

4

Modelagem matemática

O ensaio para avaliação das condições de operação, bem como para a determinação de condições ótimas de operação de sistemas e equipamentos térmicos é geralmente muito onerosa, requer instalações de laboratório complexas e são necessárias muitas horas de equipes de técnicos e de pesquisadores na realização de ensaios. Mas, os recursos computacionais disponíveis, a modelagem e simulação desses sistemas e equipamentos permitem avaliações em diversas condições operacionais e diferentes configurações com rapidez e eficiência. Com os resultados obtidos na simulação é possível a busca da configuração ótima do sistema projetado para uma operação eficiente em regime permanente ou transiente. Esse conhecimento permite também o projeto e desenvolvimento dos sistemas de controle dos componentes e da instalação completa, bem como estudos sobre a viabilidade de diferentes configurações de instalação.

A modelagem dinâmica da unidade de condicionamento de ar de combustível desenvolvido neste trabalho está baseado nas seguintes premissas, Zhou [33]:

- a água é considerada incompressível;
- o ar ambiente é uma mistura gasosa ideal entre ar seco e vapor de água;
- massas específicas e calores específicos possuem valores constantes para o ar, água, materiais dos tubos e aletas;
- condução de calor desprezível nas aletas e tubos na direção do fluxo de água para o circuito de fluxo cruzado;
- velocidades da água e do ar uniformes ao longo de suas direções de fluxo;
- o armazenamento de energia do ar é considerado desprezível.

Estas considerações são amplamente aplicáveis e não precisam de prova.

4.1 Desumidificação e resfriamento

As serpentinas de água gelada são componentes importantes nos sistemas de refrigeração e de condicionamento de ar. A modelagem dinâmica deste tipo de trocador de calor é útil no desenvolvimento de componentes, nas estratégias de controle e na exploração de detecção de falhas e diagnósticos. Para o projeto inicial e validação destas tecnologias, o uso de modelos de computador é muito mais rentável do que executando experimentos em tempo real, Zhou [33]. Poucos trabalhos foram publicados sobre a modelagem dinâmica de serpentinas de resfriamento, especialmente quando ocorre desumidificação.

As serpentinas de resfriamento de água gelada são usualmente trocadores de calor de fluxo cruzado com tubos aletados em vários arranjos. A Figura 4.1 mostra um clássico arranjo para um circuito de serpentinas de fluxo cruzado. Um tubo aletado de fluxo cruzado único pode ser considerado como um elemento básico – volume de controle – de uma serpentina de água gelada.

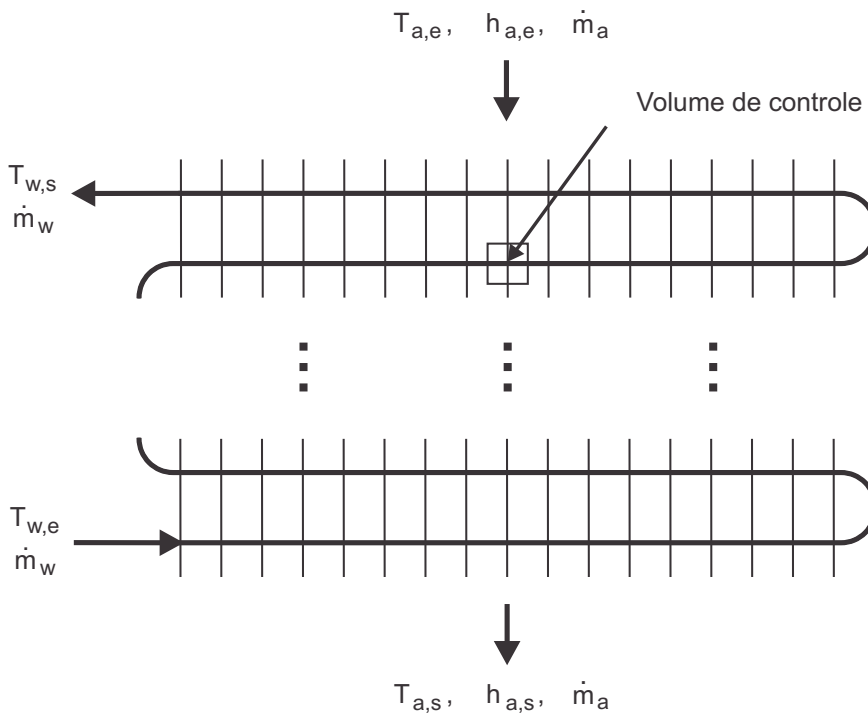


Figura 4.1: Esquema de uma serpentina de resfriamento.

Nesta geometria, o ar flui sobre um tubo aletado e é resfriado e possivelmente desumidificado devido ao contato com as superfícies das serpentinas que podem ter uma temperatura menor do que a temperatura de orvalho do ar na entrada do trocador, [33]. Na linha horizontal é medida a vazão de água gelada, enquanto na linha vertical é medida a vazão de ar, que é normal à direção do fluxo de água.

Modelo em contra-fluxo

Um modelo de fluxo cruzado, como o mostrado na Figura 4.1, precisa de uma descrição detalhada do circuito da serpentina, que é inconveniente na prática, Zhou [33]. A fim de torná-lo mais genérico, um modelo simplificado baseado em um arranjo de contra-fluxo puro foi escolhido. Para esta geometria assumida, a direção do fluxo de ar torna-se paralela e ainda oposta ao sentido do fluxo de água. Para ser coerente com a abordagem ε -NTU do lado do ar, as equações que regem são expressas para volumes finitos.

Este modelo simplificado é utilizado como referência mediante certas considerações adicionais para diminuir a complexidade na modelagem de um circuito de refrigeração de fluxo de água cruzado, um tubo reto aletado em contra-fluxo foi modelado para realizar as simulações. Este tipo de tubo aletado pode ser considerado como uma analogia de uma única aleta no tubo ao longo da direção do fluxo de ar dentro de uma serpentina de fluxo cruzado, e a transferência de calor e massa é semelhante para ambas as geometrias [33]. Sendo assim, um único tubo reto aletado é representado na Figura 4.2.

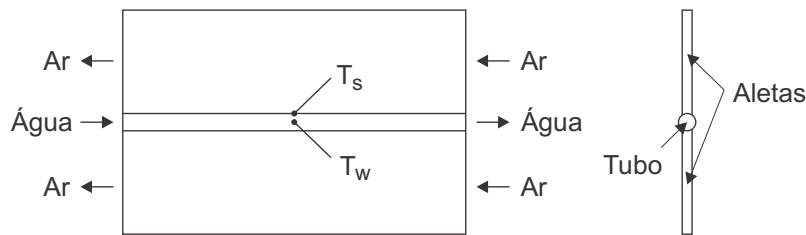


Figura 4.2: Ilustração esquemática de um tubo reto aletado.

Similar ao modelo de fluxo cruzado, o modelo em regime estacionário para o arranjo em contra-fluxo puro é apresentado em primeiro lugar. O modelo que rege um volume de controle de uma serpentina são representadas pelas Equações (4-1) e (4-2),

$$\dot{C}_w + \frac{1}{R_w}(T_w - T_s) = 0 \quad (4-1)$$

$$\frac{1}{R_a}(T_s - T_{a,e}) + \frac{1}{R_w}(T_s - T_w) = 0 \quad (4-2)$$

onde T_w e T_s são, respectivamente, as temperaturas locais da água e do material da serpentina, $T_{a,e}$ é a temperatura local de entrada do ar, \dot{C}_w é a taxa da capacidade térmica associada com o fluxo de água, R_w é a resistência térmica entre a água e o material das serpentinas e R_a é a resistência térmica entre o material das serpentinas e o ar.

Uma abordagem que é consistente com o uso da temperatura de entrada do ar nas serpentinas de resfriamento na Equação (4-2) é o método ε -NTU para o cálculo de transferência de calor do lado do ar [34]. Com esta abordagem, o valor das resistências à transferência de calor podem ser calculadas.

A resistência térmica do lado da água, R_w , é calculada como,

$$R_w = \frac{N}{h_w A_{w,tot}} \quad (4-3)$$

onde h_w é o coeficiente de transferência de calor por convecção para o fluxo de água através do tubo, $A_{w,tot}$ é a área total da superfície de transferência de calor do lado da água, e N representa um número arbitrário de volumes de controle para a serpentina.

A resistência térmica do lado do ar, R_a , é obtida de,

$$R_a = \frac{1}{\varepsilon_a \dot{C}_a} \quad (4-4)$$

onde ε_a é a eficiência de transferência de calor do lado do ar, \dot{C}_a é a taxa da capacidade térmica associada com o fluxo de ar. A eficiência de transferência de calor do lado do ar é expressa por,

$$\varepsilon_a = 1 - e^{-NTU_a} \quad (4-5)$$

onde:

$$NTU_a = \frac{\eta_a h_a A_{a,tot}}{\dot{C}_a N} \quad (4-6)$$

onde η_a é a eficiência global das aletas apenas para a transferência de calor, h_a é o coeficiente de convecção para o lado do ar da transferência de calor, $A_{a,tot}$ é a área total da superfície de transferência de calor do lado do ar.

A temperatura do ar na saída é determinada por,

$$T_{a,s} = T_{a,e} + \varepsilon_a (T_s - T_{a,e}) \quad (4-7)$$

a qual pode ser utilizada como a temperatura do ar na entrada do volume de controle correspondente na linha seguinte, se houver algum outro volume de controle na direção do fluxo de ar. A temperatura média para todos os volumes de controle na última linha é considerada como a temperatura de saída do ar para a serpentina.

Quando uma superfície está úmida, o potencial de condução de calor e de transferência de massa é basicamente a diferença entre a entalpia do ar e entalpia de saturação do ar à temperatura da superfície da serpentina [33]. Para um volume de controle destas características a Equação (4-1) permanece a mesma, mas a Equação (4-2) é substituída por,

$$\frac{1}{R_a^*}(h_{s,sat} - h_{a,e}) + \frac{1}{R_w}(T_s - T_w) = 0 \quad (4-8)$$

onde $h_{s,sat}$ é a entalpia de saturação do ar à temperatura T_s , $h_{a,e}$ é a entalpia do ar de entrada nas serpentinas, R_a^* é a resistência de transferência de calor e massa entre o material da serpentina e o ar no volume de controle, que pode ser expressa por,

$$R_a^* = \frac{1}{\varepsilon_a^* \dot{m}_a} \quad (4-9)$$

onde \dot{m}_a é o fluxo de massa de ar, ε_a^* é a eficiência de transferência de calor e massa do lado do ar, determinado a partir de,

$$\varepsilon_a^* = 1 - e^{-NTU_a^*} \quad (4-10)$$

onde:

$$NTU_a^* = \frac{\eta_a^* h_a^* A_{a,tot}}{\dot{C}_a N} \quad (4-11)$$

Aqui η_a^* é a eficiência global de transferência de calor e massa do lado do ar, e h_a^* é o coeficiente de convecção do lado do ar para a transferência de calor com desumidificação.

A entalpia do ar de saída é escrita como,

$$h_{a,s} = h_{a,e} + \varepsilon_a^*(h_s - h_{a,e}) \quad (4-12)$$

Similar à temperatura de saída do ar, $h_{a,s}$ é a entalpia de entrada de ar para o volume de controle na próxima linha, se houver. A entalpia média para todos os volumes de controle na última linha é a entalpia de saída de ar para a serpentina.

A umidade de saída do ar ou a temperatura do ponto de orvalho é obtido a partir da temperatura e entalpia empregando a carta psicrométrica ou o software EES.

O modelo dinâmico é considerado a seguir, no qual são adicionados os termos de armazenamento de energia ao modelo em regime estacionário. As equações que regem a energia, para o caso sem desumidificação, podem ser expressas como segue:

$$C_w \frac{dT_w}{dt} + \dot{C}_w(T_w - T_{w,e}) + \frac{1}{R_w}(T_w - T_s) = 0 \quad (4-13)$$

$$C_s \frac{dT_s}{dt} + \frac{1}{R_a}(T_s - T_{a,e}) + \frac{1}{R_w}(T_s - T_w) = 0 \quad (4-14)$$

para o caso com desumidificação a Equação (4-14) precisa ser substituída por,

$$C_s \frac{dT_s}{dt} + \frac{1}{R_a^*}(h_{s,sat} - h_{a,e}) + \frac{1}{R_w}(T_s - T_w) = 0 \quad (4-15)$$

sendo,

$$C_w = \frac{C_{w,tot}}{N} \quad (4-16)$$

e

$$C_s = \frac{C_{s,tot}}{N} \quad (4-17)$$

onde C_w e C_s são as capacidades térmicas da água e do material da serpentina para o volume de controle, respectivamente.

Modelo ε -NTU do lado da água gelada

Uma maneira de reduzir o número de volumes de controle necessários e acelerar o processamento computacional é assumir um perfil de temperatura da água estado estacionário dentro de cada volume de controle em vez da distribuição de temperatura uniforme. Com esta suposição, a taxa de transferência de calor do lado da água pode ser avaliada pelo método ε -NTU [35].

Sob condições dinâmicas, a taxa de variação da temperatura da água gelada em um volume de controle é representado pela temperatura na saída do mesmo volume de controle,

$$\frac{dT_w}{dt} = \frac{dT_{w,s}}{dt} \quad (4-18)$$

onde $T_{w,s}$ é a temperatura de saída de água das serpentinas de resfriamento.

Portanto, baseado no modelo dinâmico do contra-fluxo, as Equações (4-13) e (4-14) para o caso sem desumidificação são modificadas como segue:

$$C_w \frac{dT_{w,s}}{dt} + \dot{C}_w (T_{w,s} - T_{w,e}) + \frac{1}{R_w} (T_{w,e} - T_s) = 0 \quad (4-19)$$

$$C_s \frac{dT_s}{dt} + \frac{1}{R_a} (T_s - T_{a,e}) + \frac{1}{R_w} (T_s - T_{w,e}) = 0 \quad (4-20)$$

e quando existe desumidificação, a Equação (4-15) é substituída por,

$$C_s \frac{dT_s}{dt} + \frac{1}{R_a^*} (h_{s,sat} - h_{a,e}) + \frac{1}{R_w} (T_s - T_{w,e}) = 0 \quad (4-21)$$

onde a resistência térmica do lado da água, R_w , pode ser determinada por,

$$R_w = \frac{1}{\varepsilon_w \dot{C}_w} \quad (4-22)$$

e onde ε_w é a eficiência de transferência de calor do lado da água de um controle de volume expressa como,

$$\varepsilon_w = 1 - e^{-NTU_w} \quad (4-23)$$

onde,

$$NTU_w = \frac{h_w A_{w,tot}}{\dot{C}_w N} \quad (4-24)$$

4.2 Aquecimento

Refere-se ao processo no qual calor é adicionado a uma corrente de ar úmido sem incorrer em uma variação do teor de vapor de água na mistura. Portanto, trata-se de um processo de umidade absoluta constante, Seborg et al. [36].

Considerando o sistema de aquecimento por resistências elétricas. A corrente de entrada de ar possui uma vazão mássica \dot{m}_a e temperatura $T_{a,e}$. O volume de controle assumido é o volume da caixa de aquecimento que inclui as resistências elétricas, que fornece uma taxa de aquecimento Q_{re} . O modelo dinâmico deste processo sera desenvolvido baseado nas seguintes hipóteses:

- as vazões mássicas de entrada e saída do ar são iguais, assim o volume de controle está definido por V_a que representa o volume interior da caixa de aquecimento;
- a massa específica, ρ_a , e o calor específico do ar, c_{pa} , são assumidas constantes. Assim a sua dependência da temperatura é desprezível;
- perdas de calor não são consideradas.

Em geral, os modelos dinâmicos são baseados em leis de conservação. É claro que devemos considerar um balanço de energia, porque predominam os efeitos térmicos. O balanço de massa não é necessário, tendo em conta as suposições assumidas. Assim, obtém-se a Equação (4-25) que representa o modelo dinâmico do sistema de aquecimento, segundo Seborg et al. [36].

$$V_a \rho_a c_{pa} \frac{dT_a}{dt} = \dot{m}_a c_{pa} (T_{a,e} - T_a) + Q_{re} \quad (4-25)$$

4.3 Umidificação

Quando o ar se encontra com um baixo teor de umidade, pode ser necessário aumentar seu conteúdo de vapor. Um processo elementar que atinge este objetivo é o da umidificação por aspersão de vapor de água. Um esquema do dispositivo de aspersão foi apresentado na Figura 3.4-c) tubo difusor de vapor.

A equação da conservação da energia para um volume de controle envolvendo o fluxo de ar que atravessa pelo tubo difusor é,

$$\dot{m}_v h_v = \dot{m}_a (h_{a,s} - h_{a,e}) \quad (4-26)$$

e a equação da conservação de massa,

$$\dot{m}_v = \dot{m}_a (\omega_{a,s} - \omega_{a,e}) \quad (4-27)$$

A partir das Equações (4-26) e (4-27), obtém-se,

$$h_v = \frac{h_{a,s} - h_{a,e}}{\omega_{a,s} - \omega_{a,e}} \quad (4-28)$$

A Equação (4-28) indica que a direção da reta onde reside o estado final da mistura depende da entalpia do vapor de água injetada, h_v .

4.4

Sistema de controle

A expressão em tempo discreto do controle PID utilizado neste trabalho é dada por,

$$u(k) = k_p e(k) + k_i T_s \sum_{i=1}^n e(i) + \frac{k_d}{T_s} \Delta e(k) \quad (4-29)$$

onde, $u(k)$ é o sinal de controle, $e(k)$ é o erro entre a referência e a variável controlada do processo, T_s é o período de amostragem para o controlador, $\Delta e(k) = e(k) - e(k-1)$ é o câmbio no erro e k_p , k_i e k_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente, Zhao et al. [32].

Neste trabalho, a implementação de sistemas fuzzy para sintonização de controladores PID foi realizada utilizando a estrutura do tipo Mamdani, para ajustar os parâmetros k_p , k_i e k_d . Um esquema de ajuste de ganhos *on-line* do controlador PID baseado em um sistema fuzzy é proposto. O sistema fuzzy utilizado no modo de controle supervisão, também conhecido como *gain scheduling*, tem 3 variáveis de saída, α , β e γ , as quais ajustam os valores dos parâmetros do controlador PID segundo as seguintes equações:

$$k_p = (k_{p,max} - k_{p,min})\beta + k_{p,min} \quad (4-30)$$

$$k_d = (k_{d,max} - k_{d,min})\gamma + k_{d,min} \quad (4-31)$$

$$k_i = \frac{k_p^2}{\alpha k_d} \quad (4-32)$$

As variáveis de entrada do sistema supervisão fuzzy são 2, o erro $e(k)$ e o câmbio no erro $\Delta e(k)$ da variável controlada, de modo que um sistema

supervisor fuzzy para um controlador PID consiste em 3 sub-sistemas fuzzy de 2 entradas e 1 saída, como mostrado na Figura 4.3.

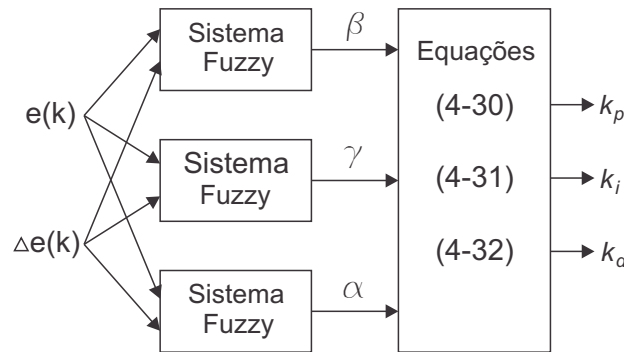


Figura 4.3: Sistema fuzzy que sintoniza os ganhos do PID em tempo real [32].

As regras SE-ENTÃO que constituem cada sistema fuzzy podem ser definidas da seguinte forma, Zhao et al. [32],

$$SE\ e(k)\ \acute{e}\ A_i\ e\ \Delta e(k)\ \acute{e}\ B_i\ ENT\tilde{A}O\ \beta\ \acute{e}\ C_i,\ \gamma\ \acute{e}\ D_i\ e\ \alpha\ \acute{e}\ E_i \quad (4-33)$$

onde A_i , B_i , C_i , D_i e E_i são conjuntos fuzzy, e $i = 1, 2, \dots, m$ é o número de regras. Se os valores $e(k)$ e $\Delta e(k)$ variam entre os intervalos $[e(k)_{min}, e(k)_{max}]$ e $[\Delta e(k)_{min}, \Delta e(k)_{max}]$, respectivamente, então definem-se 7 conjuntos fuzzy, como se mostra na Figura 4.4. Nesta figura, NG representa a variável linguística negativo-grande, NM negativo-médio, NP negativo-pequeno, ZE aproximadamente zero, PP positivo-pequeno, PM positivo-médio e PG positivo-grande.

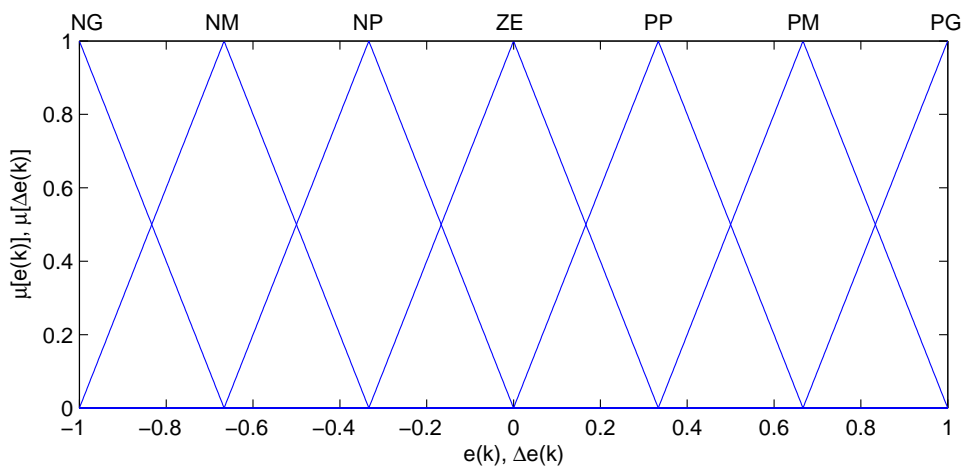


Figura 4.4: Funções de pertinência para $e(k)$ e $\Delta e(k)$ [32].

Uma completa base de regras fuzzy seria composta por $m = 49$ regras. Por simplicidade, se define que os conjuntos fuzzy C_i e D_i podem ser o conjunto fuzzy P que representa a função de pertinência Pequeno, ou o conjunto fuzzy G

que representa Grande. Essas funções de pertinência são mostradas na Figura 4.5. Assim, se define também o conjunto fuzzy E_i , que pode ser representado pelas funções de pertinência mostradas na Figura 4.6. Nesta figura, P, MP, M e G representam a variáveis linguísticas Pequeno, Positivo Médio, Médio e Grande, respectivamente.

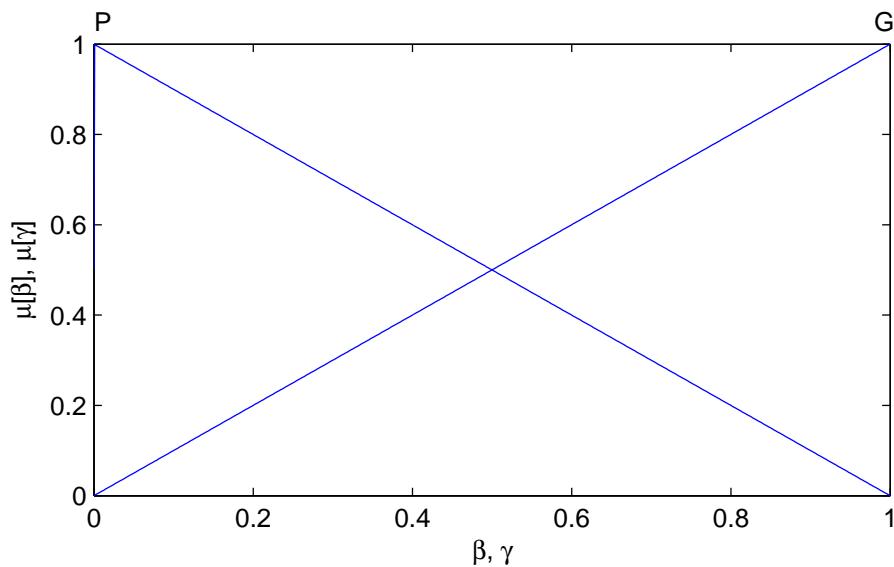


Figura 4.5: Funções de pertinência para β e γ [32].

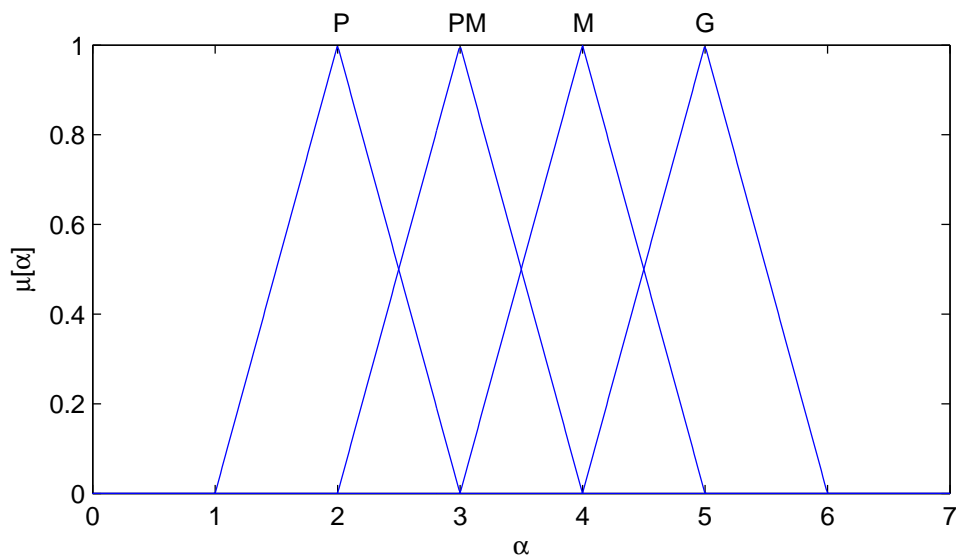


Figura 4.6: Funções de pertinência para α [32].

A base de regras para os conjuntos fuzzy definidos acima, são derivadas experimentalmente baseadas na resposta típica ao degrau de um processo, Wang [37]. A Figura 4.7 mostra um exemplo da resposta no tempo. No início,

isto é, próximo de a_1 , um sinal de controle grande é necessária a fim de alcançar um tempo de subida rápido. Para gerar um sinal de controle grande, é necessário um grande ganho proporcional k_p , um pequeno ganho derivativo k_d , e um grande ganho integral k_i . Pela Equação (4-32) pode-se ver que para k_p e k_d fixos, o ganho integral é inversamente proporcional a α e, por conseguinte, um ganho integral maior significa um menor α . Com isso, a regra em torno de a_1 está dada por,

SE $e(k)$ é PG e $\Delta e(k)$ é ZE ENTÃO β é G, γ é P e α é MP

onde as funções de pertinência para os conjuntos fuzzy P, PM, M, G representam as variáveis linguísticas pequeno, positivo médio, médio e grande, respectivamente, as quais são mostradas nas Figuras 4.5 e 4.6.

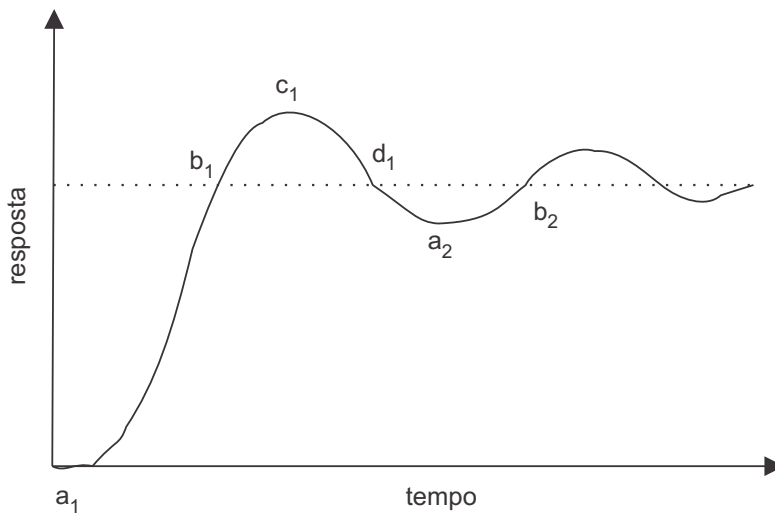


Figura 4.7: Resposta típica ao degrau de um processo [37].

Em torno do ponto b_1 na Figura 4.7, espera-se um sinal de controle pequeno para evitar uma sobre sinal grande (*overshoot*). Então precisa-se de um pequeno ganho proporcional, um grande ganho derivativo, e um pequeno ganho integral. Assim, a regra a seguir é tomada,

SE $e(k)$ é ZE e $\Delta e(k)$ é NG ENTÃO β é P, γ é G e α é G

As ações de controle em torno dos pontos de c_1 e d_1 são semelhantes daqueles em torno de pontos a_1 e b_1 , respectivamente. Usando a mesma idéia, pode-se determinar três conjuntos de regras para β , γ e α , e cada conjunto é composto de 49 regras. Estes três conjuntos de regras são mostrados nas Tabelas 4.1–4.3, respectivamente.

Tabela 4.1: Base de regras para o parâmetro β [37].

		$\Delta e(k)$						
		NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
$e(k)$	NG	G	G	G	G	G	G	G
	NM	P	G	G	G	G	G	P
	NP	P	P	G	G	G	P	P
	ZE	P	P	P	G	P	P	P
	PP	P	P	G	G	G	P	P
	PM	P	G	G	G	G	G	P
	PG	G	G	G	G	G	G	G

Tabela 4.2: Base de regras para o parâmetro γ [37].

		$\Delta e(k)$						
		NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
$e(k)$	NG	P	P	P	P	P	P	P
	NM	G	G	P	P	P	G	G
	NP	G	G	G	P	G	G	G
	ZE	G	G	G	G	G	G	G
	PP	G	G	G	P	G	G	G
	PM	G	G	P	P	P	G	G
	PG	P	P	P	P	P	P	P

Tabela 4.3: Base de regras para o parâmetro α [37].

		$\Delta e(k)$						
		NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
$e(k)$	NG	P	P	P	P	P	P	P
	NM	PM	PM	P	P	P	PM	PM
	NP	M	PM	PM	P	PM	PM	M
	ZE	G	M	PM	PM	PM	M	G
	PP	M	PM	PM	P	PM	PM	M
	PM	PM	PM	P	P	P	PM	PM
	PG	P	P	P	P	P	P	P

O grau de pertinência μ_i da regra mostrada na Equação (4-33) é obtido pelo produto dos valores das funções de pertinência na parte antecedente da regra,

$$\mu_i = \mu_{A_i}[e(k)] \cdot \mu_{B_i}[\Delta e(k)] \tag{4-34}$$

onde μ_{A_i} é o grau de pertinência do conjunto fuzzy A_i dado um valor de $e(k)$, e μ_{B_i} é o grau de pertinência do conjunto B_i dado um valor de $\Delta e(k)$.

Baseado em μ_i , os valores de α , β e γ para cada regra são determinados de suas correspondentes funções de pertinência.

Ao usar as funções de pertinência da Figura 4.4, temos a seguinte condição,

$$\sum_{i=1}^m \mu_i = 1 \quad (4-35)$$

Então, o processo de defuzzificação gera:

$$\alpha = \sum_{i=1}^m \mu_i \alpha_i \quad (4-36)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^m \mu_i \beta_i \quad (4-37)$$

$$\gamma = \sum_{i=1}^m \mu_i \gamma_i \quad (4-38)$$

onde α_i é o valor de α correspondente ao grau de pertinência μ_i e $m = 49$ é o número de regras . Os valores de β_i e γ_i são obtidos da mesma forma.

Uma vez que α , β e γ são calculados, os parâmetros do controlador PID são obtidos a partir das Equações (4-30)–(4-32).