o efeito deles seria, em geral, maior portanto seria mais fácil de detectar.

### 5.3 Fenomenologia

Como mencionado na seção anterior, por simplicidade, vamos considerar um cenário com três neutrinos ativos,  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , e um neutrino estéril que denotaremos por  $\nu_s$ . Entende-se por neutrino estéril, uma partícula que possui propriedades parecidas com as dos neutrinos ativos, sendo assim neutra, respeita a estatística de Fermi-Dirac, porém, diferente do caso ativo, esta partícula é um singleto em relação ao grupo de simetria do modelo padrão, ou seja, não possui interação fraca como os neutrinos ativos interagindo somente

via interação gravitacional.

Nesta tese vamos assumir, que os neutrinos  $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \nu_s)$  estão relacionados aos autoestados de massa  $(\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4)$  por uma transformação dada pela seguinte matriz de mistura:

$$U \equiv \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} & U_{\mu4} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} & U_{\tau4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Aqui vamos adotar a seguinte parametrização [56]:

$$U = \begin{bmatrix} c_{14} & 0 & 0 & s_{14} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{14} & 0 & 0 & c_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} & 0 \\ 0 & -s_{23} & c_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde  $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ . Como violação de CP não é relevante para os experimentos que estamos considerando, que são experimentos com neutrinos Mössbauer e neutrinos de reator que sondam o canal  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ , todas as fases de violação de CP foram ignoradas.

Nesta tese, estamos focando em experimentos de baixa energia e curto comprimento, para Mössbauer o comprimento do mínimo de oscilação é da ordem de 5 centímetros para uma diferença de massa quadrada da ordem de  $\sim 1 \text{ eV}^2$ , enquanto que para reatores estamos considerando experimentos cujo comprimento são menores que 100 metros. Além disso a energia característica nestes experimentos é baixa, 18.6 keV para Mössbauer e 4 MeV para neutrinos de reatores. Com isso é uma boa aproximação considerar:

$$\left| \frac{\Delta m_{i,j}^2 L}{4E} \right| \ll 1, \quad (i, j) = 1, 2 \quad (5.3)$$

de onde podemos escrever a probabilidade de sobrevivência como [118, 119]:

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - \cos^4 \theta_{14} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \\ &\quad - \sin^2 2\theta_{14} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right). \end{aligned} \quad (5.4)$$

Esta expressão no limite  $\theta_{14} \rightarrow 0$ , reduz-se à expressão bem conhecida de

$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  relevante para  $\theta_{13}$ , isto é:

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right).$$

É importante comentar que, enquanto possuímos informações referente a  $|\Delta m_{31}^2|$ , por exemplo de MINOS, temos apenas uma sugestão a respeito de  $|\Delta m_{41}^2|$  a qual é fornecida por LSND e mais recentemente como uma possível explicação da anomalia de antineutrinos de reator, neste caso, para nossa proposta vamos nos limitar ao intervalo  $|\Delta m_{41}^2| \in [10^{-4}, 10^0] \text{ eV}^2$ . Aqui estamos interessados em efeitos de neutrino estéril que modificam o padrão de oscilação observado. Por esta razão, pequenos valores de  $|\Delta m_{41}^2|$ , menores que  $10^{-2} \text{ eV}^2$ , podem imitar o efeito de  $|\Delta m_{31}^2|$ , enquanto que valores grandes de  $|\Delta m_{41}^2|$  levam a efeitos de modulações sobre o padrão de oscilação.

A figura 5.2 mostra a probabilidade de oscilação com o efeito de um neutrino estéril, por comparação mostramos no mesmo gráfico a probabilidade de oscilação padrão, ambos para um experimento de reator, com energia  $E_\nu = 4 \text{ MeV}$ . Os dados referentes aos parâmetros de oscilação padrão utilizados para gerar a figura são encontrados na equação 2.71, e  $|\Delta m_{41}^2| = 0.11 (1.0) \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{14} = 0.01$  para os parâmetros relacionados ao neutrino estéril.

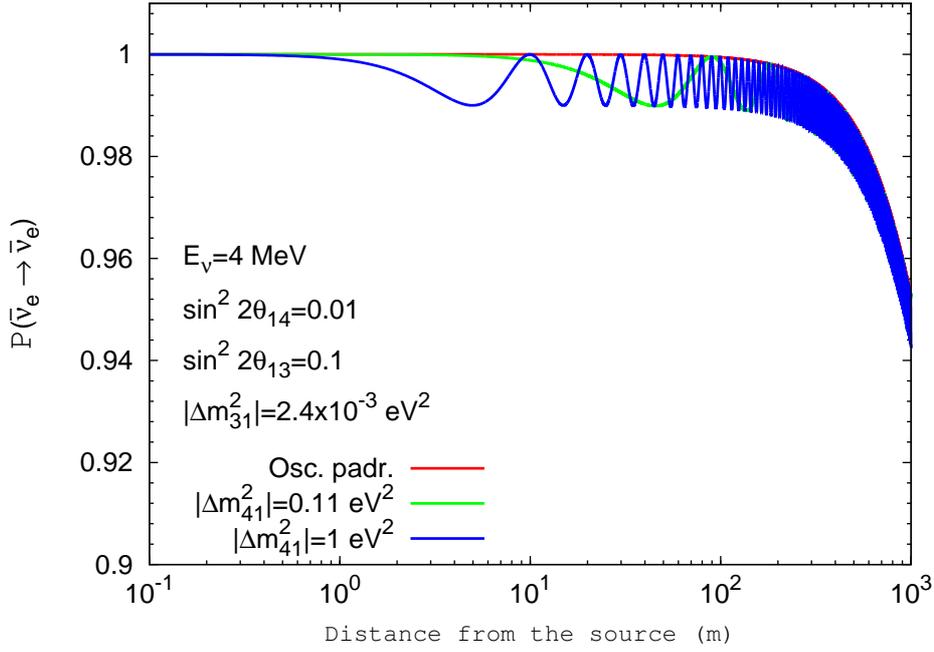
Pode-se observar que a presença de uma espécie estéril, reduz a probabilidade de oscilação e induz oscilações de comprimento muito curto, como pode ser observado na figura 5.2. Os comprimentos de oscilação para os valores de  $|\Delta m_{41}^2| = 0.11 \text{ eV}^2$  e  $|\Delta m_{41}^2| = 1 \text{ eV}^2$  são, respectivamente:

$$L_{osc}^{rea} = \frac{4\pi E_\nu}{|\Delta m_{41}^2|} \simeq 90 \text{ metros}, \quad (5.5)$$

$$L_{osc}^{rea} = \frac{4\pi E_\nu}{|\Delta m_{41}^2|} \simeq 10 \text{ metros}. \quad (5.6)$$

Consideramos também o efeito de neutrinos estéreis para o experimento com neutrinos Mössbauer com energia  $E_\nu = 18.6 \text{ keV}$ , o qual é mostrado na figura 5.3. Os valores utilizados para os parâmetros de oscilação padrão são encontrados na equação 2.71, e para neutrino estéril utilizamos  $|\Delta m_{41}^2| = 0.001 - 1.0 \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{14} = 0.01$ .

Como fizemos com reator podemos estimar o comprimento de oscilação para diferentes valores de  $|\Delta m_{41}^2|$ , porém vamos utilizar somente os valores



**Figura 5.2:** Probabilidade de sobrevivência  $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  em função da distância entre fonte e detector para o modelo com um neutrino estéril e três neutrinos ativos, para experimento de reator. Os valores utilizados são mostrados na figura.

$$|\Delta m_{41}^2| = 1 \text{ eV}^2 \text{ e } |\Delta m_{41}^2| = 0.1 \text{ eV}^2:$$

$$L_{osc}^{Möss} = \frac{4\pi E_\nu}{|\Delta m_{41}^2|} \simeq 5 \text{ centímetros}, \quad (5.7)$$

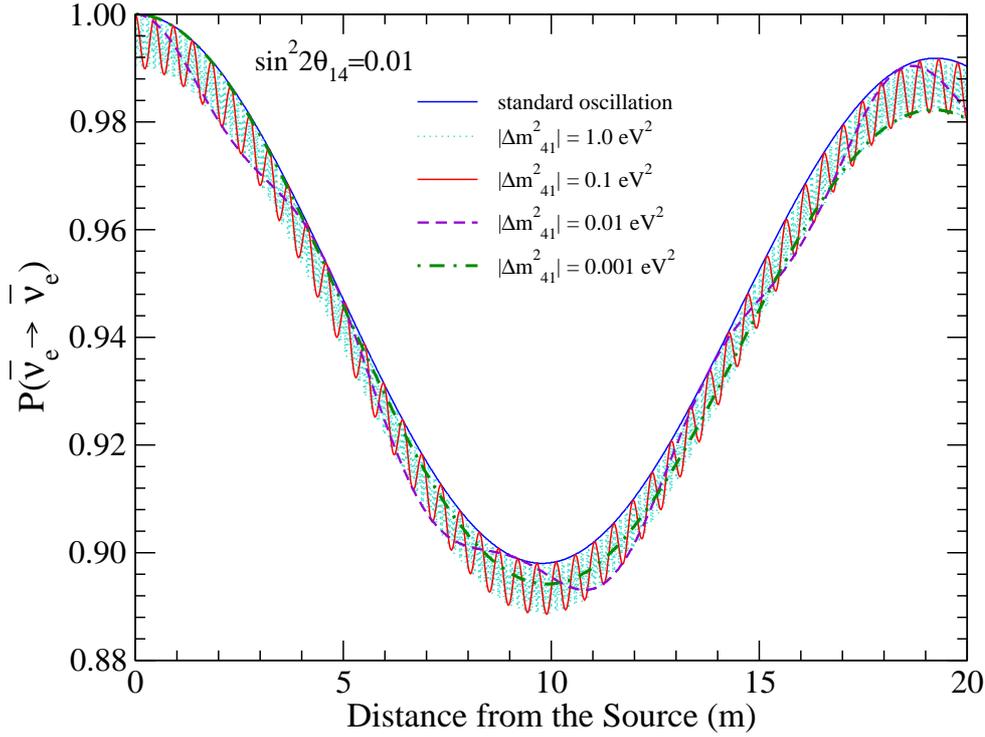
$$L_{osc}^{Möss} = \frac{4\pi E_\nu}{|\Delta m_{41}^2|} \simeq 0.5 \text{ metros}. \quad (5.8)$$

## 5.4

### Vínculos por neutrinos Mössbauer

Como comentamos na seção anterior, o fato de considerarmos uma quarta geração de neutrinos provoca uma mudança no padrão de oscilação, como mostrado nas figuras 5.2 e 5.3. Nesta seção apresentamos uma discussão sobre a possibilidade de observação de algum efeito oriundo da presença de um neutrino estéril no experimento com neutrinos Mössbauer [56].

A figura 5.4 mostra a curva de exclusão no plano  $\Delta m_{41}^2 \times \sin^2 2\theta_{14}$ , caso o resultado seja consistente com os dados de oscilação padrão induzidas por  $|\Delta m_{31}^2|$  e  $\theta_{13}$ . Se os dados coincidem com oscilação podemos excluir a região à direita das curvas, como está indicado na figura. A figura exibe um



**Figura 5.3:** Probabilidade de sobrevivência  $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$  em função da distância entre fonte e detector para neutrinos Mössbauer. Para efeito de visualização, consideramos  $\sin^2 \theta_{14} = 0.01$ ,  $E_\nu = 18.6$  keV e diferentes valores para  $|\Delta m_{41}^2| = 1, 0.1, 0.01, 0.001$  eV<sup>2</sup>

comportamento com oscilações intensas na região de grandes valores de  $|\Delta m_{41}^2|$ , o que leva a uma redução da sensibilidade do experimento. Acreditamos que este comportamento seja artificial, e pode estar associado ao fato de termos um número finito de posições do detector.

Nesta seção estamos considerando um experimento com neutrinos Mössbauer, que na verdade trata-se de um experimento de desaparecimento. Neste caso, a oscilação induzida por  $\Delta m_{31}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$  sem a presença de um neutrino estéril, pode sempre ser “imitada” pelos mesmos valores de  $\Delta m_{41}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{14}$ , o que explicaria o comportamento estranho na região em torno de  $\Delta m_{41}^2 = 2.4 \times 10^{-3}$  eV<sup>2</sup>, como pode ser visto na figura 5.4. Uma maneira de evitar a perda de sensibilidade seria usar informações de outro experimento.

Um ponto importante que gostaríamos de mencionar, é que o fato de existir uma possível mistura entre neutrinos ativos e um neutrino estéril, induz uma correção à matriz de massa de neutrinos ativos [120] de  $\sim m_S \sin^2 \theta_{aS}$ , onde  $m_S$  é massa de Majorana e  $\theta_{aS}$  é o ângulo de mistura entre o neutrino ativo e o estéril. Essa contribuição é representada na figura 5.4 por duas linhas

diagonais pontilhadas que correspondem ao caso degenerado (linha inferior) e ao caso de hierarquia normal (linha superior). No entanto, queremos mencionar que o caso para hierarquia invertida não foi incluído na figura 5.4 pois estamos assumindo que o efeito de neutrino estéril é pequeno, e como pode ser observado nas equações abaixo, a contribuição para o caso de hierarquia invertida é grande se comparada ao caso degenerado e de hierarquia normal [120]:

$$m_S \sin^2 \theta_{aS} = 1 \text{ meV, caso degenerado;} \quad (5.9)$$

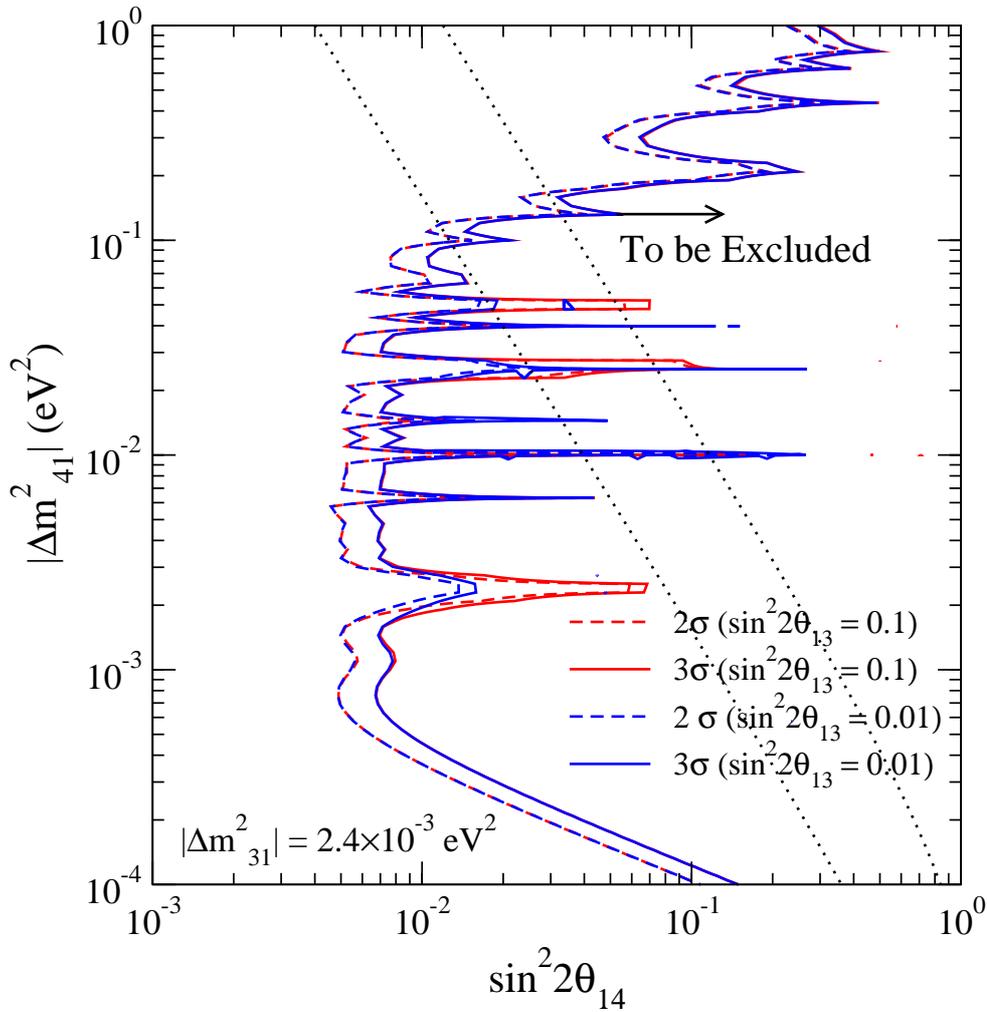
$$m_S \sin^2 \theta_{aS} = 3 \text{ meV, hierarquia normal;} \quad (5.10)$$

$$m_S \sin^2 \theta_{aS} = 20 - 30 \text{ meV, hierarquia invertida.} \quad (5.11)$$

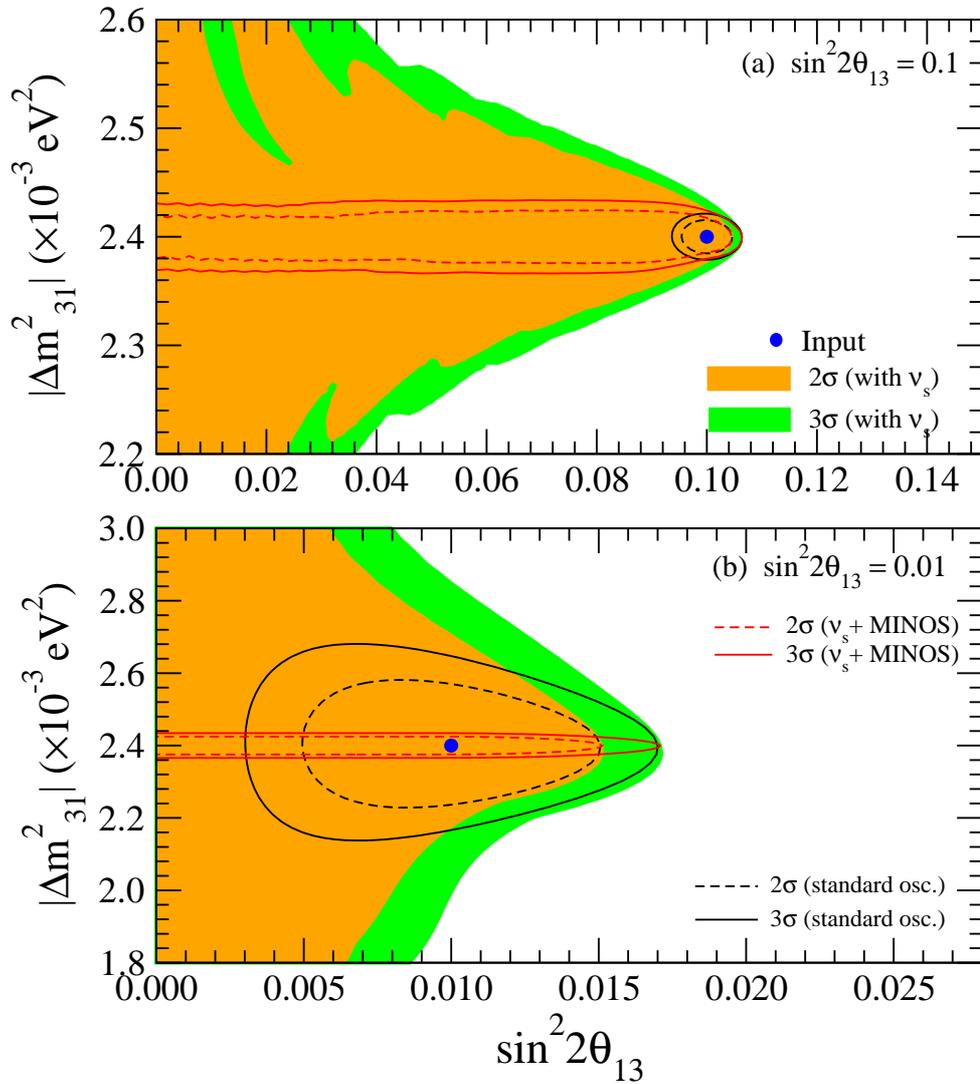
Esse conjunto de equações traduzem a contribuição de uma espécie estéril para a matriz de massa de neutrinos ativos. Por exemplo, na figura 5.4 a região dos parâmetros de oscilação que se encontra acima das linhas pontilhadas, representa a região de influência do neutrino estéril sobre o espectro de massa dos neutrinos ativos, neste caso espectro degenerado e normal. Além disso, podemos perceber que um experimento com neutrinos Mössbauer tem a capacidade de excluir uma grande região no plano  $\Delta m_{41}^2 \times \sin^2 2\theta_{14}$ .

Quando investigamos cenários de nova física, temos que ter em mente que dependendo dos valores assumidos pelos parâmetros que quantificam o modelo em análise, estes podem causar algum impacto sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão.

A figura 5.5 [56] mostra a região permitida no plano  $\sin^2 2\theta_{13} \times |\Delta m_{31}^2|$  com e sem o efeito de neutrino estéril. Pode-se perceber que a presença de uma espécie estéril causa um forte impacto sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão  $\sin^2 2\theta_{13}$  e  $|\Delta m_{31}^2|$ . Isto é, a determinação precisa desses parâmetros por um experimento do tipo Mössbauer fica fortemente limitada. Isso deve-se ao fato que não podemos identificar a verdadeira origem da redução da probabilidade, se é devido à presença de um neutrino estéril que é quantificado por  $\theta_{14}$  ou se é causada por um valor não nulo de  $\theta_{13}$ , com  $|\Delta m_{41}^2| \sim |\Delta m_{31}^2|$ . Podemos verificar também que, mesmo combinando informação sobre  $\Delta m_{31}^2$  de outro experimento, neste caso MINOS, o experimento Mössbauer não tem capacidade de determinar o valor do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , mesmo este sendo grande como apontado pelos recentes resultados de T2K [40], MINOS [41], Double Chooz [42] e mais recentemente Daya Bay [43].



**Figura 5.4:** A região dos parâmetros de neutrino estéril  $\Delta m_{41}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{14}$  a ser excluída por um experimento com neutrinos Mössbauer. Mostramos os casos para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  e para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ . As duas linhas pontilhadas correspondem aos valores de referência dados pelas equações 5.9 e 5.10.



**Figura 5.5:** Impacto da presença de um neutrino estéril sobre a determinação dos parâmetros  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ . As regiões permitidas são mostradas em 2 e 3  $\sigma$ . Mostramos também a região permitida formada quando combinamos informação sobre  $\Delta m_{31}^2$  do experimento MINOS.

## 6 Neutrinos em dimensões extras

### 6.1 Introdução

A possibilidade de que nosso espaço possua mais que três dimensões, tem atraído bastante atenção nos últimos anos. A idéia original de considerar um espaço com mais de três dimensões surgiu em 1914 no trabalho de Nordström [121] na tentativa de unificar uma forma escalar da gravitação com o eletromagnetismo. Após o surgimento da Relatividade Geral, Teodor Kaluza [122] e Oscar Klein [123], perceberam que a Relatividade Geral de Einstein em 5 dimensões com a quinta dimensão compactificada em um círculo, pode descrever a gravitação e o eletromagnetismo em 4 dimensões. Mais recentemente, esta idéia tem ganhado força com o advento de teorias multidimensionais que tentam incorporar a gravidade numa teoria unificada, junto com as forças fraca, forte e eletromagnética.

Ao mesmo tempo, numa direção paralela aos avanços na teoria fundamental, estudos de caráter fenomenológico tem revelado novos desenvolvimentos em direção ao processo de detecção de possíveis efeitos ou como se manifestam em diversos tipos de experimentos, como desvio da lei do inverso do quadrado da distância, e em experimentos de altas energias como o LHC.

Uma importante questão em teorias multidimensionais, diz respeito ao mecanismo pelo qual estas dimensões adicionais mantêm-se escondidas. Neste sentido, teorias do tipo de Kaluza-Klein tem sido bastante exploradas. A teoria de Kaluza-Klein considera que as dimensões extras são compactas e essencialmente homogêneas. Esta compactidade assegura que o espaço-tempo é 4-dimensional em distâncias que excedem a escala de compactificação, ou seja, o tamanho da dimensão extra.

## 6.2

### A teoria de Kaluza-Klein

Para iniciarmos uma discussão sobre dimensão extra, nada mais natural do que começar com a idéia de que, como originalmente proposto por Kaluza e Klein, as dimensões extras estão escondidas numa variedade compacta, por exemplo num círculo de raio  $a$ , onde o tamanho da escala de compactificação ( $1/a$ ) é um parâmetro fundamental na teoria. Esta abordagem nos servirá como ponto de referência para discussões mais elaboradas que aparecerão no decorrer deste capítulo.

Em geral, a física de dimensões extras é efetivamente descrita de um ponto de vista 4-dimensional em termos dos campos de Kaluza-Klein [124, 125]. O caso mais simples a ser discutido trata de considerarmos somente uma dimensão espacial adicional às três que conhecemos, isto é, estamos indo para um espaço-tempo  $(4 + 1)$ -dimensional, onde temos 4 dimensões espaciais e 1 dimensão temporal. Denotaremos as coordenadas do espaço-tempo por  $x^M = (x^\mu, y)$ ,  $M = (0, 1, 2, 3, 5)$  e  $\mu = (0, 1, 2, 3)$  e  $y$  representa a dimensão espacial extra. Nesta configuração, cada campo é uma função das 5 coordenadas, onde a dimensão extra está compactificada num círculo de raio  $a$ . Como exemplo vamos considerar um campo escalar complexo massivo  $\Phi(x^\mu, y)$ , para este modelo a ação é dada por:

$$S_\Phi = \int d^5x \left[ \partial_M \Phi^*(x^\mu, y) \partial^M \Phi(x^\mu, y) - m_\Phi^2 \Phi^*(x^\mu, y) \Phi(x^\mu, y) \right]. \quad (6.1)$$

A compactificação implica que podemos identificar os pontos  $y = 0$  e  $y = 2\pi a$ , ou seja, podemos fazer  $\Phi(x^\mu, y) = \Phi(x^\mu, y + 2\pi a)$ , como consequência a função de onda do campo é periódica e pode ser expandida numa série de Fourier:

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\frac{y}{a}} \phi_n(x^\mu). \quad (6.2)$$

Substituindo 6.2 em 6.1 e explicitando e integrando na coordenada extra  $y$ , temos:

$$\begin{aligned} S_\Phi &= \int d^4x \int_0^{2\pi a} dy \left[ \partial_\mu \Phi^*(x^\mu, y) \partial^\mu \Phi(x^\mu, y) + \partial_5 \Phi^*(x^\mu, y) \partial^5 \Phi(x^\mu, y) - m_\Phi^2 \Phi^*(x^\mu, y) \Phi(x^\mu, y) \right] \\ &= \sum_n \int d^4x \left[ \partial_\mu \phi_n^*(x^\mu) \partial^\mu \phi_n(x^\mu) - \left( \frac{n^2}{a^2} + m_\Phi^2 \right) \phi_n^*(x^\mu) \phi_n(x^\mu) \right]. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Este resultado descreve uma teoria 4-dimensional com um número infinito de campos escalares  $\phi_n$ , os quais são rotulados como modos de Kaluza-Klein do campo  $\Phi$ . A massa do campo  $\phi_n$  é dada por:

$$m_n = \sqrt{m_\Phi^2 + \frac{n^2}{a^2}}. \quad (6.4)$$

O conjunto desses campos é conhecido como torre de KK, cujos modos são diferenciados somente por sua massa.

O próximo passo agora, é descrever a propagação de férmions nas dimensões extras. Com este objetivo, seguiremos a mesma receita desenvolvida para o campo escalar, e aplicaremos para um campo fermiônico. Antes precisamos estender a álgebra de Dirac para 5 dimensões, neste sentido temos as novas matrizes gama 5-dimensional:

$$\{\Gamma^A, \Gamma^B\} = 2g^{AB}, \quad (6.5)$$

onde  $g$  é métrica do espaço-tempo 5-dimensional e  $A, B = 0, 1, 2, 3, 5$ . Temos também  $\Gamma^A = (\Gamma^\mu, \Gamma^5)$ , onde  $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$  e  $\Gamma^5 = i\gamma^5$ , temos também:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.6)$$

$$i\gamma^5 = \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6.7)$$

Aqui  $\sigma^\mu = (1, \sigma_i)$  e  $\bar{\sigma}^\mu = (1, -\sigma_i)$ , onde  $\sigma_i$  são as matrizes de Pauli.

Consideremos um férmion  $\Psi$  em 5 dimensões, vamos assumir que a quinta dimensão está compactada como no caso anterior, ou seja, num círculo de raio  $a$ .

A ação que descreve um campo espinorial massivo é dada pela ação de Dirac:

$$\begin{aligned} S_\Psi &= \int d^4x \int_y dy (i\bar{\Psi}\Gamma^M\partial_M\Psi - m_\Psi\bar{\Psi}\Psi) \\ &= \int d^4x \int_y dy (i\bar{\Psi}\Gamma^\mu\partial_\mu\Psi + i\bar{\Psi}\Gamma^5\partial_5\Psi - m_\Psi\bar{\Psi}\Psi), \end{aligned} \quad (6.8)$$

vale ressaltar que,  $\bar{\Psi} \equiv \Psi^\dagger\gamma^0$ .

Como no caso anterior, quando a dimensão extra está compactada num círculo, podemos expandir numa série de Fourier o campo  $\Psi$  como no caso do campo escalar:

$$\Psi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\frac{y}{a}} \psi_n(x^\mu). \quad (6.9)$$

Inserindo  $\Psi(x^\mu, y)$  na ação 6.8 e integrando em  $y$ , temos:

$$S_\Psi = \sum_n \int d^4x \bar{\psi}_n \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - i\frac{n}{a} - m_\Psi \right) \psi_n, \quad (6.10)$$

o que nos leva a uma expressão para a massa idêntica ao caso para o campo escalar, ou seja,  $m_n = \sqrt{m_\Psi^2 + \frac{n^2}{a^2}}$ .

### 6.3

#### Teoria moderna de dimensões extras

A teoria de dimensões extras é um assunto bastante interessante e ao mesmo tempo muito abrangente. Após a breve apresentação da idéia de dimensão extra proposta por Kaluza e Klein feita na seção anterior, estamos aptos a apresentar uma discussão, mesmo que incompleta, sobre o cenário atual de dimensões extras.

Aqui iremos destacar três modelos, que possuem fortes implicações fenomenológicas [126, 127]:

**Dimensões extras compactas planas** [128]. Este cenário foi proposto primeiramente por Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos e Georgi Dvali, numa tentativa de solução ao problema da hierarquia, que pode ser resumido como a diferença entre as escalas eletrofraca e de Planck. Este modelo é comumente conhecido como *Large extra dimensions (LED)*, devido as dimensões extras estarem compactadas numa variedade cujo raio é da ordem de milímetros. Na próxima seção este cenário será discutido com mais detalhes.

**Dimensões extras universais** [129, 130]. A diferença entre este modelo e o descrito anteriormente está na propagação dos campos. Enquanto que no caso anterior, apenas o gráviton (e singletos do MP, como veremos) é permitido propagar-se pelas dimensões extras, fornece a explicação para a fraqueza da gravidade na escala do MP, neste outro cenário todos os campos do MP são permitidos viajar pelas dimensões extras. O fato de todos os campos do MP

estarem livres para se propagarem em quaisquer dimensões, leva a interessantes implicações, que não serão abordadas neste tese.

**Warped extra dimensions** [131, 132]. Como nos casos anteriores, este modelo foi criado com a intenção de resolver o problema da hierarquia. Neste cenário considera-se uma métrica cuja dimensão extra é curva, sendo um fator ‘*warp*’ responsável por essa curvatura. O interessante neste modelo, é que ele utiliza a curvatura da dimensão extra para resolver o problema da hierarquia.

## 6.4

### Modelo de Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali (ADD)

O modelo proposto por ADD [128], baseia-se na suposição que nosso mundo está confinado a um subespaço 4-dimensional dentro de um universo  $(4 + \delta)$ -dimensional, onde  $\delta$  representa as dimensões espaciais adicionais. Neste cenário, o subespaço 4-dimensional é referido com 3-brana [133], isto deve-se ao fato que este espaço pode ser pensando como uma membrana com 3 dimensões espaciais. O resto do universo é referido como *bulk*.

Para solucionar o problema da hierarquia, este modelo sugere que somente a gravidade pode se propagar através do bulk, enquanto que todas as outras interações acontecem somente na 3-brana. Desta maneira a gravidade espalha-se por todo espaço indo muito além da brana em que nosso mundo está confinado, por isso quando a medimos a sentimos muito fraca.

Este cenário prevê que as dimensões extras estão compatificadas em círculos de raio da ordem de  $\sim 1$  mm e sugere desvio da lei gravitacional de Newton em distâncias muito menores que  $a$ . Newton nos ensinou que a atração gravitacional entre dois corpos massivos pode ser descrita pela expressão:

$$F = G_{(4)} \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (6.11)$$

onde  $G_{(4)} = \frac{1}{M_{Pl(4)}^2}$  é a constante gravitacional de Newton e  $M_{Pl(4)} \sim 10^{19}$  GeV representa a escala de Planck 4-dimensional.

Agora vamos encontrar uma expressão que possamos mensurar o tamanho destas dimensões espaciais adicionais. Para isso consideremos a lei de Newton  $(4 + \delta)$ -dimensional [134]:

$$F = G_{(4+\delta)} \frac{m_1 m_2}{r^{\delta+2}} \quad (6.12)$$

podemos escrever ainda em função da escala de Planck:

$$F = \frac{1}{M_{Pl(4+\delta)}^{2+\delta}} \frac{m_1 m_2}{r^{\delta+2}}, \quad (6.13)$$

ou para  $r \gg L$ , onde  $L = 2\pi a$  é o tamanho da dimensão extra e  $a$  o raio de compactificação, temos:

$$F = \frac{1}{M_{Pl(4+\delta)}^{2+\delta}} \frac{m_1 m_2}{V^\delta r^2}, \quad (6.14)$$

onde  $V^\delta$  é o volume das dimensões extras. Comparando as expressões 6.11 e 6.14, encontramos:

$$M_{Pl(4)}^2 = M_{Pl(4+\delta)}^{2+\delta} V^\delta, \quad (6.15)$$

mas  $V^\delta = (2\pi a)^\delta$ , temos:

$$M_{Pl(4)}^2 = M_{Pl(4+\delta)}^{2+\delta} (2\pi a)^\delta, \quad (6.16)$$

de onde tiramos:

$$a = \left[ \frac{M_{Pl(4)}^2}{(2\pi)^\delta M_{Pl(4+\delta)}^{2+\delta}} \right]^{\frac{1}{\delta}} = 10^{\frac{32}{\delta}} \text{ TeV}^{-1} = 2 \times 10^{\frac{32}{\delta}-19} \text{ m}, \quad (6.17)$$

onde assumimos que a escala fundamental  $M_{Pl(4+\delta)} \sim 1 \text{ TeV}$  e a massa de Planck em 4 dimensões  $M_{Pl(4)} \sim 10^{19} \text{ GeV}$ . Podemos então estimar o tamanho das dimensões extras a partir da expressão 6.17, a tabela 6.4 ilustra alguns valores para  $a$ .

$\delta$	$a$ (metros)
1	$\sim 10^{13}$
2	$\sim 10^{-3}$
3	$\sim 10^{-8}$

**Tabela 6.1:** Valores para o raio de compactificação, para uma escala fundamental  $M_{Pl(4+\delta)} \sim 1 \text{ TeV}$ , em função do número de dimensões extras  $\delta$ . Os valores desta tabela são encontrados diretamente da fórmula 6.17.

Podemos ainda encontrar uma expressão que nos forneça a diferença de massa entre dois modos de Kaluza-Klein consecutivos. Essa expressão é dada

por:

$$\Delta m \sim M_{Pl(4+\delta)} \left[ \frac{M_{Pl(4+\delta)}}{M_{Pl(4)}} \right]^{\frac{2}{\delta}}, \quad (6.18)$$

que depende da escala de compactificação  $M_{Pl(4+\delta)}$ .

Como mencionado anteriormente, segundo o modelo ADD somente a gravidade pode se propagar através das dimensões extras, então deveria ser possível detectar algum desvio da lei de gravitação de Newton em escalas próximas à escala de compactificação. Desse modo, usando diferentes valores de  $\delta$  podemos comparar a teoria com os experimentos. Na tabela 6.4 mostramos alguns valores do raio de compactificação, o qual varia de acordo com o número adicional de dimensões. Por exemplo, se escolhermos o valor  $\delta = 1$  encontramos, por 6.17,  $a \sim 10^{13}$  metros, o que implicaria modificações da lei de Newton para escalas da ordem do sistema solar. Obviamente esta solução está descartada. Agora, se consideramos  $\delta = 2$  obtemos um raio da ordem  $a \sim 10^{-3}$  metros, o que sugere uma modificação na ordem de milímetros, ou seja, modelos com pelo menos duas dimensões extras são capazes de explicar o problema da hierarquia [134].

## 6.5

### Neutrinos no modelo ADD

Como exposto anteriormente, somente o gráviton seria capaz de se propagar nas dimensões extras. No entanto, seria natural pensar que neutrinos de mão direita pudessem também se propagar nas dimensões extras, uma vez que estas partículas são singletos em relação ao grupo do modelo padrão  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ .

Vamos assumir, como antes, que um campo fermiônico pode ser representado por uma expansão em modos de Fourier:

$$\Psi(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\frac{y}{a}} \psi_n(x^\mu). \quad (6.19)$$

A ação que representa uma partícula fermiônica livre no espaço tempo

5-dimensional é dada por [135, 136]:

$$\begin{aligned}
 S_5 &= \int d^4x \int_y dy \left( i\bar{\Psi}\Gamma^\mu\partial_\mu\Psi + \underbrace{i\bar{\Psi}\Gamma^5\partial_5\Psi} \right) \\
 &+ \int d^4x \left( i\bar{\nu}_L^\alpha\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L^\alpha + \lambda_{\alpha\beta}H\bar{\nu}_L^\alpha\Psi_R^\beta(x^\mu, y=0) + h.c. \right), \quad (6.20)
 \end{aligned}$$

onde  $\lambda_{\alpha\beta}$  é o acoplamento de Yukawa, sua dimensão é  $[\text{massa}]^{-\frac{5}{2}}$ ,  $H$  representa o dubleto de Higgs. A segunda parte da ação traz os campos do modelo padrão e sua interação com os campos de Kaluza-Klein. Como feito anteriormente, a parte referente a dimensão extra no primeiro termo de 6.20, após a substituição de 6.19, é dado por:

$$\sum_n i\frac{n}{a}\bar{\psi}_n(x^\mu)\gamma^5\psi_n(x^\mu). \quad (6.21)$$

Podemos ainda fazer:

$$\sum_n i\frac{n}{a}\bar{\psi}_n(P_R - P_L)\psi_n = \sum_n i\frac{n}{a} [\bar{\psi}_{nL}\psi_{nR} - \bar{\psi}_{nR}\psi_{nL}], \quad (6.22)$$

onde usamos  $\gamma^5 = P_R - P_L$  e  $P_{L(R)} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5)$ . Temos, no entanto, que encontrar as matrizes de massa de Dirac, para isto usemos as seguintes definições [135, 136]:

$$\begin{aligned}
 \nu_R^{(0)} &\equiv \psi_R^{(0)}, \\
 \nu_L^n &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{nL} - \psi_{(-n)L}), \\
 \nu_R^n &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{nR} + \psi_{(-n)R}).
 \end{aligned} \quad (6.23)$$

Estas novas definições representam as combinações dos campos de Kaluza-Klein que se acoplam aos campos do modelo padrão. Com isso temos:

$$\sum_{n=1}^{\infty} i\frac{n}{a} [\bar{\nu}_R^n\nu_L^n + h.c.]. \quad (6.24)$$

Para encontrarmos a matriz de massa de Dirac, temos que analisar o termo de Yukawa, além disso assumimos que os campos estão localizados em

$y = 0$ :

$$\lambda_{\alpha\beta} H \bar{\nu}_L^\alpha \Psi_R^\beta(x^\mu, y = 0) = \frac{\lambda_{\alpha\beta} H \bar{\nu}_L^\alpha}{\sqrt{2\pi a}} \left[ \nu_R^{\beta 0} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \nu_R^{\beta n} \right]. \quad (6.25)$$

Podemos ainda escrever:

$$m_{\alpha\beta}^D \left[ \bar{\nu}_L^\alpha \nu_R^{\beta 0} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\nu}_L^\alpha \nu_R^{\beta n} \right]. \quad (6.26)$$

Onde,

$$m_{\alpha\beta}^D = h_{\alpha\beta} \left( \frac{v M_{Pl(4+\delta)}}{M_{Pl(4)}} \right), \quad (6.27)$$

$$h_{\alpha\beta} = \lambda_{\alpha\beta} M_{Pl(4+\delta)}^{\delta/2}, \quad (6.28)$$

$$v \equiv \langle H \rangle = 246 \text{ GeV}. \quad (6.29)$$

Com esses resultados podemos escrever os termos massivos como:

$$\sum_{\alpha, \beta = e, \mu, \tau} m_{\alpha\beta}^D \left[ \bar{\nu}_L^\alpha \nu_R^{\beta 0} + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\nu}_L^\alpha \nu_R^{\beta n} \right] + \sum_{\alpha = e, \mu, \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a} [\bar{\nu}_R^{\alpha n} \nu_L^{\alpha n} + h.c.], \quad (6.30)$$

onde explicitamos os índices de sabor e usamos  $\nu_L^{\alpha n} \rightarrow i\nu_L^{\alpha n}$ .

O que temos que fazer agora é diagonalizar os termos de massa, visto que queremos estudar oscilação de neutrinos no modelo ADD. Os passos a serem seguidos são como no caso padrão. Vamos redefinir os campos como:

$$\nu_L^\alpha = l^{\alpha i} \nu_L^i, \quad (6.31)$$

$$\nu_R^{\alpha n} = r^{\alpha i} \nu_R^{in}, \quad (6.32)$$

$$\nu_L^{\alpha n} = r^{\alpha i} \nu_L^{in}. \quad (6.33)$$

Onde  $l$  e  $r$  são duas matrizes  $3 \times 3$  que diagonalizam a matriz de massa de Dirac, ou seja,  $m_D^d \equiv r^\dagger m^D l = \text{diag}(m_1^D, m_2^D, m_3^D)$ . Esta redefinição produz [136, 135]:

$$\sum_{i=1}^3 \bar{\nu}_R^i M_i \nu_L^i + h.c., \quad (6.34)$$

onde

$$\begin{aligned}\nu_L^i &= \left( \nu_L^i, \nu_L^{i(1)}, \nu_L^{i(2)}, \dots \right)^T, \\ \nu_R^i &= \left( \nu_L^{i(0)}, \nu_L^{i(1)}, \nu_L^{i(2)}, \dots \right)^T,\end{aligned}$$

e,

$$M_i = \begin{pmatrix} m_i^D & 0 & 0 & \dots \\ \sqrt{2}m_i^D & 1/a & 0 & \dots \\ \sqrt{2}m_i^D & 0 & 2/a & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}. \quad (6.35)$$

Agora devemos diagonalizar a matriz  $M_i$ , ou seja, devemos encontrar duas matrizes,  $S$  e  $T$  tal que  $M_i^{diag} = S_i^\dagger M_i T_i$ . Com isso podemos escrever:

$$\sum_{i=1}^3 \bar{\nu}_R^i (S_i S_i^\dagger) M_i (T_i T_i^\dagger) \nu_L^i + h.c.,$$

temos também  $\tilde{\nu}_L^i = T_i^\dagger \nu_L^i$ ,  $\tilde{\nu}_R^i = S_i^\dagger \nu_R^i$ . Os autoestados de sabor podem ser escritos como:

$$\nu_L^\alpha = \sum_{i=1}^3 l^{\alpha i} \sum_{n=0}^{\infty} T_i^{0n} \tilde{\nu}_L^{i(n)}. \quad (6.36)$$

A forma de  $T_i^{0n}$  é encontrada diagonalizando a matriz  $M_i^\dagger M_i$  [136, 135]:

$$(T_i^{0n})^2 = \frac{2}{1 + \pi^2 \xi_i^2 / 2 + 2\lambda_i^{(n)2} / \xi_i^2}, \quad (6.37)$$

e

$$T_i^{kn} = \frac{k\xi_i}{\lambda_i^{(n)2} - k^2} T_i^{0n}, \quad (6.38)$$

onde  $k = 1, \dots, \infty$  e  $n = 0, \dots, \infty$ .  $\xi_i = \sqrt{2}m_i^D a$ , e  $\lambda_i^{(n)2}$  são os autovalores da matriz  $a^2 M_i^\dagger M_i$ , encontrados resolvendo a equação secular  $\text{Det} \left( a^2 M_i^\dagger M_i - \lambda^2 \mathbb{I} \right) = 0$  [135]. O resultado da equação secular, que são os

autovalores da matriz, obtem-se resolvendo a equação transcendental:

$$\lambda_i - \frac{\pi}{2} \xi_i^2 \cot(\pi \lambda_i) = 0. \quad (6.39)$$

O nosso objetivo é estudar o efeito de dimensão sobre oscilação de neutrinos como um efeito subdominante, o que para nós é suficiente considerar a aproximação  $m_i a \ll 1$ . Com essa consideração podemos escrever as fórmulas aproximadas [136, 135]:

$$\lambda_i^{(0)} = \frac{\xi_i}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\pi^2}{12} \xi_i^2 + \dots \right), \quad T_i^{00} = 1 - \frac{\pi^2}{12} \xi_i^2 + \dots \quad (6.40)$$

$$\lambda_i^{(k)} = k + \frac{1}{2k} \xi_i^2 + \dots, \quad T_i^{0k} = \frac{\xi_i}{k} + \dots \quad (6.41)$$

$$T_i^{k0} = -\frac{\xi_i}{k} + \dots, \quad T_i^{kk} = 1 - \frac{\xi_i^2}{2k^2} + \dots, \quad (6.42)$$

e  $L_i^{jk} = O(\xi_i^2)$ , onde  $j \neq k = 1 \dots \infty$ .

Como já mencionado, estamos interessados em estudar oscilação de neutrinos no modelo ADD. Para alcançar este objetivo, devemos encontrar a probabilidade de transição de um neutrino de sabor  $\alpha$  para um neutrino de sabor  $\beta$  após percorrer uma distância  $X$ . Podemos então escrever:

$$P_{\alpha\beta}(X) = |A_{\alpha\beta}(X)|^2, \quad (6.43)$$

$$A_{\alpha\beta}(X) = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha i} U_{\beta i^*} A_i(X), \quad (6.44)$$

$$A_i(X) = \sum_{n=0}^{\infty} (T_i^{0n})^2 \exp\left(i \frac{\lambda_i^{(n)2} X}{2E_\nu a^2}\right). \quad (6.45)$$

onde  $E_\nu$  é a energia do feixe de neutrinos. Considerando  $m_i a \ll 1$ ,  $A_i$  pode escrito como:

$$\begin{aligned} A_i \approx & \left(1 - \frac{\pi^2}{6} m_i^2 a^2\right)^2 \exp\left(i \frac{m_i^2 L}{2E}\right) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{m_i}{\mathbf{m}_n^{\text{KK}}}\right)^2 \exp\left[i \frac{(2m_i^2 + \mathbf{m}_n^{\text{KK}2})L}{2E}\right], \end{aligned} \quad (6.46)$$

onde  $m_n^{\text{KK}} = \frac{n}{a}$  é a massa dos modos de Kaluza-Klein. A massa do modo fundamental de Kaluza-Klein  $m_0$ , consideramos como a massa mais leve do

neutrino.

É importante mencionar que a probabilidade de oscilação definida pela equação 6.4 é suprimida por um fator  $n^{-2}$  o que é evidente na equação 6.46, neste caso é conveniente truncarmos a série infinita que aparece na equação acima em  $n = 5$ .

As figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4 ilustram o efeito de considerar uma dimensão extra no padrão de oscilação. Nestas figuras usamos os valores dos parâmetros de oscilação definidos na equação 2.71. As figuras foram feitas com o intuito de mostrar o efeito de uma dimensão extra sobre a probabilidade de oscilação, usamos a configuração de um típico experimento de reator com energia  $E_\nu = 4$  MeV, de Gálio com energia de 0.75 MeV e para um experimento do tipo Mössbauer com energia  $E_\nu = 18.6$  keV. Levamos em consideração as diferentes hierarquias, normal e invertida, como pode ser observado na figura. Pode-se observar que a presença de dimensões extras induzem a transição  $\nu^a \rightarrow \nu^{KK}$  com oscilações rápidas, o que é equivalente a transições em pequenos comprimentos de oscilação. Estas transições são responsáveis pela redução da probabilidade quando comparada ao caso de oscilação padrão.

Outro aspecto bastante interessante que pode ser observado nas figuras 6.1, 6.2 e 6.4, é que o comportamento da probabilidade é diferente para cada hierarquia. Pode-se perceber que para um dado valor de  $a$ , o impacto é bem maior para o caso de hierarquia invertida comparado ao caso em que a hierarquia é normal. Isto ocorre porque no caso de hierarquia normal o efeito é suprimido por  $\theta_{13}$  [137]. Isto pode ser facilmente visto analisando a expressão para  $A_{ee}$ :

$$A_{ee} = |U_{e1}|^2 A_1 + |U_{e2}|^2 A_2 + |U_{e3}|^2 A_3, \quad (6.47)$$

onde

$$\begin{aligned} A_1 &\approx \left(1 - \frac{\pi^2}{6} m_1^2 a^2\right)^2 \exp\left(i \frac{m_1^2 L}{2E}\right) \\ A_2 &\approx \left(1 - \frac{\pi^2}{6} m_2^2 a^2\right)^2 \exp\left(i \frac{m_2^2 L}{2E}\right) \\ A_3 &\approx \left(1 - \frac{\pi^2}{6} m_3^2 a^2\right)^2 \exp\left(i \frac{m_3^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \quad (6.48)$$

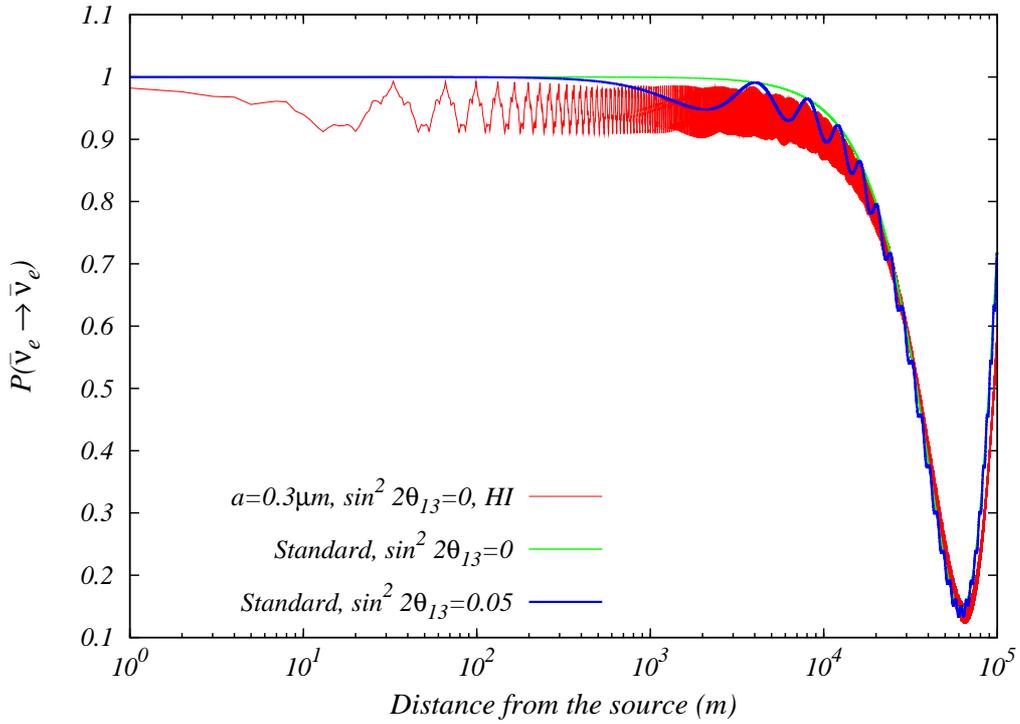
Para hierarquia normal temos,  $m_1 \ll m_2 < m_3$ :

$$A_{ee} \approx |U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 A_2 + |U_{e3}|^2 A_3, \quad (6.49)$$

podemos observar que o efeito de dimensão extra se encontra nos últimos dois termos de  $A_{ee}$ , dos quais um depende de  $|U_{e3}|^2$ , ou seja, de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Para hierarquia invertida temos,  $m_3 \ll m_2 < m_1$ :

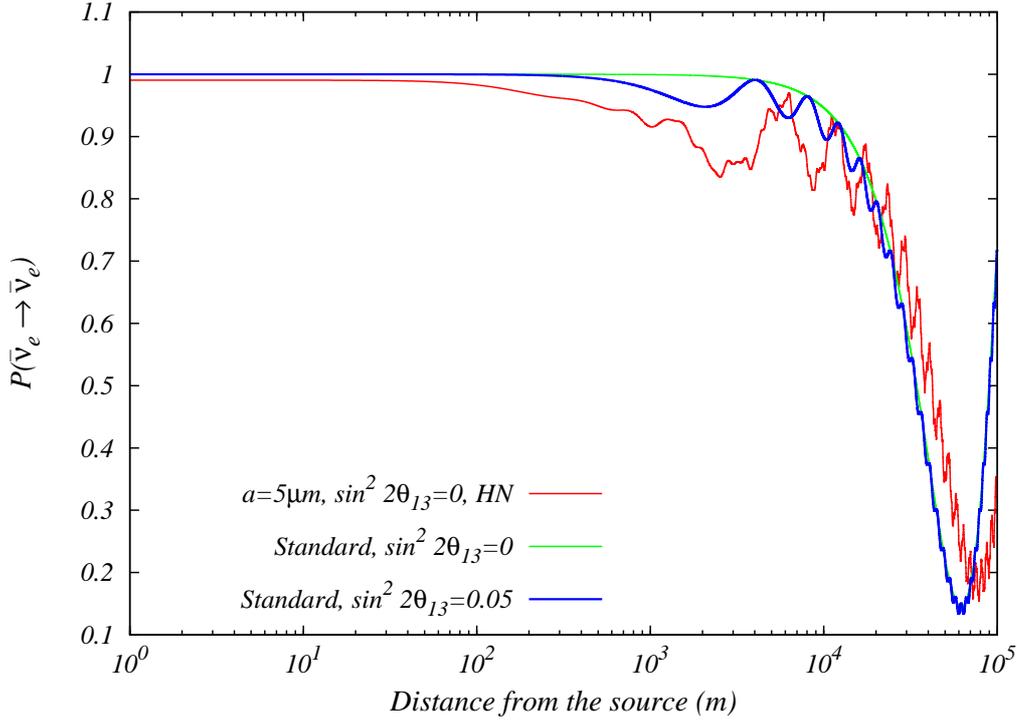
$$A_{ee} \approx |U_{e1}|^2 A_1 + |U_{e2}|^2 A_2 + |U_{e3}|^2, \quad (6.50)$$

como pode ser observado o efeito de dimensão extra aparece devido aos dois primeiros termos de  $A_{ee}$ , sendo assim mais forte neste caso.



**Figura 6.1:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de reator com energia de  $E_\nu = 4$  MeV. Na figura HI significa hierarquia invertida.

Queremos chamar a atenção para um fato importante que pode ser observado na figura 6.1, e também na figura 6.4, a redução da probabilidade, como já comentamos. Esse tipo de efeito será fundamental para nossa proposta de interpretação da recém descoberta *anomalia de antineutrino de reator*, que será abordado mais adiante [57]. É importante mencionar que o modelo que



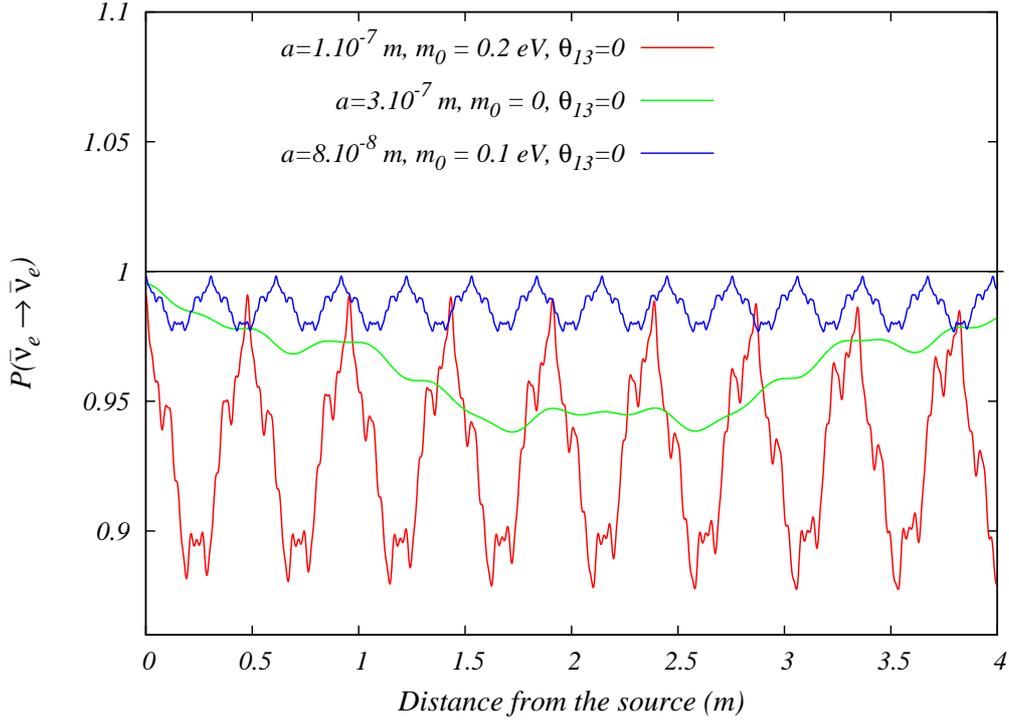
**Figura 6.2:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de reator com energia de  $E_\nu = 4$  MeV. Na figura HN significa hierarquia normal.

utilizamos para explicar as anomalias de reator e de Gálio baseado em grandes dimensões, não é suficiente para resolver a anomalia LSND/MiniBooNE, para uma discussão mais completa sobre a limitação deste modelo sugerimos [136].

## 6.6

### Vínculos por neutrinos de reator

Nesta tese, consideramos principalmente dois tipos de experimentos. Um baseado no efeito Mössbauer, e o outro em reator. Como mencionamos no capítulo 3, uma possibilidade de explicar as anomalias de antineutrinos de reator e dos experimentos de calibração GALLEX e SAGE, seria a conversão do tipo  $\nu_e \rightarrow \nu^{KK}$ . Com o intuito de mostrar que o modelo ADD pode servir como uma interpretação alternativa das anomalias de reator e Gálio, calculamos a probabilidade de sobrevivência como função da distância entre a fonte e o detector para os experimentos de reator e de calibração. A equação



**Figura 6.3:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, para experimento de Gálio com energia de  $E_\nu = 0.75$  MeV. Aqui consideramos somente hierarquia invertida e fizemos diferentes combinações de  $m_0$  e  $a$  como pode ser observado na figura.

da probabilidade média que usamos é dada por:

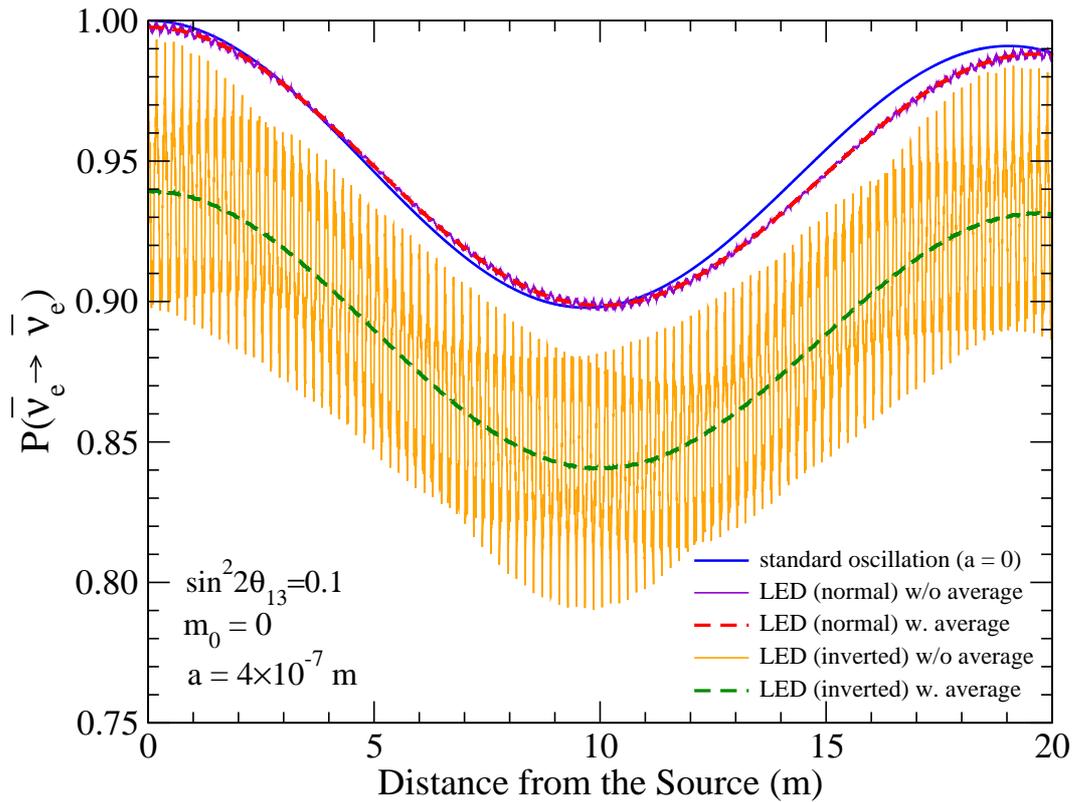
$$\langle P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \rangle = \frac{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \frac{d\phi(E)}{dE} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e; E; L; a; m_0) \sigma(E) dE}{\int_{E_{min}}^{E_{max}} \frac{d\phi(E)}{dE} \sigma(E) dE}, \quad (6.51)$$

onde  $\frac{d\phi(E)}{dE}$  representa o fluxo de antineutrinos,  $\sigma(E)$  a seção de choque,  $m_0$  é a massa do modo zero (ou fundamental) de Kaluza-Klein e  $a$  o raio da dimensão extra.

Para os experimentos de calibração GALLEX e SAGE, usamos uma expressão um pouco diferente para o cálculo das taxas (ou média da probabilidade) [138]:

$$\langle P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \rangle = \frac{\int dV L^{-2} P(\nu_e \rightarrow \nu_e; L, E)}{\int dV L^{-2}}. \quad (6.52)$$

Onde  $L$  representa o caminho médio percorrido pelos neutrinos dentro do detector,  $V$  é o volume do detector cilíndrico. Aqui usamos o método



**Figura 6.4:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte para o modelo ADD, estamos usando a configuração de um experimento com neutrinos Mössbauer. As diferentes curvas amarelas na figura representam os batimentos.

Monte Carlo para integração. As informações importantes para o cálculo da probabilidade para Gálio são resumidas na tabela 6.2 [57].

A figura 6.5 ilustra o efeito de considerar uma dimensão extra [57]. Calculamos para algumas combinações de  $a$  e  $m_0$ , mostramos duas curvas de oscilação padrão para os casos em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.0$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . Quando incluímos o efeito de dimensão extra à probabilidade, mantemos o valor de  $\theta_{13} = 0$  em todas as combinações. Pode-se perceber que a solução baseada no modelo ADD parece ajustar-se melhor aos resultados dos experimentos de reator e de Gálio, cujo déficit é representado pelos pontos no gráfico. É possível perceber também uma certa tensão entre os dados de Gálio e reator, uma vez que a redução para GALLEX e SAGE é maior do que a redução para reatores, como pode ser observado na figura 6.5. Para a combinação de valores

	GALLEX		SAGE	
	Cr1	Cr2	Cr	Ar
E (keV)	750		750	811
r (m)	1.9		0.7	
h (m)	5.0		1.47	
Posição da fonte (m)	2.7	2.38	0.72	

**Tabela 6.2:** Valores utilizados no cálculo da probabilidade para os experimentos de calibração GALLEX e SAGE. Fornecemos os valores da energia do  $\nu_e$ , o raio (r) e a altura (h) do detector e a posição das fontes em relação à altura a partir da base dos detectores. As fontes foram colocadas ao longo dos eixos dos detectores.

considerados na figura, encontramos os seguintes valores para probabilidade:

$$(a, m_0) = (0.3 \mu\text{m}, 0.0 \text{ eV}) \implies \langle P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \rangle \simeq 0.96 \quad (6.53)$$

$$(a, m_0) = (0.1 \mu\text{m}, 0.2 \text{ eV}) \implies \langle P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \rangle \simeq 0.93 \quad (6.54)$$

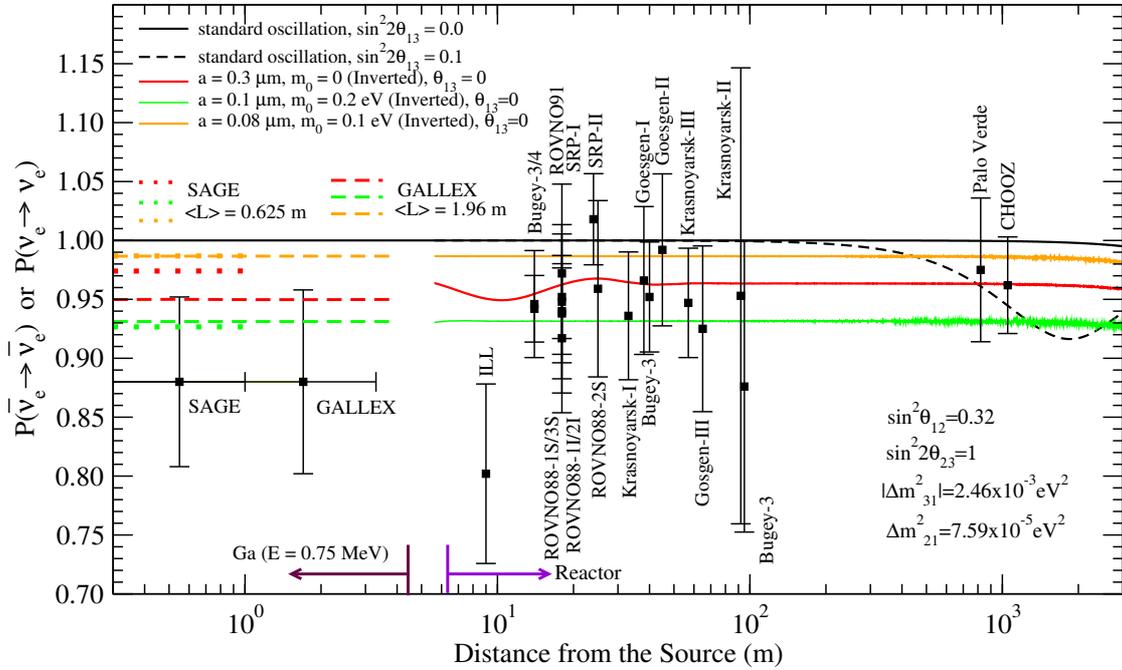
$$(a, m_0) = (0.08 \mu\text{m}, 0.1 \text{ eV}) \implies \langle P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \rangle \simeq 0.99 \quad (6.55)$$

Fizemos também uma análise  $\chi^2$  dos dados (ver equação 3.9), e encontramos uma região permitida para os parâmetros do modelo  $a$  e  $m_0$ , que é mostrada na figura 6.6. Os painéis da esquerda mostram a região permitida obtida através da análise dos experimentos de calibração GALLEX e SAGE. Os painéis do meio representam a análise feita para os experimentos de reator com curto comprimento ( $< 100$  metros). Os painéis à direita representam a análise combinada de Gálio e reator. Para efeito de comparação, mostramos o limite de exclusão de KamLAND, Chooz e MINOS [137], que é representado pela curva preta contínua que aparece nos três painéis da figura 6.6. A região à direita da curva sólida pode ser excluída por KamLAND, Chooz e MINOS. Podemos perceber que a região permitida de Gálio em  $1\sigma$  pode ser excluída, no entanto as regiões em  $2$  e  $3\sigma$  ainda são permitidas. Podemos observar também na figura 6.6, que a região permitida para experimentos de reatores está compatível com o limite vindo dos experimentos KamLAND, Chooz e MINOS. Para uma breve discussão sobre os vínculos vindos de cosmologia e astrofísica, sugerimos [57].

## 6.7

### Vínculos por neutrinos Mössbauer

Devido a sua energia monocromática, espera-se que o experimento com neutrinos Mössbauer seja capaz de detectar algum efeito devido a dimensões

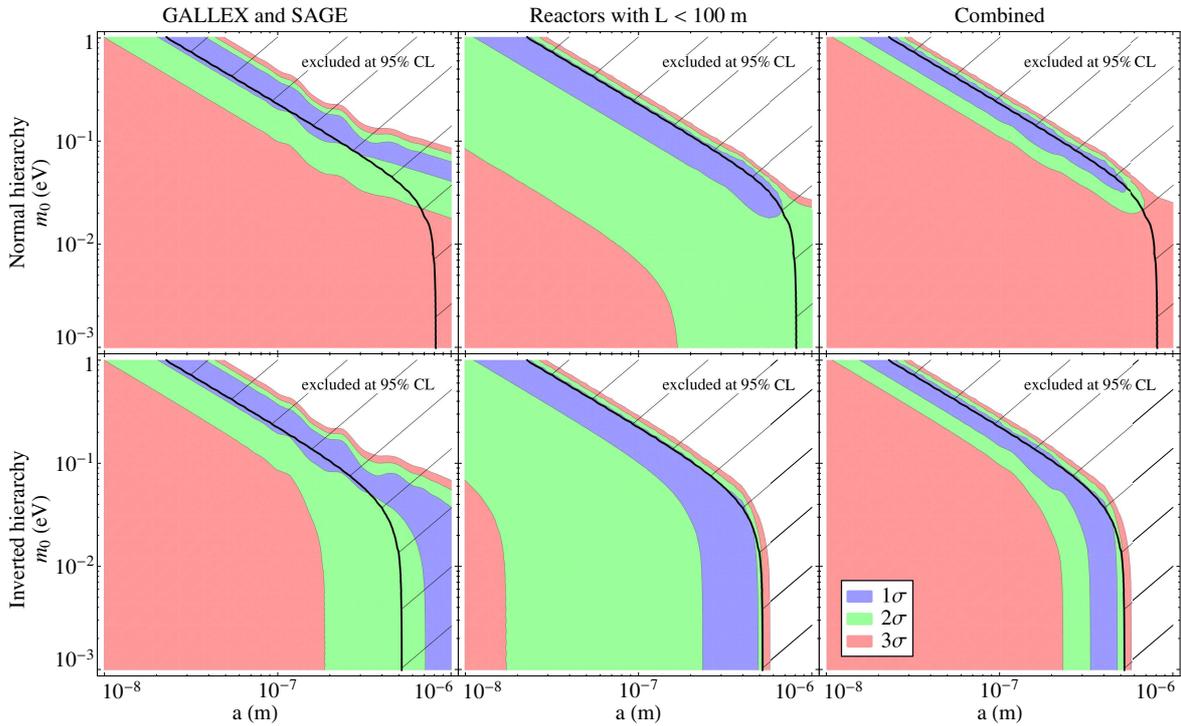


**Figura 6.5:** Probabilidade de sobrevivência em função da distância. Para mostrar que o efeito de ADD pode explicar o déficit observado, mostramos a probabilidade para hierarquia invertida, onde consideramos a combinação de parâmetros  $(a, m_0) = (0.3 \mu\text{m}, 0.0 \text{ eV})(0.1 \mu\text{m}, 0.2 \text{ eV})(0.08 \mu\text{m}, 0.1 \text{ eV})$ . Em todas as combinações assumimos  $\theta_{13} = 0.0$ , uma vez que seu efeito não é percebido em experimentos com comprimento menor que 100 metros, que é representado pela curva preta tracejada. Mostramos também os pontos experimentais de cada experimento considerado.

extras. No entanto, devido a incertezas inerentes aos processos de produção e detecção, faz-se necessário fazer uma média no ponto de produção e detecção, com isso o efeito de dimensão extra pode ser suavizado, como pode ser visto na figura 6.4.

Na figura 6.7 mostramos a região de sensibilidade para o modelo ADD no plano  $a \times m_0$ , para hierarquias normal e invertida. A região acima das curvas pode ser excluída pelo experimento com neutrinos Mössbauer, se os dados são consistentes com oscilações induzidas por  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ .

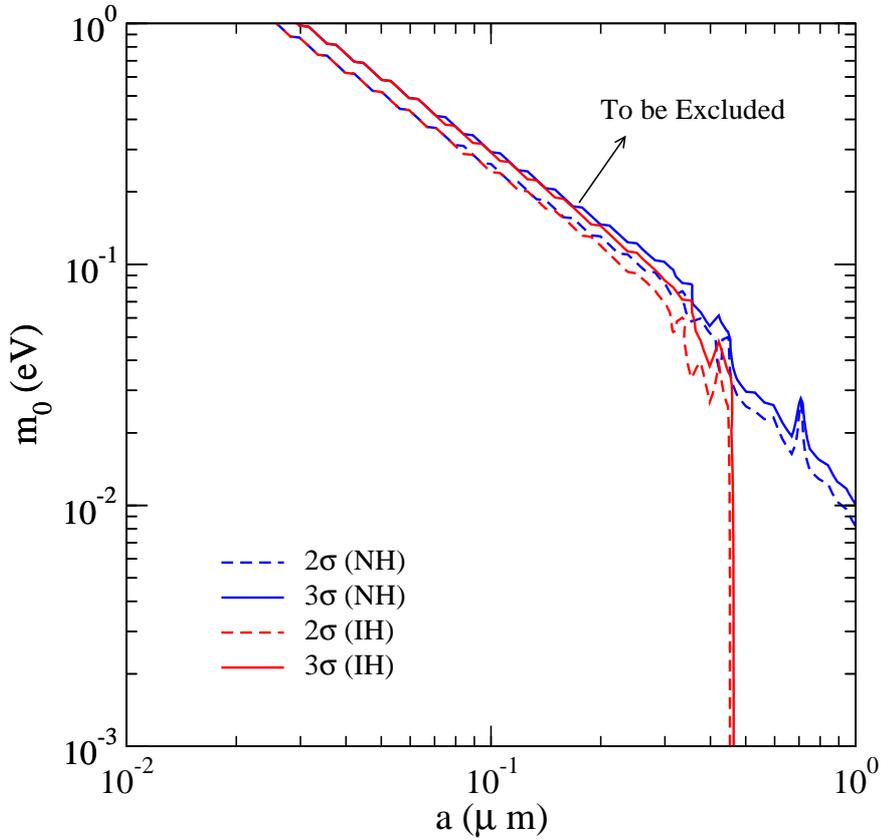
Essas regiões são obtidas deixando variar livremente  $a$  e  $m_0$ , ou seja, o raio e massa mais leve, mantivemos os valores de  $\Delta m_{31}^2 = 2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . Podemos perceber, que obtivemos melhor sensibilidade no caso



**Figura 6.6:** Região permitida no plano  $a \times m_0$  para hierarquias normal e invertida em 1, 2 e  $3\sigma$ . À esquerda mostramos a região referente aos experimentos de calibração de Gálio . Na figura do meio, mostramos a região permitida para os experimentos de reator com comprimentos menores que 100 metros. O gráfico à direita mostra a região permitida obtida pela combinação dos dois resultados, de Gálio e de reator. A curva contínua preta representa o limite de outros experimentos de oscilação.

de hierarquia invertida, o que já era esperado visto que o efeito de dimensão extra torna-se mais acentuado para hierarquia invertida. Percebemos também que os nossos resultados não dependem do valor de  $\theta_{13}$ .

Observando a figura 6.7 vemos que, um experimento com neutrinos Mössbauer tem a capacidade de excluir dimensões extras com tamanhos  $a \sim 1\mu\text{m}$  para hierarquia normal e  $a \sim 0.45\mu\text{m}$  para hierarquia invertida. Esta sensibilidade pode ser comparada com os resultados obtidos em [137], que também é representado pela curva preta na figura 6.6, de fato aparentemente pode ser um pouco melhor comparados aos limites atuais, porém não é melhor para resultados da próxima geração de experimentos de reator, por exemplo Double Chooz [137]. No entanto, pode-se melhorar a sensibilidade do experimento com neutrinos Mössbauer se conseguirmos reduzir por exemplo, as incertezas sistemáticas relacionadas ao fluxo inicial e a seção de choque de



**Figura 6.7:** Regiões de exclusão dos parâmetros  $m_0$  e  $a$  (tamanho da dimensão extra). Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ , porém percebemos que os nossos resultados independem do valor de  $\theta_{13}$ . Na figura NH denota hierarquia normal e IH hierarquia invertida.

captura, e também as incertezas inerentes às posições do ponto de produção e detecção.

Nas figuras 6.8 e 6.9 mostramos o impacto de considerar a presença de uma dimensão extra sobre a determinação dos parâmetros de oscilação. Consideramos os casos com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ , em 2 e 3 $\sigma$ .

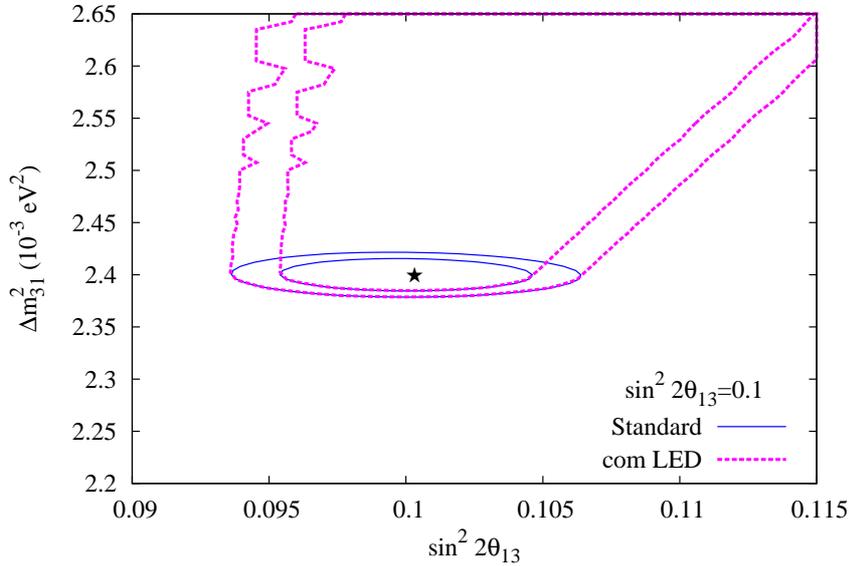
Podemos perceber nas figuras 6.8 e 6.9 que perdemos a sensibilidade na determinação de  $|\Delta m_{31}^2|$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$  para valores grandes desses parâmetros, se existe a presença de uma dimensão extra grande. Isto acontece por que no limite de pequenos efeitos do modelo (pequeno  $a$ ), consistente com os limites

experimentais atuais, podemos escrever [136, 56]:

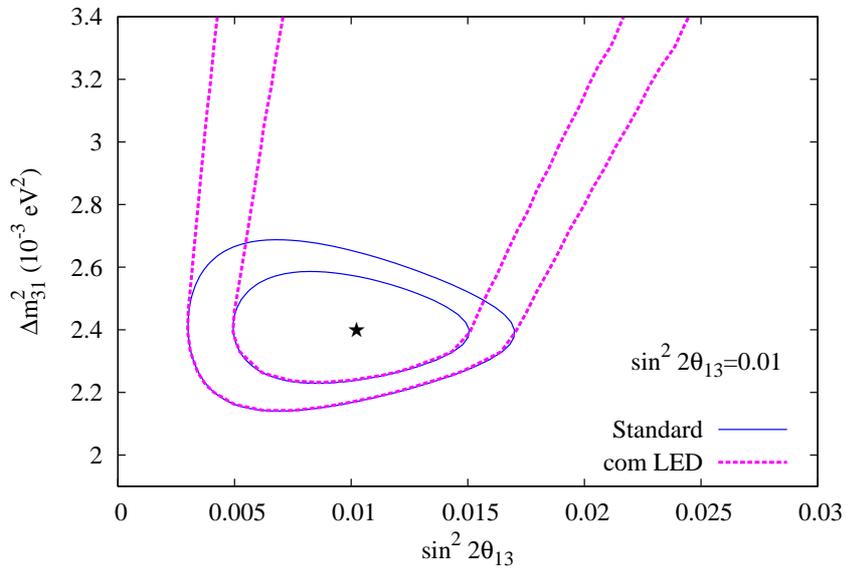
$$\Delta m_{31}^{2 (ef)} \simeq \Delta m_{31}^2 - \frac{\pi^2}{3} a^2 \Delta m_{31}^4 \quad (6.56)$$

$$\sin^2 2\theta_{13}^{ef} \simeq \sin^2 2\theta_{13} \left( 1 - \frac{\pi^2}{3} a^2 m_3^2 \right). \quad (6.57)$$

Analisando a equação 6.56 pode-se perceber que o aumento nos valores de  $\Delta m_{31}^2$  são compensados por um correspondente aumento no tamanho de  $a$ , no entanto para que consigamos ajustar os dados devemos ter grandes valores para  $\Delta m_{31}^2$ . Para mistura, percebemos que se aumentamos o valor de  $a$ , precisaremos aumentar  $\sin^2 2\theta_{13}$  para poder conseguir ajustar os dados. Devido a este comportamento, os valores mínimos permitidos de  $\Delta m_{31}^2$  e  $\sin^2 2\theta_{13}$  no modelo ADD, coincidem com os valores permitidos pela análise padrão.



**Figura 6.8:** Impacto do modelo ADD sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão  $|\Delta m_{31}^2|$  e  $\theta_{13}$  em 2 e  $3\sigma$ . Consideramos o valor para mistura  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ .



**Figura 6.9:** O mesmo que a figura 6.8 mas consideramos o valor para mistura  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ .

## 7

### Descoerência quântica como física não padrão

#### 7.1

##### Introdução

Descoerência quântica, ou seja, a evolução de estados puros em estados mistos pode ser um efeito da interação do sistema com o ambiente, sendo assim um sistema quântico aberto, ou pode ser originado por gravitação quântica. É importante mencionar que a perda de coerência pode acontecer no cenário padrão de oscilação devido a colisões inelásticas com o meio, ou devido a separação dos pacotes de onda, descoerência com este tipo de origem não são investigados nesta tese.

Um dos objetivos desta tese é investigar como os efeitos de um cenário em que a descoerência está presente, podem ser vistos em um experimento com uma fonte monocromática de antineutrinos eletrônicos, como discutido no capítulo 4 desta tese sobre neutrinos produzidos via efeito Mössbauer. Um outro alvo desta tese é, usando o experimento abordado aqui, encontrar vínculos sobre os parâmetros que quantificam estes efeitos. Este capítulo é dedicado à descrição, mesmo que incompleta, do fenômeno de perda quântica de coerência, o qual poderia ter sido induzido por algum efeito de gravitação quântica ou uma interação dissipativa com o ambiente, um ponto importante que queremos salientar, é que a origem da descoerência não será abordada nesta tese.

No contexto de gravitação, argumenta-se que flutuações de origem quântica do campo gravitacional podem induzir a uma perda de coerência, conseqüentemente a evolução temporal de um estado inicialmente puro, ou seja descrito por uma única função de onda ou equivalentemente um único vetor de estado, transforma este estado puro em um estado misto descrito por uma combinação de funções de ondas, diferente de uma superposição.

## 7.2

### Formalismo de matriz densidade

Como mencionado na introdução deste capítulo, o fenômeno de perda quântica de coerência está associado à evolução de um estado puro em um estado misto, para um tratamento mais adequado deste fenômeno vamos introduzir nesta seção o formalismo utilizado para tratar sistemas mistos, o qual é denominado *formalismo de matriz densidade* [139].

Vamos supor que temos um espaço de estados com uma base ortonormal  $\{|u_n\rangle, n = 1, 2, \dots\}$ , isto é:

$$\langle u_m | u_n \rangle = \delta_{mn}. \quad (7.1)$$

Agora, consideremos que o sistema está num estado  $|\psi(t)\rangle$  em um determinado instante de tempo  $t$ , podemos então expandir esse estado na base  $|u_n\rangle$ , como:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n a_n(t) |u_n\rangle. \quad (7.2)$$

A evolução deste estado é descrita pela equação de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle, \quad (7.3)$$

onde  $H$  é a Hamiltoniana do sistema. Assumiremos também que  $|\psi(t)\rangle$  é normalizado, com isso temos:

$$\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle = 1, \quad (7.4)$$

usando 7.2, encontramos:

$$\langle \psi(t) | \psi(t) \rangle = \sum_m \sum_n a_m^* a_n \langle u_m | u_n \rangle, \quad (7.5)$$

de onde conclui-se que:

$$\sum_n |a_n(t)|^2 = 1. \quad (7.6)$$

Um outro conceito importante em mecânica quântica, é o conceito de valor esperado de um observável (ou operador auto-adjunto). Antes devemos encontrar os elementos de matriz de um operador qualquer, por exemplo seja

$F$  um operador auto-adjunto, seus elementos de matriz são:

$$F_{mn} = \langle u_m | F | u_n \rangle. \quad (7.7)$$

O valor esperado de  $F$  em um determinado tempo  $t$  para o sistema no estado  $|\psi(t)\rangle$ , é dado por:

$$\langle F \rangle = \langle \psi(t) | F | \psi(t) \rangle = \sum_m \sum_n a_m^* a_n \langle u_m | F | u_n \rangle = \sum_m \sum_n a_m^* a_n F_{mn}. \quad (7.8)$$

Examinando a equação 7.8, é possível perceber que o valor esperado de  $F$  é uma expansão quadrática nos coeficientes  $\{a_m\}$ . Agora consideremos o seguinte operador  $|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$ , vamos agora encontrar os elementos de matriz deste operador:

$$\langle u_m | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | u_n \rangle = a_m^* a_n, \quad (7.9)$$

com esse resultado podemos observar que a expansão quadrática em 7.8 nada mais é do que os elementos de matriz do operador  $|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$ . Feito esta discussão, podemos agora definir o operador densidade para sistemas puros <sup>1</sup> como [140, 141]:

$$\rho(t) \equiv |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|, \quad (7.10)$$

seus elementos de matriz são:

$$\rho_{nm} = \langle u_m | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | u_n \rangle = a_m^* a_n. \quad (7.11)$$

Como mencionado anteriormente,  $|\psi(t)\rangle$  é normalizado, com isso encontramos:

$$\sum_n |a_n|^2 = 1 = \sum_n \rho_{nn}(t) = \text{Tr}[\rho(t)]. \quad (7.12)$$

Com esse resultado podemos reescrever a expressão para o valor esperado

---

<sup>1</sup>Para uma descrição bastante completa sobre a teoria da matriz densidade, assim como uma definição precisa de um sistema puro sugerimos [140]

de  $F$ :

$$\langle F \rangle = \sum_{m,n} a_m^* a_n F_{mn} = \sum_{m,n} \rho_{nm} F_{mn} = \sum_n [\rho(t)F]_{nn} = \text{Tr}[\rho(t)F], \quad (7.13)$$

onde usamos a relação de completeza:

$$\sum_m |u_m\rangle\langle u_m| = 1. \quad (7.14)$$

O próximo passo é encontrar uma equação de evolução para o operador densidade. Para isso, consideremos a derivada de  $\rho(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho(t) &= \frac{d}{dt}\{|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|\} \\ &= \frac{d}{dt}\{|\psi(t)\rangle\}\langle\psi(t)| + |\psi(t)\rangle\frac{d}{dt}\{\langle\psi(t)|\} \\ &= \frac{1}{i\hbar}H|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| - \frac{1}{i\hbar}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|H \\ \frac{d}{dt}\rho(t) &= \frac{1}{i\hbar}[H, \rho(t)]. \end{aligned} \quad (7.15)$$

De forma análoga podemos encontrar uma equação de movimento para o valor esperado de um operador (ou observável):

$$i\hbar\frac{d}{dt}\langle F \rangle = i\hbar\text{Tr}\left(\frac{dF}{dt}\rho\right) + \text{Tr}(F[H, \rho]) \quad (7.16)$$

$$= \text{Tr}\left[\left(i\hbar\frac{dF}{dt} + [F, H]\right)\rho\right]. \quad (7.17)$$

Um comentário pertinente a se fazer, é que existe uma equação clássica que corresponde à equação 7.15, essa equação é consequência do *teorema de Liouville* o qual expressa uma lei de conservação no espaço de fases clássico:

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (7.18)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \{H, \rho\}, \quad (7.19)$$

onde os  $\{, \}$  são os parênteses de *Poisson* definidos classicamente como:

$$\{, \} = \sum_i \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial p_i} - \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \right), \quad (7.20)$$

onde  $x_i$  e  $p_i$  são as coordenadas e os momentos, respectivamente. É importante comentar que estes são os equivalentes clássicos dos comutadores  $[,]$ .

Abaixo resumimos algumas propriedades do operador densidade válidas não somente para sistemas puros:

$$\rho = \rho^\dagger, \quad (7.21)$$

$$\text{Tr}[\rho] = 1, \quad (7.22)$$

$$\langle F \rangle = \text{Tr}[\rho F], \quad (7.23)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho(t) = [H, \rho(t)], \quad (7.24)$$

$$\rho^2 = \rho, \quad (7.25)$$

$$\text{Tr}[\rho^2] = 1. \quad (7.26)$$

Ressaltamos que as duas últimas propriedades são válidas somente para sistemas puros. Para sistemas mistos devemos acrescentar um “peso  $p_i$ ”, que define as propriedades estatística do sistema, na definição do operador densidade, neste caso teremos a seguinte generalização:

$$\rho(t) \equiv \sum_i p_i |\psi^{(i)}(t)\rangle \langle \psi^{(i)}(t)|, \quad (7.27)$$

onde  $p_i$  é o peso relativo à contribuição de cada estado e satisfaz as seguintes condições :

$$\sum_i p_i = 1, \quad (7.28)$$

$$0 \leq p_i \leq 1. \quad (7.29)$$

É válido comentar que um estado puro é um caso especial de estado misto, em que um dos  $p_i$ 's é igual à unidade e todos os outros são zero. Outro ponto a ser destacado é que as propriedades do operador densidade expostas anteriormente continuam válidas para sistemas mistos. A probabilidade  $P$  de medir (encontrar) um determinado observável  $F$  em um determinado estado no formalismo de matriz densidade, é dada por:

$$P = \text{Tr}[F\rho(t)]. \quad (7.30)$$

Para que possamos discutir mais tarde a idéia de descoerência e associá-la à física de oscilação de neutrinos, agora vamos voltar nossa atenção para o

significado físico dos elementos de matriz do operador densidade. Inicialmente vamos escrever  $\rho(t)$  em matricial:

$$\rho_{mn} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{m1} & \rho_{m2} & \cdots & \rho_{mn} \end{pmatrix} \quad (7.31)$$

Vamos começar analisando os termos diagonais. Segundo 7.11 temos que os termos diagonais são expressões quadráticas dos coeficientes da expansão  $|a_n|^2$ , que por sua vez pode ser expresso como  $|\langle u_n | \psi \rangle|^2$ , não é difícil ver que isto é exatamente a probabilidade de encontrar o sistema no estado  $|u_n\rangle$ . Os termos fora da diagonal são termos cruzados da forma  $a_m a_n^*$ , ora esses termos são na verdade termos de interferência entre os diferentes estados, ou seja entre  $|u_n\rangle$  e  $|u_m\rangle$  que podem surgir quando o estado  $|\psi(t)\rangle$  é uma superposição linear coerente destes estados. Logo, pode-se facilmente concluir que se estes termos forem nulos, então qualquer efeito de interferência entre os estados é destruído, caso contrário podemos dizer que existe coerência entre os estados. Estes termos cruzados são comumente referidos como *coerência*.

### 7.3

#### Oscilação de neutrinos no formalismo de matriz densidade

Nesta seção o nosso objeto é fazer uma simples aplicação dos conceitos expostos na seção anterior. Vamos considerar um sistema de dois níveis, ou no caso dos neutrinos apenas dois sabores. A equação de evolução da matriz densidade para neutrinos é a mesma que na seção anterior, assumindo unidades naturais, ou seja, considerando  $\hbar = c = 1$ , tem-se:

$$\dot{\rho}(t) = -i[H, \rho(t)], \quad (7.32)$$

onde  $H$  representa a Hamiltoniana livre (ou no vácuo) para os neutrinos na base dos autoestados de massa. Como já mencionado, por simplicidade vamos considerar apenas dois sabores, por exemplo  $\nu_e$  e  $\nu_x$ , onde o índice  $x = \mu, \tau$  pode ser quaisquer dos outros dois sabores.

Como sabemos da mecânica quântica, qualquer matriz Hermitiana pode ser escrita como uma combinação linear de quatro matrizes linearmente independentes.

O nosso objetivo é resolver a equação 7.32 para encontrar a probabilidade de oscilação. Para isso, vamos expandir  $\rho$  e  $H$  na base das matrizes de Pauli e da matriz identidade descritas no capítulo 2:

$$\rho = \sum_{\mu} \rho_{\mu} \sigma_{\mu} = \begin{pmatrix} \rho_0 + \rho_3 & \rho_1 - i\rho_2 \\ \rho_1 + i\rho_2 & \rho_0 - \rho_3 \end{pmatrix} \quad (7.33)$$

$$H = \sum_{\mu} H_{\mu} \sigma_{\mu} = \begin{pmatrix} H_0 + H_3 & H_1 - iH_2 \\ H_1 + iH_2 & H_0 - H_3 \end{pmatrix} \quad (7.34)$$

Onde o índice  $\mu = 0, 1, 2, 3$ . Com essas considerações, e utilizando a convenção de soma de Einstein, a equação 7.32 pode ser reescrita como:

$$\dot{\rho}_{\mu} \sigma_{\mu} = 2\epsilon_{ijk} H_k \rho_j \sigma_k, \quad (7.35)$$

os índices  $i, j, k = 1, 2, 3$ . Separando em componentes podemos escrevê-la da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_0(t) &= 0; \\ \dot{\rho}_1(t) &= 2(H_2\rho_3 - H_3\rho_2); \\ \dot{\rho}_2(t) &= 2(H_3\rho_1 - H_1\rho_3); \\ \dot{\rho}_3(t) &= 2(H_1\rho_2 - H_2\rho_1). \end{aligned} \quad (7.36)$$

A Hamiltoniana na base dos autoestados de massa pode ser escrita como:

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad (7.37)$$

de onde concluímos:

$$H_1 = H_2 = 0; \quad H_0 = \frac{E_1 + E_2}{2}; \quad H_3 = \frac{E_1 - E_2}{2}. \quad (7.38)$$

Como nosso objetivo é encontrar as probabilidades de oscilação, devemos fazer algumas considerações para chegarmos às expressões finais. Como discutido anteriormente no capítulo 2, aqui vamos manter a suposição de que todos os neutrinos massivos tem o mesmo momento linear  $\vec{p}$ . No entanto,

observa-se que as massas dos neutrinos são menores que 1 eV e que somente neutrinos com energias maiores que 100 keV podem ser detectados, por isso em experimentos de oscilação de neutrinos, torna-se uma boa aproximação considerá-los ultrarelativísticos, ou seja,  $p \gg m$ . Com isso a relação de dispersão que relaciona a energia do feixe com o momento pode ser escrita como:

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \simeq E + \frac{m_k^2}{2E},$$

onde consideramos  $E \cong |\vec{p}|$  é a energia do neutrino na aproximação sem massa. Com isso podemos reescrever a Hamiltoniana como:

$$H = \begin{pmatrix} E + \frac{m_1^2}{2E} & 0 \\ 0 & E + \frac{m_2^2}{2E} \end{pmatrix}, \quad (7.39)$$

com isso encontramos:

$$H_1 = H_2 = 0; \quad H_0 = \left( E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \right); \quad H_3 = \frac{-\Delta m^2}{4E}, \quad (7.40)$$

onde  $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ . Substituindo em 7.36 e resolvendo as respectivas integrais, obtemos o seguinte conjunto de soluções:

$$\begin{aligned} \rho_0(t) &= \rho_0(t=0); \\ \rho_1(t) &= \rho_1(t=0) \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\ \rho_2(t) &= -\rho_1(t=0) \sin\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\ \rho_3(t) &= \rho_3(t=0). \end{aligned} \quad (7.41)$$

O nosso próximo é encontrar as condições iniciais. Para isso podemos supor, por exemplo, que o feixe inicialmente é composto somente de  $\nu_e$  (ou  $\bar{\nu}_e$ ), podemos então escrever de uma forma geral:

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle, \quad (7.42)$$

onde:

$$|\nu_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.43)$$

$$|\nu_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (7.44)$$

podemos ainda escrever  $|\nu_e\rangle$  como um vetor coluna:

$$|\nu_e\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}. \quad (7.45)$$

Sabemos também que a matriz densidade em  $t = 0$  é a seguinte:

$$\rho(t = 0) = |\nu_e\rangle\langle\nu_e|, \quad (7.46)$$

de onde facilmente encontramos:

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (7.47)$$

Expandindo  $\rho(0)$  na base das matrizes de Pauli, é fácil obter os coeficientes da expansão, logo:

$$\rho_0(0) = \frac{1}{2}, \quad \rho_1(0) = \frac{1}{2} \sin 2\theta, \quad \rho_2(0) = 0, \quad \rho_3(0) = \frac{1}{2} \cos 2\theta. \quad (7.48)$$

Podemos assim escrever as soluções como:

$$\begin{aligned} \rho_0(t) &= \frac{1}{2}; \\ \rho_1(t) &= \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\ \rho_2(t) &= -\frac{1}{2} \sin 2\theta \sin\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\ \rho_3(t) &= \frac{1}{2} \cos 2\theta. \end{aligned} \quad (7.49)$$

Com o intuito de tornar a nossa descrição mais transparente possível, é

bastante ilustrativo agrupar essas soluções na forma matricial de  $\rho(t)$  7.33:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) & \sin 2\theta e^{i\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right)} \\ \sin 2\theta e^{-i\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right)} & \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) \end{pmatrix}. \quad (7.50)$$

Agora fica fácil de identificar quais termos são responsáveis pelas oscilações, ou seja, como podemos observar na matriz de  $\rho(t)$ , os termos fora da diagonal provocam a oscilação. Com essas informações estamos prontos para calcular a probabilidade de sobrevivência para duas gerações:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \text{Tr}[\rho(0)\rho(t)] = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E}L\right), \quad (7.51)$$

onde usamos a aproximação  $t \simeq L$  para neutrinos ultrarelativísticos, onde  $L$  é a distância percorrida pelo neutrino. É importante ressaltar que esta equação também é válida para antineutrinos. Agora, se quisermos a probabilidade de conversão para um determinado sabor  $x$ , pela conservação da probabilidade:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) + P(\nu_e \rightarrow \nu_x) = 1, \quad (7.52)$$

encontramos:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_x) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E}L\right). \quad (7.53)$$

Com isso concluímos a nossa aplicação do formalismo da matriz densidade à oscilação de neutrinos no vácuo, onde consideramos apenas o caso mais simples de duas gerações.

Nosso próximo passo é incorporar o efeito de descoerência nas equações que descrevemos nesta seção e analisar os efeitos desta mudança no padrão de oscilação.

## 7.4

### Descoerência quântica e neutrinos

Nesta seção vamos introduzir o efeito de descoerência quântica na formulação padrão da matriz densidade, a qual foi revisada nas seções anteriores.

Como foi comentado na introdução deste capítulo, a perda quântica de coerência pode aparecer devido a interação do sistema com o ambiente, ou esta

perda pode ainda ser causada como consequência de fenômenos que ocorrem muito próximo à escala de Planck onde acredita-se que a gravitação quântica seja a teoria capaz de clarificar tais efeitos. Nesta tese não vamos nos preocupar com a origem da descoerência, o nosso interesse é estudar a fenomenologia associada à introdução deste efeito na física de neutrinos, para os interessados em um tratamento mais completo sobre gravitação quântica, sugerimos [142].

Com o intuito de parametrizar quaisquer efeitos dissipativos devido à interação do sistema em análise com o ambiente, vamos introduzir um termo fenomenológico extra na equação de evolução 7.32 que será responsável por qualquer efeito não padrão [143, 144, 145]:

$$\dot{\rho}(t) = -i[H, \rho(t)] - \mathcal{D}[\rho], \quad (7.54)$$

na equação 7.54  $H$  representa a Hamiltonia do sistema, como antes, e o termo adicional  $\mathcal{D}$  tem dimensão de energia, seu inverso define o comprimento característico para o qual o sistema perde coerência e passa a ser um estado misto, o que nos leva a concluir que este termo é responsável pelos possíveis efeitos de dissipação e irreversibilidade. Esta equação ainda pode ser escrita levando em conta a expansão na base das matrizes de  $SU(2)$ , como no caso usual sem o termo extra [144]:

$$\dot{\rho}_\mu \sigma_\mu = 2\epsilon_{ijk} H_k \rho_j \sigma_k + \rho_\nu \mathcal{D}_{\nu\mu} \sigma_\mu, \quad (7.55)$$

Antes de entrarmos nos detalhes técnicos que nos levarão a analisar os efeitos da adição do termo  $\mathcal{D}$  na equação de evolução e por sua vez o papel deste termo no sistema de neutrinos, é bastante oportuno fazer uma discussão qualitativa do mesmo.

É bastante razoável esperar, que a adição do termo de dissipação possa acarretar mudanças na evolução do sistema. De fato, para assegurarmos por exemplo que a probabilidade seja conservada é necessário impor várias condições. Outro ponto a ser salientado, é que o termo  $\mathcal{D}$  viola a condição  $\text{Tr}[\rho^2] = 1$ , ou seja  $\text{Tr}[\rho^2] < 1$ , permitindo a transição de um estado inicialmente puro para um estado misto, ou seja levando o sistema a uma perda de coerência.

Efeitos de descoerência foram investigados na propagação de sistemas oscilantes como por exemplo o sistema de oscilação  $K \rightarrow \bar{K}$ , e também com interferômetro de nêutrons, o qual o operador  $\mathcal{D}$  assumia diversas formas. A

conclusão que se chegou após essa investigação é que nenhuma evidência para  $\mathcal{D} \neq 0$  foi encontrada, o que forneceu fortes limites sobre o tamanho de  $\mathcal{D}$  [146]:

$$\|\mathcal{D}\| < 10^{-21} \text{ GeV}. \quad (7.56)$$

Após a breve discussão sobre o operador  $\mathcal{D}$ , para que possamos investigar os efeitos no sistema de neutrinos, teremos que assumir uma forma para o mesmo. Gostaria de ressaltar que a escolha da forma do operador se deve a razões de interesse fenomenológico. A principal exigência para o sistema é a de completa positividade, que evita a ocorrência de efeitos não físicos como por exemplo a obtenção de probabilidades negativas. Esta exigência implica em um gerador do tipo Markoviano, linear em  $\rho$  e cujo traço preserva o mapeamento  $\rho(0) \rightarrow \rho(t)$ . Com isso, o termo de descoerência assume a forma do tipo de Lindblad [147]:

$$\mathcal{D}[\rho] = \sum_n [D_n, [D_n, \rho]], \quad (7.57)$$

onde estamos assumindo o caráter Hermitiano, ou seja,  $D_n = D_n^\dagger$ , e também  $[H, D_n] = 0$ . Com o intuito de preservar a unitariedade do sistema, a primeira linha e primeira coluna de  $\mathcal{D}_{\mu\nu}$  devem ser nulas, o fato de termos  $\text{Tr}[\rho^2] < 1$  significa que  $\mathcal{D}_{\mu\nu}$  deve ser semi-definido negativo. Com isso podemos escrever a forma mais geral para  $\mathcal{D}_{\mu\nu}$  [144]:

$$\mathcal{D}_{\mu\nu} = -2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c \\ 0 & b & \gamma & \beta \\ 0 & c & \beta & \alpha \end{pmatrix}. \quad (7.58)$$

Onde  $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$  são constantes reais que parametrizam os efeitos de descoerência. Com essa parametrização obtemos o seguinte conjunto de

equações:

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_0(t) &= 0; \\
 \dot{\rho}_1(t) &= 2(H_2\rho_3 - H_3\rho_2) - 2[a\rho_1 + b\rho_2 + c\rho_3]; \\
 \dot{\rho}_2(t) &= 2(H_3\rho_1 - H_1\rho_3) - 2[b\rho_1 + \gamma\rho_2 + \beta\rho_3]; \\
 \dot{\rho}_3(t) &= 2(H_1\rho_2 - H_2\rho_1) - 2[c\rho_1 + \beta\rho_2 + \alpha\rho_3].
 \end{aligned} \tag{7.59}$$

A solução desse conjunto de equações leva à probabilidade de oscilação, que dependerá de dois fatores: (1) um fator oscilante devido ao termo usual presente em oscilação padrão e, (2) um fator de damping que surge devido a presença do termo extra na equação de movimento, este por sua vez é responsável por um possível efeito de dissipação. Em geral, a magnitude do termo associado à descoerência é muito pequena em comparação ao termo responsável pela oscilação, ou seja  $\frac{\Delta m^2}{4E}$ .

Como já mencionado anteriormente, estamos interessados em verificar o efeito não padrão associado ao parâmetro que quantifica a descoerência e a partir disso buscar vínculos sobre esse parâmetro. Por simplicidade vamos considerar somente um parâmetro de dissipação. Essa situação surge no limite de acoplamento fraco, ou seja, estamos considerando que a interação do neutrino com o ambiente seja muito fraca, a qual pode ser traduzida considerando que  $\alpha = 0, a = \gamma, b = c = \beta = 0$ . Com essas considerações as equações 7.59 são reduzidas a:

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_0(t) &= 0; \\
 \dot{\rho}_1(t) &= 2(H_2\rho_3 - H_3\rho_2) - 2\gamma\rho_1; \\
 \dot{\rho}_2(t) &= 2(H_3\rho_1 - H_1\rho_3) - 2\gamma\rho_2; \\
 \dot{\rho}_3(t) &= 2(H_1\rho_2 - H_2\rho_1).
 \end{aligned} \tag{7.60}$$

Integrando as equações acima e considerando  $H_1 = H_2 = 0$  e  $H_3 = -\frac{\Delta m^2}{4E}$ ,

encontramos:

$$\begin{aligned}
 \rho_0(t) &= \frac{1}{2}; \\
 \rho_1(t) &= \frac{1}{2}e^{-2\gamma t} \sin 2\theta \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\
 \rho_2(t) &= -\frac{1}{2}e^{-2\gamma t} \sin 2\theta \sin\left(\frac{\Delta m^2}{2E}t\right); \\
 \rho_3(t) &= \frac{1}{2} \cos 2\theta.
 \end{aligned} \tag{7.61}$$

A probabilidade de sobrevivência com efeito de descoerência tem a seguinte forma:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \text{Tr}[\rho(0)\rho(t)] = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left[ 1 - e^{-2\gamma L} \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2E}L\right) \right], \tag{7.62}$$

onde usamos a identificação  $t \simeq L$ . Do mesmo modo como no caso padrão, sem efeito de descoerência, a probabilidade de transição para outro sabor pode ser escrita como:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_x) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left[ 1 - e^{-2\gamma L} \cos\left(\frac{\Delta m^2}{2E}L\right) \right]. \tag{7.63}$$

Podemos observar se colocamos  $\gamma = 0$ , recuperamos o caso de oscilação em duas gerações como era de se esperar. Outro ponto interessante das probabilidades obtidas é a forte dependência com a mistura, ou seja, com  $\sin^2 2\theta$ . Por outro lado, no caso em que neutrinos são degenerados ou possuem massa nula, observamos que ainda pode existir transição entre os sabores, esta transição sendo forçada pelo termo de descoerência, neste caso a probabilidade de transição teria a seguinte forma, considerando  $\sin^2 2\theta = 1$  o que é equivalente a fazer a matriz de mistura igual à matriz unidade:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_x) = \frac{1}{2} [1 - e^{-2\gamma L}]. \tag{7.64}$$

Deste ponto em diante, vamos considerar mistura entre primeira e terceira gerações, neste caso  $\sin^2 2\theta \mapsto \sin^2 2\theta_{13}$  e  $\frac{\Delta m^2 L}{2E} \mapsto \frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E}$ . Por completude também consideramos em nosso trabalho a contribuição dos termos do setor 1 – 2, referente aos neutrinos solares. A forma da probabilidade de

sobrevivência que consideramos é dada por:

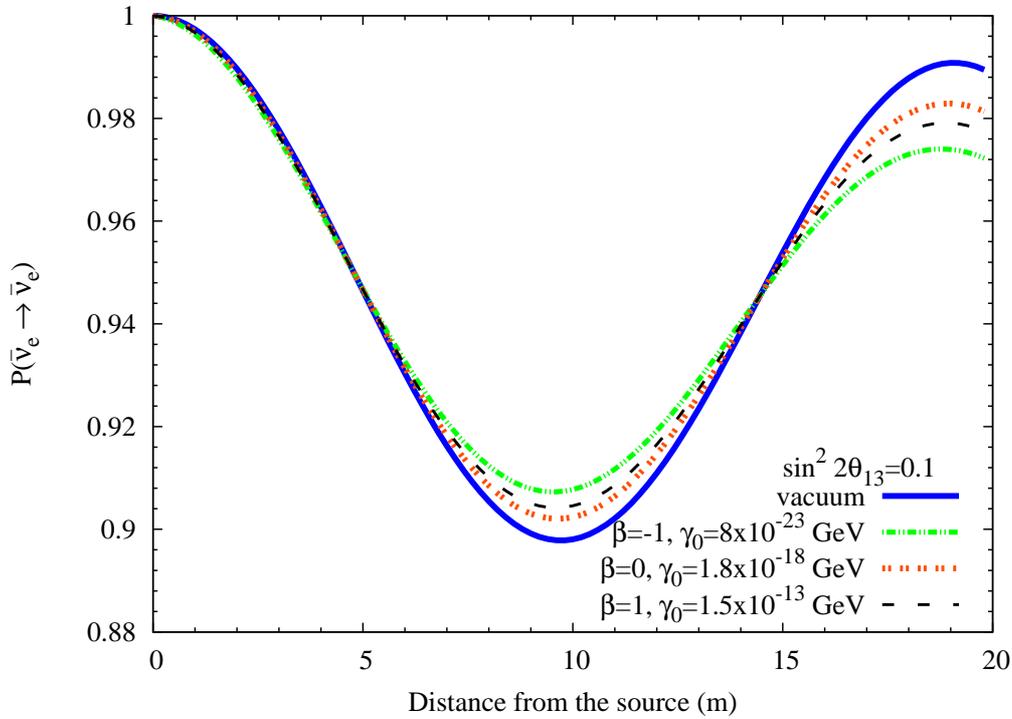
$$\begin{aligned}
 P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} [1 - e^{-2\gamma L} \cos(\Delta_{31})] \\
 &+ \frac{1}{2} s_{12}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin(\Delta_{31}) \sin(\Delta_{21}) \\
 &+ [c_{13}^4 \sin^2 2\theta_{12} + s_{12}^2 \sin^2 2\theta_{13} \cos(\Delta_{31})] \sin^2 \left( \frac{\Delta_{31}}{2} \right),
 \end{aligned} \tag{7.65}$$

onde  $\Delta_{21} \equiv \Delta m_{21}^2 L / (2E)$ ,  $\Delta_{31} \equiv \Delta m_{31}^2 L / (2E)$ ,  $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$  e  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ .

Vamos agora analisar o parâmetro  $\gamma$ , queremos ver como um valor não nulo deste parâmetro altera o padrão de oscilação. Como a dependência de  $\gamma$  com a energia ainda não é conhecida, aqui vamos parametrizar esta dependência como uma lei de potência:

$$\gamma = \gamma_0 \left( \frac{E}{\text{GeV}} \right)^n, \tag{7.66}$$

nesta descrição  $\gamma_0$  e  $n$  são constantes. Aqui vamos considerar que o parâmetro  $n$  se encontra restrito a  $-2 \leq n \leq 2$ .



**Figura 7.1:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte. Aqui consideramos somente os seguintes casos:  $(\gamma_0, n(=\beta)) = (8 \times 10^{-23} \text{ GeV}, -1)$ ,  $(1.8 \times 10^{-18} \text{ GeV}, 0)$  e  $(1.5 \times 10^{-13} \text{ GeV}, 1)$ .

Com o objetivo de ilustrar o efeito de descoerência sobre o padrão de oscilação, plotamos na figura 7.1 a probabilidade de sobrevivência que corresponde à equação 7.62. Para isso consideramos o seguinte conjunto de parâmetros:  $\sin^2 2\theta = 0.1$ ; e três casos com efeitos de descoerência  $(\gamma_0, n) = (8 \times 10^{-23} \text{GeV}, -1)$ ,  $(1.8 \times 10^{-18} \text{GeV}, 0)$  e  $(1.5 \times 10^{-13} \text{GeV}, 1)$ . Pode-se observar que o efeito de  $\gamma \neq 0$  que entra na probabilidade através de uma exponencial, é reduzir a amplitude de oscilação quando comparado ao caso de oscilação padrão que é representada no gráfico pela curva azul. No entanto, queremos enfatizar que este efeito não pode ser imitado variando  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ , portanto podemos buscar vínculos para o efeito de descoerência usando o experimento com neutrinos Mössbauer.

## 7.5

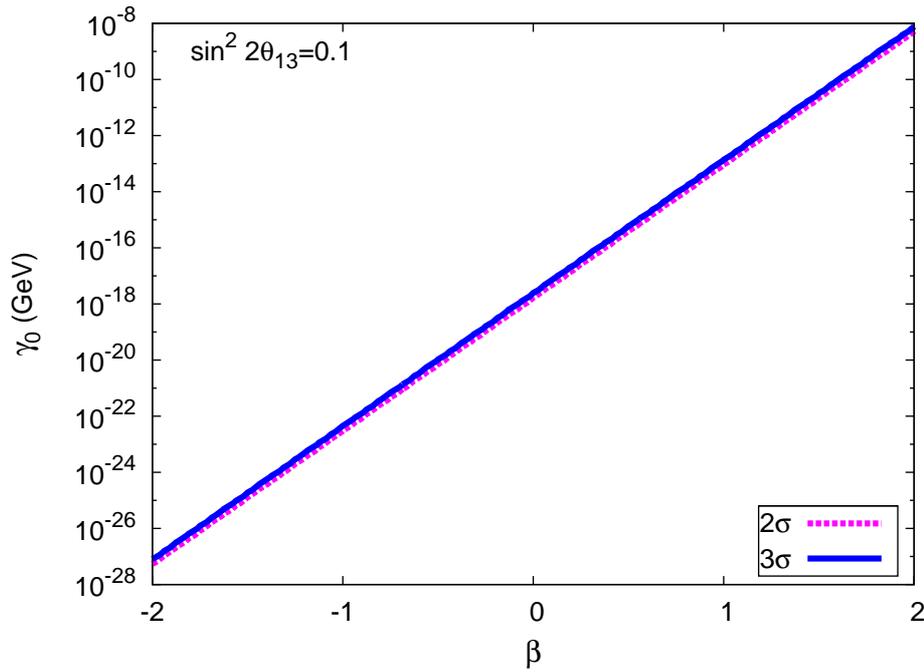
### Vínculos por neutrinos Mössbauer

Agora estamos interessados em verificar o potencial de um experimento com neutrinos Mössbauer descobrir nova física, que no caso desse capítulo trata-se da descoerência. Em nosso trabalho estamos interessados no efeito de descoerência sobre a primeira e terceira gerações de neutrinos, equivalente ao setor 1 – 3 caracterizado por  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ . Nas figuras 7.2 e 7.3 mostramos as regiões de sensibilidade no plano dos parâmetros que quantificam o efeito de descoerência em oscilação de neutrinos  $\gamma$  e  $n(= \beta)$ . Aqui consideramos dois casos, um com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  e outro com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ .

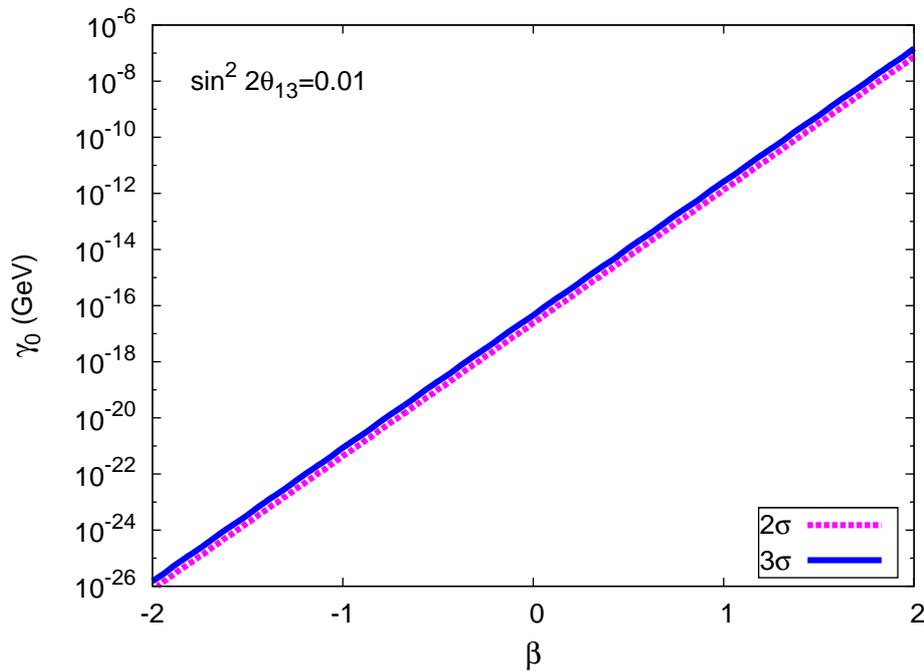
Para gerar as figuras 7.2 e 7.3 deixamos os parâmetros  $\gamma$ ,  $n(= \beta)$ ,  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$  livres, e fitamos os dados minimizando a função  $\chi^2$ . Encontramos que se os parâmetros que quantificam os efeitos de descoerência estiverem nas regiões acima das linhas diagonais, os dados não podem ser ajustados somente com os parâmetros de oscilação padrão, podendo então ser excluídos pelo experimento com neutrinos Mössbauer [56].

Um aspecto interessante que gostaríamos de comentar, é que a sensibilidade para descoerência não depende da hierarquia de massas, porém podemos perceber que a sensibilidade depende fortemente de  $\theta_{13}$ , o que pode ser entendido inspecionando a expressão da probabilidade 7.62.

Se fizermos uma comparação com os limites obtidos por [145], onde consideram dados de neutrinos solares e de KamLAND, percebemos que os limites que encontramos para os parâmetros do modelo usando um experimento de neutrinos Mössbauer, são aproximadamente duas ordens de magnitudes



**Figura 7.2:** Região de exclusão dos parâmetros de descoerência  $\beta(= n) \gamma_0$ . A regiões acima das linhas diagonais podem ser excluídas se os dados são consistentes com os dados de oscilação padrão. Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  em  $2\sigma$  e  $3\sigma$ .

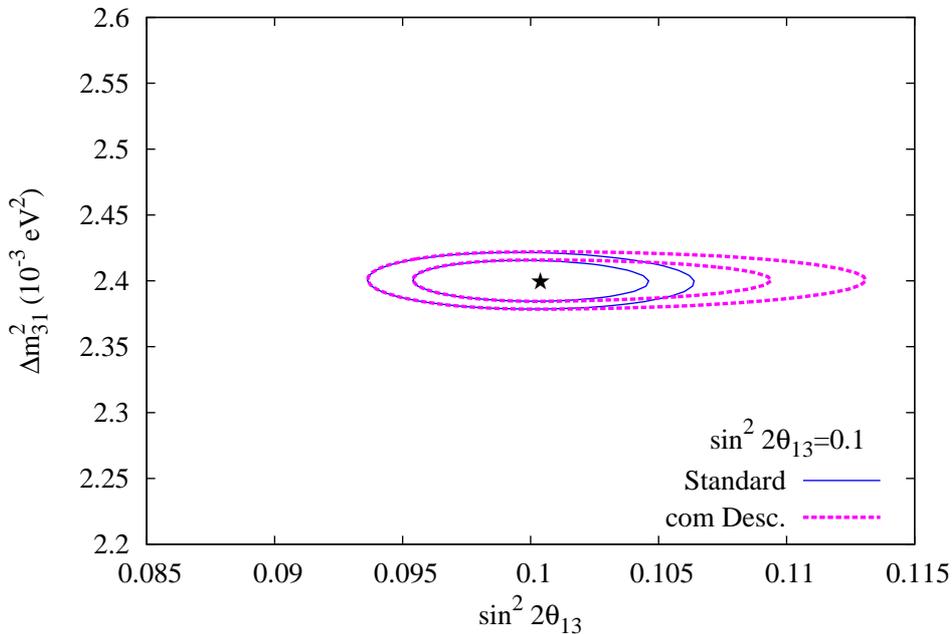


**Figura 7.3:** O mesmo que a figura 7.2 mas com  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  em  $2\sigma$  e  $3\sigma$ .

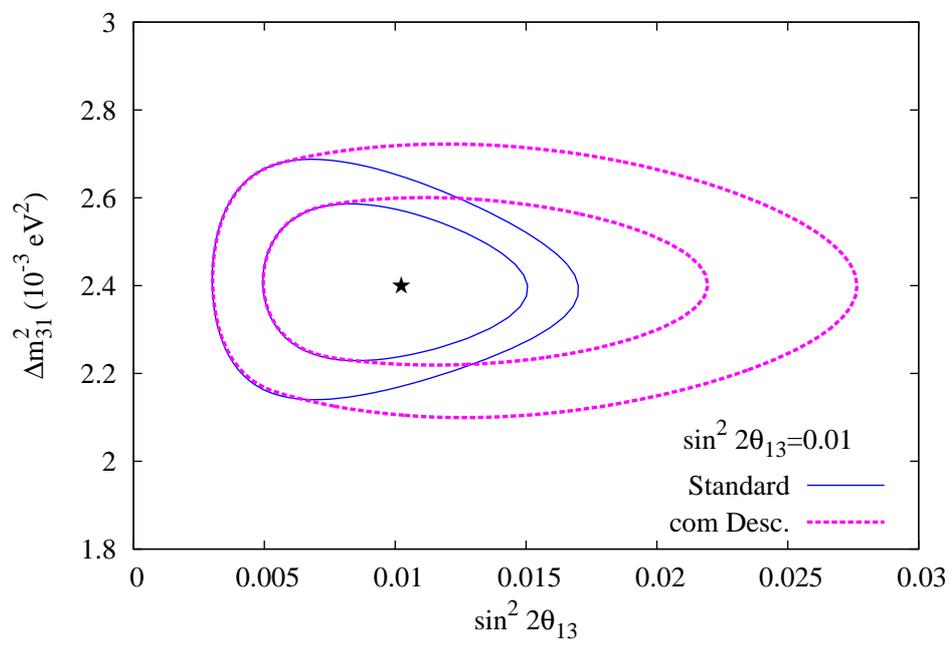
piores. No entanto, temos que enfatizar que os limites encontrados por [145] não podem ser comparados diretamente aos nossos resultados, uma vez que os

autores de [145] exploraram o efeito de descoerência sobre a primeira e segunda gerações, ou seja, exploraram o setor 1 – 2, enquanto que em nosso trabalho exploramos o efeito de descoerência no setor 1 – 3, o que corresponde a primeira e terceira de gerações, que não estava vinculado antes.

É bastante natural pensar que, qualquer cenário de nova física possa ter algum impacto sobre a determinação dos parâmetros de oscilação. Como mencionado anteriormente, este modelo possui uma forte dependência com o ângulo de mistura  $\theta_{13}$ . Isto pode ser observado nitidamente nas figuras 7.4 e 7.5, onde mostramos a região permitida no plano  $\sin^2 2\theta_{13} \times \Delta m_{31}^2$ . É possível perceber que a região permitida com efeito de descoerência, altera-se somente na direção de maiores valores do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ . Este comportamento deve-se ao fato que, como vimos através da probabilidade (ver figura 7.62), que o efeito de descoerência é reduzir a amplitude de oscilação, e com isso é necessário que  $\theta_{13}$  seja grande o suficiente para cancelar o efeito de descoerência, como pode ser observado nas figuras 7.4 e 7.5 [56]. Estes resultados nos levam a concluir que, a presença do efeito de descoerência pode imitar o efeito de  $\theta_{13}$  grande, superestimando o valor de  $\theta_{13}$ .



**Figura 7.4:** Impacto dos parâmetros de descoerência sobre a determinação de  $\sin^2 2\theta_{13}$  e  $\Delta m_{31}^2$ . Consideramos o caso em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  em 2 e  $3\sigma$ .



**Figura 7.5:** O mesmo que a figura 7.4, mas considerando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  em 2 e  $3\sigma$ .

## 8

### Neutrinos de massa variável

#### 8.1

##### Motivação

A década de 1990 foi marcada por duas grandes descobertas. Um experimento criado para observar o decaimento do próton, o Super-Kamiokande observou um déficit de neutrinos do múon, os quais são criados por colisões na atmosfera [148], o que evidenciou a oscilação de sabor de neutrinos induzidas por massa<sup>1</sup>. Ao mesmo tempo, observações de Supernovas do tipo IA revelaram, talvez um dos maiores enigmas a ser desvendado (entendido) pelos físicos e astrônomos, o universo está se expandindo de forma acelerada [152, 153]. Esta última descoberta sugere que “alguma coisa”<sup>2</sup> está impulsionando esta expansão, por exemplo um fluido com pressão negativa, que comumente é referido como problema da “energia escura”.

Um outro problema relacionado à descoberta da expansão acelerada do universo, e por sua vez à energia escura, é o chamado *problema da coincidência cósmica*. Isto é, a densidade de energia escura é comparável à densidade de energia da matéria escura na época atual. Uma pergunta natural que surgiria é a seguinte: existe algum mecanismo capaz de explicar esta coincidência? Uma tentativa de responder a esta questão é dada por mecanismos de geração de massa de matéria escura através de acoplamentos entre matéria escura e energia escura do tipo de Yukawa e até acoplamentos mais exóticos. A massa da partícula de matéria escura neste tipo de abordagem possui uma dependência temporal, e são conhecidas como partículas de massa variável<sup>3</sup> [157, 158, 159]. Um dos modelos a ser abordado nesta tese, baseia-se no

---

<sup>1</sup> Mais tarde, esta interpretação foi confirmada por outros experimentos como K2K [149, 150], SNO [151] e KamLAND [35].

<sup>2</sup>Esta evidência é fortalecida por outros experimentos, como os que medem a anisotropia da radiação cósmica de fundo, a oscilação acústica de bárions e medidas de estruturas de grande escala [154, 155, 156].

<sup>3</sup>Tradução literal do termo em inglês Varying Mass Particles, VAMPs.

mecanismo de partículas de massa variável comentado anteriormente, mas este no contexto de neutrinos como veremos na próxima seção.

## 8.2

### A proposta de Fardon, Nelson e Weiner

Como comentamos anteriormente, o cenário proposto por Fardon, Nelson e Weiner (FNW) é uma adaptação do já bem conhecido modelo de partículas de massa variável [160, 161]. Neste cenário, campos fermiônicos interagem com um campo escalar, apelidado de acéleron, através de um acoplamento do tipo Yukawa. Este campo escalar causaria a expansão acelerada observada e a interação do neutrino com o acéleron daria origem à massa do neutrino. Uma característica essencial neste cenário é que a massa do neutrino passa a ser uma quantidade dinâmica assumindo diferentes valores em diferentes épocas da história do universo.

Aqui vamos fazer uma breve descrição do artigo original [160]. Neste artigo a principal premissa posta pelos autores é que o setor de energia escura do universo possui duas componentes que competem entre si, ou seja:

$$\rho_{dark} = \rho_{\nu} + \rho_{de}, \quad (8.1)$$

onde  $\rho_{dark}$  é a densidade de energia total do setor escuro do universo,  $\rho_{\nu}$  é a densidade de energia do neutrino e  $\rho_{de}$  é a densidade de energia escura que neste modelo possui uma dependência com a massa do neutrino,  $\rho_{de} = \rho_{de}(m_{\nu})$ . FNW consideraram que  $\rho_{dark}$  é estacionária com relação à massa do neutrino:

$$\frac{\partial \rho_{dark}}{\partial m_{\nu}} = \frac{\partial \rho_{\nu}}{\partial m_{\nu}} + \frac{\partial \rho_{de}}{\partial m_{\nu}} = 0. \quad (8.2)$$

Assumindo que os neutrinos são não relativísticos na época atual, ou seja  $\rho_{\nu}(m_{\nu} \gg T_{\nu}) \simeq n_{\nu} m_{\nu}$ , tem-se:

$$n_{\nu} = - \frac{\partial \rho_{de}}{\partial m_{\nu}}. \quad (8.3)$$

Uma quantidade fundamental na análise de modelos de energia escura, é

a equação de estado cuja definição é:

$$w = \frac{p}{\rho}, \quad (8.4)$$

onde  $p$  e  $\rho$  são a pressão e a densidade de energia, respectivamente. É instrutivo encontrar uma expressão para a equação de estado para o modelo de FNW.

Assumindo um universo regido por uma métrica de Friedmann-Robertson-Walker<sup>4</sup> a equação de conservação de energia pode ser escrita como:

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p), \quad (8.5)$$

onde  $H \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ , com  $a(t)$  sendo o fator de escala do universo. Combinando 8.3, 8.4 e 8.5 encontra-se a equação de estado para o modelo de FNW<sup>5</sup>:

$$w = -1 + \frac{m_\nu n_\nu}{m_\nu n_\nu + \rho_{de}}. \quad (8.6)$$

Esta equação possui uma simples interpretação. O valor de  $w \simeq -1$  inferido a partir de observações cosmológicas [163], sugere que a densidade de energia em neutrinos deve ser pequena comparada à outra componente da densidade de energia total. Nesta tese iremos estudar os efeitos deste modelo no setor 1 – 3 dos autoestados de massa do neutrino, utilizando o experimento com neutrinos Mössbauer.

### 8.3 Descrição fenomenológica

Desde a proposta do modelo de neutrino de massa variável (NMV), várias implicações fenomenológicas foram exploradas. Estas implicações vão desde a cosmologia [164, 165, 166, 167] e astrofísica [168, 169] até a investigação de efeitos subdominantes em física de neutrinos solares [170, 171, 172, 173] e também em experimentos com neutrinos atmosféricos [174], de reator [175, 176] e acelerador [176, 177, 178].

Nesta tese vamos seguir o modelo fenomenológico utilizado por [172] para estudar os efeitos sobre a primeira e segunda gerações de neutrinos. É importante ressaltar que em nosso trabalho exploramos as implicações

<sup>4</sup>Isto é, um universo homogêneo e isotrópico em grandes escalas e que o conteúdo do universo pode ser descrito por um fluido perfeito.

<sup>5</sup>Uma análise mais detalhada sobre o cenário FNW para diferentes formas de  $\rho_{de}$  (ou  $V(m_\nu)$ ) pode ser encontrada em Peccei [162].

fenomenológicas no setor 1-3, ou seja, mistura entre a primeira e terceira gerações, servindo como estudo complementar aos já existentes na literatura.

Neste modelo fenomenológico, considera-se que a massa do neutrino depende da densidade do meio em que se propaga. Os efeitos deste cenário sobre a física padrão podem ser parametrizados num modelo efetivo de baixa energia que contém as partículas do modelo padrão assim como a contribuição do setor escalar. Desta forma a lagrangeana efetiva que vamos assumir é dada por [172]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{eff}} = & \sum_k \bar{\nu}_k (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_k) \nu_k + \sum_f \bar{f} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) f + \frac{1}{2} [\phi(\partial^2 - m_S^2)\phi] \\ & + \sum_{ij} \lambda_{ij}^\nu \bar{\nu}_i \nu_j \phi + \sum_f \lambda^f \bar{f} f \phi, \end{aligned} \quad (8.7)$$

onde  $m_k (k = 1, 2, 3)$  são as massas dos neutrinos no vácuo,  $m_f (f = e, n, p)$  representa a massa dos campos fermiônicos,  $m_S$  é a massa do acéleron ( $\phi$ ),  $\lambda_{ij}^\nu$  e  $\lambda^f$  são os acoplamentos de Yukawa escalar-neutrino e escalar-matéria, respectivamente.

Um outro aspecto importante deste cenário é que se o neutrino está se propagando em um meio que possui algum fundo adicional de neutrinos, relativístico ou não-relativístico, assim como a presença de matéria usual, ou seja elétrons, prótons e nêutrons, os neutrinos adquirem massa obedecendo o seguinte conjunto de equações:

$$m_{ij} = m_i^0 \delta_{ij} - M_{ij}, \quad (8.8)$$

$$M_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^\nu}{m_S^2} \left( \sum_f \lambda^f n_f + \sum_a \lambda_{aa}^\nu \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{M_{aa}}{\sqrt{k^2 + M_{aa}^2}} f_a(k) \right), \quad (8.9)$$

onde  $n_f$  é a densidade de férmions de uma determinada espécie  $f$ ,  $m_{ij}$  é o elemento da matriz de massa,  $M_{ij}$  conecta o efeito dos parâmetros associados ao modelo à matriz de massa padrão,  $f(k)$  é a soma do número de ocupação de neutrinos e antineutrinos com momento  $k$ , o índice  $a$  indica o número de ocupação e  $i, j = 1, 2, 3$ .

A equação 8.9 revela duas importantes contribuições para quantificação do efeito de NMV sobre neutrinos padrão. O primeiro termo representa a contribuição devida à densidade de matéria usual formada por elétrons, prótons

e nêutrons, o segundo representa a contribuição do fundo de neutrinos, que para nossa proposta pode ser desprezado em comparação à densidade de matéria. Com isso a equação 8.9 reduz-se a:

$$M_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^\nu}{m_S^2} \sum_f \lambda^f n_f. \quad (8.10)$$

É importante salientar que  $M_{ij}$  é uma função arbitrária da densidade de matéria. Assumindo que  $\lambda^e \ll \lambda^n = \lambda^p \equiv \lambda^N$ , torna-se conveniente parametrizar  $M_{ij}$  como,

$$M_{ij}(r) \equiv \alpha_{ij} \left[ \frac{\rho}{\text{g/cm}^3} \right], \quad (i, j) = (1, 3), (3, 3), \quad (8.11)$$

onde  $\rho$  é a densidade de matéria existente ao longo da trajetória dos neutrinos,  $\alpha_{ij}$  são parâmetros relacionados ao modelo. O valor característico do coeficiente  $\alpha$  é da ordem de:

$$\alpha \sim 4.8 \times 10^{23} \lambda^\nu \lambda^N \left( \frac{10^{-7} \text{ eV}}{m_S} \right)^2 \text{ eV}. \quad (8.12)$$

Para que possamos estudar (observar) os efeitos de neutrinos de massa variável em algum experimento é importante que tenhamos uma equação de evolução, para este modelo a equação de evolução efetiva é dada por:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \left[ \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + U \mathcal{M}^2 U^\dagger \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad (8.13)$$

onde  $A \equiv 2\sqrt{2}G_F n_e E$ ,  $E$ ,  $G_F$  e  $n_e$  são a energia, a constante de Fermi e a densidade de número de elétrons, respectivamente. A matriz de massa efetiva de acordo com a equação 8.8 é dada por:

$$\mathcal{M}^2 \equiv \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & M_{13}^2(r) \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ M_{31}^2(r) & 0 & \{m_3 - M_{33}(r)\}^2 \end{pmatrix}. \quad (8.14)$$

Por simplicidade consideramos a massa do neutrino mais leve igual a zero, para hierarquia normal ( $m_1 = 0$ ) ou hierarquia invertida ( $m_3 = 0$ ).

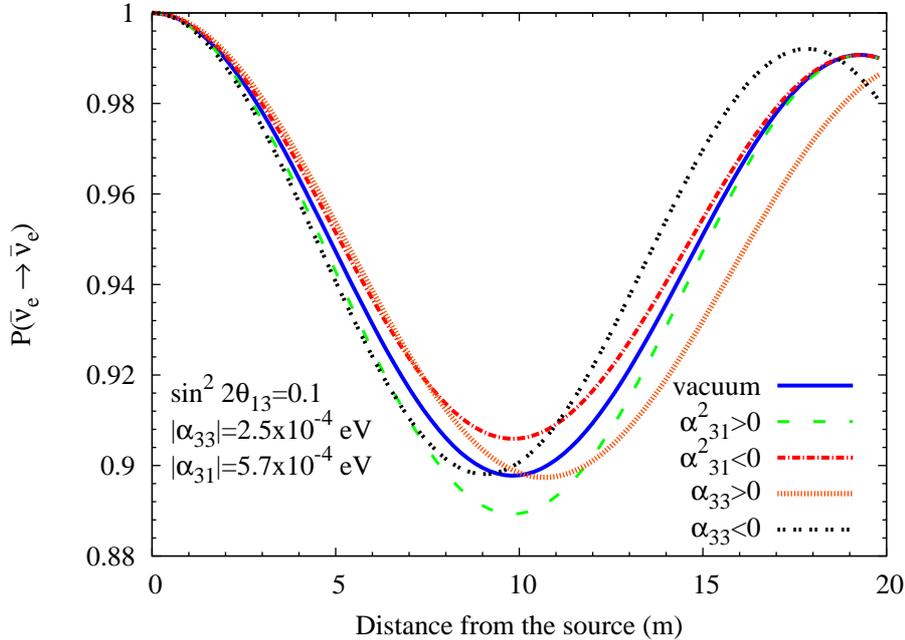
Para verificar qual o efeito dos parâmetros sobre o padrão de oscilação a figura 8.1 ilustra como os parâmetros  $\alpha$ 's afetam a probabilidade de oscilação.

Vale ressaltar que as curvas na figura 8.1 são obtidas resolvendo a equação 8.13 numericamente. Outro ponto a ser destacado é que quando ligamos o efeito de nova física o qual depende da densidade de matéria presente, como pode ser visto na equação 8.11, estamos considerando que a matéria que permeia o espaço entre a fonte e o detetor seja ferro cuja densidade é  $\rho = 7.9 \text{ g/cm}^3$ .

Para gerar a curva azul na figura 8.1, referente ao caso em que não há presença de nova física, utilizamos o conjunto de valores para os parâmetros de oscilação padrão definidos na equação 2.71:

Com o intuito de observar o efeito dos parâmetros associados ao modelo descrito neste capítulo, adotamos valores arbitrários para  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$ , como pode ser observado na figura 8.1 [56].

A partir da análise da matriz de massa efetiva pode-se prever o efeito dos parâmetros associados ao modelo fenomenológico que estamos analisando. O efeito de  $\alpha_{33}$  é deslocar o mínimo de oscilação, ou seja, este parâmetro faz o papel de uma massa efetiva. Já o parâmetro  $\alpha_{13}$  faz o papel de uma mistura efetiva, pois ele altera a amplitude da oscilação.



**Figura 8.1:** Probabilidade de sobrevivência  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  em função da distância à fonte. Aqui consideramos somente quatro casos:  $(\alpha_{33}, \alpha_{31}) = (\pm 5.7 \times 10^{-4} \text{ eV}, 0)$ ,  $(0, 2.5 \times 10^{-4} \text{ eV})$  e  $(0, 2.5i \times 10^{-4} \text{ eV})$ .

## 8.4

### Vínculos por neutrinos Mössbauer

Um dos objetivos desta tese é verificar a possibilidade de detecção de nova física utilizando um feixe de antineutrinos monocromáticos como estes obtidos no decaimento beta ligado reforçado na ressonância Mössbauer. Nesta seção discutimos a possibilidade de detecção do efeito dos parâmetros do modelo apresentado neste capítulo. Vale ressaltar, que experimento com neutrinos Mössbauer possui uma vantagem em relação a outros experimentos, por se tratar de um experimento de comprimento muito curto, tipicamente  $\sim 10$  metros, isso nos leva a ter um controle sobre o efeito de matéria, o que é fundamental para o modelo em discussão, simplesmente trocando o material que permeia o espaço entre a fonte e o detector, desse modo variando a densidade.

É importante destacar que nesta análise não estamos considerando possíveis efeitos de violação de CP. Outro ponto importante é que estamos utilizando como parâmetros de entrada  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 0.01$ .

Como comentado anteriormente, estamos interessados em estabelecer vínculos sobre os parâmetros que quantificam os efeitos do modelo, e para isso determinamos as regiões de exclusão, ou de sensibilidade, que podem ser alcançadas pelo experimento que estamos considerando. Para conseguir encontrar estas regiões combinamos os resultados de dois casos, onde dados são tomados inserindo matéria entre a fonte e o detector, neste caso a matéria em questão é o ferro cuja densidade é  $\rho = 7.9 \text{ g/cm}^3$ . Consideramos também o caso em que não há matéria entre a fonte e o detector, com boa aproximação este caso pode ser considerado praticamente como vácuo.

A figura 8.2 mostra as regiões de exclusão do espaço formado pelos parâmetros  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$ . Nesta mesma figura mostramos os casos para hierarquia normal (linha azul) e para hierarquia invertida (linha vermelha), vale ressaltar que as curvas de exclusão só fazem sentido se os dados simulados são consistentes com os dados da oscilação padrão. Por outro lado, se os dados não são consistentes com estes de oscilação padrão, então o experimento com neutrinos Mössbauer tem potencial de descobrir os efeitos deste modelo dentro da região mostrada na figura 8.2.

Com o intuito de quantificar o limite sobre os parâmetros associados ao modelo NMV, consideramos os casos em que hierarquia de massas é normal e invertida, e os valores de entrada de mistura  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 0.01$ . Os limites

encontrados para os parâmetros  $\alpha$ 's são:

**Tabela 8.1:** Valores limítrofes dos parâmetros de NMV  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$  alcançáveis por um experimento com neutrinos Mössbauer.

Hierarquia Normal		
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$
$ \alpha_{13} (eV) >$	$6 \times 10^{-4}$	$12 \times 10^{-4}$
$\alpha_{33}(eV) >$	$10^{-4}$	$10 \times 10^{-4}$
Hierarquia Invertida		
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$
$ \alpha_{13} (eV) >$	$6 \times 10^{-4}$	$12 \times 10^{-4}$
$\alpha_{33}(eV) >$	$10^{-3}$	$3 \times 10^{-3}$

É importante ressaltar que os limites encontrados aqui são mais fracos que os limites vindos de experimentos com neutrinos solares e de reator como mostrado em [172], porém estes vínculos não podem ser aplicados aos parâmetros que estamos analisando, pois aqui, como já foi mencionado anteriormente, estamos analisando o impacto dos parâmetros na primeira e terceira gerações diferindo do caso em [172] que encontram vínculos para os efeitos sobre a primeira e segunda gerações.

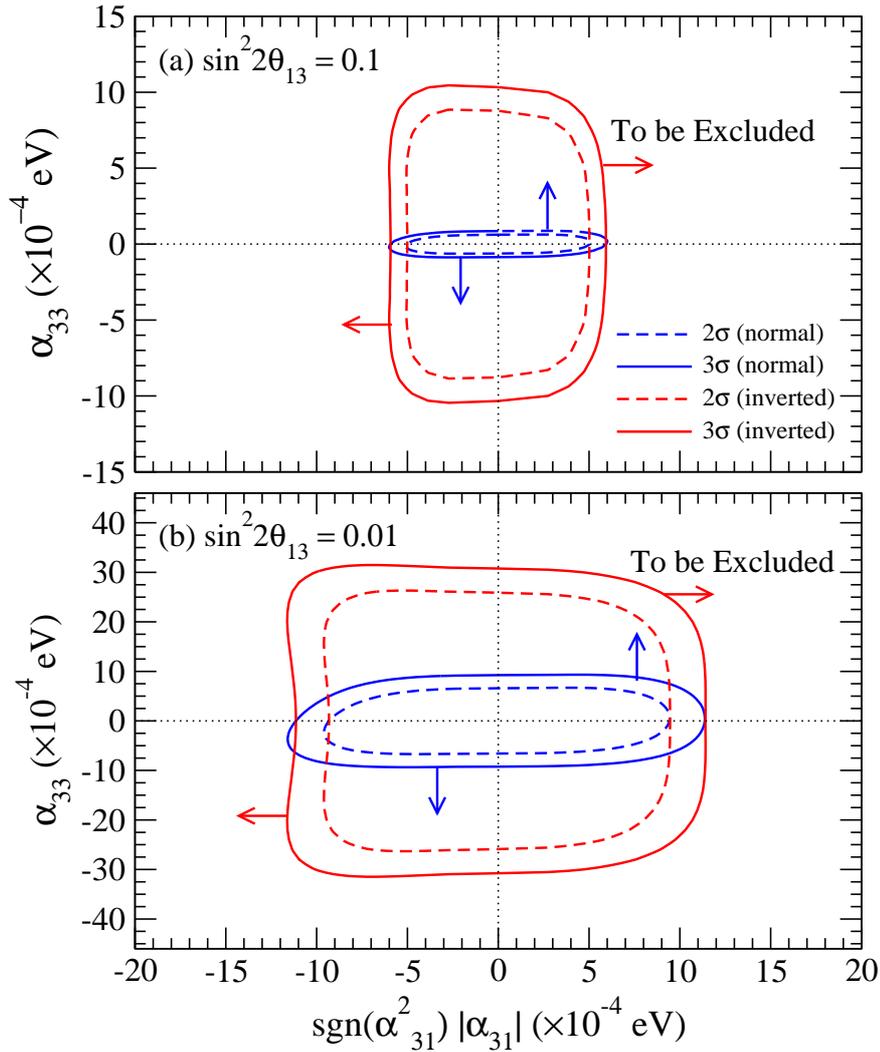
Com o valores encontrados na tabela 8.1 podemos estabelecer vínculos sobre o produto dos acoplamentos de Yukawa,  $|\lambda^\nu \lambda^f|$ , obtidos a partir da equação 8.12. Nesta perspectiva encontramos os seguintes valores para tais parâmetros considerando hierarquia normal:

$$|\lambda^\nu \lambda^f| \left( \frac{10^{-7} \text{eV}}{m_S} \right)^2 > 10^{-27}, \text{ para } \sin^2 2\theta_{13} = 0.1, \quad (8.15)$$

$$|\lambda^\nu \lambda^f| \left( \frac{10^{-7} \text{eV}}{m_S} \right)^2 > 10^{-26}, \text{ para } \sin^2 2\theta_{13} = 0.01. \quad (8.16)$$

Os limites para hierarquia invertida são piores que estes mostrados para hierarquia normal em aproximadamente uma ordem de magnitude. É importante comentar que esses valores foram obtidos em um nível de confiança de  $3\sigma$ .

Como já mencionado algumas vezes nesta tese, um outro ponto que queremos verificar é o impacto de considerar o efeito de nova física sobre a



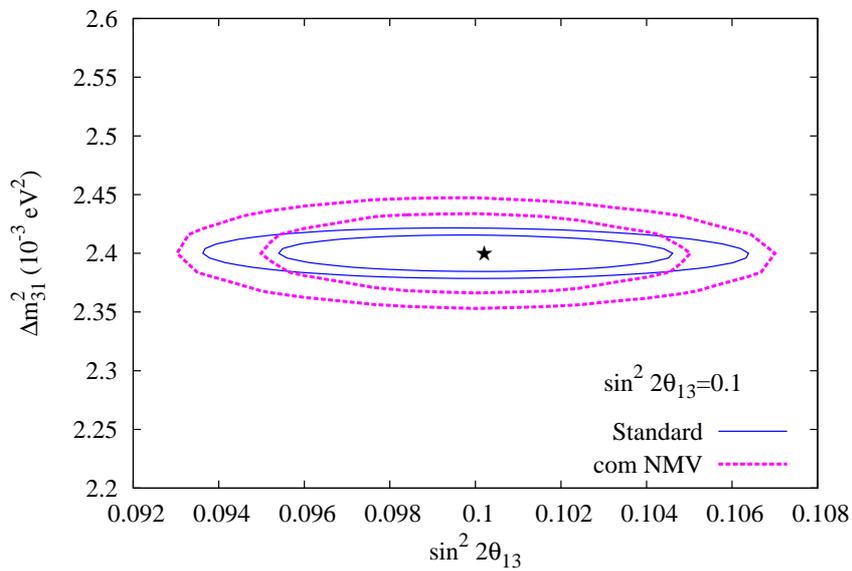
**Figura 8.2:** Regiões de exclusão dos parâmetros  $\alpha_{13}$  and  $\alpha_{33}$  (fora das curvas fechadas) às quais podem ser excluídas se os dados são consistentes com os dados de oscilação padrão. Consideramos os casos em que  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (painel superior) e  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  (painel inferior).

determinação dos parâmetros de oscilação padrão [56]. As figuras 8.3 e 8.4, mostram a região permitida no plano  $\sin^2 2\theta_{13} \times \Delta m_{31}^2$ , para o caso em que não existe qualquer efeito de NMV, que é representado pela curva azul dos gráficos, e para o caso em que a região entre a fonte de antineutrinos Mössbauer e o detector é preenchida com ferro cuja densidade é  $\rho = 7.9$  g/cm<sup>3</sup>, representado pela curva magenta.

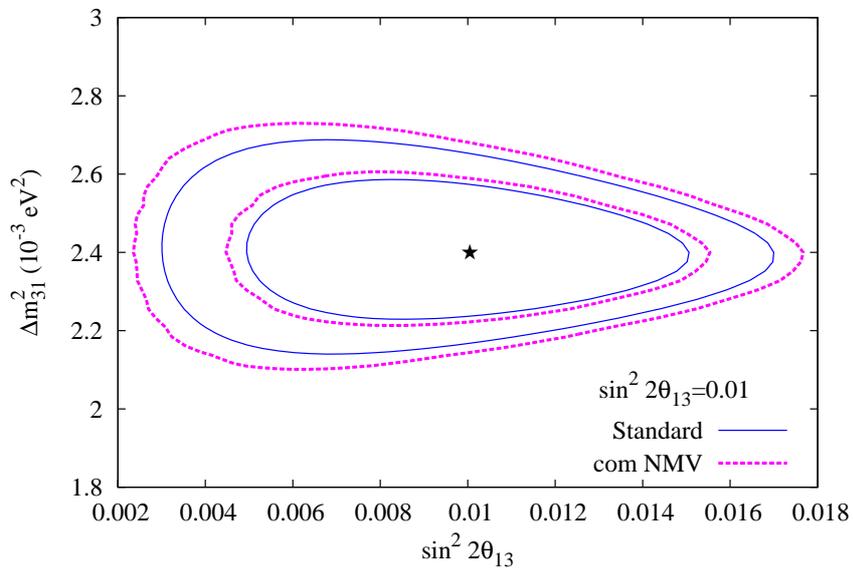
As figuras 8.3 e 8.4 foram construídas, deixando os parâmetros  $\Delta m_{31}^2$ ,  $\theta_{13}$ ,  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$  variarem livremente formando uma superfície quadridimensional, minimizando a função  $\chi^2$ , e então fazendo a projeção no plano  $\sin^2 2\theta_{13} \times \Delta m_{31}^2$ , após a marginalização de  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$ . A estrela no gráfico representa o ponto de

melhor ajuste que consideramos, ou seja, o par ordenado  $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{31}^2) = (0.1(0.01), 2.4(2.4))$ .

Das figuras 8.3 e 8.4, podemos observar que o efeito dos parâmetros associados ao modelo NMV é provocar um pequeno aumento na região permitida, o que já poderíamos prever, visto que o efeito de  $\alpha_{13}$  e  $\alpha_{33}$  é imitar o ângulo de mistura e a diferença de massa quadrada, respectivamente, como vimos no gráfico da probabilidade 8.1. Isso nos leva a concluir que o impacto de NMV sobre a determinação dos parâmetros de oscilação é pequena.



**Figura 8.3:** Impacto de NMV sobre a determinação dos parâmetros de oscilação padrão  $\Delta m_{31}^2$  e  $\theta_{13}$ . Mostramos a região permitida em 2 e  $3\sigma$ , neste caso consideramos  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ .



**Figura 8.4:** O mesmo que a figura 8.3, mas para o caso em  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ .

## 9

### Conclusão

Esta tese foi construída abordando essencialmente dois estudos. O primeiro relacionado ao déficit de eventos em experimentos de antineutrinos de reator e o déficit observado em experimentos de calibração de neutrinos solares, GALLEX e SAGE, que são denominados anomalia de antineutrino de reator e anomalia de Gálio, respectivamente. Queremos enfatizar, que essas duas anomalias não podem ser explicadas com a estrutura padrão de três sabores de neutrinos, sendo necessário invocar algum cenário de nova física. O segundo estudo, seria utilizar um experimento não convencional de oscilação de neutrinos para procurar vestígios de nova física além do modelo padrão.

Em relação ao primeiro tópico de estudo que mencionamos no parágrafo anterior, propomos uma solução para essas duas anomalias baseada em um modelo de grandes dimensões extras planas. Mostramos que o déficit observado pode ser interpretado como uma oscilação de (anti)neutrinos para modos de Kaluza-Klein. Encontramos a região permitida para a qual os valores do raio da dimensão extra,  $a < 0.6 \mu\text{m}$ , e a massa do modo fundamental são consistentes com a interpretação das anomalias. Mostramos também que essa região permitida não causa problemas com os limites impostos por outros experimentos de oscilação de neutrinos.

No segundo tópico de investigação, utilizamos um experimento baseado em neutrinos Mössbauer, cujo feixe gerado é extremamente monocromático. Utilizamos esse tipo de experimento para buscar efeitos subdominantes em oscilação. Estes efeitos subdominantes podem estar associados a alguma nova física além do modelo padrão. Nesta tese, consideramos quatro cenários de nova física: o cenário com um neutrino estéril, o cenário com grandes dimensões extras, descoerência quântica e neutrinos de massa variável.

Para o cenário em que consideramos um neutrino estéril adicional aos três neutrinos ativos, mostramos que um experimento com neutrinos Mössbauer tem a capacidade de excluir uma região ainda não excluída por outros

experimentos.

Para o caso em que consideramos o cenário com grandes dimensões extras planas, mostramos que um experimento com neutrinos Mössbauer pode excluir o tamanho da dimensão extra  $a > 1 \mu\text{m}$  para hierarquia normal e  $a > 0.45 \mu\text{m}$  para hierarquia invertida em um nível de confiança de  $3\sigma$  para  $m_0 = 0$ , onde  $m_0$  é a massa mais leve dos neutrinos ativos. Agora se consideramos  $m_0 = 0.2 \text{ eV}$ , este experimento pode excluir  $a > 0.15 \mu\text{m}$  em  $3\sigma$ . A sensibilidade que encontramos é um pouco melhor do que os valores fornecidos por limites atuais, porém nosso resultado não é tão bom quando comparado aos limites a serem fornecidos por Double Chooz. No entanto, a sensibilidade do experimento com neutrinos Mössbauer pode ser melhorada se conseguirmos reduzir as incertezas sobre os pontos de produção e detecção, e também as incertezas inerentes às informações sobre o fluxo e a seção de choque de captura.

Para descoerência, devido a sua baixa energia, este experimento se torna mais sensível ao caso  $n = -2$ , de onde obtivemos que  $\gamma_0 > 10^{-27}(10^{-26}) \text{ GeV}$  pode ser excluído se  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1(0.01)$ . Em geral, os limites que encontramos para descoerência são piores que os limites encontrados usando dados de neutrinos solares e KamLAND, no entanto queremos enfatizar que estes limites são impostos ao setor 1 – 2 referente aos neutrinos solares, e no nosso caso os limites são para o setor 1 – 3 referente à mistura entre primeira e terceira gerações, onde atualmente não existiam limites.

Para o modelo com neutrinos de massa variável, o experimento com neutrinos Mössbauer pode excluir uma região dos parâmetros que quantificam o modelo  $|\alpha_{13}|$  e  $|\alpha_{33}|$  maior que  $10^{-4} - 10^{-3} \text{ eV}$  para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01 - 0.1$ , dependendo da hierarquia de massas. Estes limites encontrados são piores que os limites encontrados com os dados de neutrinos solares e KamLAND para o setor 1 – 2, mais uma vez reiteramos que esses limites não podem ser diretamente aplicados ao nosso caso uma vez que investigamos os parâmetros que quantificam o efeito no setor 1 – 3, e que ainda não possui limites.

## Referências Bibliográficas

- [1] A. de Gouvêa. Tasi Lectures on Neutrinos Physics. *hep-ph/0411274*, 2004. 1
- [2] George G. Raffelt. Astrophysical and Cosmological Neutrinos. *hep-ph/0208024*, 2002. 1
- [3] C. L. Cowan, F. Reines, F. B. Harrison, H. W. Kruse, and A. D. McGuire. Detection of the Free Neutrino: A Confirmation. *Science*, 124:103, 1956. 1
- [4] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. W. Sunyar. Helicity of Neutrinos. *Phys. Rev.*, 109:1015, 1958. 1
- [5] G. Danby, J. M. Gaillard, K. Goulianos, L. M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz, and J. Steinberger. Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 9:36, 1962. 1
- [6] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the Unified Model of Elementary Particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28, 1962. 1
- [7] R. J. Davis, D. S. Harmer, and K. C. Hoffman. Search for Neutrinos from the Sun. *Phys. Rev. Lett.*, 20:1205, 1968. 1
- [8] V. Gribov and B. Pontecorvo. Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett. B*, 28, 1969. 1
- [9] R. A. Alpher, J. W. Follin, and R. C. Hermann. Physical Conditions in the Initial Stages of the Expanding Universe. *Phys. Rev.*, 92:1347, 1953. 1
- [10] B. Pontecorvo and Ya. Smorodinsky. The neutrino and the density of matter in the universe. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 41:239–243, 1961. 1

- [11] A. D. Dolgov. Neutrinos in Cosmology. *Physics Reports*, 370:333, 2002. 1, 1
- [12] S. S. Gershtein and Ya. B. Zeldovich. Rest mass of muonic neutrino and cosmology. *JETP Lett.*, 4:120–122, 1966. 1
- [13] Rabindra N. Mohapatra and Palash B. Pal. *Massive Neutrinos In Physics And Astrophysics*. World Scientific, 1998. 1
- [14] Steen Hannestad. Primordial neutrinos. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 56, 2006. 1
- [15] Edward W. Kolb and Michael S. Turner. *The Early Universe*. Addison-Wesley, 1994. 1
- [16] Steen Hannestad and G. G. Raffelt. Neutrino masses and cosmic radiation density: combined analysis. *JCAP*, 11(016), 2006. 1
- [17] Steen Hannestad. Neutrinos in Cosmology. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 57(1):309, 2006. 1
- [18] A. D. Dolgov, M. V. Sazhim, and Ya. B. Zeldovich. *Basics of Modern Cosmology*. Edition Frontières, 1990. 1
- [19] K. Hirata et al.[Kamiokande-II Collaboration]. Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A. *Phys. Rev. Lett.*, 58:1490, 1987. 1
- [20] R. M. Bionta et al. Observation of a Neutrino Burst in Coincidence with Supernova SN 1987a in the Large Magellanic Cloud. *Phys. Rev. Lett.*, 58:1494, 1987. 1
- [21] K. S. Hirata et al. Experimental Study of the Atmospheric Neutrino Flux. *Phys. Lett.*, B205:416, 1988. 1
- [22] Y. Fukuda et al. [Super-Kamiokande Collaboration]. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562, 1998. 1
- [23] DONUT Collaboration. Observation of tau neutrino interactions. *Phys. Lett. B*, 504:218, 2001. 1
- [24] D. G. Michael et al. Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors and the NuMI neutrino beam. *Phys. Rev. Lett.*, 97:191801, 2006. 1

- [25] N. Agafonova et al. Observation of a first  $\nu_\tau$  candidate in the OPERA experiment in the CNGS beam. *Phys.Lett.*, B691:138–145, 2010. 1
- [26] The OPERA Collaboration. Search for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  oscillation with the OPERA experiment in the CNGS beam. *arXiv:1107.2594*, 2011. 1
- [27] B. T. Cleveland et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, 496:505–526, 1998. 1
- [28] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev. D*, 17:2369, 1978. 1
- [29] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 42:913–917, 1985. 1
- [30] K. S. Hirata et al. [KAMIOKANDE-II Collaboration]. Observation of 8b solar neutrinos in the Kamiokande-ii detector. *Phys. Rev. Lett*, 63:16, 1989. 1
- [31] J. N. Abdurashitov et al. Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. *Phys. Rev.*, C60:055801, 1999. 1
- [32] W. Hampel et al. GALLEX solar neutrino observations: Results for GALLEX IV. *Phys. Lett.*, B447:127–133, 1999. 1
- [33] S. Fukuda et al. [Super-Kamiokande Collaboration]. Solar 8b and hep Neutrino Measurements from 1258 Days of Super-Kamiokande Data. *Phys. Rev. Lett.*, 86:5651, 2001. 1
- [34] Q.R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. 1
- [35] K. Eguchi et al. First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance. *Phys.Rev.Lett.*, 90:021802, 2003. 1, 1
- [36] T. Araki et al. Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion. *Phys. Rev. Lett.*, 94:081801, 2005. 1
- [37] S. Abe et al. Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND. *Phys.Rev.Lett.*, 100:221803, 2008. 1

- [38] M. Apollonio et al. Search for neutrino oscillations on a long baseline at the CHOOZ nuclear power station. *Eur.Phys.J.*, C27:331–374, 2003. 1
- [39] F. Boehm, J. Busenitz, B. Cook, G. Gratta, H. Henrikson, et al. Final results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment. *Phys.Rev.*, D64:112001, 2001. 1
- [40] K. Abe et al. Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam. *Phys.Rev.Lett.*, 107:041801, 2011. 1, 2.4, 5.4
- [41] P. Adamson et al. Improved search for muon-neutrino to electron-neutrino oscillations in MINOS. *Phys.Rev.Lett.*, 107:181802, 2011. 1, 2.4, 5.4
- [42] Y. Abe et al. Indication for the disappearance of reactor electron antineutrinos in the Double Chooz experiment. *Phys.Rev.Lett.*, 108:131801, 2012. 1, 2.4, 5.4
- [43] F.P. An et al. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay. *Phys.Rev.Lett.*, 108:171803, 2012. 1, 2.4, 5.4
- [44] J.K. Ahn et al. Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment. *Phys.Rev.Lett.*, 108:191802, 2012. 1, 2.4, 2.71
- [45] Mauro Mezzetto and Thomas Schwetz.  $\theta_{13}$ : Phenomenology, present status and prospect. *J.Phys.G*, G37. 1
- [46] C. Athanassopoulos et al. [LSND Collaboration]. Evidence for  $\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e$  Oscillations from the LSND Experiment at the Los Alamos Meson Physics Facility. *Phys. Rev. Lett.*, 77:3082, 1996. 1, 3.2, 3.2, 5.1
- [47] MiniBooNE Collaboration. Search for Electron Neutrino Appearance at the  $\delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$  Scale. *Physical Review Letters*, 98:231801, 2007. 1, 3.3
- [48] A. A. Aguilar-Arevalo et al. Event Excess in the MiniBooNE Search for  $\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e$  Oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 105:181801, 2010. 1, 3.3
- [49] Zelimir Djurcic. MiniBooNE Oscillation Results 2011. *arXiv:1201.1519[hep-ex]*, 2012. 1, 3.3

- [50] G. Mention, M. Fechner, Th. Lasserre, Th.A. Mueller, D. Lhuillier, et al. The Reactor Antineutrino Anomaly. *Phys.Rev.*, D83:073006, 2011. 1, 3.4, 3, 3.4, 3.4, 3.4, 3.4, 3.4, 5.2
- [51] P. Anselmann et al. First results from the Cr-51 neutrino source experiment with the GALLEX detector. *Phys.Lett.*, B342:440–450, 1995. 1, 3.5
- [52] W. Hampel et al. Final results of the Cr-51 neutrino source experiments in GALLEX. *Phys.Lett.*, B420:114–126, 1998. 1, 3.5
- [53] Dzh.N. Abdurashitov, V.N. Gavrin, S.V. Girin, V.V. Gorbachev, Tatiana V. Ibragimova, et al. The Russian-American gallium experiment (SAGE) Cr neutrino source measurement. *Phys.Rev.Lett.*, 77:4708–4711, 1996. 1, 3.5
- [54] J.N. Abdurashitov et al. Measurement of the response of the Russian-American gallium experiment to neutrinos from a Cr-51 source. *Phys.Rev.*, C59:2246–2263, 1999. 1, 3.5
- [55] J.N. Abdurashitov et al. Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III: Results for the 2002–2007 data-taking period. *Phys.Rev.*, C80:015807, 2009. 1, 3.5
- [56] P.A.N. Machado, H. Nunokawa, F.A. Pereira dos Santos, and R.Zukanovich Funchal. Testing Nonstandard Neutrino Properties with a Mössbauer Oscillation Experiment. *JHEP*, 1111:136, 2011. 1, 4.4, 5.3, 5.4, 5.4, 6.7, 7.5, 7.5, 8.3, 8.4
- [57] P.A.N. Machado, H. Nunokawa, F.A. Pereira dos Santos, and R. Zukanovich Funchal. Bulk Neutrinos as an Alternative Cause of the Gallium and Reactor Anti-neutrino Anomalies. *Phys.Rev.*, D85:073012, 2012. 1, 3.4, 3.4, 6.5, 6.6, 6.6, 6.6
- [58] J. C. Taylor. *Gauge Theory of Weak Interactions*. Cambridge University Press, 1976. 2.1, 2.1, 2.1
- [59] E. D. Commins and P. H. Bucksbaum. *Weak Interactions of Leptons and Quarks*. Cambridge University Press, 1983. 2.1, 2.1, 2.1
- [60] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley and Sons, 1987. 2.1

- [61] A. Pich. The Standard Model of Eletroweak Interactions. *hep-ph/0502010*, 2005. 2.1, 2.1
- [62] Chris Quigg. The Electroweak Theory. *hep-ph/0204104*, 2002. 2.1, 2, 2.1
- [63] C.S. Wu, E. Ambler, R.W. Hayward, D.D. Hoppes, and R.P. Hudson. EXPERIMENTAL TEST OF PARITY CONSERVATION IN BETA DECAY. *Phys.Rev.*, 105:1413–1414, 1957. 2.1
- [64] T. D. Lee and C. N. Yang. Parity Nonconservation and a Two-Component Theory of the Neutrino. *Phys. Rev.*, 105:1671, 1957. 2.1
- [65] Steven Weinberg. *The Quantum Theory of Field - Vol. I, Foundations*. Cambridge University Press, 1998. 2.2
- [66] Paul Langacker, Jens Erler, and Eduardo Peinado. Neutrino Physics. *hep-ph/0506257*, 2005. 2.2
- [67] R. N. Mohapatra. Physics of Neutrinos Mass. *New Journal of Physics*, 6:82, 2004. 2.2
- [68] S. F. King. Neutrino Mass Models. *Rept.Prog.Phys.* 67 (2004) 107-158. 2.3, 5.1
- [69] Boris Kayser. Neutrino Physics. *hep-ph/0506165*, 2005. 2.3
- [70] Hiroshi Nunokawa, Stephen J. Parke, and Jose W. F. Valle. CP Violation and Neutrino Oscillations. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 60:338–402, 2008. 2.3
- [71] Carlo Giunti. Neutrino flavor states and oscillations. *J. Phys.*, G34:R93–R109, 2007. 2.3
- [72] Samoil M. Bilenky, C. Giunti, and W. Grimus. Phenomenology of neutrino oscillations. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 43:1–86, 1999. 2.3
- [73] Evgeny Kh. Akhmedov and Alexei Yu. Smirnov. Paradoxes of neutrino oscillations. *Phys.Atom.Nucl.*, 72:1363–1381, 2009. 2.3
- [74] M.C. Gonzalez-Garcia and Michele Maltoni. Phenomenology with Massive Neutrinos. *Phys.Rept.*, 460:1–129, 2008. 2.3, 5.2, 5.2

- [75] Thomas Schwetz, Mariam Tortola, and J.W.F. Valle. Where we are on  $\theta_{13}$ : addendum to 'Global neutrino data and recent reactor fluxes: status of three-flavour oscillation parameters'. *New J.Phys.*, 13. 2.70, 2.71
- [76] C. Athanassopoulos et al. Evidence for  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e$  neutrino oscillations from LSND. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1774–1777, 1998. 3.2, 3.2, 5.1
- [77] A. Aguilar et al. Evidence for neutrino oscillations from the observation of  $\bar{\nu}_e$  appearance in a  $\bar{\nu}_{\mu}$  beam. *Phys. Rev.*, D64:112007, 2001. 3.2
- [78] B. Armbruster et al. Upper limits for neutrino oscillations  $\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e$  from muon decay at rest. *Phys. Rev.*, D65:112001, 2002. 3.2
- [79] A. Bolshakova et al. Revisiting the 'LSND anomaly' I: impact of new data. *Phys.Rev.*, D85:092008, 2012. 3.2
- [80] G.T. Garvey, W.C. Louis, G.B. Mills, and D.H. White. Corrections to the HARP-CDP Analysis of the LSND Neutrino Oscillation Backgrounds. [*arXiv:1112.2181 [hep-ex]*], 2011. 3.2
- [81] H. Ray. The MiniBooNE Experiment. *hep-exp/0701040*, 2007. 3.3, 2
- [82] Alessandro Strumia and Francesco Vissani. Neutrinos masses and mixings and... *hep-ph/0606054*, 2006. 3.3
- [83] Th.A. Mueller, D. Lhuillier, M. Fallot, A. Letourneau, S. Cormon, et al. Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra. *Phys.Rev.*, C83:054615, 2011. 3.4
- [84] Patrick Huber. On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors. *Phys.Rev.*, C84:024617, 2011. 3.4
- [85] Carlo Bemporad, Giorgio Gratta, and Petr Vogel. Reactor-based neutrino oscillation experiments. *Rev. Mod. Phys.*, 74:297–328, Mar 2002. 3.4
- [86] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko, and T. Kirsten. Reanalysis of the GALLEX solar neutrino flux and source experiments. *Phys.Lett.*, B685:47–54, 2010. 3.5
- [87] J.N. Abdurashitov, V.N. Gavrin, S.V. Girin, V.V. Gorbachev, P.P. Gurkina, et al. Measurement of the response of a Ga solar neutrino

- experiment to neutrinos from an Ar-37 source. *Phys.Rev.*, C73:045805, 2006. 3.5
- [88] John N. Bahcall. Gallium solar neutrino experiments: Absorption cross-sections, neutrino spectra, and predicted event rates. *Phys.Rev.C*, 56, 1997. 3.5
- [89] Carlo Giunti and Marco Laveder. Statistical Significance of the Gallium Anomaly. *Phys.Rev.*, C83:065504, 2011. 3.5
- [90] E. Komatsu et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophys.J.Suppl.*, 192:18, 2011. 3.5
- [91] J. Dunkley, R. Hlozek, J. Sievers, V. Acquaviva, P.A.R. Ade, et al. The Atacama Cosmology Telescope: Cosmological Parameters from the 2008 Power Spectra. *Astrophys.J.*, 739:52, 2011. 3.5
- [92] Jan Hamann, Steen Hannestad, Georg G. Raffelt, Irene Tamborra, and Yvonne Y.Y. Wong. Cosmology seeking friendship with sterile neutrinos. *Phys.Rev.Lett.*, 105:181301, 2010. 3.5
- [93] Y.I. Izotov and T.X. Thuan. The primordial abundance of 4He: evidence for non-standard big bang nucleosynthesis. *Astrophys.J.*, 710:L67–L71, 2010. 3.5
- [94] P.C. de Holanda and A.Yu. Smirnov. Solar neutrino spectrum, sterile neutrinos and additional radiation in the Universe. *Phys.Rev.*, D83:113011, 2011. 3.5
- [95] R. L. Mössbauer. Kernresonanzfluoreszenz von Gammastrahlung in Ir<sup>191</sup>. *Zeitschrift für Physik*, 151:124–143, April 1958. 4.1
- [96] William M. Visscher. Neutrino detection by resonance absorption in crystals at low temperatures. *Phys. Rev.*, 116, Dec 1959. 4.1
- [97] W.P. Kells and J.P. Schiffer. POSSIBILITY OF OBSERVING RECOILLESS RESONANT NEUTRINO ABSORPTION. *Phys.Rev.*, C28:2162–2164, 1983. 4.1, 4.2, 4.2, 4.2
- [98] W. Potzel. Recoilless resonant capture of antineutrinos: Basic questions and some ideas. *Phys.Scripta*, T127:85–88, 2006. 4.2, 4.2, 4.2, 4.3

- [99] John N. Bahcall. Theory of Bound-State Beta Decay. *Phys.Rev.*, 124:495–499, 1961. 4.2
- [100] R.S. Raghavan. Recoilless resonant capture of antineutrinos. *hep-ph/0511191*, 2005. 4.2, 4.2, 4.3
- [101] R.S. Raghavan. Recoilless resonant capture of antineutrinos from tritium decay. *hep-ph/0601079*, 2006. Follow up paper to hep-ph/0511101. 4.2, 4.2, 4.3
- [102] Walter Potzel. Mössbauer Antineutrinos: Recoilless Resonant Emission and Absorption of Electron Antineutrinos. *Phys.Part.Nucl.*, 42:661–666, 2011. 4.2, 4.2
- [103] Evgeny Kh. Akhmedov, Joachim Kopp, and Manfred Lindner. Oscillations of Mossbauer neutrinos. *JHEP*, 0805:005, 2008. 4.3, 4.3, 4.4
- [104] Hisakazu Minakata and Shoichi Uchinami. Recoilless resonant absorption of monochromatic neutrino beam for measuring  $\Delta m_{31}^2$  and  $\theta_{13}$ . *New J.Phys.*, 8:143, 2006. 4.3, 4.5
- [105] R. V. Pound and G. A. Rebka. Apparent weight of photons. *Phys. Rev. Lett.*, 4:337–341, Apr 1960. 4.3
- [106] S.M. Bilenky, F. von Feilitzsch, and W. Potzel. Time-Energy Uncertainty Relations for Neutrino Oscillation and Mössbauer Neutrino Experiment. *J.Phys.G*, G35:095003, 2008. 4.4, 4.4
- [107] S.M. Bilenky, F. von Feilitzsch, and W. Potzel. Different Schemes of Neutrino Oscillations in Mossbauer Neutrino Experiment. *arXiv:0804.3409*, 2008. 4.4
- [108] Evgeny Kh. Akhmedov, Joachim Kopp, and Manfred Lindner. On application of the time-energy uncertainty relation to Mossbauer neutrino experiments. *J.Phys.G*, G36. 4.4, 4.4
- [109] L. Mandelstam and I.E. Tamm. The uncertainty relation between energy and time in nonrelativistic quantum mechanics. *J. Phys.(USSR)*, 9, 1945. 4.4

- [110] P. Adamson et al. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS. *Phys.Rev.Lett.*, 106. 4.5
- [111] Scott Dodelson and Lawrence M. Widrow. Sterile-neutrinos as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 72:17–20, 1994. 5.1
- [112] the SLD electroweak. Precision electroweak measurements on the  $Z$  resonance. *Phys.Rept.*, 427:257–454, 2006. 5.2
- [113] R. N. Mohapatra, S. Nasri, and Hai-Bo Yu. Seesaw right-handed neutrino as the sterile neutrino for LSND. *Phys. Rev. D*, 72:033007, 2005. 5.2
- [114] M. Maltoni, T. Schwetz, and J. W. F. Valle. Status of four-neutrino mass schemes: A global and unified approach to current neutrino oscillation data. *Phys. Rev. D*, 65:093004, 2002. 5.2
- [115] H. Nunokawa, O.L.G. Peres, and R. Zukanovich Funchal. Probing the LSND mass scale and four neutrino scenarios with a neutrino telescope. *Phys. Lett. B*, 562:279–290. 5.2
- [116] Joachim Kopp, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Are there sterile neutrinos at the eV scale? *Phys. Rev. Lett.*, 107:091801, Aug 2011. 5.2
- [117] Carlo Giunti and Marco Laveder.  $3 + 1$  and  $3 + 2$  sterile neutrino fits. *Phys. Rev. D*, 84:073008, Oct 2011. 5.2
- [118] Osamu Yasuda. Search for sterile neutrinos at reactors. *JHEP*, 1109:036, 2011. 5.3
- [119] André de Gouvêa and Thomas Wytock. Light sterile neutrino effects at  $\theta_{13}$ -driven reactor neutrino experiments. *Phys. Rev. D*, 79:073005, Apr 2009. 5.3
- [120] Alexei Yu. Smirnov and Renata Zukanovich Funchal. Sterile neutrinos: Direct mixing effects versus induced mass matrix of active neutrinos. *Phys. Rev. D*, 74:013001, Jul 2006. 5.4
- [121] Gunnar Nordstrom. On the possibility of unifying the electromagnetic and the gravitational fields. *Phys.Z.*, 15:504–506, 1914. 6.1
- [122] T. Kaluza. Zum Unitätsproblem in der Physik. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. (Math. Phys.)*, 37:966–972, 1921. 6.1

- [123] O. Klein. Quantum Theory and Five-Dimensional Theory of Relativity. (In German and English). *Z.Phys.*, 37:895–906, 1926. 6.1
- [124] Raman Sundrum. Tasi 2004 lectures: To the fifth dimension and back. *hep-th/0508134*, pages 585–630, 2005. 6.2
- [125] Raman Sundrum. From Fixed Points to the Fifth Dimension. *arXiv:1106.4501*, 2011. 6.2
- [126] Hsin-Chia Cheng. 2009 TASI Lecture – Introduction to Extra Dimensions. *arXiv:1003.1162*, 2010. 6.3
- [127] M. Besancon. Experimental introduction to extra dimensions. *hep-ph/0106165*, pages EDP–R3, 2001. 6.3
- [128] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and G.R. Dvali. The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Phys.Lett.*, B429:263–272, 1998. 6.3, 6.4
- [129] Ignatios Antoniadis. A Possible new dimension at a few TeV. *Phys.Lett.*, B246:377–384, 1990. 6.3
- [130] Keith R. Dienes, Emilian Dudas, and Tony Gherghetta. Extra space-time dimensions and unification. *Phys.Lett.*, B436:55–65, 1998. 6.3
- [131] Lisa Randall and Raman Sundrum. A Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Phys.Rev.Lett.*, 83:3370–3373, 1999. 9 pages, LaTeX Report-no: MIT-CTP-2860, PUPT-1860, BUHEP-99-9. 6.3
- [132] Lisa Randall and Raman Sundrum. An Alternative to compactification. *Phys.Rev.Lett.*, 83:4690–4693, 1999. 6.3
- [133] Ignatios Antoniadis, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and G.R. Dvali. New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV. *Phys.Lett.*, B436:257–263, 1998. 6.4
- [134] Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and G.R. Dvali. Phenomenology, astrophysics and cosmology of theories with submillimeter dimensions and TeV scale quantum gravity. *Phys.Rev.*, D59:086004, 1999. 6.4, 6.4

- [135] Riccardo Barbieri, Paolo Creminelli, and Alessandro Strumia. Neutrino oscillations from large extra dimensions. *Nucl.Phys.*, B585:28–44, 2000. 6.5, 6.5, 6.5, 6.5, 6.5, 6.5
- [136] H. Davoudiasl, P. Langacker, and M. Perelstein. Constraints on large extra dimensions from neutrino oscillation experiments. *Phys.Rev.*, D65:105015, 2002. 6.5, 6.5, 6.5, 6.5, 6.5, 6.5, 6.7
- [137] P.A.N. Machado, H. Nunokawa, and R. Zukanovich Funchal. Testing for Large Extra Dimensions with Neutrino Oscillations. *Phys.Rev.*, D84:013003, 2011. 6.5, 6.6, 6.7
- [138] Mario A. Acero, Carlo Giunti, and Marco Laveder. Limits on  $\nu(e)$  and anti- $\nu(e)$  disappearance from Gallium and reactor experiments. *Phys.Rev.*, D78:073009, 2008. 6.6
- [139] Mikio Namiki, Saverio Pascazio, and Hiromichi Nakazato. *Decoherence and Quantum Measurements*. World Scientific, 1997. 7.2
- [140] U. Fano. Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques. *Rev.Mod.Phys.*, 29:74–93, 1957. 7.2, 1
- [141] John R. Ellis, J.S. Hagelin, Dimitri V. Nanopoulos, and M. Srednicki. Search for Violations of Quantum Mechanics. *Nucl.Phys.*, B241:381, 1984. 7.2
- [142] Giovanni Amelino-Camelia. Quantum Gravity Phenomenology. *arXiv:0806.0339*, 2008. 7.4
- [143] E. Lisi, A. Marrone, and D. Montanino. Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations. *Phys.Rev.Lett.*, 85:1166–1169, 2000. 7.4
- [144] A.M. Gago, E.M. Santos, W.J.C. Teves, and R. Zukanovich Funchal. Quantum dissipative effects and neutrinos: Current constraints and future perspectives. *Phys.Rev.*, D63:073001, 2001. 7.4, 7.4, 7.4
- [145] G.L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, and A. Palazzo. Probing non-standard decoherence effects with solar and KamLAND neutrinos. *Phys.Rev.*, D76:033006, 2007. 7.4, 7.5

- [146] R. Adler et al. Tests of CPT symmetry and quantum mechanics with experimental data from CPLEAR. *Phys.Lett.*, B364:239–245, 1995. 7.4
- [147] Goran Lindblad. On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups. *Commun.Math.Phys.*, 48:119, 1976. 7.4
- [148] Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys.Rev.Lett.*, 81:1562–1567, 1998. 8.1
- [149] Christopher W. Walter. Recent results from the K2K experiment. *eConf*, C0209101:TH03, 2002. 1
- [150] R.Jeffrey Wilkes. New results from super-K and K2K. *eConf*, C020805:TTH02, 2002. 1
- [151] S.N. Ahmed et al. Measurement of the total active B-8 solar neutrino flux at the Sudbury Neutrino Observatory with enhanced neutral current sensitivity. *Phys.Rev.Lett.*, 92:181301, 2004. 1
- [152] Adam G. Riess et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron.J.*, 116:1009–1038, 1998. 8.1
- [153] S. Perlmutter et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae. *Astrophys.J.*, 517:565–586, 1999. 8.1
- [154] C.L. Bennett et al. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Preliminary maps and basic results. *Astrophys.J.Suppl.*, 148:1, 2003. 2
- [155] R. Stompor, M. Abroe, P. Ade, A. Balbi, D. Barbosa, et al. Cosmological implications of the MAXIMA-I high resolution cosmic microwave background anisotropy measurement. *Astrophys.J.*, 561:L7–L10, 2001. 2
- [156] P. de Bernardis et al. A Flat universe from high resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, 404:955–959, 2000. 2
- [157] Juan Garcia-Bellido. Dark matter with variable masses. *Int.J.Mod.Phys.*, D2:85–95, 1993. 8.1

- [158] J.A. Casas, J. Garcia-Bellido, and M. Quiros. Scalar - tensor theories of gravity with phi dependent masses. *Class.Quant.Grav.*, 9:1371–1384, 1992. 8.1
- [159] Greg W. Anderson and Sean M. Carroll. Dark matter with time dependent mass. *astro-ph/9711288*, 1997. 8.1
- [160] Rob Fardon, Ann E. Nelson, and Neal Weiner. Dark energy from mass varying neutrinos. *JCAP*, 0410:005, 2004. 8.2
- [161] David B. Kaplan, Ann E. Nelson, and Neal Weiner. Neutrino oscillations as a probe of dark energy. *Phys.Rev.Lett.*, 93:091801, 2004. 8.2
- [162] R.D. Peccei. Neutrino models of dark energy. *Phys.Rev.*, D71:023527, 2005. 5
- [163] John L. Tonry et al. Cosmological results from high-z supernovae. *Astrophys.J.*, 594:1–24, 2003. 8.2
- [164] A.W. Brookfield, Carsten van de Bruck, D.F. Mota, and D. Tocchini-Valentini. Cosmology with massive neutrinos coupled to dark energy. *Phys.Rev.Lett.*, 96:061301, 2006. 8.3
- [165] Niayesh Afshordi, Matias Zaldarriaga, and Kazunori Kohri. Instability of dark energy with mass-varying neutrinos. *Phys. Rev. D*, 72:065024, Sep 2005. 8.3
- [166] Gennady Y. Chitov, Tyler August, Aravind Natarajan, and Tina Kahniashvili. Mass varying neutrinos, quintessence, and the accelerating expansion of the universe. *Phys. Rev. D*, 83:045033, Feb 2011. 8.3
- [167] Urbano França, Massimiliano Lattanzi, Julien Lesgourgues, and Sergio Pastor. Model independent constraints on mass-varying neutrino scenarios. *Phys. Rev. D*, 80:083506, Oct 2009. 8.3
- [168] F. Rossi-Torres, M. M. Guzzo, P. C. de Holanda, and O. L. G. Peres. Mass varying neutrinos in supernovae. *Phys. Rev. D*, 84:053010, Sep 2011. 8.3
- [169] Hong Li, Bo Feng, Jun-Qing Xia, and Xinmin Zhang. Supernova constraints on models of neutrino dark energy. *Phys. Rev. D*, 73:103503, May 2006. 8.3

- [170] Marco Cirelli, M.C. Gonzalez-Garcia, and Carlos Pena-Garay. Mass varying neutrinos in the sun. *Nucl.Phys.*, B719:219–233, 2005. 8.3
- [171] V. Barger, Patrick Huber, and Danny Marfatia. Solar mass-varying neutrino oscillations. *Phys.Rev.Lett.*, 95:211802, 2005. 8.3
- [172] M.C. Gonzalez-Garcia, P.C. de Holanda, and R. Zukanovich Funchal. Effects of environment dependence of neutrino mass versus solar and reactor neutrino data. *Phys.Rev.*, D73:033008, 2006. 8.3, 8.4
- [173] Pedro Cunha de Holanda. Possible scenario for MaVaN's as the only neutrino flavor conversion mechanism in the Sun. *JCAP*, 0907:024, 2009. 8.3
- [174] K. Abe et al. Search for Matter-Dependent Atmospheric Neutrino Oscillations in Super-Kamiokande. *Phys.Rev.*, D77:052001, 2008. 8.3
- [175] Thomas Schwetz and Walter Winter. Testing mass-varying neutrinos with reactor experiments. *Phys.Lett.*, B633:557–562, 2006. 8.3
- [176] Kathryn M. Zurek. New matter effects in neutrino oscillation experiments. *JHEP*, 0410:058, 2004. 8.3
- [177] V. Barger, D. Marfatia, and K. Whisnant. Confronting mass-varying neutrinos with miniboone. *Phys. Rev. D*, 73:013005, Jan 2006. 8.3
- [178] Pei-Hong Gu, Xiao-Jun Bi, Bo Feng, Bing-Lin Young, and Xinmin Zhang. Detecting dark energy in long baseline neutrino oscillations. *Chin.Phys.*, C32:530–535, 2008. 8.3