7
Referências Bibliográficas

[1] A. G. Derneryd, "Linearly Polarized Microstrip Antennas", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-24, no. 6, pp. 846-851, Nov. 1976.

[2] Y. T. Lo, D. Solomon e W. F. Richards, "Theory and Experiment on Microstrip Antennas", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-27, no. 2, pp. 137-145, Nov. 1979.

[3] K. R. Carver e E. L. Coffey, "Theoretical Investigations of the Microstrip Antenna", Univ. New Mexico Phys. Sci. Lab. Rep. PT-00929, Jan 1979.

[4] D. M. Pozar, "Input Impedance and Mutual Coupling of Rectangular Microstrip Antennas", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-30, no. 6, pp. 1191-1196, Nov. 1982.

[5] E. H. Newman e P. Tulyathan, "Analysis of Microstrip Antennas Using Moment Methods", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-29, no. 1, pp. 47-53, Jan. 1981.

[6] R. Garg, P. Bhartia, I. J. Bahl e A. Ittipiboon, "Microstrip Antenna Design Handbook", Norwood: Artech House, 2001.

[7] R. F. Harrington, "Time Harmonic Electromagnetic Fields", New York: McGraw-Hill, 1961.

[8] D. M. Pozar, "Rigorous Closed-Form Expressions for the Surface Wave Loss of the Printed Antennas", Electronics Letters, vol. 26, no. 13, pp. 954-956, Jun. 1990.

[9] T. S. Horng, S. C. Wu, H. Y. Yang e N. G. Alexopoulos, "A Generalized Method for Distinguishing Between Radiation and Surface-Wave Losses in Microstrip Discontinuities", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 38, no. 12, pp. 1800-1807, Dez. 1990.

[10] D. M. Pozar, "Improved Computational Efficiency for the Moment Method Solution of Printed Dipoles and Patches", Electromagnetics, vol. 3, no. 3-4, pp.299-307, Jul.-Dez. 1983.

[11] G. W. Pan, J. Tan e J. D. Murphy, “Full-Wave Analysis of Microstrip Floating-Line Discontinuities”, IEEE Trans. on Electromagnetic Compability, vol. 36, no.1, pp. 49-59, Fev. 1994.

[12] V. S. Reddy e R. Garg, “Efficient Analytical Evaluation of the Asymptotic Part of Sommerfeld Type Reaction Integrals in Microstrip/Slot Structures”, IEEE Proc. – Microwave Antennas Propagation, vol. 147, no. 1, pp. 1-7, Fev, 2000.

[13] M. D. Deshpande e P. D. R. Prabhakar, “Analysis of Dielectric Covered Infinite Array of Rectangular Microstrip Antennas”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-35, no. 6, pp. 732-736, Jun. 1987.

[14] D. M. Pozar e S. M. Voda, “A Rigorous Analysis of a Microstripline Fed Patch Antenna”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-35, no. 12, pp. 1343-1350, Dez. 1987.

[15] R. S. Elliott, “Antenna Theory and Design”, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1981.

[16] Y. T. Lo, D. D. Harrison, D. Solomon, G. A. Deschamps e F. R. Ore, “Study of Microstrip Antennas, Microstrip Phased Arrays and Microstrip Feed Networks”, RADC Tech. Rep. TR-77-406, Out. 1977.

[17] K. R. Carver e J. W. Mink, “Microstrip Antenna Technology”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-29, no. 1, pp. 2-24, Jan. 1981.

[18] J. R. James e P. S. Hall (Eds.), “Handbook of Microstrip Antennas”, London: Peter Peregrinus, 1989.

8
Anexos

Demonstração das Equações 2.38-41

Substituindo as Equações 2.18 e 2.19 na Equação 2.34:

$$\tilde{E}_{x1} = \frac{jk_x}{\beta^2}\frac{\partial[C\cos(k_1 z)+D\sin(k_1 z)]}{\partial z}+\frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}[E\sin(k_1 z)+F\cos(k_1 z)]$$

$$\tilde{E}_{x1} = \frac{jk_x}{\beta^2}[-Ck_1\sin(k_1 z)+Dk_1\cos(k_1 z)]+\frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}[E\sin(k_1 z)+F\cos(k_1 z)] \qquad (8.1)$$

Da Equação 2.20, tem-se que em $z=0$: $\tilde{E}_{x1}=0$:

$$\frac{jk_x}{\beta^2}[Dk_1]+\frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}[F]=0$$

$$jk_x[Dk_1]+\omega\mu_0 k_y[F]=0 \qquad (8.2)$$

Substituindo as Equações 2.18 e 2.19 na Equação 2.35:

$$\tilde{E}_{y1} = \frac{jk_y}{\beta^2}\frac{\partial[C\cos(k_1 z)+D\sin(k_1 z)]}{\partial z}-\frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}[E\sin(k_1 z)+F\cos(k_1 z)]$$

$$\tilde{E}_{y1} = \frac{jk_y}{\beta^2}[-Ck_1\sin(k_1 z)+Dk_1\cos(k_1 z)]-\frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}[E\sin(k_1 z)+F\cos(k_1 z)] \qquad (8.3)$$

Da Equação 2.21, tem-se que em $z=0,\ \tilde{E}_{y1}=0$:

$$\frac{jk_y}{\beta^2}[Dk_1]-\frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}[F]=0$$

$$jk_y[Dk_1]-\omega\mu_0 k_x[F]=0 \qquad (8.4)$$

Das Equações 8.2 e 8.4: $D = 0$ e $F = 0$. Substituindo as Equações 2.16 e 2.17 na Equação 2.34:

$$\tilde{E}_{x2} = \frac{jk_x}{\beta^2}\frac{\partial\left[Ae^{-jk_2 z}\right]}{\partial z} + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}\left[Be^{-jk_2 z}\right]$$

$$\tilde{E}_{x2} = \frac{jk_x}{\beta^2}(-jk_2)Ae^{-jk_2 z} + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}\left[Be^{-jk_2 z}\right] \tag{8.5}$$

Da Equação 2.22, tem-se que em $z = h,\ \tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2}$. Das Equações 8.1 e 8.5:

$$-\frac{jk_x}{\beta^2}Ck_1\sin(k_1 h) + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}E\sin(k_1 h) = \frac{jk_x}{\beta^2}(-jk_2)Ae^{-jk_2 h} + \frac{\omega\mu_0 k_y}{\beta^2}Be^{-jk_2 h} \tag{8.6}$$

Substituindo as Equações 2.16 e 2.17 na Equação 2.35:

$$\tilde{E}_{y2} = \frac{jk_y}{\beta^2}\frac{\partial\left[Ae^{-jk_2 z}\right]}{\partial z} - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}\left[Be^{-jk_2 z}\right]$$

$$\tilde{E}_{y2} = \frac{jk_y}{\beta^2}(-jk_2)Ae^{-jk_2 z} - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}\left[Be^{-jk_2 z}\right] \tag{8.7}$$

Da Equação 2.23, tem-se que em $z = h,\ \tilde{E}_{y1} = \tilde{E}_{y2}$. Das Equações 8.3 e 8.7:

$$-\frac{jk_y}{\beta^2}Ck_1\sin(k_1 h) - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}E\sin(k_1 h) = \frac{jk_y}{\beta^2}(-jk_2)Ae^{-jk_2 h} - \frac{\omega\mu_0 k_x}{\beta^2}Be^{-jk_2 h} \tag{8.8}$$

Substituindo as Equações 2.18 e 2.19 na Equação 2.36:

$$\tilde{H}_{x1} = \frac{jk_x}{\beta^2}\frac{\partial\left[E\sin(k_1 z) + F\cos(k_1 z)\right]}{\partial z} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_y}{\beta^2}\left[C\cos(k_1 z) + D\sin(k_1 z)\right]$$

$$\tilde{H}_{x1} = \frac{jk_x}{\beta^2}\left[Ek_1\cos(k_1 z)\right] - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_y}{\beta^2}\left[C\cos(k_1 z)\right] \tag{8.9}$$

Substituindo as Equações 2.16 e 2.17 na Equação 2.36 e levando em conta que na região II, $\varepsilon_r = 1$:

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{jk_x}{\beta^2}\frac{\partial\left[Be^{-jk_2 z}\right]}{\partial z} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_y}{\beta^2}\left[Ae^{-jk_2 z}\right]$$

$$\tilde{H}_{x2} = \frac{jk_x}{\beta^2}(-jk_2)Be^{-jk_2 z} - \frac{\omega\varepsilon_0 k_y}{\beta^2}\left[Ae^{-jk_2 z}\right] \qquad (8.10)$$

Da Equação 2.24, tem-se que em $z = h,\ \tilde{H}_{x1} = \tilde{H}_{x2}$. Das Equações 8.9 e 8.10:

$$\frac{jk_x}{\beta^2}Ek_1\cos(k_1 h) - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_y}{\beta^2}C\cos(k_1 h) = \frac{jk_x}{\beta^2}(-jk_2)Be^{-jk_2 h} - \frac{\omega\varepsilon_0 k_y}{\beta^2}Ae^{-jk_2 h} \qquad (8.11)$$

Substituindo as Equações 2.18 e 2.19 na Equação 2.37:

$$\tilde{H}_{y1} = \frac{jk_y}{\beta^2}\frac{\partial\left[E\sin(k_1 z) + F\cos(k_1 z)\right]}{\partial z} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_x}{\beta^2}\left[C\cos(k_1 z) + D\sin(k_1 z)\right]$$

$$\tilde{H}_{y1} = \frac{jk_y}{\beta^2}\left[Ek_1\cos(k_1 z)\right] - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_x}{\beta^2}\left[C\cos(k_1 z)\right] \qquad (8.12)$$

Substituindo as Equações 2.16 e 2.17 na Equação 2.37 e levando em conta que na região II, $\varepsilon_r = 1$:

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{jk_y}{\beta^2}\frac{\partial\left[Be^{-jk_2 z}\right]}{\partial z} - \frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r k_x}{\beta^2}\left[Ae^{-jk_2 z}\right]$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{jk_y}{\beta^2}(-jk_2)Be^{-jk_2 z} - \frac{\omega\varepsilon_0 k_x}{\beta^2}\left[Ae^{-jk_2 z}\right] \qquad (8.13)$$

Da Equação 2.25, tem-se que em $z = h,\ \tilde{H}_{y1} = \tilde{H}_{y2} + \tilde{J}_x$. Das Equações 8.12 e 8.13:

$$\frac{jk_y}{\beta^2}Ek_1\cos(k_1z)-\frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_rk_x}{\beta^2}C\cos(k_1z)=\frac{jk_y}{\beta^2}(-jk_2)Be^{-jk_2z}-\frac{\omega\varepsilon_0k_x}{\beta^2}Ae^{-jk_2z}+\tilde{J}_x \quad (8.14)$$

Multiplicando a Equação 8.6 por k_y e a Equação 8.8 por k_x, e subtraindo o resultado da segunda operação da primeira:

$$\frac{\omega\mu_0}{\beta^2}\left(k_x^2+k_y^2\right)\left[E\sin(k_1h)\right]=\frac{\omega\mu_0}{\beta^2}\left[Be^{-jk_2h}\right]\left(k_x^2+k_y^2\right)$$

$$B=E\sin(k_1h)e^{jk_2h} \quad (8.15)$$

Multiplicando 8.6 por k_x e 8.8 por k_y, e somando os resultados das duas operações:

$$\frac{j}{\beta^2}\left[-Ck_1\sin(k_1h)\right]\left(k_x^2+k_y^2\right)=\frac{j}{\beta^2}(-jk_2)Ae^{-jk_2h}\left(k_x^2+k_y^2\right)$$

$$\left[-Ck_1\sin(k_1h)\right]=(-jk_2)Ae^{-jk_2h}$$

$$A=C\frac{k_1}{jk_2}\sin(k_1h)e^{jk_2h} \quad (8.16)$$

Multiplicando a Equação 8.11 por k_y e a Equação 8.14 por k_x, e subtraindo o resultado da segunda operação da primeira:

$$-\frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\beta^2}\left[C\cos(k_1z)\right]\left(k_x^2+k_y^2\right)=-\frac{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{\beta^2}\left[Ae^{-jk_2z}\right]\left(k_x^2+k_y^2\right)-\tilde{J}_xk_x$$

$$\varepsilon_rC\cos(k_1z)=Ae^{-jk_2z}+\tilde{J}_x\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0}$$

$$A=\varepsilon_rC\cos(k_1z)e^{jk_2z}-\tilde{J}_x\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0}e^{jk_2z} \quad (8.17)$$

Multiplicando a Equação 8.11 por k_x e a Equação 8.14 por k_y, e somando os resultados das duas operações:

$$\frac{j}{\beta^2}\left[Ek_1\cos(k_1h)\right]\left(k_x^2+k_y^2\right)=\frac{j}{\beta^2}(-jk_2)Be^{-jk_2h}\left(k_x^2+k_y^2\right)+\tilde{J}_xk_y$$

$$\left[Ek_1\cos(k_1h)\right]=(-jk_2)Be^{-jk_2h}+\frac{k_y}{j}\tilde{J}_x$$

$$\left[Ek_1\cos(k_1h)\right]=(-jk_2)Be^{-jk_2h}+\frac{k_y}{j}\tilde{J}_x$$

$$B=j\frac{k_1}{k_2}E\cos(k_1h)e^{jk_2h}-\frac{k_y}{k_2}\tilde{J}_xe^{jk_2h} \qquad (8.18)$$

Das Equações 8.16 e 8.17:

$$C\frac{k_1}{jk_2}\sin(k_1h)e^{jk_2h}=\varepsilon_rC\cos(k_1z)e^{jk_2z}-\tilde{J}_x\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0}e^{jk_2z}$$

$$-jC\frac{k_1}{k_2}\sin(k_1h)=\varepsilon_rC\cos(k_1z)-\tilde{J}_x\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0}$$

$$-jCk_1\omega\varepsilon_0\sin(k_1h)=\varepsilon_rC\cos(k_1z)\omega\varepsilon_0k_2-\tilde{J}_xk_xk_2$$

$$C\left(jk_1\omega\varepsilon_0\sin(k_1h)+\varepsilon_r\cos(k_1z)\omega\varepsilon_0k_2\right)=\tilde{J}_xk_xk_2$$

$$C=\frac{k_xk_2}{\omega\varepsilon_0\left(\varepsilon_rk_2\cos(k_1z)+jk_1\sin(k_1h)\right)}\tilde{J}_x \qquad (8.19)$$

Substituindo a Equação 8.19 na Equação 8.16:

$$A=\frac{k_xk_2}{\omega\varepsilon_0\left(\varepsilon_rk_2\cos(k_1z)+jk_1\sin(k_1h)\right)}\tilde{J}_x\frac{k_1}{jk_2}\sin(k_1h)e^{jk_2h}$$

$$A=-j\frac{k_xk_1}{\omega\varepsilon_0\left(\varepsilon_rk_2\cos(k_1z)+jk_1\sin(k_1h)\right)}\sin(k_1h)e^{jk_2h}\tilde{J}_x \qquad (8.20)$$

Das Equações 8.15 e 8.18:

$$E\sin(k_1h)e^{jk_2h}=j\frac{k_1}{k_2}E\cos(k_1h)e^{jk_2h}-\frac{k_y}{k_2}\tilde{J}_xe^{jk_2h}$$

$$E\sin(k_1h) = j\frac{k_1}{k_2}E\cos(k_1h) - \frac{k_y}{k_2}\tilde{J}_x$$

$$E(k_2\sin(k_1h) - jk_1\cos(k_1h)) = -k_y\tilde{J}_x$$

$$E = \frac{k_y}{(jk_1\cos(k_1h) - k_2\sin(k_1h))}\tilde{J}_x \tag{8.21}$$

Substituindo a Equação 8.21 na Equação 8.15:

$$B = \frac{k_y}{(jk_1\cos(k_1h) - k_2\sin(k_1h))}\tilde{J}_x\sin(k_1h)e^{jk_2h}$$

$$B = \frac{k_y}{(jk_1\cos(k_1h) - k_2\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{jk_2h}\tilde{J}_x \tag{8.22}$$

Substituindo a Equação 8.20 na Equação 2.16:

$$\tilde{E}_{z2} = -j\frac{k_xk_1}{\omega\varepsilon_0(\varepsilon_rk_2\cos(k_1z) + jk_1\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{jk_2h}\tilde{J}_xe^{-jk_2z}$$

$$\tilde{E}_{z2} = \frac{k_xk_1}{j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_rk_2\cos(k_1z) + jk_1\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{-jk_2(z-h)}\tilde{J}_x \tag{8.23}$$

Substituindo a Equação 8.21 na Equação 2.17:

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{k_y}{(jk_1\cos(k_1h) - k_2\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{jk_2h}\tilde{J}_xe^{-jk_2z}$$

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{k_y}{(jk_1\cos(k_1h) - k_2\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{-jk_2(z-h)}\tilde{J}_x$$

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{k_y}{j(k_1\cos(k_1h) + jk_2\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{-jk_2(z-h)}\tilde{J}_x$$

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{-jk_y}{(k_1\cos(k_1h) + jk_2\sin(k_1h))}\sin(k_1h)e^{-jk_2(z-h)}\tilde{J}_x \tag{8.24}$$

Substituindo a Equação 8.22 na Equação 2.18:

$$\tilde{E}_{z1} = \frac{k_x k_2}{\omega\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r k_2 \cos(k_1 z) + jk_1 \sin(k_1 h)\right)} \cos(k_1 z)\tilde{J}_x \tag{8.25}$$

Substituindo e a Equação 8.19 na Equação 2.19:

$$\tilde{H}_{z1} = \frac{k_y}{j\left(k_1 \cos(k_1 h) + jk_2 \sin(k_1 h)\right)} \sin(k_1 z)\tilde{J}_x$$

$$\tilde{H}_{z1} = \frac{-jk_y}{\left(k_1 \cos(k_1 h) + jk_2 \sin(k_1 h)\right)} \sin(k_1 z)\tilde{J}_x \tag{8.26}$$

Como $T_m = \varepsilon_r k_2 \cos(k_1 h) + jk_1 \sin(k_1 h)$ e $T_e = k_1 \cos(k_1 h) + jk_2 \sin(k_1 h)$, tem-se finalmente que:

$$\tilde{E}_{z2} = \frac{k_x k_1}{j\omega\varepsilon_0 T_m} \sin(k_1 h) e^{-jk_2(z-h)} \tilde{J}_x$$

$$\tilde{H}_{z2} = \frac{-jk_y}{T_e} \sin(k_1 h) e^{-jk_2(z-h)} \tilde{J}_x$$

$$\tilde{E}_{z1} = \frac{k_x k_2}{\omega\varepsilon_0 T_m} \cos(k_1 z)\tilde{J}_x$$

$$\tilde{H}_{z1} = \frac{-jk_y}{T_e} \sin(k_1 z)\tilde{J}_x$$

Demonstração das Equações 2.34-37

Substituindo a Equação 2.27 na Equação 2.29:

$$E_x = -\frac{1}{j\omega\varepsilon}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{-j\omega\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\right) - \frac{\partial H_z}{\partial y}\right]$$

$$E_x = -\frac{1}{j\omega\varepsilon}\left[\frac{1}{-j\omega\mu}\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{-j\omega\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial H_z}{\partial y}\right]$$

$$E_x = -\frac{1}{\omega^2 \varepsilon\mu}\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{1}{\omega^2 \varepsilon\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) - \frac{j}{\omega\varepsilon}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$\left(1+\frac{1}{\omega^2\varepsilon\mu}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x = \frac{1}{\omega^2\varepsilon\mu}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) - \frac{j}{\omega\varepsilon}\frac{\partial H_z}{\partial y} \tag{8.27}$$

Substituindo $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$ na Equação 8.27:

$$\left(1+\frac{1}{k^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x = \frac{1}{k^2}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) - \frac{j\omega\mu}{k^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$\left(k^2+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) - j\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y} \tag{8.28}$$

Como se assumiu para as equações de onda soluções na forma de ondas planas $e^{(\pm jk_x x \pm jk_y y \pm jk_z z)}$, aplicando a transformada de Fourier na Equação 8.28, tem-se que: $\frac{\partial}{\partial x} \to +jk_x$, $\frac{\partial}{\partial y} \to +jk_y$ e $\frac{\partial}{\partial z} \to +jk_z$. Dessa forma, $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \to (+jk_z)^2 = -k_z^2$. Assim:

$$\left(k^2 - k_z^2\right)\tilde{E}_x = jk_x\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} - j\omega\mu jk_y\tilde{H}_z$$

$$\left(k^2 - k_z^2\right)\tilde{E}_x = jk_x\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} + \omega\mu k_y\tilde{H}_z \tag{8.29}$$

Da Equação 2.15, pode-se dizer que $k_z^2 = k^2 - \beta^2$ e, portanto, $k_z^2 - k^2 = \beta^2$. Substituindo na Equação 8.29:

$$\left(\beta^2\right)\tilde{E}_x = jk_x\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} + \omega\mu k_y\tilde{H}_z$$

$$\tilde{E}_x = j\frac{k_x}{\beta^2}\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} + \frac{\omega\mu k_y}{\beta^2}\tilde{H}_z$$

De maneira análoga é possível demonstrar as Equações 2.35 a 2.37.