

4

Aplicação para o mercado brasileiro

4.1

Dados

Uma aplicação da metodologia de Simulação Histórica Filtrada (SHF) foi realizada, a partir dos preços de opções do mercado brasileiro, como forma de verificar o desempenho do modelo proposto frente aos demais modelos de apreçamento empregados atualmente no mercado.

A amostra utilizada para aplicação do método foi composta pelos preços de fechamento das opções americanas de compra sobre ações da VALE PNA N1 (VALE5), de todas as quartas-feiras do ano de 2010. Como apontado anteriormente, optou-se por trabalhar com as quartas-feiras por ser o dia da semana que, além de possuir poucos feriados no ano em questão, apresenta maior liquidez média das negociações das opções em consideração. As negociações com opções sobre ações da VALE5 no ano de 2010 totalizam 2.171 observações. Para composição da amostra deste estudo optou-se pela utilização apenas de opções cujo total de negócios fosse superior a 10 e respectivo preço superior a R\$0,10, resultando em um total de 1.088 negociações. A realização desse filtro nos dados visa eliminar opções com baixa negociação e liquidez, além daquelas com preço muito baixo no mercado que costumam ser utilizadas para especulação.

A escolha das opções da mineradora Vale para análise empírica do método SHF se deu pelo fato de serem as mais representativas, no que tange ao volume negociado no mercado de opções de compra, conforme destacado no capítulo 2.

Os preços das opções bem como o preço das ações foram extraídos das bases de cotações históricas disponibilizadas no site da BM&FBOVESPA. Utilizou-se a taxa DI para diferentes prazos como base para a taxa de juros livre de risco.

Além disso, considerou-se ainda a taxa média dos proventos nos últimos três anos para a simulação dos retornos diários das ações no período de interesse. Os dados de proventos pagos no período foram extraídos também do site da BM&FBOVESPA.

Para o ajuste dos modelos GJR GARCH foram utilizadas séries de retornos diários com janelas de 800 observações que se encerravam sempre em cada quarta-feira de apuração das opções.

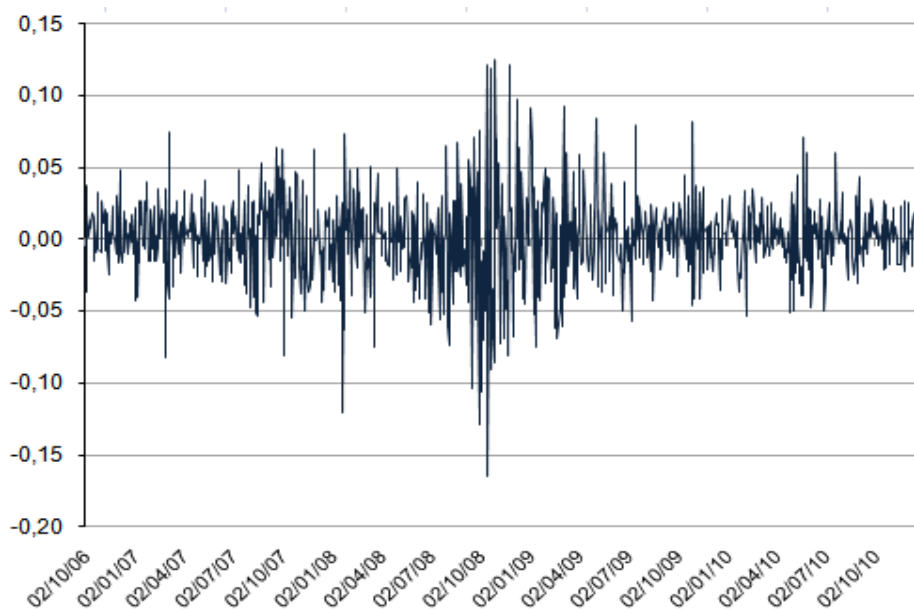


Figura 8: Retornos logarítmicos diários das ações da VALE5 - Outubro de 2006 a Dezembro de 2010.

Fonte: BM&FBOVESPA.

Vale ressaltar que a série dos retornos utilizada contempla o período de grande instabilidade do mercado financeiro em decorrência da crise financeira internacional de 2008/2009. Como se verifica na figura 8, nesse período houve perdas diárias superiores a 15% nos retornos das ações da mineradora.

Em corroboração às evidências empíricas, a série dos retornos acima não apresenta normalidade conforme resultados do teste de Jarque-Bera, apresentado na figura 9. A hipótese nula de normalidade dos dados é fortemente rejeitada em decorrência, fundamentalmente, do excesso de curtose verificado.

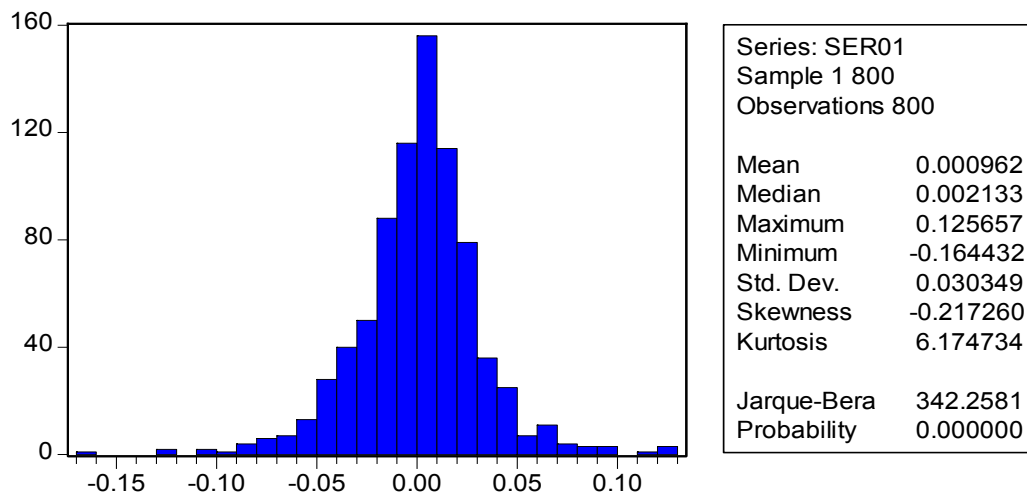


Figura 9: Histograma dos retornos logarítmicos diários das ações da VALE5 - Outubro de 2006 a Dezembro de 2010.

4.2

Ajuste dos retornos com modelo GARCH

Para a avaliação do desempenho do modelo proposto neste trabalho como instrumento para apreçamento de opções no mercado brasileiro, foram repetidos, semanalmente, exercícios de estimação dos preços das opções da VALE no período considerado.

Dessa forma, conforme descrito no capítulo anterior, para inicialização dos parâmetros GARCH-SHF de apreçamento faz-se necessária a estimação de tais modelos nas datas de apreçamento selecionadas. Logo, foram ajustados semanalmente modelos GJR GARCH para séries de retornos diários da VALE5.

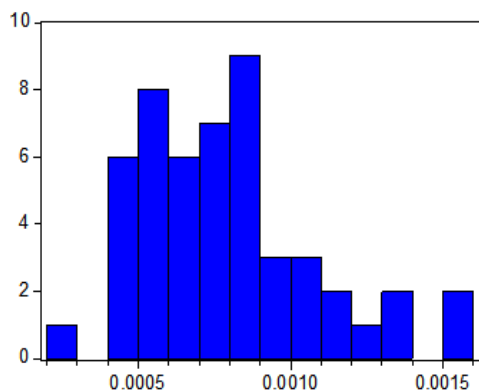
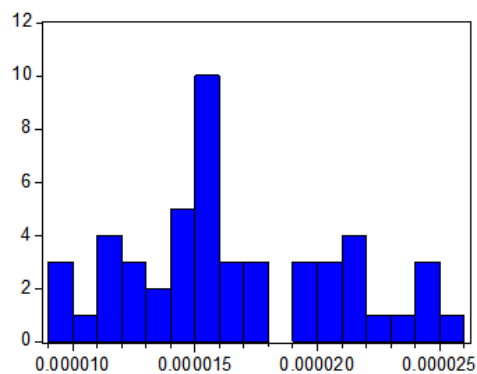
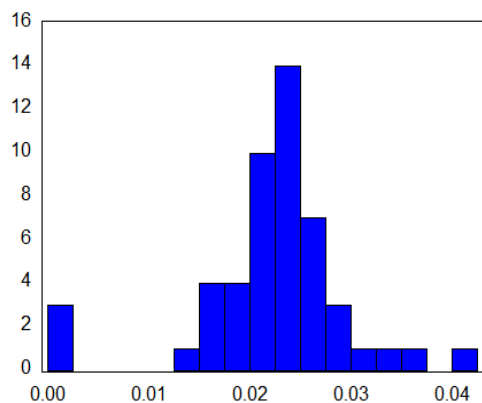
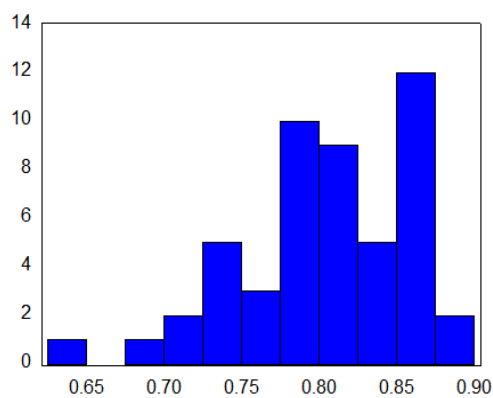
Foram consideradas janelas de 800 retornos para a estimação dos modelos. As séries se encerravam em cada quarta-feira do ano de 2010. Por exemplo, para o apreçamento das opções negociadas na primeira quarta-feira do ano (06/01/2010), foi ajustado um modelo GJR GARCH com a série de retornos que se iniciou em 28/09/2006 e se encerrou em 06/01/2010, na segunda quarta-feira a série se iniciou em 05/10/2006 e se encerrou em 13/01/2010, e assim por diante.

O resultado dessa etapa são estimativas dos parâmetros do modelo para cada um dos 50 modelos estimados no ano de 2010. Os parâmetros estimados nesses períodos foram usados como valores iniciais para a calibração dos parâmetros GARCH-SHF de apreçamento das opções.

Tabela 6: Estatísticas descritivas das estimativas dos parâmetros GJR GARCH.

Parâmetro	Média	DP	Min	Max	CV
μ	0,000794	0,000291	0,000260	0,001591	36,6%
α_0	0,000016	0,000004	0,000009	0,000025	25,0%
α_1	0,022074	0,007505	0,000000	0,041138	34,0%
β	0,806074	0,054960	0,639916	0,877465	6,8%
α_2	0,153776	0,064866	0,073146	0,348450	42,2%

Ao observar a tabela 6 e os histogramas (figs. 10-14) construídos a partir das estimativas semanais dos parâmetros do modelo, ilustrados na eq. (4.24), nota-se que os parâmetros α_0 e parâmetro GARCH (β) foram os que apresentaram menor variabilidade ao longo das semanas. Os parâmetros μ e α_2 (de alavancagem) foram os que apresentam maior variabilidade conforme resultados do coeficiente de variação (CV).

Figura 10: Histograma das estimativas de μ .Figura 11: Histograma das estimativas de α_0 .Figura 12: Histograma das estimativas de α_1 .Figura 13: Histograma das estimativas de β .

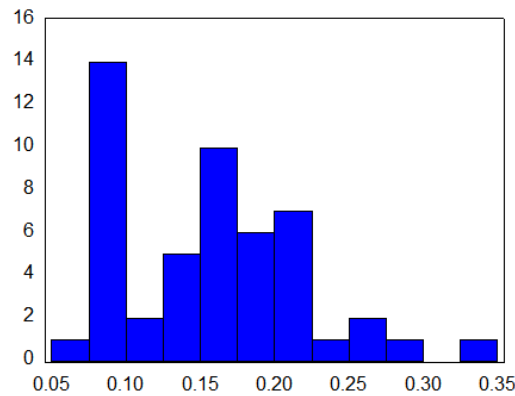


Figura 14: Histograma das estimativas de α_2 .

As inovações obtidas nos modelos estimados são utilizadas para a simulação dos preços das ações τ passos a frente conforme explanação na seção anterior. Dessa forma, diferentemente do adotado em muitos trabalhos empíricos da literatura, as inovações utilizadas nas simulações não serão assumidas como provenientes de uma distribuição normal padronizada, mas sim, de distribuições não paramétricas resultantes das inovações estimadas nos modelos GJR GARCH. As figuras 15 e 16 que se seguem lustram os resultados obtidos em uma dentre as 50 quartas-feiras nas quais ocorreram ajustes de modelos. As ilustrações se referem aos resultados ocorridos na metade do período em estudo, ou seja, início de julho de 2010.

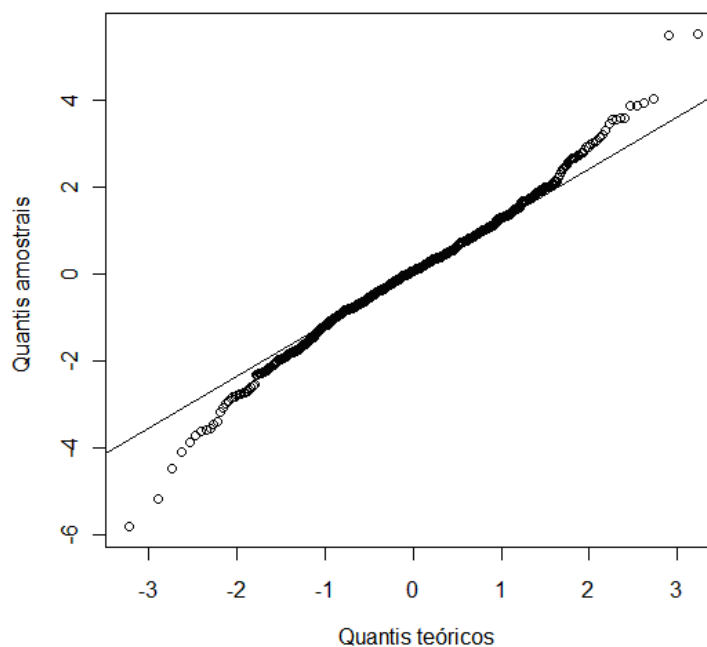


Figura 15: Q-Q plot normal das inovações estimadas em 07/07/2010.

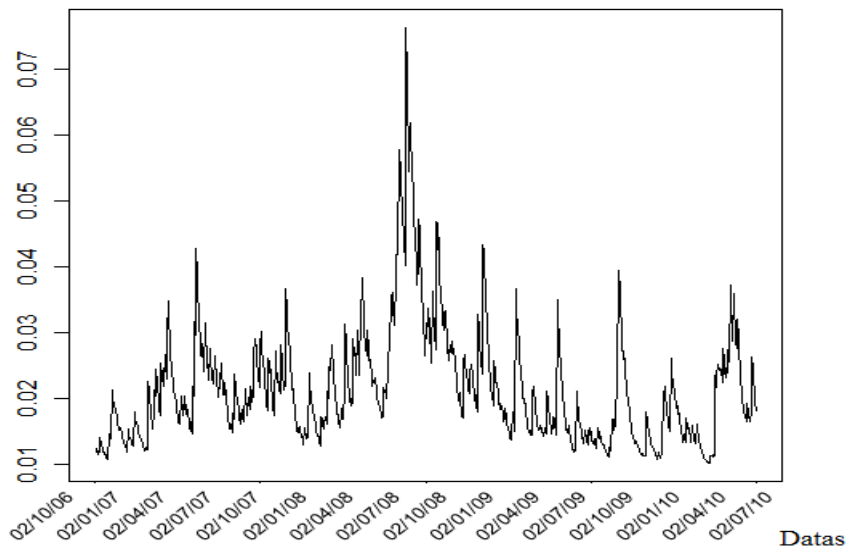


Figura 16: Volatilidades diárias estimadas em 07/07/2010.

A estimação não-paramétrica por *bootstrap* da distribuição dos resíduos permite capturar o excesso de curtose dos retornos que ocorreu na prática, evidenciado na Figura 15, não observado na distribuição normal padronizada.

A volatilidade diária média estimada no período foi de 2% chegando a mais de 7% no período da crise internacional, conforme Figura 16.

4.3

Calibração do modelo GARCH-SHF dentro da amostra

Nessa etapa foram calibrados os modelos de simulação histórica filtrada para o apereçamento das opções negociadas em todas as quartas-feiras do ano de 2010, partindo-se das estimativas dos parâmetros obtidos na etapa anterior.

Os resultados serão comparados aos preços obtidos com o modelo de B&S. Foram testadas três diferentes volatilidades para o cálculo dos preços de B&S: (i) volatilidade histórica dos retornos das ações nos últimos 21 dias (ii) volatilidade EWMA⁹ (Exponentially Weighted Moving Average) estimada na data do apereçamento com janela móvel de 800 retornos (iii) volatilidade GJR GARCH estimada na data de apereçamento com janela móvel de 800 retornos.

⁹ Para estimação da volatilidade pelo método EWMA foi utilizado o valor de 0,94 para o λ conforme recomendações do grupo RiskMetrics.

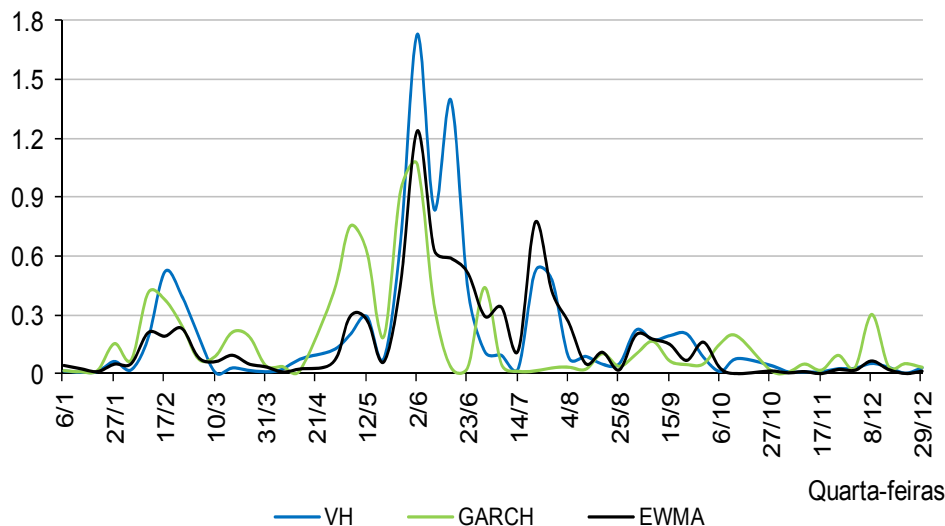


Figura 17: REQM do modelo de Black & Scholes sob diferentes especificações da volatilidade utilizada segundo Quartas-Feiras de apreçamento, 2010.

Os erros obtidos pelas diferentes alternativas do modelo de Black & Scholes, em geral, se mostraram semelhantes ao longo das datas de apreçamento consideradas, como se pode verificar na Figura 17. Os preços obtidos através da volatilidade GARCH se mostraram aparentemente mais próximos dos preços do mercado para momentos de grande volatilidade (mês de junho). No entanto, em média, os erros se mostraram semelhantes. A REQM para todo o período em análise foi menor para o caso da volatilidade EWMA. Nesse último caso, o erro médio com relação às estimativas dos preços de todas as opções negociadas nas quartas-feiras do ano de 2010 chegou a R\$0,40, enquanto que para a volatilidade histórica e GARCH tal erro foi de, respectivamente, R\$0,43 e R\$0,41.

Dessa forma, para efeito de comparações dos resultados a serem obtidos com o modelo de apreçamento GARCH-SHF, optou-se pelo modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA.

Os resultados do modelo GARCH-SHF serão comparados ainda a uma versão paramétrica do mesmo. Ou seja, a versão do modelo cujas inovações utilizadas para simulação dos retornos sejam advindas de uma distribuição normal padrão, o que será chamado de GARCH-NORM.

Tabela 7: Estatísticas descritivas das estimativas dos parâmetros GARCH-SHF calibrados.

Parâmetro	Média	DP	Min	Max	CV
α_0^*	0,000044	0,000031	0,000000	0,000127	69,9%
α_1^*	0,010822	0,036724	0,000000	0,186982	339,3%
β^*	0,302662	0,347035	0,000000	0,975881	114,7%
α_2^*	0,367823	0,289280	0,000000	1,369382	78,6%

Os resultados referentes às estimativas dos parâmetros calibrados semanalmente (tabela 7) apontaram maior variabilidade para todos os parâmetros em questão, quando comparados aos resultados precedentes à calibração. O parâmetro de efeito ARCH (α_1^*), por sua vez, apresentou valores calibrados aproximadamente nulos em grande parte das quartas-feiras analisadas implicando, dessa forma, num alto valor do coeficiente de variação. Por outro lado, o parâmetro de alavancagem (α_2^*) se mostrou mais relevante para a calibração, apresentando em muitos dias, valores de maior magnitude que os verificados nos ajustes do modelo GJR GARCH sobre os retornos. Em uma das quartas-feiras em que se realizou calibração, tal parâmetro chegou a apresentar valor calibrado acima de um, conforme tabela 7. Os histogramas dos parâmetros podem ser consultados nas figuras 24-27.

A tabela 8 ilustra os resultados dos erros (REQM) obtidos dentro da amostra por meio da metodologia adotada (conforme seção 3.4.1).

Vale ressaltar que os modelos de simulação histórica propostos podem ainda ser estimados por meio da minimização de outras medidas de erro de interesse, tal como o MAPE (Mean Absolut Percentage Error). Dessa forma, a calibração dos parâmetros dos modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM seria realizada visando a minimização do MAPE ao invés da REQM. A título de ilustração, os resultados obtidos por meio desta abordagem podem ser consultados no apêndice D.

Tabela 8: REQM dos modelos de apreçamento dentro da amostra segundo *moneyness* e prazo de vencimento, 2010.

<i>Moneyness</i>	Prazo de vencimento		Menor que 30 dias	30 a 59 dias	60 dias ou mais	Total
	Modelo					
Menor que 0,85	B&S			0,498	0,580	0,560
	GARCH-SHF			0,067	0,060	0,062
	GARCH-NORM			0,040	0,042	0,041
	N		-	19	54	73
0,85 - até 1	B&S		0,345	0,466	0,617	0,519
	GARCH-SHF		0,069	0,052	0,068	0,063
	GARCH-NORM		0,056	0,051	0,062	0,057
	N		78	171	186	435
1,00 - até 1.15	B&S		0,201	0,302	0,414	0,292
	GARCH-SHF		0,080	0,102	0,145	0,104
	GARCH-NORM		0,078	0,096	0,139	0,099
	N		138	131	64	333
1,15 ou mais	B&S		0,199	0,228	0,268	0,213
	GARCH-SHF		0,187	0,181	0,198	0,185
	GARCH-NORM		0,188	0,180	0,189	0,185
	N		147	89	11	247
Total	B&S		0,239	0,377	0,565	0,406
	GARCH-SHF		0,133	0,108	0,095	0,114
	GARCH-NORM		0,131	0,106	0,088	0,110
	N		363	410	315	1088

Nota: B&S - Modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA; GARCH-SHF - Modelo GARCH-SHF calibrado com inovações empíricas; GARCH-NORM - Modelo GARCH calibrado com inovações normais.

Observa-se na tabela 8 que as diferenças entre os erros médios dos modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM para as opções como um todo foram pequenas. As maiores diferenças verificadas foram para as opções muito fora do dinheiro ($moneyness < 0,85$). Ainda assim, dentro da amostra, ambos os modelos se mostraram com desempenho superior na estimação do preços da opções quando comparados ao modelo de B&S, no que diz respeito aos erros calculados.

Com relação ao prazo de vencimento das opções, nota-se que os erros médios obtidos para o modelo de B&S se mostraram crescentes a medida que a faixa do prazo de vencimento aumenta. No entanto, o contrário ocorre para o modelo GARCH-SHF bem como para o GARCH-NORM. Nesses casos, os menores erros foram verificados para os maiores prazos de vencimento.

No que se refere ao *moneyness*, nota-se que o modelo de B&S apresentou erros médios decrescentes com a faixa do *moneyness* das opções, enquanto no

caso dos modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM os erros foram maiores para as opções dentro do dinheiro.

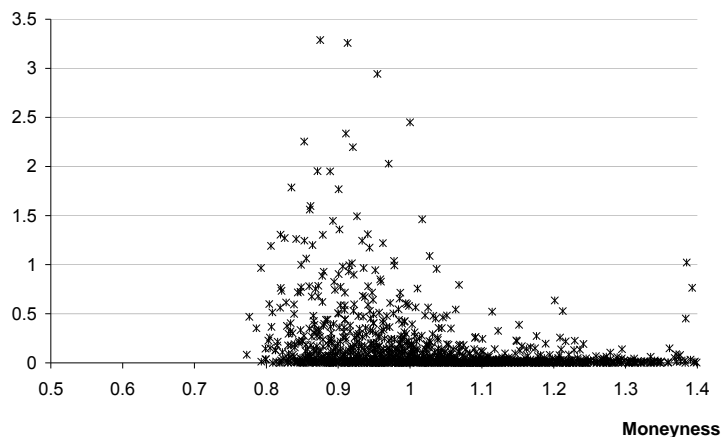


Figura 18: Erros quadráticos do modelo B&S dentro da amostra para cada uma das opções negociadas segundo *moneyness*, 2010.

A figura 18 ilustra bem a deficiência do modelo de Black & Scholes para o apreçamento de opções dentro do dinheiro ($moneyness > 1$), como já apontado pela literatura, chegando a apresentar REQM de magnitude próxima de R\$3,00 em alguns casos. Para opções dentro do dinheiro, nota-se que os erros apresentam menor variabilidade e magnitude. No caso do modelo GARCH-SHF, nota-se na figura 19 que, em geral, os valores da REQM se encontram abaixo de R\$0,2. A variabilidade dos erros é consideravelmente menor do que a do modelo de B&S e o apreçamento apresentou maiores erros para opções dentro do dinheiro ($moneyness > 1$). Os erros verificados para as opções fora do dinheiro se encontram em geral próximos de zero.

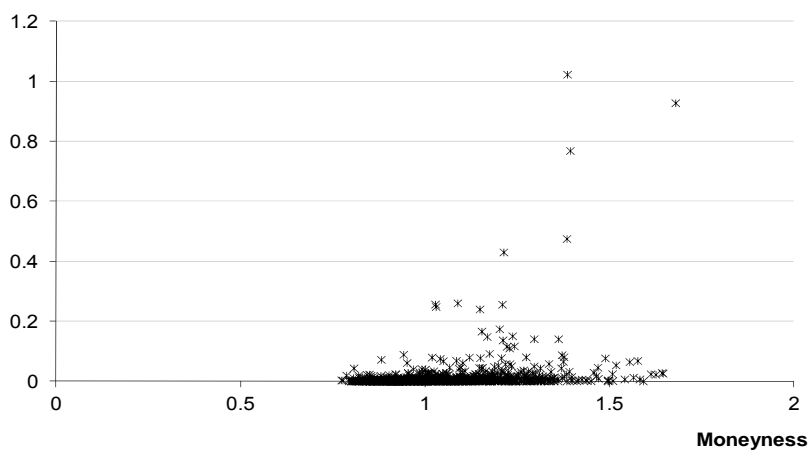


Figura 19: Erros quadráticos do modelo GARCH-SHF dentro da amostra para cada uma das opções negociadas segundo *moneyness*, 2010.

Ao analisar os valores da REQM resultantes dos modelos ao longo das quartas-feiras do ano de 2010, é perceptível a superioridade, dentro da amostra, dos modelos GARCH-SHF com relação ao modelo de B&S, em especial para períodos de maior volatilidade como nos meses de junho e julho. Dessa forma, nota-se que a calibração do modelo foi satisfatória.

Em alguns dias é possível ainda verificar o pequeno descolamento entre os erros dos modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM, conforme figura 20. No entanto, a diferença é ínfima.

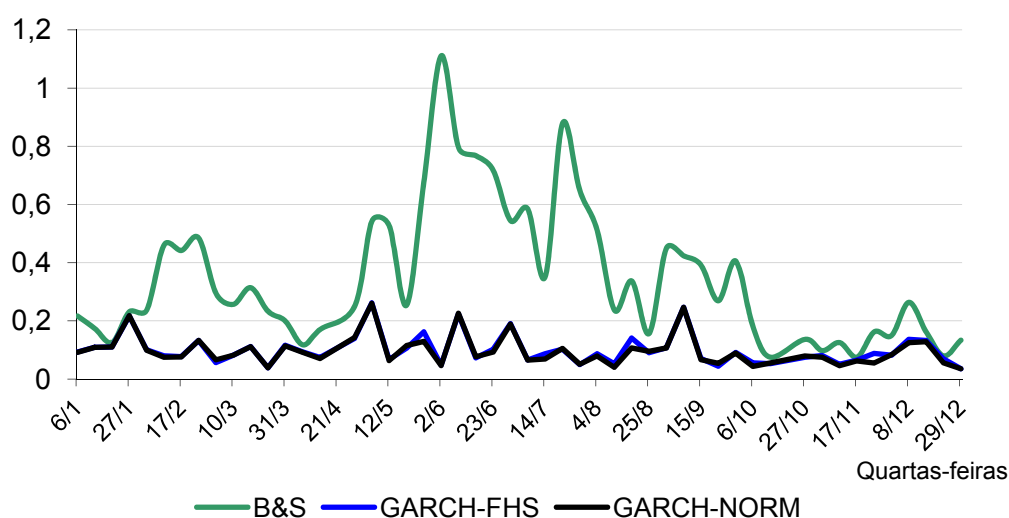


Figura 20: REQM dos modelos de apreçamento, dentro da amostra, segundo Quartas-Feiras de 2010.

Tabela 9: Percentual de super-apreçamento dos modelos avaliados dentro da amostra segundo prazo de vencimento e *moneyness*, 2010.

	B&S	GARCH-SHF	GARCH-NORM
Prazo de vencimento			
Menor que 30 dias	62,8%	62,5%	54,5%
30 a 59 dias	75,6%	58,0%	45,9%
60 dias ou mais	83,8%	55,9%	59,0%
<i>Moneyness</i>			
Menor que 0,85	100,0%	72,6%	58,9%
0,85 até 1	87,6%	57,0%	51,7%
1 até 1,15	62,2%	51,6%	45,3%
1,15 ou mais	57,1%	68,0%	61,9%
Total	73,6%	58,9%	52,6%

Nota: B&S - Modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA; GARCH-SHF - Modelo GARCH-SHF calibrado com inovações empíricas; GARCH-NORM - Modelo GARCH calibrado com inovações normais.

Conforme tabela 9, ao analisar o percentual de super-apreçamento dos modelos testados com relação ao preço de mercados das opções, nota-se que a proporção de opções super-apreçadas pelo modelo de B&S se mostrou acima de 50% para todas as faixas do prazo de vencimento, havendo crescimento dessa proporção para as opções com maior prazo de vencimento. Os modelos GARCH apresentaram super-apreçamento mais homogêneo ao longo das faixas do prazo de vencimento cujas proporções foram mais próximas de 50% quando comparadas àquelas resultantes do modelo de B&S.

No que se refere ao *moneyness*, no período da amostra de opções utilizada, o modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA resultou no super-apreçamento de todas as opções cujo *moneyness* fosse inferior a 0,85 (muito fora do dinheiro). Esse resultado é decorrente da volatilidade escolhida para a estimação do modelo de B&S, já que ao utilizar a volatilidade histórica ou Garch, verificou-se que tal percentual sofreria uma queda em mais de 20%. Já o modelo GARCH-SHF apresentou maior super-apreçamento nos casos das opções muito fora e muito dentro do dinheiro enquanto nas demais faixas de *moneyness* o percentual de super-apreçamento se mostrou mais próximo de 50%.

O modelo GARCH-NORM, para a amostra como um todo, foi o que apresentou maior equilíbrio entre o super e o sub-apreçamento das opções utilizadas.

4.4

Resultados fora da amostra

Além dos resultados obtidos dentro da amostra, é de interesse ainda a análise do desempenho do modelo proposto para dados fora da amostra. Dessa forma, foram utilizadas as estimativas dos parâmetros de apreçamento, dentro da amostra, de cada quarta-feira para o apreçamento das opções da próxima semana. Os preços de Black & Scholes fora da amostra são obtidos com os parâmetros observados na quarta-feira antecedente a que terá os preços previstos.

Vale ressaltar que foram retiradas¹⁰ da amostra as quartas-feiras cuja semana anterior não houve calibração do modelo por se tratar de feriado.

¹⁰ As quartas-feiras retiradas da amostra se referem aos dias 06/01/2010, 28/04/2010 e 27/10/2010.

Na tabela 10 encontram-se os erros obtidos para os diferentes modelos segundo faixa de *moneyness* e prazo de vencimento da opção.

Tabela 10: REQM dos modelos de apreçamento fora da amostra segundo *moneyness* e prazo de vencimento, 2010.

<i>Moneyness</i>	Prazo de vencimento		Menor que 30 dias	30 a 59 dias	60 dias ou mais	Total
	Modelo					
Menor que 0,85	B&S			0,871	0,928	0,913
	GARCH-SHF			0,500	0,494	0,496
	GARCH-NORM			0,493	0,492	0,492
	N		-	18	49	67
0,85 - até 1	B&S		0,906	0,894	0,909	0,903
	GARCH-SHF		0,920	0,780	0,763	0,799
	GARCH-NORM		0,908	0,783	0,777	0,804
	N		72	159	178	409
1,00 - até 1,15	B&S		1,351	1,434	1,418	1,397
	GARCH-SHF		1,341	1,450	1,450	1,406
	GARCH-NORM		1,343	1,457	1,459	1,411
	N		129	122	60	311
1,15 ou mais	B&S		1,689	1,747	1,865	1,718
	GARCH-SHF		1,649	1,732	1,858	1,689
	GARCH-NORM		1,648	1,737	1,886	1,692
	N		136	80	11	227
Total	B&S		1,423	1,295	1,081	1,282
	GARCH-SHF		1,402	1,256	0,969	1,232
	GARCH-NORM		1,401	1,260	0,980	1,236
	N		337	379	298	1.014

Nota: B&S - Modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA; GARCH-SHF - Modelo GARCH-SHF calibrado com inovações empíricas; GARCH-NORM - Modelo GARCH calibrado com inovações normais.

Conforme esperado, os erros de todos os modelos são superiores aos observados dentro da amostra. No entanto, diferentemente dos resultados obtidos dentro da amostra, o desempenho dos modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM foi similar ao de B&S havendo diferenças apenas para opções fora do dinheiro com maturidade acima de 30 dias, onde ambos os modelos GARCH-SHF e GARCH-NORM se mostraram superiores (com menores erros) ao modelo de B&S.

Com relação às diferenças entre os modelos GARCH-SHF (alimentado com inovações empíricas) e GARCH-NORM (alimentado com inovações normais), nota-se que o resultado foi similar ao verificado dentro da amostra. Ou

seja, ambos apresentaram erros aproximadamente iguais independentemente da maturidade ou *moneyness* da opção.

No que diz respeito aos erros observados a cada quarta-feira, apesar dos modelos apresentarem desempenho aproximadamente igual fora da amostra, é possível notar alguns períodos em que o erro do modelo de B&S se descola dos demais modelos de forma ascendente. Os maiores descolamentos verificados se encontram nos meses de maior volatilidade (junho e julho do ano de 2010), como se pode verificar na Figura 21.

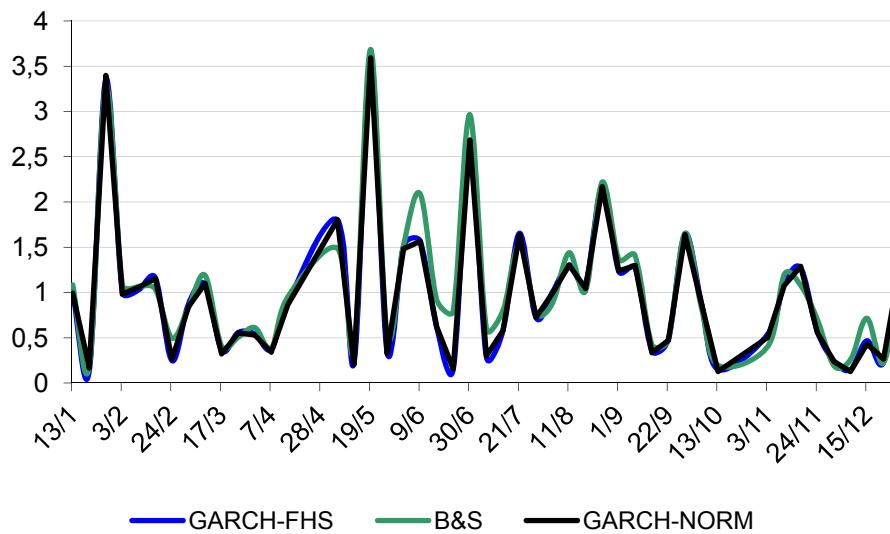


Figura 21: REQM dos modelos de apreçamento, fora da amostra, segundo Quartas-Feiras de 2010.

A Figura 22 ilustra a diferença da raiz dos erros quadráticos médios obtidos para todas as opções previstas pelos modelos de B&S e GARCH-SHF. Nota-se que para as opções muito fora do dinheiro, os erros de maior magnitude se referem ao modelo de B&S.

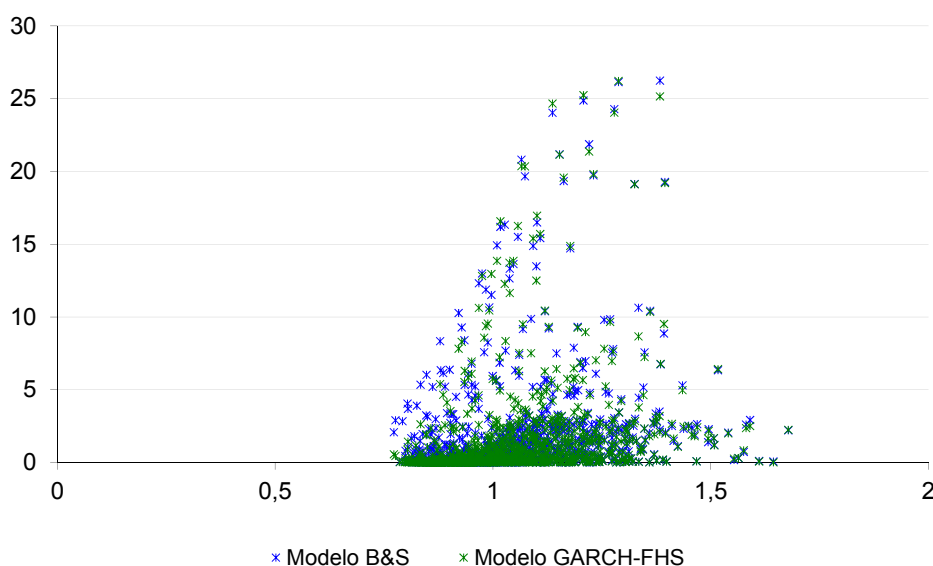


Figura 22: Erros quadráticos fora da amostra para cada uma das opções negociadas segundo *moneyness* e modelo avaliado, 2010.

Tabela 11: Percentual de super-apreçamento dos modelos avaliados fora da amostra segundo prazo de vencimento e *moneyness*, 2010.

	B&S	GARCH-SHF	GARCH-NORM
Prazo de vencimento			
Menor que 30 dias	38,6%	40,7%	39,8%
30 a 59 dias	56,7%	48,3%	45,9%
60 dias ou mais	68,5%	50,0%	50,3%
<i>Moneyness</i>			
Menor que 0,85	95,5%	82,1%	80,6%
0,85 até 1	74,3%	56,2%	53,3%
1 até 1,15	37,0%	37,9%	38,3%
1,15 ou mais	29,1%	29,1%	29,5%
Total	54,1%	46,3%	45,2%

Nota: B&S - Modelo de B&S alimentado com a volatilidade EWMA; GARCH-SHF - Modelo GARCH-SHF calibrado com inovações empíricas; GARCH-NORM - Modelo GARCH calibrado com inovações normais.

No caso dos resultados fora da amostra, a tendência com base em toda a amostra utilizada foi de equilíbrio entre o super e o sub-apreçamento das opções ilustradas na tabela 11. Houve super-apreçamento especialmente para as opções muito fora do dinheiro (*moneyness* abaixo de 0,85) onde foram observadas proporções de super-avaliação das opções acima de 80% para todos os modelos. Nesse ponto, o modelo de B&S se mostrou mais crítico com proporção de super-apreçamento próximo de 95%.

Com relação à maturidade, todos os modelos apresentaram proporções de super-apreçamento crescentes com a faixa de maturidade das opções. No entanto, com exceção das opções com maturidade menor que 30 dias, o modelo de B&S apresentou percentuais mais elevados de super-apreçamento quando comparado aos demais modelos.