

3

Método de Alocação de Custos Nodal Min-Max

Neste capítulo será apresentado o algoritmo de alocação de custos baseado no método Nodal (apresentado no Capítulo 2) e na técnica de otimização min-max. O capítulo está dividido em três seções: a primeira apresenta a técnica de otimização min-max, e de que forma seus resultados e características permitem que o objetivo do trabalho seja alcançado; a segunda apresenta as modificações feitas no método Nodal para que pudesse ser incorporada a técnica min-max; e a terceira apresenta o algoritmo, que agrega as duas metodologias, construído em torno de um problema de otimização, dando origem ao método Nodal Min-Max proposto.

3.1

Otimização Min-Max

A técnica min-max de otimização é utilizada em [10] e [11] para o desenvolvimento de um algoritmo de alocação de custos, se mostrando eficiente na redução da dispersão entre as tarifas. No contexto de desenvolvimento desta dissertação, o critério de otimização da técnica min-max equivale à minimização do supremo de um conjunto de valores. Tendo como foco o problema de alocação de custos, o conjunto de valores em questão é um grupo de tarifas, e, portanto, um conjunto limitado, com número finito de elementos, composto por números reais. Para este caso, o supremo corresponde à tarifa de maior valor dentro do conjunto. Assim, a abordagem min-max, aplicada ao problema de tarifação, pode ser vista como um processo de otimização que prioriza o usuário que recebe a maior tarifa.

Como todo o contexto se trata de um problema de alocação de custos pelo uso da transmissão, em que o total de custos pago pelos usuários do sistema deve ser sempre mantido, a minimização de uma tarifa implica em incrementos nas demais. Deste fato, o efeito direto da aplicação da otimização min-max consiste na redução de dispersão. Assim, a abordagem min-max se mostra altamente

adequada para fornecer os objetivos deste trabalho em relação ao comportamento das tarifas.

Partindo do princípio de que a minimização deve ser oferecida a todas as tarifas, e não apenas para o máximo do conjunto de tarifas, é relevante relacionar a técnica min-max com o conceito de solução Pareto ótima. De forma geral, dado um problema multiobjetivo, uma solução é dita Pareto ótima se não há outra solução viável capaz de melhorar um determinado objetivo, sem piorar um ou mais dos objetivos restantes. Para exemplificar o conceito apresentado, será utilizado um exemplo de um problema de alocação presente em [20]. Seja t o estoque total de um determinado recurso, ele deve ser alocado para dois agentes ($i \in \{1,2\}$). Também são definidas $u_i(x_i)$ como a vantagem do agente i em receber a alocação x_i , e $F(t)$ como o conjunto de soluções viáveis para a maximização das vantagens u_1 e u_2 .

$$F(t) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+^n | x_1 + x_2 \leq t, x_1, x_2 \geq 0\} \quad (3.1)$$

A solução deste problema é dita Pareto ótima se não há outra alocação viável (x'_1, x'_2) que seja capaz de atender (3.2).

$$u_i(x'_i) \geq u_i(x_i), \quad i \in \{1,2\} \quad (3.2)$$

Dado o conceito da otimalidade de Pareto, é visto que a minimização do máximo do conjunto de tarifas não garante a solução Pareto ótima para todas as tarifas do sistema. Primeiramente porque a minimização de apenas uma tarifa é incluída como objetivo. Como segunda justificativa, não é possível garantir a inexistência de outra solução capaz de manter o resultado otimizado da maior tarifa e ainda minimizar uma ou mais tarifas restantes.

A alternativa adotada neste trabalho para que se possa obter a solução Pareto ótima do problema de tarifação, é realizar um processo iterativo, no qual a cada iteração é definida a maior tarifa não otimizada para ser minimizada, conforme é feito em [11]. Além disso, para garantir a solução Pareto ótima ao longo das iterações, é inserida a restrição que fixa as tarifas otimizadas em seus valores minimizados, ou seja, não são permitidos incrementos nas iterações seguintes. Esta limitação consiste na restrição do método min-max. O processo é repetido até que todas as tarifas tenham sido otimizadas.

Além da otimalidade de Pareto, a abordagem min-max também pode ser analisada a cerca da robustez de sua solução ótima. A abordagem da otimização min-max é utilizada como base no desenvolvimento de métodos de otimização robusta, como mostrado em [21]. Embora em contextos diferentes, nestes métodos é explorada a minimização do pior caso, conforme é feito com a otimização das tarifas deste trabalho. Assim, pode-se dizer que a técnica min-max oferece uma solução robusta. Este fato é altamente desejável uma vez que possibilita a obtenção de tarifas ótimas que terão como característica maior estabilidade, o que contribui para redução de volatilidade das tarifas com modificações do sistema.

Para exemplificar a otimização min-max apresentada, será utilizado um conjunto de três tarifas. É importante destacar que se supõe que a otimização min-max está inserida no contexto do problema de alocação, e desta forma os resultados estão sujeitos às restrições pertinentes a alocação de custos (como restrições de atendimento de demanda, por exemplo) além da restrição que rege a otimização min-max.

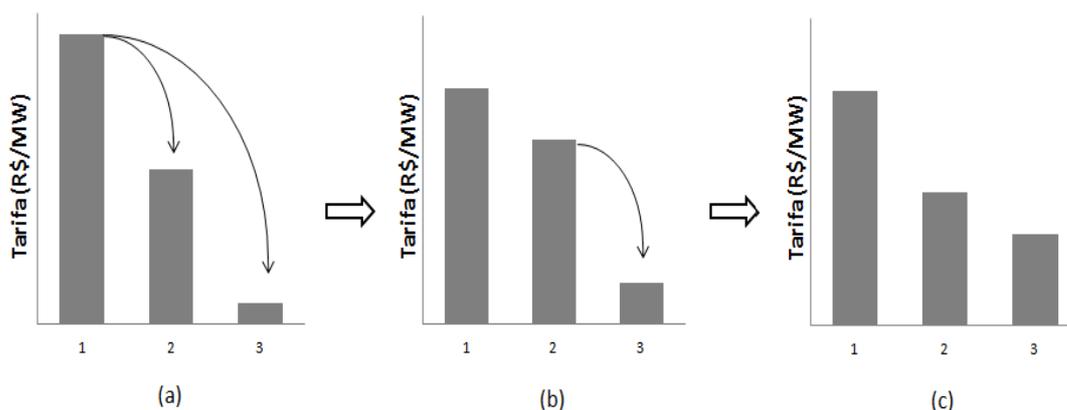


Figura 3.1 - Otimização Min-max aplicada a um conjunto de 3 tarifas

A Figura 3.1 (a), (b) e (c) apresenta as iterações do processo de otimização min-max para um conjunto de três tarifas. Para a primeira iteração (Figura 3.1(a)), a tarifa 1 possui prioridade em minimizar seu valor, uma vez que é a maior do conjunto, provocando incremento nas tarifas 2 e 3. A tarifa 1 otimizada é fixada e não receberá incrementos nas próximas iterações. Na segunda iteração (Figura 3.1(b)) a prioridade de minimização pertence à tarifa 2, já que é a de maior valor entre as tarifas 2 e 3. De acordo com a restrição da técnica min-max, apenas a tarifa 3 pode receber o incremento proveniente da minimização da tarifa 2. Assim como na iteração anterior, o valor otimizado da tarifa 2 é fixado e não pode

receber novos incrementos. Assim, a Figura 3.1(c) apresenta o resultado final da otimização, uma vez que a minimização da tarifa 3 só seria possível com incrementos nas tarifas 1 e 2, violando as restrições do problema de otimização.

Observa-se também através do exemplo apresentado que a utilização da técnica min-max se mostra eficiente na redução do pico (tarifa 1) dentro de um grupo de elementos, acusando eficiência na redução de dispersão. Esta eficiência aliada à estabilidade fornecida pela robustez da solução da otimização são altamente desejadas para atingir os objetivos discutidos no Capítulo 1 deste trabalho. Assim, a otimização min-max é escolhida para ser incorporada a metodologia Nodal de alocação de custos, criando um algoritmo de tarifação dos usuários do sistema de transmissão. O algoritmo é formulado tendo como inspiração a aplicação da técnica min-max em [10] e [11], e apresentado em detalhes na Seção 3.3.

3.2

Método Nodal Modificado

O método Nodal Modificado proposto nesta seção consiste no método Nodal original aliado a consideração de trocas de potência entre geradores e cargas na formulação das tarifas. Para isso, será necessário alterar a formulação das parcelas locacionais definidas em (2.59) e (2.60).

Tendo como inspiração a metodologia EBE apresentada no Capítulo 2 (Seção 2.4), é proposta uma nova variável α_{ij} correspondente ao percentual da potência produzida pelo gerador i que irá atender à demanda j . O conceito que define a variável α_{ij} é análogo ao conceito que define o termo GD_{ij} , apresentado em (2.53) para a formulação das tarifas alocadas pelo método EBE. A diferença entre o método EBE e o método proposto neste capítulo, está na forma como os termos α_{ij} e GD_{ij} são determinados. O valor de GD_{ij} , no método EBE, é arbitrado, sendo definida como premissa do método uma regra que determina a potência de cada gerador que irá alimentar cada demanda. Neste trabalho, o termo α_{ij} será determinado pelo algoritmo de tarifação, e inserido no processo de otimização como variável de decisão.

Assim, dado o processo iterativo característico da técnica min-max (definida na seção anterior), a cada iteração o usuário que possui prioridade em minimizar

sua tarifa, ganha a prioridade de definir, antes dos demais usuários, valores de α_{ij} decisivos para proporcionar a melhor tarifa para si. Ressalta-se que os valores do conjunto $\{\alpha_{ij} | i \in \Omega_G, j \in \Omega_D\}$ não são obtidos em definitivo na primeira iteração do processo. A cada iteração o conjunto citado é redefinido pelo problema de otimização, entretanto os valores necessários para a manutenção das tarifas já otimizadas têm a garantia de serem mantidos devido à existência da restrição característica da técnica min-max. Os demais valores de α_{ij} ficam livres para serem modificados a cada iteração, minimizando a tarifa em prioridade, desde que sejam respeitadas as restrições do problema. Desta forma, os valores finais de α_{ij} só são conhecidos na última iteração do processo.

Uma vez que são consideradas trocas de potência entre geradores e demandas, deve ser incorporada a idéia de injeção e extração de potência para cada par ij . Esta mudança recai diretamente sobre a forma como os elementos da matriz de sensibilidade β [4] devem ser inseridos na formulação da tarifa para geradores e demandas. Isto porque β é dependente da variação infinitesimal de injeções de potência nas barras. A formulação presente em (2.59) e (2.60) leva em conta apenas a injeção de potência em uma barra em análise, desconsiderando sua extração em uma segunda barra. Assim, é utilizado o mesmo raciocínio de definição do parâmetro γ_{ijk} em (2.49) no método EBE para considerar injeção e extração de potência na formulação da tarifa. As novas formulações para as parcelas locacionais de geradores e cargas são apresentadas em (3.3) e (3.4), respectivamente.

$$\pi_{Gi}^L = \sum_{\ell \in \Omega_\ell} \frac{c_\ell}{2} F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} \alpha_{ij} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \right] \quad (3.3)$$

$$\pi_{Dj}^L = - \sum_{\ell \in \Omega_\ell} \frac{c_\ell}{2} F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} \alpha_{ij} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \right] \quad (3.4)$$

O novo somatório em $j \in \Omega_D$ é utilizado em (3.3) para que se possa considerar, para um gerador i , trocas de potência com todas as cargas do sistema. De maneira análoga, o somatório em $i \in \Omega_G$ presente em (3.4) permite considerar trocas de potência de cada carga j com todos os geradores do sistema. Destaca-se

também que os termos $\alpha_{ij}(\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j})$ e $\alpha_{ij}(\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i})$ garantem que para cada par ij será contabilizada a sensibilidade da linha ℓ apenas para o montante de potência efetivamente trocado entre gerador e carga (percentual α_{ij} de P_{Gi}).

No caso da tarifa locacional para demandas, conforme em (2.60), a troca entre o par ij na formulação proposta em (3.4) é vista como uma injeção negativa de potência na barra j e uma extração negativa de potência na barra i . Essa consideração justifica o termo do novo somatório em (3.4) na forma $(\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i})$.

Assim como no método Nodal original, as tarifas locacionais não são capazes de recuperar o custo total do sistema de transmissão. Desta forma a determinação das tarifas finais para cada usuário é feita através do cálculo da parcela selo conforme (2.69) e (2.70), utilizando as tarifas locacionais definidas em (3.3) e (3.4). A tarifa final é dada pela soma da tarifa locacional com a parcela selo da mesma forma que em (2.61) e (2.62). Dado que as parcelas selo e tarifas finais dependem da tarifa locacional, o processo de otimização minimiza apenas as tarifas locacionais. Desta forma, as parcelas selo e tarifas finais são obtidas após o término da otimização das tarifas locacionais de todos os usuários, conforme é apresentado na seção seguinte.

É relevante observar que, diferentemente do método Nodal original, as tarifas locacionais fornecidas por (3.3) e (3.4) para geradores e cargas podem ser diferentes no caso em que $i = j$, ou seja, no caso de existir um gerador e uma carga instalados mesma barra. Isto ocorre devido às premissas assumidas para o método Nodal Modificado proposto anteriormente. Uma alternativa para que se pudessem obter tarifas nodais, conforme no método Nodal original, consiste em considerar injeções equivalentes de potência (potência demandada subtraída da potência gerada) em cada barra. Entretanto esta alternativa não é adotada, pois se deseja criar maior número de pares ij , e com isso promover maiores alternativas para a minimização das tarifas. Para exemplificar este raciocínio será utilizado o sistema de 4 barras apresentado na Figura 3.2.

Primeiramente supõe-se que o gerador localizado na barra 1 seja o que recebe a primeira prioridade de minimização, ou seja, sua tarifa é otimizada na primeira iteração. Então são analisadas duas alternativas: considerar potência líquida obtendo apenas um usuário por barra (Figura 3.3(a)); ou considerar geradores e cargas em cada uma das barras (Figura 3.3(b)).

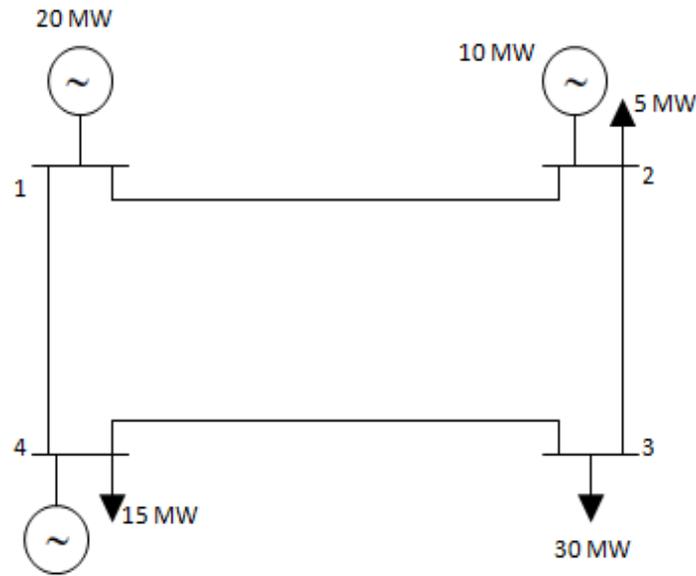


Figura 3.2 - Sistema de 4 barras.

A Figura 3.3(a) mostra que o gerador 1 possui apenas a opção de alimentar a demanda localizada na barra 3, não havendo vantagem na prioridade de minimização recebida, já que todos os geradores possuem a mesma opção de alimentar a demanda 3. Neste caso a técnica min-max de otimização não será aplicada como desejado.

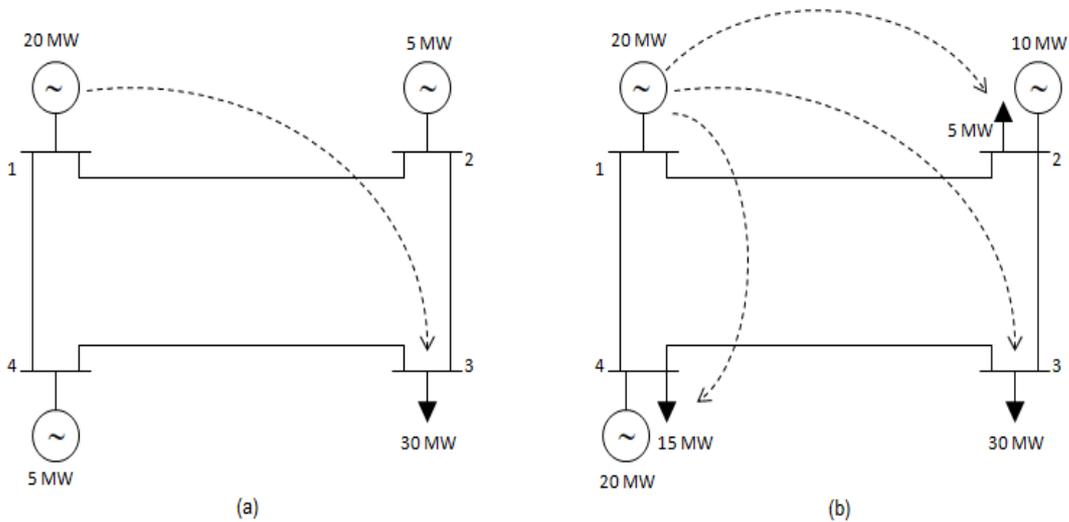


Figura 3.3 - (a) Sistema de 4 barras com potências líquidas nas barras. (b) Sistema de 4 barras com geradores e demandas.

Já na Figura 3.3(b), o gerador 1 possui a opção de escolher entre as três demandas do sistema aquela(s) que proporcionará(ão) a melhor tarifa. Este é o quadro esperado para aplicação do algoritmo proposto neste trabalho para qualquer sistema em estudo. Com isso, é intuitivo concluir que a tarifa obtida para

o gerador 1 é inferior no sistema da Figura 3.3(b) em comparação ao sistema da Figura 3.3(a). Assim, ao final do método de alocação o objetivo de redução de dispersão entre as tarifas é mais eficaz.

Muito embora, a existência de tarifas literalmente nodais tenha sido perdida com a modificação proposta para o método, outras características do método Nodal original, como influência locacional, se mantém para o método proposto. Entretanto estes conceitos ganham uma nova interpretação, e devem estar diretamente relacionados a outros pontos como o sinal da potência injetada pelo usuário do sistema, e as trocas de potência realizadas. Dada a modificação realizada nas tarifas locacionais em (3.3) e (3.4), pode-se dizer que a tarifa de um usuário reflete a variação de custos no sistema devido às trocas de potência das quais ele participa.

Assim, o aspecto locacional pode ser interpretado da seguinte forma: dependendo da localização do usuário em questão na rede, e se o mesmo se trata de um gerador ou demanda, as trocas de potência realizadas são diferentes, e naturalmente provocam variações diferentes no custo do sistema, sendo esta diferença refletida nas tarifas. Por este motivo, geradores e demandas localizados na mesma barra podem possuir tarifas distintas.

No Capítulo 4 o assunto será discutido novamente com base nos resultados apresentados para os diferentes sistemas em teste.

3.3

Modelagem do Método de Alocação de Custos Nodal Min-Max

Esta seção apresenta o algoritmo que une a técnica de otimização min-max ao método Nodal modificado, dando origem ao método Nodal Min-Max de alocação de custos pelo uso do sistema de transmissão.

Conforme dito na Seção 3.1, a otimização min-max aplicada ao problema de alocação de custos consiste em um processo iterativo, onde a cada iteração é determinado um valor de tarifa ótima. Tendo esta informação como base, serão apresentadas nas subseções a seguir as premissas do algoritmo de alocação de custos proposto, a função objetivo e restrições do problema de otimização, e, por fim, o algoritmo completo com informações adicionais.

3.3.1 Premissas

As premissas adotadas para método de alocação proposto podem ser divididas em dois grupos: premissas relacionadas ao controle das iterações, e premissa relacionada à solução inicial.

É assumido que o processo iterativo característico da otimização min-max é totalmente controlado por quatro conjuntos que são atualizados em cada iteração. No geral, os conjuntos revelam quais usuários do sistema receberam ou não uma tarifa otimizada. Estas informações sinalizam ao algoritmo o fim do processo iterativo, além de permitir a aplicação adequada das restrições relacionadas à técnica min-max. A forma como os conjuntos são utilizados no processo de otimização, e a forma como são atualizados são apresentadas nas Subseções 3.3.2 e 3.3.3. Cada um dos conjuntos e suas definições são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Descrição dos conjuntos que controlam o método de otimização min-max

| CONJUNTO | DESCRIÇÃO |
|----------|--|
| G_k | Conjunto das barras de geradores que não receberam tarifa otimizada até a iteração k . |
| D_k | Conjunto das barras de demandas que não receberam tarifa otimizada até a iteração k . |
| M_{Gk} | Conjunto das barras de geradores que receberam tarifa otimizada até a iteração k . |
| M_{Dk} | Conjunto das barras de demandas que receberam tarifa otimizada até a iteração k . |

Dado que cada usuário só recebe um valor de tarifa otimizada uma única vez, as relações (3.5)-(3.8) se mantêm válidas a cada iteração k .

$$G_k \cup M_{Gk} = \Omega_G \quad (3.5)$$

$$G_k \cap M_{Gk} = \{\emptyset\} \quad (3.6)$$

$$D_k \cup M_{Dk} = \Omega_D \quad (3.7)$$

$$D_k \cap M_{Dk} = \{\emptyset\} \quad (3.8)$$

A segunda premissa diz respeito ao fornecimento de uma solução inicial ao problema de otimização da técnica min-max. A existência de uma solução inicial implica em fornecer ao problema um conjunto de tarifas não otimizadas, a partir do qual será aplicado o processo de otimização. Desta forma é definido previamente, e não pelo próprio modelo de otimização, o usuário a ter a prioridade de minimização a cada iteração. Destaca-se que para tanto seria necessário obter *a priori* um resultado de alocação de custos. Esta opção claramente gera um método que além requerer maior esforço computacional, não se mostra auto-suficiente na alocação das tarifas. Estas características não são desejadas para a metodologia proposta neste trabalho, além de ser de interesse propor um método que tendo as informações do sistema seja capaz de identificar o(s) usuário(s) em pior situação e que deve(m) receber a prioridade de minimização das tarifas. Assim, o método proposto será modelado, para não receber solução inicial, e desta forma ser genérico e auto-suficiente, conforme é feito em [11].

O método proposto é capaz de identificar a tarifa otimizada (maior tarifa) através da forma como são definidas a função objetivo e algumas restrições diretamente ligadas a ela. Além disso, é definida uma forma eficaz e eficiente para revelar os usuários que receberam prioridade na minimização, e aos quais deve ser atribuída a tarifa otimizada. Todas estas características são apresentadas e desenvolvidas nas próximas subseções desta seção.

3.3.2 Função Objetivo

Conforme dito na subseção anterior, deseja-se formular o método proposto de maneira a não ser necessário saber *a priori* qual usuário terá sua tarifa otimizada em cada iteração. Para isto, utiliza-se uma variável auxiliar $z_k \in \mathbb{R}$ que assume o papel da função objetivo no problema de minimização contido em cada iteração k [11]. O objetivo é fazer com que a solução ótima z_k^* da função objetivo assuma o valor da maior tarifa, ou seja, z_k^* deve fornecer diretamente o resultado da otimização da tarifa correspondente ao usuário em pior situação no sistema. Para tal, z_k deve ter como limite inferior todas as tarifas participantes do problema de otimização. Conforme citado anteriormente, apenas as tarifas locais participam do processo de otimização. Assim, são inseridas restrições que

estabelecem as formulações (3.3) e (3.4), correspondentes às tarifas locais, como limitantes inferiores de z_k . Desta forma, o problema de otimização, através da determinação das variáveis de decisão $\{\alpha_{ij} | i \in \Omega_G, j \in \Omega_D\}$, é capaz de saber dentre as tarifas de todos os usuários aquela(s) que assume(m) maior valor, e minimizá-la(s) respeitando as demais restrições do problema de otimização. A formulação detalhada de todas as restrições será apresentada na Subseção 3.3.3.

Para ilustrar o efeito desta modelagem da função objetivo, é apresentado na Figura 3.4 uma simulação de um resultado final de otimização em uma iteração k na qual participam cinco tarifas. Na Figura 3.4 fica claro como o estabelecimento de todas as tarifas como limites inferiores de z_k acarreta na obtenção do valor otimizado desejado.

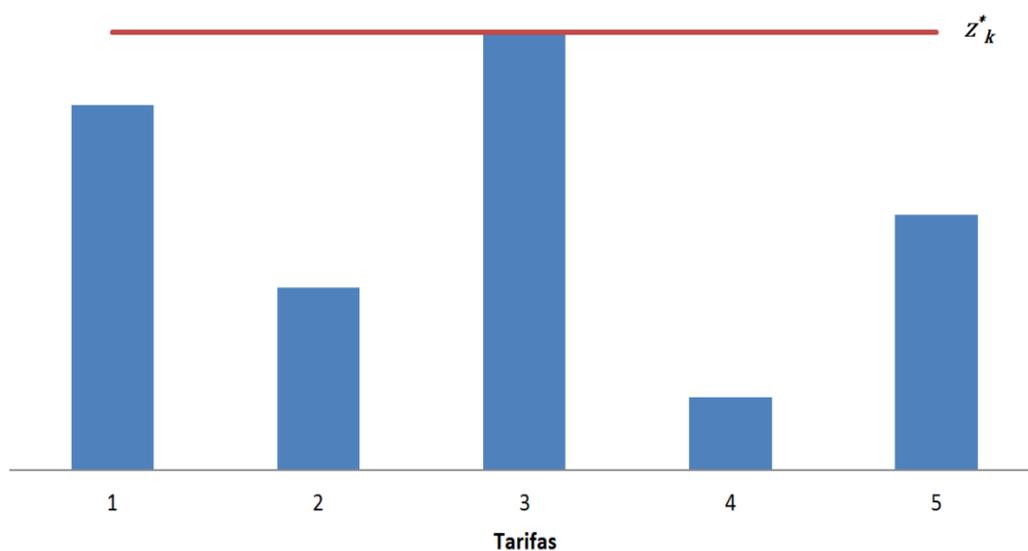


Figura 3.4 - Exemplo de resultado da otimização

É relevante citar que da forma que é modelada a função objetivo, mais de um usuário pode receber prioridade de minimização e receber a tarifa ótima z_k^* em uma única iteração k . Neste caso mais de uma tarifa (de valores iguais) limita a função objetivo z_k . A forma utilizada para identificar os usuários que devem receber a tarifa ótima é discutida na Seção 3.3.4.

3.3.3 Restrições

As restrições do problema de otimização inserido no método de alocação de custos podem ser divididas em três grupos: restrições referentes às variáveis de decisão; restrições referentes à técnica min-max; e restrições de balanço de potência.

3.3.3.1 Restrições referentes às variáveis de decisão

As restrições que dizem respeito às variáveis de decisão $\{\alpha_{ij} | i \in \Omega_G, j \in \Omega_D\}$ são inseridas para respeitar as limitações existentes em uma troca de potência entre geradores e demandas. Inicialmente, tendo em vista que α_{ij} se trata de uma quota de potência gerada, deve estar sempre limitado entre 0 e 1, conforme é formulado em (3.9). Além disso, deve-se garantir que as contribuições de um gerador i para atender às diversas demandas do sistema não ultrapassem 100% de sua potência gerada total. Para fornecer a garantia desejada, para cada gerador i do sistema, os percentuais α_{ij} de sua potência devem totalizar 100%, conforme (3.10).

Destaca-se que o somatório de (3.10) é fixado em 1, pois o método de alocação proposto faz uso dos resultados de um estudo de fluxo de potência linear. Desta forma, o total de potência produzida pelos geradores do sistema é sempre igual ao total de potência consumida pelas demandas do mesmo.

$$0 \leq \alpha_{ij} \leq 1, \forall i \in \Omega_G, \forall j \in \Omega_D \quad (3.9)$$

$$\sum_{j \in \Omega_D} \alpha_{ij} = 1, \forall i \in \Omega_G \quad (3.10)$$

3.3.3.2 Restrições referentes à técnica min-max

As restrições relacionadas à técnica min-max garantem as características e objetivos da técnica apresentada na Seção 3.1. São incluídas limitações para o funcionamento adequado da função objetivo, conforme apresentado na Subseção

3.3.2, e limitações que asseguram o funcionamento adequado da técnica a cada iteração.

A limitação da função objetivo z_k é apresentada em (3.11) e (3.12). Conforme dito anteriormente, as formulações apresentadas em (3.3) e (3.4) são utilizadas como limite inferior de z_k , de forma que a função objetivo ótima a cada iteração k seja capaz de assumir o valor da maior tarifa otimizada. Estas restrições devem ser controladas pelos conjuntos G_k e D_k apresentados na seção referente às premissas do método de alocação Nodal Min-Max. O controle se dá pelo fato de a cada iteração ser necessário retirar a tarifa otimizada do conjunto de tarifas que limitam z_k . Caso a utilização dos conjuntos não fosse feita, a função objetivo z_k seria capaz de fornecer apenas o valor da tarifa otimizada na primeira iteração. Assim, os grupos de restrições (3.11) e (3.12) sempre diminuem até que G_k e D_k sejam conjuntos vazios, e conseqüentemente todas as tarifas tenham sido otimizadas. Observa-se que em (3.11) e (3.12) o subscrito $k - 1$ é utilizado nos conjuntos, pois a atualização dos mesmos é feita ao final de cada iteração conforme será apresentado na Subseção 3.3.4.

$$z_k \geq \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot Fpond_\ell \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \alpha_{ij} \right], \forall i \in G_{k-1} \quad (3.11)$$

$$z_k \geq - \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot Fpond_\ell \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \alpha_{ij} \right], \forall j \in D_{k-1} \quad (3.12)$$

Para garantir o funcionamento adequado da técnica min-max ao longo das iterações é necessário inserir restrições que mantenham as tarifas ótimas obtidas, conforme discutido na Seção 3.1. Para tanto, são definidos os grupos de restrições (3.13) e (3.14), novamente utilizando as formulações de tarifa em (3.3) e (3.4). Em (3.13) e (3.14) π_{Gi}^L e π_{Dj}^L correspondem às tarifas já otimizadas alocadas ao gerador i e demanda j pertencentes aos conjuntos M_{Gk} e M_{Dk} . Assim, π_{Gi}^L e π_{Dj}^L não devem receber incrementos nas iterações seguintes. Isto é feito restringindo a tarifa calculada através de (3.3) e (3.4), que é função das variáveis de decisão, a ser menor ou igual a π_{Gi}^L e π_{Dj}^L . Ressalta-se que nas restrições é dado um limite superior, e não um valor fixo. Desta forma, caso eventualmente seja possível

fornecer uma nova redução as tarifas otimizadas em iterações anteriores, o problema de otimização fica livre para fazê-lo.

A quantidade de restrições em (3.13) e (3.14) sempre aumenta, até que $M_{Gk} = \Omega_G$ e $M_{Dk} = \Omega_D$, sinalizando que todos os usuários receberam tarifas otimizadas. Novamente o subscrito $k - 1$ é utilizado nos conjuntos, pois a atualização dos mesmos é feita ao final de cada iteração. Ressalta-se que, por definição, os conjuntos M_{Gk} e M_{Dk} são vazios na primeira iteração do processo iterativo de otimização e, portanto, as restrições (3.13) e (3.14) não são aplicadas.

$$\pi_{Gi}^L \geq \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \alpha_{ij} \right], \forall i \in M_{Gk-1} \quad (3.13)$$

$$\pi_{Dj}^L \geq - \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \alpha_{ij} \right], \forall j \in M_{Dk-1} \quad (3.14)$$

3.3.3.3 Restrições de balanço de potência

O último grupo de restrições está relacionado ao balanço de potência do sistema de transmissão. A cada e toda iteração do processo, é preciso garantir que os resultados do estudo de fluxo potência linear do sistema sejam respeitados. Para tanto, é inserida uma restrição que garante o atendimento a todas as cargas do sistema conforme (3.15). A potência em cada carga é recuperada através da aplicação direta da variável α_{ij} . Para cada demanda j , as parcelas de contribuição de potência dos diversos geradores existentes devem totalizar a potência demandada.

$$P_{Dj} = \sum_{i \in \Omega_G} \alpha_{ij} P_{Gi}, \forall j \in \Omega_D \quad (3.15)$$

É importante observar que pelo fato de a formulação da tarifa incorporar a matriz de sensibilidade β , a garantia de atendimento das cargas do sistema também assegura a recuperação dos fluxos de potência nas linhas de transmissão. Assim, com o uso da restrição (3.15) os resultados do estudo de fluxo potência linear do sistema são respeitados.

3.3.4 Algoritmo

Nesta seção todos os aspectos abordados ao longo deste capítulo serão unidos em um único algoritmo, criando o método Nodal Min-Max de alocação de custos. O algoritmo é composto por um conjunto de inicializações seguido por três etapas: otimização das parcelas locacionais, cálculo das parcelas selo, e determinação das tarifas finais.

As inicializações definem a situação de diversos parâmetros envolvidos na execução do algoritmo para que o mesmo possa começar a alocação de tarifas de forma correta. Cada uma das inicializações do algoritmo é enumerada e descrita a seguir.

- O contador k é inicializado como $k = 1$, indicando a primeira iteração do processo de otimização;
- A variável z_k referente à função objetivo do problema de minimização é inicializada como $z_k = +\infty$. Assim, garante-se que não há interferências do valor inicial da variável na determinação da tarifa ótima;
- Os conjuntos G_0 e D_0 são inicializados como $G_0 = \Omega_G$, $D_0 = \Omega_D$, uma vez que nenhum usuário do sistema recebeu tarifa otimizada;
- Pela mesma justificativa da inicialização anterior, os conjuntos M_{G_0} e M_{D_0} são inicializados como $M_{G_0} = \{\emptyset\}$ e $M_{D_0} = \{\emptyset\}$.
- Os vetores de potência gerada (\mathbf{P}_G) e potência demandada (\mathbf{P}_D), são obtidos como resultado de um estudo de fluxo de potência DC do sistema.

Executadas as inicializações, o algoritmo tem como próximo passo a primeira etapa. Dentro da primeira etapa está o processo iterativo característico da técnica min-max, conforme apresentado na Seção 3.1. A cada iteração é resolvido o problema de minimização e determinado o valor da tarifa ótima através da função objetivo z_k^* , e das variáveis de decisão α_{ij}^* , $\forall i \in \Omega_G, \forall j \in \Omega_D$. Tendo estas informações, é necessário saber a qual usuário de sistema a tarifa ótima pertence.

Em [12] esta atribuição é feita através do cálculo de cada tarifa locacional em função de α_{ij}^* , e então os valores são avaliados de forma a encontrar os geradores e/ou demandas para os quais as igualdades $\pi_{Gi}^L = z_k^*$ e $\pi_{Dj}^L = z_k^*$ se

mostram verdadeiras. Entretanto, este critério de atribuição pode não se mostrar totalmente eficiente em obter os usuários que de fato devem receber cada tarifa otimizada. Isto porque não avalia dentre os usuários que possuem tarifa calculada igual ao valor z_k^* aqueles que de fato não tem mais a possibilidade de reduzir o valor de sua tarifa. Em decorrência disto, são removidos do processo de otimização usuários que poderiam obter maior redução de tarifa em iterações posteriores.

Assim, neste trabalho, o critério utilizado para atribuir tarifas locacionais é definir os usuários para os quais não é possível reduzir a tarifa sua tarifa para um valor inferior a z_k^* , conforme é feito em [11]. Para determinar os usuários adequados, em [11] são apresentadas duas alternativas. A primeira consiste em realizar um segundo problema de minimização envolvendo as tarifas que ao serem calculadas (em função das variáveis de decisão ótimas) possuem valor igual à função objetivo ótima. As tarifas são minimizadas uma a uma separadamente tendo com restrições apenas limitações do sistema. Aquelas que mantiverem o valor obtido anteriormente são alocadas para os seus respectivos usuários. Esta consiste em uma solução eficaz, porém adiciona a cada iteração da técnica min-max novos problemas de otimização, o que representa esforço computacional adicional e pode vir a comprometer a aplicação do método para sistemas de grande porte [11].

A segunda opção se mostra eficaz e eficiente, já que é capaz de fornecer a mesma a informação desejada sem a necessidade de resolver novos problemas de otimização. É utilizada a informação contida nos multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) de restrições da técnica min-max de otimização. Esta alternativa serve de inspiração para a forma utilizada neste trabalho para atribuir tarifas.

As variáveis duais de cada restrição de um problema de otimização, em uma abordagem matemática, são vistas como a taxa de alteração do valor ótimo da função objetivo em função de variações nas restrições [22]. Dado um problema genérico de minimização do tipo $\{\min_x f(x) | \mathbf{Ax} = \mathbf{b}\}$, de solução \mathbf{x}^* , considera-se uma variação Δb_m na restrição $\mathbf{a}_m \mathbf{x} = b_m$. Esta variação produz uma solução ótima $\mathbf{x}^* + \Delta \mathbf{x}$, que implica em uma função objetivo $f(\mathbf{x}^*) + \Delta f$. A variável dual y_m , referente à restrição $\mathbf{a}_m \mathbf{x} = b_m$, oferece uma relação entre Δb_m e Δf conforme apresentado em (3.16) [22].

$$y_m = -\frac{\Delta f}{\Delta b_m} \quad (3.16)$$

Dada a relação em (3.16), duas possibilidades são analisadas. Caso a variável dual y_m seja nula, pode-se concluir que a variação Δb_m não provoca alteração no valor da função objetivo, conseqüentemente a restrição em análise não está ativa e não limita diretamente a função objetivo. No caso de y_m ser negativa ou positiva conclui-se que qualquer variação Δb_m afeta o valor da função objetivo do problema, e conseqüentemente a restrição está ativa e limita diretamente a função objetivo.

Aplicar a análise desenvolvida para atribuição de tarifas significa avaliar para quais usuários as restrições (3.11) e (3.12) de fato limitam a função objetivo z_k , indicando que suas tarifas não podem ser minimizadas para um valor inferior a z_k^* . Desta forma é atribuída a tarifa ótima para os geradores i e/ou demandas j que possuem as restrições (3.11) ou (3.12) com variáveis duais diferentes de zero.

Apresentada a forma de atribuição das tarifas aos usuários, a primeira etapa do algoritmo pode ser resumida em: iniciar a iteração resolvendo o problema de minimização, e determinando z_k^* e α_{ij}^* ; calcular as tarifas locais conforme (3.3) e (3.4) para que os valores de π_{Gi}^L e π_{Dj}^L nas restrições (3.13) e (3.14) estejam disponíveis na próxima iteração; obter as variáveis duais associadas aos grupos de restrições (3.11) e (3.12); atualizar os conjuntos G_k , D_k , M_{Gk} e M_{Dk} conforme (3.26)-(3.29) utilizando as variáveis duais obtidas no passo anterior; incrementar o contador k e retornar ao início para uma nova iteração.

A segunda etapa do algoritmo consiste no cálculo das parcelas selo para geradores e cargas conforme (3.30) e (3.31) respectivamente. Finalizando o algoritmo, na terceira etapa são determinadas as tarifas finais dadas pela soma das tarifas locais com as parcelas selo para geradores e demandas conforme (3.32) e (3.33), finalizando o método de alocação de custos Nodal Min-Max.

O algoritmo do método de alocação Nodal Min-Max é apresentado a seguir em sua formulação completa.

Método Nodal Min-Max

Inicializações: $k = 1$, $z_k = +\infty$, $G_0 = \Omega_G$, $D_0 = \Omega_D$, $M_{G0} = \{\emptyset\}$, $M_{D0} = \{\emptyset\}$, e P_G e P_D dados por um estudo de fluxo de potência DC.

Enquanto $G_{k-1} \neq \{\emptyset\}$ ou $D_{k-1} \neq \{\emptyset\}$ faça:

1) Resolver

$$\min_{\alpha_{ij}, \forall i \in \Omega_G, \forall j \in \Omega_D} z_k$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in \Omega_D} \alpha_{ij} = 1, \forall i \in \Omega_G \quad (3.17)$$

$$0 \leq \alpha_{ij} \leq 1, \forall i \in \Omega_G, \forall j \in \Omega_D \quad (3.18)$$

$$z_k \geq \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \alpha_{ij} \right], \forall i \in G_{k-1} \quad (3.19)$$

$$z_k \geq - \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \alpha_{ij} \right], \forall j \in D_{k-1} \quad (3.20)$$

$$\pi_{Gi}^L \geq \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \alpha_{ij} \right], \forall i \in M_{Gk-1} \quad (3.21)$$

$$\pi_{Dj}^L \geq - \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \alpha_{ij} \right], \forall j \in M_{Dk-1} \quad (3.22)$$

$$P_{Dj} = \sum_{i \in \Omega_G} \alpha_{ij} P_{Gi}, \forall j \in \Omega_D \quad (3.23)$$

2) Calcular as tarifas locacionais

$$\pi_{Gi}^L = \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{j \in \Omega_D} (\beta_{\ell i} - \beta_{\ell j}) \alpha_{ij} \right], \forall i \in \Omega_G \quad (3.24)$$

$$\pi_{Dj}^L = - \sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{c_\ell}{2} \cdot F_{pond_\ell} \cdot \left[\sum_{i \in \Omega_G} (\beta_{\ell j} - \beta_{\ell i}) \alpha_{ij} \right], \forall j \in \Omega_D \quad (3.25)$$

3) Obter o valor das variáveis duais

y_{Gi}^* , variável dual relacionada a restrição i em (3.19), $i \in G_{k-1}$

y_{Dj}^* , variável dual relacionada a restrição j em (3.20), $j \in D_{k-1}$

4) Atualizar os conjuntos

$$G_k = G_{k-1} - \{i \in G_{k-1} \mid y_{Gi}^* \neq 0\} \quad (3.26)$$

$$D_k = D_{k-1} - \{j \in D_{k-1} \mid y_{Dj}^* \neq 0\} \quad (3.27)$$

$$M_{Gk} = M_{Gk-1} \cup \{i \in G_{k-1} \mid y_{Gi}^* \neq 0\} \quad (3.28)$$

$$M_{Dk} = M_{Dk-1} \cup \{j \in D_{k-1} \mid y_{Dj}^* \neq 0\} \quad (3.29)$$

5) $k = k + 1$

Fim do Enquanto.

Calculam-se as parcelas selo:

$$\Delta_G = \frac{\sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{C_\ell}{2} - \sum_{i \in \Omega_G} P_{Gi} \cdot \pi_{Gi}^L}{\sum_{i \in \Omega_G} P_{Gi}} \quad (3.30)$$

$$\Delta_D = \frac{\sum_{\ell \in \Omega_L} \frac{C_\ell}{2} - \sum_{j \in \Omega_D} P_{Dj} \cdot \pi_{Dj}^L}{\sum_{j \in \Omega_D} P_{Dj}} \quad (3.31)$$

Calculam-se as tarifas finais:

$$r_{Gi} = \pi_{Gi}^L + \Delta_G, \quad \forall i \in \Omega_G \quad (3.32)$$

$$r_{Dj} = \pi_{Dj}^L + \Delta_D, \quad \forall j \in \Omega_D \quad (3.33)$$
