

## 4

### Modelo Elastoplástico UBCSand

#### 4.1. Introdução

O modelo UBCSand foi desenvolvido pelo professor Peter M. Byrne na Universidade da British Columbia, Vancouver, Canadá (Byrne et al., 1995; Beaty & Byrne; 1998; Byrne et al., 2004a), sendo capaz de simular o comportamento tensão-deformação de areias sob carregamento estático ou cíclico sob condições drenada ou não drenada. Modifica o critério clássico de Mohr Coulomb para capturar deformações plásticas que ocorrem em todas as etapas do carregamento.

O modelo UBCSand prevê o comportamento tensão-deformação do solo através de uma formulação elastoplástica, considerando módulos de cisalhamento específicos para o cálculo das componentes elástica e plástica das deformações.

Quando o valor do coeficiente de empuxo no repouso  $K_o = 1$ , o plano horizontal é o plano de cisalhamento máximo, não acontecendo rotação de tensões durante o carregamento e a teoria da plasticidade clássica pode ser empregada para simular esta condição sem dificuldades. Na hipótese em que  $K_o=0.5$ , por exemplo, a tensão cisalhante máxima atua em plano inclinado de  $45^\circ$  e, consequentemente, produz-se uma rotação gradual das tensões principais durante o processo de carregamento. Neste caso o modelo UBCSand considera esta rotação de tensões por meio de 2 planos mobilizados: o plano das tensões cisalhantes máximas e o plano horizontal. O plano de tensões cisalhantes máximas é modificado em função das direções que as tensões principais assumem durante o carregamento, enquanto que o plano horizontal é mantido espacialmente fixo.

#### 4.2. Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb

A superfície de escoamento para a descrição do modelo elastoplástico de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais depende das componentes de

tensão  $\sigma_{\min} \leq \sigma_{\text{int}} \leq \sigma_{\max}$ , as quais podem ser consideradas conforme as seis possibilidades indicadas na tabela 4.1. Dependendo do caso, o plano para aplicação do critério de Mohr-Coulomb varia conforme as ilustrações da figura 4.1.

Tabela 4.1 – Seis possibilidades de definição das tensões principais máxima, intermediária e mínima (Adaptado de BIRU A. Plaxis Liquefaction Model – UBCSand 3D, 2010).

| Caso | $\sigma_1$            | $\sigma_2$            | $\sigma_3$            |
|------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1    | $\sigma_{\max}$       | $\sigma_{\min}$       | $\sigma_{\text{int}}$ |
| 2    | $\sigma_{\max}$       | $\sigma_{\text{int}}$ | $\sigma_{\min}$       |
| 3    | $\sigma_{\text{int}}$ | $\sigma_{\max}$       | $\sigma_{\min}$       |
| 4    | $\sigma_{\min}$       | $\sigma_{\max}$       | $\sigma_{\text{int}}$ |
| 5    | $\sigma_{\min}$       | $\sigma_{\text{int}}$ | $\sigma_{\max}$       |
| 6    | $\sigma_{\text{int}}$ | $\sigma_{\min}$       | $\sigma_{\max}$       |

Independentemente do caso listado na tabela 4.1, e visualizado nos esquemas da figura 4.1, a superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb pode ser genérica e unicamente expressa pela seguinte função, onde a influência da tensão principal intermediária  $\sigma_{\text{int}}$  é desconsiderada.

$$f_m = \left( \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right) - \left( \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} + c \cdot \cot \phi_p \right) \text{Sen} \phi_m \quad (4.1)$$

Quando os 06 planos são combinados em uma mesma figura, tem-se então a completa visualização da superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais, conforme mostra a figura 4.3.

A projeção da superfície de escoamento no plano octaédrico  $\pi$ , passando pela origem do espaço das tensões principais e perpendicular a sua diagonal principal, é representado pelo hexágono irregular da figura 4.4.

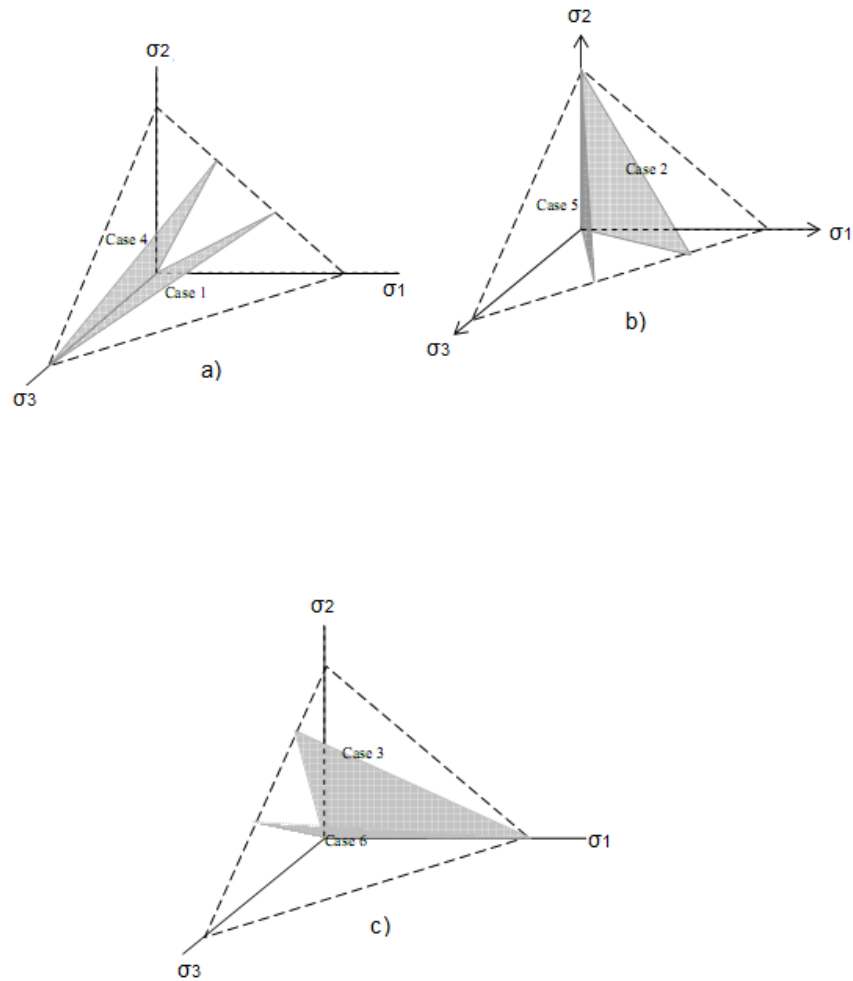


Figura 4.1 – Ilustração dos planos da superfície de escoamento de Mohr-Coulomb para os casos referenciados na tabela 4.1: a) 1 e 4, b) casos 2 e 5; c) casos 3 e 6 (Adaptado de BIRU A. Plaxis Liquefaction Model – UBCSand 3D, 2010).

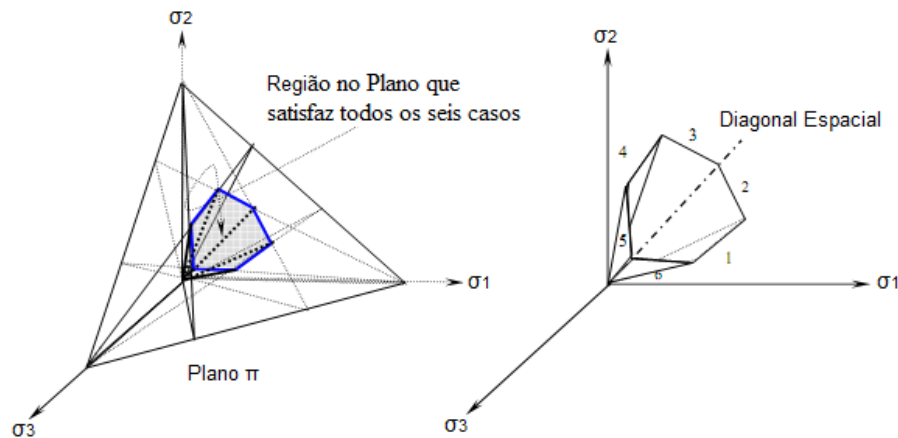


Figura 4.2 – Superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais (Adaptado de Biru A. - Plaxis Liquefaction Model – UBCSand 3D, 2010).

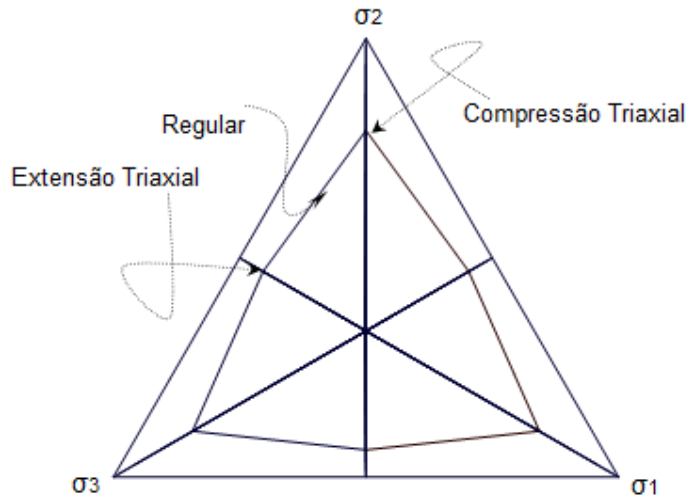


Figura 4.3 – Projeção da superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no plano  $\pi$  (Adaptado de Biru A. - Plaxis Liquefaction Model – UBCSand 3D, 2010).

#### 4.3. Módulo de Cisalhamento Elástico

O módulo cisalhante elástico  $G^e$  pode ser expresso pela seguinte equação.

$$G^e = K_G^e P_a \left( \frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^{ne} \quad (4.1)$$

onde:

$K_G^e$  = Número de módulo de cisalhamento dependente da densidade relativa da areia e varia entre 500 (areias fofas) a 2000 (areias densas).

$P_a$  = Pressão atmosférica nas unidades escolhidas.

$\sigma'_m = \frac{(\sigma'_x + \sigma'_y)}{2}$  = tensão efetiva média no plano de carregamento.

$ne$  = Expoente elástico que varia entre 0.4 e 0.6.

$\alpha$  = Variável que oscila entre 2/3 a 4/3 da unidade, dependendo do valor do coeficiente de Poisson, este considerado no intervalo 0 – 0.2.

O valor de  $K_G^e$  pode ser obtido diretamente da velocidade de onda cisalhante, ensaios de coluna de ressonância ou através de relações empíricas. De

acordo com Seed e Idriss (1970),  $K_G^e$  está relacionado com o parâmetro  $K_{2\max}$  através da seguinte correlação para areias:

$$K_G^e = 21.7(K_{2\max}) \quad (4.2)$$

onde

$$K_{2\max} = 20(N_1)_{60}^{1/3} \quad (\text{Seed, 1986}) \quad (4.3)$$

#### 4.4. Módulo de Deformação Volumétrica Elástica

O cálculo das componentes elásticas das deformações depende dos valores do módulo de cisalhamento elástico  $G^e$  e do módulo de deformação volumétrica elástica  $K^e$  definidos por

$$B^e = k_B^e P_a \left( \frac{\sigma'}{P_a} \right)^{me} \quad (4.4)$$

$$B^e = \alpha_B G^e \quad (4.5)$$

onde:

me = Exponente do módulo de deformação volumétrica elástica, pode ser igual a ne=0.5.

$K_B^e$  = Número do módulo de deformação volumétrica elástica.

$$K_B^e = \alpha_B K_G^e \quad (4.6)$$

$$\alpha_B = \left( \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \right) \quad (4.7)$$

Como o valor de  $\nu$  varia num intervalo de 0 a 0.2, então  $\alpha_B$  varia entre 2/3 e 3/4. Geralmente o valor  $\alpha_B$  é considerado como 0.7 ou a unidade.

#### 4.5. Módulo de Cisalhamento Plástico

O módulo de cisalhamento plástico  $G^P$  relaciona os incrementos de deformação cisalhante plástica com a razão de tensões  $\eta = \tau/\sigma'$ , conforme ilustra da figura 4.5.

O valor do módulo  $G^P$  decresce de seu valor máximo  $G_{\max}^P$ , sob deformações muito pequenas, de acordo com a seguinte expressão hiperbólica

$$G^P = G_{\max}^P \left( 1 - R_f \frac{\eta}{\eta_t} \right)^2 \quad (4.6)$$

onde  $R_f$  é a razão de ruptura ( $R_f < 1$ ),  $\eta$  a razão de tensões no plano da tensão de cisalhamento máxima e  $\eta_f$  a razão de tensões no plano de ruptura e igual a  $\text{Sen} \phi_f$  com  $\phi_f$  o ângulo de atrito de pico.

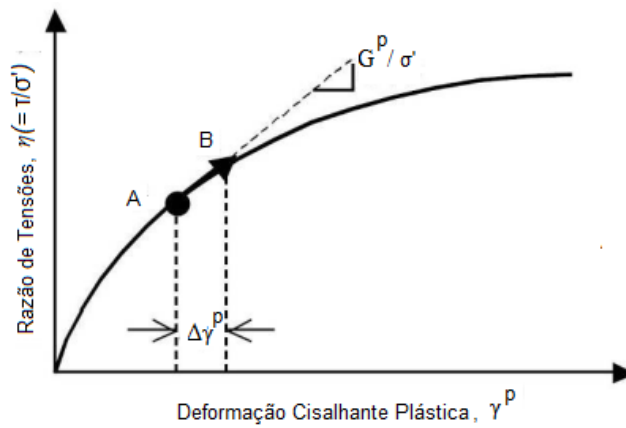


Figura 4.4 – Relação hiperbólica para definição do módulo de cisalhamento plástico (Adaptado de Aquino, 2009).

O módulo de cisalhamento plástico máximo  $G_{\max}^P$  é determinado pela expressão

$$G_{\max}^P = K_G^P P_a \left( \frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^{n_p} \quad (4.7)$$

onde  $n_p$  é um expoente que varia entre 0.4 e 0.5,  $K_G^P$  o número do módulo de cisalhamento plástico dependente da densidade relativa do solo. De acordo com Byrne (2004) existe uma relação entre os valores de  $K_G^P$ ,  $K_G^e$  e da densidade relativa  $D_r$  de acordo com a seguinte equação

$$K_G^P = 4.2(D_r)^4 K_G^e + 100 \quad (4.8)$$

#### 4.6. Lei de Endurecimento Plástico

A lei de endurecimento plástico do modelo UBCSand é função das deformações plásticas. No modelo de Mohr-Coulomb o seno do ângulo de atrito mobilizado  $\phi_m$  (figura 4.6) é denotado por

$$\text{Sen}\phi_m = \frac{q_m}{p_m} \quad (4.9)$$

onde:

$$q_m = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad e \quad p_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (4.10)$$

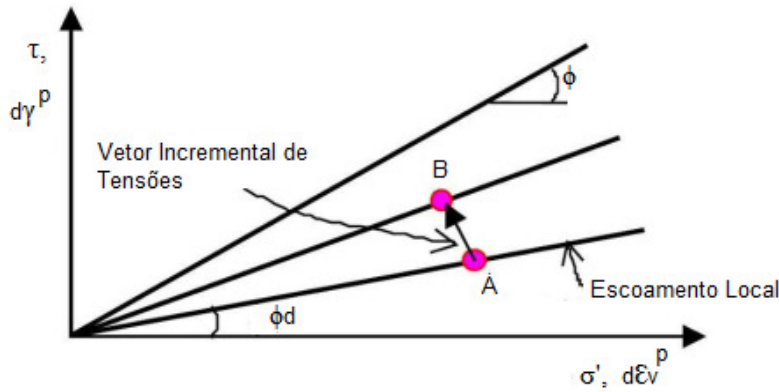


Figura 4.5 – Ângulos de atrito mobilizado (Adaptado de Aquino, 2009).

No modelo UBCSand, a lei de endurecimento relaciona o incremento do seno do ângulo atrito mobilizado através da seguinte expressão

$$d.\text{Sen}\phi_m = \frac{G_i^p}{p_m} \left( 1 - \frac{\text{Sen}\phi_m}{\text{Sen}\phi_p} R_f \right)^2 d\gamma^p \quad (4.11)$$

$$G_i^p = k_G^p \left( \frac{p_m}{p_A} \right)^{np} p_A \quad (4.12)$$

que também pode ser geralmente escrita como

$$d\text{Sen}\phi_m = 1.5k_G^p \left( \frac{p}{p_A} \right)^{np} \frac{p_A}{p_m} \left( 1 - \frac{\text{Sen}\phi_m}{\text{Sen}\phi_p} R_f \right)^2 d\lambda \quad (4.13)$$

onde  $k_G^p$  é o número do módulo cisalhante plástico,  $np$  é parâmetro do modelo para incorporar a não linearidade do módulo de cisalhamento plástico,  $p$

representa o valor da tensão normal,  $P_A$  a pressão atmosférica e  $d_\lambda$  o incremento de resistência plástica.

#### 4.7. Função Potencial Plástico

Problemas que envolvem o amolecimento da relação tensão x deformação, como no caso de deformações provocadas por liquefação estática, requerem uma lei de fluxo não associada. Neste caso, uma expressão geral para a função potencial plástico seria a mesma utilizada para definição da função de escoamento plástico, como no caso do critério clássico de Mohr-Coulomb.

No modelo UBCSand optou-se em utilizar a expressão geral da função de escoamento do modelo de Drucker-Prager, que não apresenta dificuldades matemáticas devido às singularidades introduzidas pelos cantos da superfície de Mohr-Coulomb.

$$g = q - \frac{6 \text{Sen} \phi_m}{3 - \text{Sen} \phi_m} (p + c \cdot \cot \phi_p) \quad (4.14)$$

onde  $g$  representa a superfície de um cone no espaço das tensões principais.

$$q = \sqrt{0.5((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2)} \quad (4.15)$$

$$p = -\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (4.16)$$

A lei de fluxo, por sua vez, relaciona o incremento de deformação volumétrica plástica  $d\xi_v^p$  com o incremento de deformação cisalhante plástica  $d\gamma^p$

$$d\xi_v^p = \text{Sen} \phi_m d\gamma^p \quad (4.17)$$

$$\text{Sen} \phi_m = \text{Sen} \phi_m - \text{Sen} \phi_{cv}$$

onde  $\phi_{cv}$  é o ângulo de atrito sob volume constante.

$$\text{Sen} \phi_m = \frac{(\text{Sen} \phi_m - \text{Sen} \phi_{cv})}{(1 - \text{Sen} \phi_m \cdot \text{Sen} \phi_{cv})} \quad (4.18)$$