

4

Estratégias de agrupamento e desempenho dos receptores

O capítulo anterior apresentou exemplos de resultados de desempenho do receptor ótimo por grupos, para $N = 6$ símbolos. Nestes exemplos os agrupamentos foram escolhidos sem uma estratégia ou critério de métrica definidos. Levando-se em consideração que em geral várias combinações são possíveis na formação dos grupos, a definição de quais símbolos irão compor cada um dos grupos é de fundamental importância, uma vez que, combinações diferentes irão resultar em diferentes valores para o desempenho médio do sistema.

Este capítulo considera possíveis estratégias de agrupamento para os sistemas de transmissão em bloco focando principalmente dois e três símbolos, ressaltando como a escolha dos símbolos que compõem cada grupo deve ser feita e em quais parâmetros ela deve se basear.

Para o estudo da formação de grupos considera-se, como exemplo, um sistema com quatro símbolos ($N = 4$), onde se queira formar grupos, ou partições com dois símbolos, neste caso, é fácil verificar que existem três possibilidades para a escolha do par de vetores de grupo $[\mathbf{z}_1(i), \mathbf{z}_2(i)]$, Figura 3.3. Como, possivelmente, cada uma dessas escolhas resultará em um desempenho médio diferente, então, faz-se necessário estudar como esses grupos devem ser formados e, para tal, considera-se o sinal $\mathbf{z}(i)$, de tamanho N , na saída do equalizador dado por (2-25) e aqui repetido por conveniência:

$$\mathbf{z}(i) = \mathbf{b}(i) + \mathbf{n}_z(i) \quad (4-1)$$

onde $\mathbf{b}(i)$ é o vetor de símbolos de informação transmitidos e $\mathbf{n}_z(i)$ é o vetor de ruído gaussiano agora colorido com matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_z}$ dada por (2-26) de dimensão $N \times N$.

4.1

Método 1: Agrupamento visando a minimização da probabilidade de erro de bit do símbolo com pior desempenho

O objetivo inicial deste método é a formação de grupos, utilizando o critério de agrupamento tal que a probabilidade de erro de bit do símbolo

com pior desempenho do conjunto de N símbolos seja minimizada [4],[5]. Este critério foi utilizado para agrupar usuários em sistemas CDMA.

A configuração ou conjunto das matrizes transformação de grupo

$$\mathcal{G}(U, N_1, \dots, N_U) = \{\mathbf{G}_1 \mid \mathbf{G}_2 \mid \dots \mid \mathbf{G}_U\} \quad (4-2)$$

define as possíveis partições dos símbolos, em (4-1). Para uma configuração dada $(U, N_1, \dots, N_U)$, tem-se que o número total de possíveis configurações do estágio de agrupamento é dado por [4],[5]:

$$\Omega = \frac{\prod_{i=1}^U \binom{N - s_i}{N_i}}{N_u^{max} \prod_{n=1} \Delta(n)!} \quad (4-3)$$

onde $\binom{n}{k}$ é o coeficiente binomial para n e k , U o número total de grupos em uma configuração dada Π_ω , N o número total de símbolos do sistema, s_i satisfaz

$$s_i = \sum_{u=0}^{i-1} N_u, \text{ com } N_0 \triangleq 0; \quad (4-4)$$

onde N_u é o número de linhas da matriz $\mathbf{G}_u$, para uma configuração dada. Finalmente em (4-3), $\Delta(n)$ é o número de grupos com n símbolos e $N_u^{max} = \max_{1 \leq u \leq U} (N_u)$. Definida a configuração do estágio de agrupamento, o número de grupos e o tamanho da configuração do grupo, aplica-se o critério para a formação dos grupos.

Neste método o critério de agrupamento consiste na escolha da configuração Π_ω , tal que a probabilidade de erro de bit do símbolo com pior desempenho seja minimizada. A configuração $\Pi_{escolhida}$ que satisfaz este critério pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \Pi_{escolhida} &= \arg \min_{1 \leq \omega \leq \Omega} \left[\max_{\substack{1 \leq u \leq U \\ 1 \leq n \leq N_U}} P_n(\mathbf{G}_u) \right] \\ &= \arg \min_{1 \leq \omega \leq \Omega} f(\Pi_\omega) \end{aligned} \quad (4-5)$$

Nota-se que em (4-5), para uma dada configuração Π_ω , $f(\cdot)$ retorna o valor da probabilidade de erro de bit associado ao símbolo com pior desempenho. A probabilidade de erro de bit para o n -ésimo símbolo do u -ésimo grupo, $\mathbf{G}_u$, pode ser aproximada por [4],[5]:

$$P_n(\mathbf{G}_u) \sim Q \left(\sqrt{\frac{d_n^2(\mathbf{G}_u)}{\sigma^2}} \right) \quad (4-6)$$

onde

$$d_n^2(\mathbf{G}_u) = \min_{\mathbf{e} \in \mathcal{E}_{n,u}} \mathbf{e}^T \mathbf{K}_u^{-1} \mathbf{e} \quad (4-7)$$

é definida como a mínima distância para o n -ésimo símbolo com

$$\mathcal{E}_{n,u} = \{\mathbf{e} \in \{-1, 0, +1\}^{N_u} : e_n = 1\}.$$

Assim, o problema da procura do símbolo com pior desempenho na configuração dada é equivalente ao problema de procurar o símbolo que conduz ao mínimo valor de $d_n^2(\mathbf{G}_u)$ para $1 \leq u \leq U$ em (4-6). Para se identificar o grupo e em consequência o símbolo com pior desempenho dentro de uma determinada configuração Π_ω , a expressão utilizada é:

$$g(\Pi_\omega) = \min_{1 \leq u \leq U} \{d_{min}^2(\mathbf{G}_u)\}, \quad (4-8)$$

com

$$d_{min}^2(\mathbf{G}_u) = \min_{1 \leq i \leq N_u} \{d_i^2(\mathbf{G}_u)\} \quad (4-9)$$

denotando o menor valor de $d_i^2(\mathbf{G}_u)$ dentre os símbolos pertencentes ao grupo $\mathbf{G}_u$. Uma vez identificado o símbolo com pior desempenho em cada uma das possíveis configurações definidas para o estágio de agrupamento, a configuração que minimiza a probabilidade de erro do símbolo com pior desempenho no sistema é:

$$\Pi_{escolhida} = \arg \max_{1 \leq \omega \leq \Omega} g(\Pi_\omega). \quad (4-10)$$

Depois de realizado o processo de procura, o receptor adota a configuração $\Pi_{escolhida}$ e os grupos são sequencialmente detectados no estágio de detecção de máxima verossimilhança. O procedimento para encontrar a configuração $\Pi_{escolhida}$ é resumido na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Algoritmo de implementação do Método 1

	Data: $U, N_1, N_2, \dots, N_U$
1	Compute Ω
2	for $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ do
3	for $u = 1, 2, \dots, U$ do
4	for $n = 1, 2, \dots, N_u$ do
5	Compute $d_n^2(\mathbf{G}_u) = \min_{\mathbf{e} \in \mathcal{E}_{n,u}} \mathbf{e}^T \mathbf{K}_u^{-1} \mathbf{e}$ with $\mathcal{E}_{n,u} = \{\mathbf{e} \in \{-1, 0, +1\}^{N_u} : e_n = 1\}$
6	Identify $d_{min}^2(\mathbf{G}_u) = \min_{1 \leq n \leq N_u} \{d_n^2(\mathbf{G}_u)\}$
7	Identify $g(\Pi_\omega) = \min_{1 \leq u \leq U} \{d_{min}^2(\mathbf{G}_u)\}$
8	Identify $\Pi_{chosen} = \max_{1 \leq \omega \leq \Omega} g(\Pi_\omega)$

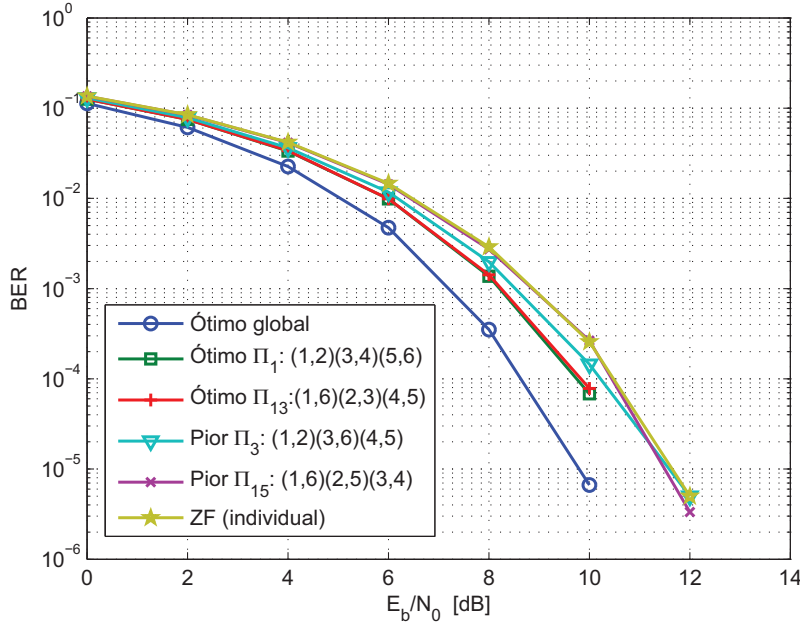


Figura 4.1: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP com detecção ótima por grupos

4.1.1

Resultados do método 1

Para avaliar a estratégia de detecção ótima por grupos proposto para os sistemas SC-CP e SC-ZP, considera-se a transmissão de blocos de $N = 6$ símbolos BPSK, i.i.d., o tamanho da faixa de guarda é $L = 4$. O desempenho é obtido em termos de taxa de erro de bit (BER) média do bloco recuperado versus E_b/N_0 , onde E_b é a energia de bit transmitido e $N_0/2$ é a densidade espectral de ruído. Os resultados são a média de 100 simulações cada uma com 10000 blocos de símbolos transmitidos.

Para o experimento utilizou-se um canal *fixo* modelado como um filtro $\mathbf{h}(i) = [0, 86 \ 0, 43 \ 0, 21 \ 0, 10]$. A escolha dos grupos é realizada seguindo o procedimento descrito na Tabela 4.1. Para este caso considerou-se configurações de três grupos ($U = 3$), cada um deles têm dois símbolos $N_1 = N_2 = N_3 = 2$. Usando (4-3) tem-se $\Omega = 15$ possíveis configurações. Realizado o procedimento da Tabela 4.1, o resultado das configurações escolhidas foram:

1. SC-CP: $\Pi_1 = (1, 2)(3, 4)(5, 6)$ e $\Pi_{13} = (1, 6)(2, 3)(4, 5)$
2. SC-ZP: $\Pi_1 = (1, 2)(3, 4)(5, 6)$

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram os resultados obtidos com os agrupamentos originados com a métrica proposta, observa-se que para SC-CP e SC-ZP

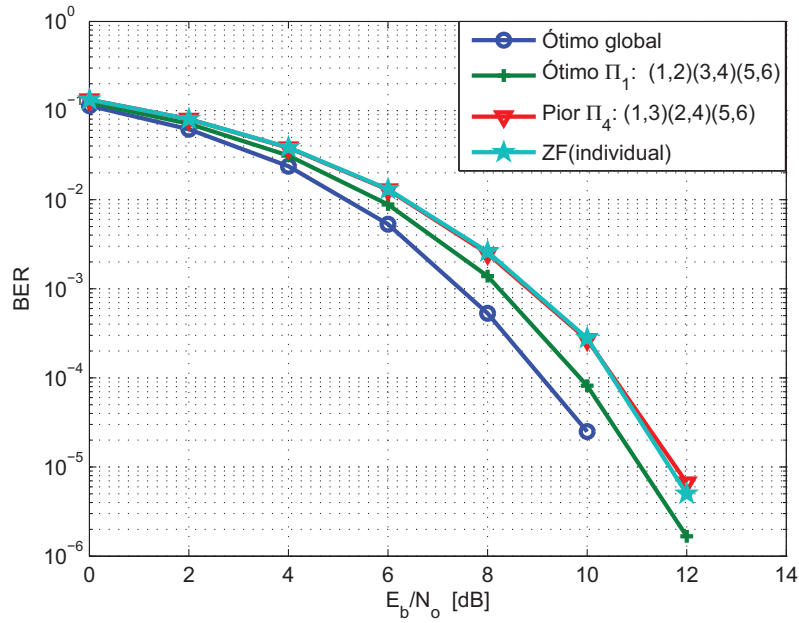


Figura 4.2: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP com detecção ótima por grupos

obtem-se para o grupo ótimo um ganho de 1 dB referido ao receptor convencional. Os resultados confirmam também o desempenho inferior resultante de agrupamentos diferentes do ótimo.

Observação: A estratégia que minimiza a probabilidade de erro do símbolo com pior desempenho, usado em CDMA, onde os símbolos pertencem a diferentes usuários, não necessariamente minimiza a probabilidade de erro médio. Apesar de ser uma boa estratégia, seria uma métrica mais indicada quando os símbolos não pertencem a um mesmo usuário, além disso, a métrica é inviável para sistemas com um número grande de símbolos, devido à busca exaustiva das combinações dos símbolos. Por tal motivo propõe-se métodos sub-ótimos de agrupamento visando minorar a probabilidade de erro média e que possam ser implementados em sistemas práticos.

4.2

Um critério geral para formação de grupos

A aplicação de qualquer técnica de detecção em bloco só é efetiva quando os componentes do bloco possuem algum tipo de dependência estatística entre si [9]. Quanto mais correlatados entre si forem os componentes do grupo, maiores serão os ganhos oriundos da detecção conjunta dos componentes agrupados. Neste caso na equação (4-1), esta dependência está nas componentes do vetor de ruído Gaussiano colorido, por este motivo, a formação de grupos

pode se basear nas características da matriz covariância do ruído, representada por:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{nz}} = \frac{N_0}{2} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \text{cov}_{12} & \cdots & \text{cov}_{1N} \\ \text{cov}_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \text{cov}_{2N} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}_{N1} & \text{cov}_{N2} & \cdots & \sigma_N^2 \end{pmatrix}. \quad (4-11)$$

Em (4-11), o produto da densidade espectral de potência do ruído branco, $\frac{N_0}{2}$, por um dado elemento da diagonal principal σ_n^2 , com $n = 1, 2, \dots, N$, representa o nível de potência de ruído associado ao símbolo em questão. Ainda na equação (4-11), os elementos cov_{jk} , $\forall j \neq k$ com $j, k = 1, 2, \dots, N$, denominados de covariância, são uma medida da correlação entre as componentes de ruído associados aos símbolos j e k que pode ser avaliada pelo coeficiente de correlação dado por:

$$\rho_{jk} = \frac{\text{cov}_{jk}}{\sigma_j \sigma_k} \quad (4-12)$$

Aplicando (4-12) nas componentes da matriz $\mathbf{K}_{\mathbf{nz}}$ em (4-11), resulta a matriz de coeficientes de correlação denotada por:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{nz}} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{pmatrix} \quad (4-13)$$

Com base nos conceitos, apresentados nesta secção, propõe-se a seguir as estratégias sub-ótimas de agrupamento para sistemas de transmissão em bloco

4.3

Método 2: Agrupamento de máxima correlação

Esta estratégia se baseia no critério de formação de grupos abordado na Seção 4.2, onde se agrupa os símbolos mais correlatados de acordo com a matriz de coeficientes de correlação dada em (4-13).

Dado um vetor equalizado $\mathbf{z}(i)$ com N símbolos:

$$\mathbf{z}(i) = \begin{pmatrix} z_1(i) \\ z_2(i) \\ \vdots \\ z_N(i) \end{pmatrix}, \quad (4-14)$$

e uma dada configuração:

$$\mathcal{G}(U, N_1, \dots, N_U) = \{\mathbf{G}_1 \mid \mathbf{G}_2 \mid \dots \mid \mathbf{G}_U\} \quad (4-15)$$

que define as possíveis partições dos símbolos, onde $\mathbf{G}_u$ representa a matriz

transformação do grupo u , obtém-se o conjunto de vetores $\mathbf{z}_u(i)$, $u = 1, \dots, U$, na saída do particionamento (ver Figura 3.3) representada por:

$$\mathbf{z}_u(i) = \begin{pmatrix} z_{\ell_1}(i) \\ \vdots \\ z_{\ell_{N_u}}(i) \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

onde $\sum_{u=1}^U N_u = N$, e $\ell_v \in \{1, \dots, N\}$ para $v = 1, \dots, N_u$, representa o índice ou a posição do símbolo $z(i)$ no vetor $\mathbf{z}(i)$ em (4-1). A matriz covariância do grupo $\mathbf{K}_u$ que será utilizada na detecção ótima do grupo é formada pelos elementos da matriz $\mathbf{K}_{\mathbf{nz}}$, tal que:

$$\mathbf{K}_u = \frac{N_0}{2} \begin{pmatrix} \sigma_{\ell_1}^2 & \text{cov}_{\ell_1 \ell_2} & \cdots & \text{cov}_{\ell_1 \ell_{N_u}} \\ \text{cov}_{\ell_2 \ell_1} & \sigma_{\ell_2}^2 & \cdots & \text{cov}_{\ell_2 \ell_{N_u}} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}_{\ell_{N_u} \ell_1} & \text{cov}_{\ell_{N_u} \ell_2} & \cdots & \sigma_{\ell_{N_u}}^2 \end{pmatrix}. \quad (4-17)$$

A formação de grupos de dois e três símbolos é apresentada nas subseções seguintes.

4.3.1

Formação de grupos com $N_u = 2$

Neste caso o vetor do $\mathbf{z}_u(i)$, é formado por dois símbolos $z_{\ell_1}(i)$ e $z_{\ell_2}(i)$,

$$\mathbf{z}_u(i) = \begin{pmatrix} z_{\ell_1}(i) \\ z_{\ell_2}(i) \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

onde a formação do vetor $\mathbf{z}_u(i)$ e a matriz covariância do grupo $\mathbf{K}_u$ resultam do seguinte procedimento:

1. Escolha de ℓ_1 e ℓ_2 do u -ésimo grupo de acordo com:

$$(\ell_1, \ell_2) = \arg \max_{j < k} [\|\rho_{jk}\|]; \quad j, k = 1, 2, \dots, N \quad (4-19)$$

Estes valores representam a posição (linha e coluna respectivamente) do maior valor de $\rho_{\ell_1 \ell_2}$ da matriz triangular superior ¹ de $\mathbf{P}_{\mathbf{nz}}$.

2. A matriz covariância $\mathbf{K}_u$ é dada por:

$$\mathbf{K}_u = \begin{pmatrix} \sigma_{\ell_1}^2 & \text{cov}_{\ell_1 \ell_2} \\ \text{cov}_{\ell_2 \ell_1} & \sigma_{\ell_2}^2 \end{pmatrix} \quad (4-20)$$

3. Substitua os elementos das linhas e das colunas ℓ_1 e ℓ_2 da matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{nz}}$ por zeros

¹Também pode ser a matriz triangular inferior, já que a matriz covariância tem a propriedade de ser uma matriz simétrica.

4. Repita os passos 1 a 3 até que todos os símbolos do vetor $\mathbf{z}(i)$, estejam agrupados.

Exemplo 1:

Dada uma matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}}$ para um sistema SC-ZP, com $N = 6$:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 2,836 & 0,115 & 1,155 & 0,482 & 0,107 & 0,247 \\ 0,115 & 3,516 & 0,249 & 1,338 & 0,638 & 0,107 \\ 1,155 & 0,249 & 4,045 & 0,260 & 1,338 & 0,482 \\ 0,482 & 1,338 & 0,260 & 4,045 & 0,249 & 1,155 \\ 0,107 & 0,638 & 1,338 & 0,249 & 3,516 & 0,115 \\ 0,247 & 0,107 & 0,482 & 1,155 & 0,115 & 2,836 \end{pmatrix} \quad (4-21)$$

com correspondente matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{n}}$:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 1 & 0,036 & 0,341 & 0,142 & 0,033 & 0,087 \\ 0,036 & 1 & 0,066 & \mathbf{0,354} & 0,181 & 0,033 \\ 0,341 & 0,066 & 1 & 0,064 & \mathbf{0,354} & 0,142 \\ 0,142 & \mathbf{0,354} & 0,064 & 1 & 0,066 & 0,341 \\ 0,033 & 0,181 & \mathbf{0,354} & 0,066 & 1 & 0,036 \\ 0,087 & 0,033 & 0,142 & 0,341 & 0,036 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-22)$$

tem-se considerando $N_u = 2$, $U = 3$ grupos. Aplicando (4-19) em (4-22), para obter os índices (ℓ_1, ℓ_2) do grupo 1, obtém-se: $\ell_1 = 2$, $\ell_2 = 4$ ou seja, um grupo formado pelos símbolos com índices $(2, 4)$, ou ainda $\ell_1 = 3$, $\ell_2 = 5$ com índices $(3, 5)$:

$$\mathbf{z}_u(i) = \begin{pmatrix} z_2(i) \\ z_4(i) \end{pmatrix}, \text{ ou } \mathbf{z}_u(i) = \begin{pmatrix} z_3(i) \\ z_5(i) \end{pmatrix}$$

Escolhendo-se o grupo $(2, 4)$ a matriz covariância do grupo resulta:

$$\mathbf{K}_u = \begin{pmatrix} 3,516 & 1,338 \\ 1,338 & 4,045 \end{pmatrix}$$

Realizando-se o passo 3, a matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{n}}$, após a inserção de zeros nas linhas e nas colunas 2 e 4, se torna:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,341 & 0 & 0,033 & 0,087 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,341 & 0 & 1 & 0 & 0,354 & 0,142 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,033 & 0 & \mathbf{0,354} & 0 & 1 & 0,036 \\ 0,087 & 0 & 0,142 & 0 & 0,036 & 1 \end{pmatrix}$$

Repetindo-se os passos 1 a 3, para os grupos restantes, obtém-se finalmente os três grupos: (2,4)(3,5)(1,6).

4.3.2

Formação de grupos com $N_u = 3$

Para o caso onde o grupo u é composto por três símbolos, $z_{l_1}(i)$, $z_{l_2}(i)$ e $z_{l_3}(i)$, eles são escolhidos com o seguinte procedimento:

1. Os índices ℓ_1 e ℓ_2 de dois dos três símbolos são obtidos com (4-19).
2. O índice ℓ_3 do símbolo restante é selecionado da seguinte forma:
 - a) Na linha ℓ_1 da matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$ procura-se o segundo elemento de maior valor, assim:

$$\ell'_1 = \arg \max_k [\rho_{\ell_1 k}]; \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4-23)$$

$$k \neq \ell_1, \ell_2$$

e $\rho_{\ell'_1} = \rho_{\ell_1 \ell'_1}$.

- b) Na coluna ℓ_2 da matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$ procura-se o segundo elemento de maior valor

$$\ell'_2 = \arg \max_j [\rho_{j \ell_2}]; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4-24)$$

$$j \neq \ell_1, \ell_2$$

e $\rho_{\ell'_2} = \rho_{\ell_2 \ell'_2}$.

- c) O índice ℓ_3 é então selecionado:

$$\ell_3 = \arg \max[\rho_{\ell'_1} \quad \rho_{\ell'_2}] \quad (4-25)$$

3. A matriz covariância $\mathbf{K}_u$ resulta então:

$$\mathbf{K}_u = \begin{pmatrix} \sigma_{\ell_1}^2 & \text{cov}_{\ell_1 \ell_2} & \text{cov}_{\ell_1 \ell_3} \\ \text{cov}_{\ell_2 \ell_1} & \sigma_{\ell_2}^2 & \text{cov}_{\ell_2 \ell_3} \\ \text{cov}_{\ell_3 \ell_1} & \text{cov}_{\ell_3 \ell_2} & \sigma_{\ell_3}^2 \end{pmatrix} \quad (4-26)$$

4. Substitui-se as linhas e as colunas ℓ_1 , ℓ_2 e ℓ_3 em $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$ por zeros.
5. Realiza-se o processo anteriormente descrito (passos 1 à 4) até que todos os símbolos estejam agrupados.

Exemplo 2:

Considerando-se novamente as matrizes dadas em (4-21) e (4-22) para o sistema SC-ZP, do exemplo anterior, tem-se que $\ell_1 = 2$, $\ell_2 = 4$. Aplicando (4-24)

obtem-se que $\rho_{\ell'_1} = 0,181$, onde $\ell'_1 = 5$ e utilizando (4-23), $a_{\ell'_2} = 0,314$, com $\ell'_2 = 6$. Finalmente com os resultados obtidos resulta de (4-25):

$$\ell_3 = \arg \max[\rho_5 \ \rho_6] \quad (4-27)$$

$$= 6 \quad (4-28)$$

Tabela 4.2: Algoritmo de implementação do Método 2

	Data: $U, \mathbf{K}_{\mathbf{n}_z}, N_1, N_2, \dots, N_U$
1	Compute $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$
2	for $u = 1, 2, \dots, U$ do
3	for $j = 2, \dots, N$ do
4	for $k = 2, \dots, N$ do
5	$(\ell_1, \ell_2) = \arg \max_{j < k} [\rho_{jk}]$
6	if $N_u = 2$ then
7	Save $Grupo(u) = (\ell_1, \ell_2)$
8	Save $\mathbf{K}_u$
9	Set <i>Colunas e linhas</i> , ℓ_1, ℓ_2 em $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$ zeros
10	else
11	for $k = 2, \dots, N$ do
12	$\ell'_1 = \arg \max_k [\rho_{\ell_1 k}]$; $k \neq \ell_1, \ell_2$
13	$\ell'_2 = \arg \max_k [\rho_{k \ell_1}]$; $k \neq \ell_1, \ell_2$
14	$\ell_3 = \arg \max[\rho_{\ell'_1} \ \rho_{\ell'_2}]$
15	Save $Grupo(u) = (\ell_1, \ell_2, \ell_3)$
16	Save $\mathbf{K}_u$
17	Set <i>Colunas e linhas</i> , ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 em $\mathbf{P}_{\mathbf{n}_z}$ zeros

Finalmente o grupo 1 é formado pelos símbolos 2, 4 e 6 do vetor $\mathbf{z}(i)$, ou seja $(2, 4, 6)$, assim:

$$\mathbf{z}_u(i) = \begin{pmatrix} z_2(i) \\ z_4(i) \\ z_6(i) \end{pmatrix}$$

com matriz covariância dada por:

$$\mathbf{K}_u = \begin{pmatrix} 3,516 & 1,338 & 0,107 \\ 1,338 & 4,045 & 1,155 \\ 0,107 & 1,155 & 2,836 \end{pmatrix}$$

Substituindo as linha e colunas 2,4 e 6 na matriz $\mathbf{P}_{\mathbf{nz}}$ por zeros o resultado, tem-se:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{nz}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,314 & 0 & 0,033 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,314 & 0 & 1 & 0 & 0,354 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,033 & 0 & 0,354 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Repetindo-se os passos 1 a 4 para os símbolos restantes obtém-se finalmente os dois grupos (2,4,6) e (1,3,5).

O algoritmo que implementa a estratégia de agrupamento do Método 2 propostas nesta seção é apresentada na Tabela 4.2.

4.4

Método 3: Agrupamento de máxima correlação, caso particular para SC-CP

No caso do sistema SC-CP o procedimento proposto explora o fato da matriz covariância ser circulante, representada por:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{nz}} = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{N-1} \\ a_{N-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{N-2} \\ a_{N-2} & a_{N-1} & a_0 & \cdots & a_{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_0 \end{pmatrix} \quad (4-29)$$

A estratégia para a escolha dos elementos que vão formar o grupo u , é feito levando-se em conta as considerações na Seção 4.2, de agrupar os elementos com maior coeficiente de correlação. Como neste caso, os elementos têm a mesma variância, o agrupamento pode ser feito diretamente a partir da matriz covariância. Além disso, devido o fato desta matriz ser circulante, tem-se que $\text{cov}_{ij} = a_{|i-j|}$ e a formação dos grupos, pode ser feita utilizando-se apenas a primeira linha da matriz covariância. A distância $d_{|i-j|}$ associada ao maior valor de covariância é obtida por:

$$d = \arg \max_k [|a_k|]; \quad k = 1, \dots, N-1$$

A Figura 4.3, exemplifica possíveis valores das componentes da matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{nz}}$ e a representação da distancia d .

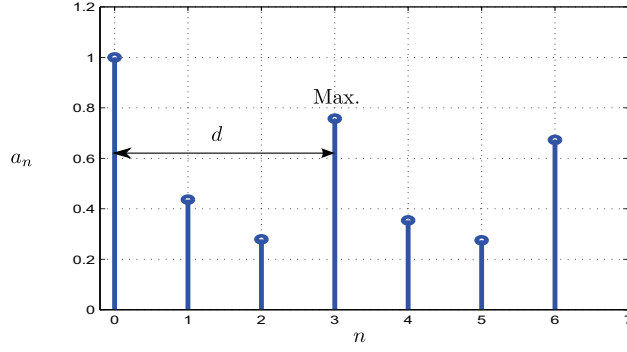


Figura 4.3: Autocorrelação

4.4.1

Formação de grupos com $N_u = 2$

Após obtida a distância d , a formação de par de símbolos $[z_{\ell_1(u)}(i), z_{\ell_2(u)}(i)]$, $u = 1, 2, \dots, U$ o u -ésimo grupo, onde $\ell_1(u)$ e $\ell_2(u) \in \{1, 2, \dots, N\}$, é obtido pelos passos a seguir:

1. Para $u = 1$, o índice $\ell_1(1) = 1$, então o índice $\ell_2(1)$ é obtido por meio de:

$$\ell_2(1) = [\ell_1(1) + d] \bmod [N] \quad (4-30)$$

2. Para $u > 1$, dado um índice $\ell_1(u) \neq \ell_j(u - k)$, $j = 1, 2$ e $k = 1, 2, \dots, u - 1$, o índice $\ell_2(u)$ é obtido por:

$$\ell_2(u) = [\ell_1(u) + d] \bmod [N] \quad (4-31)$$

Repita-se este passo até $u = U$, ou seja, que todos os símbolos estejam agrupados.

A condição mínima é que N seja um múltiplo inteiro de $N_u \times d$.

Exemplo 3:

Sistema SC-CP com $N = 6$ símbolos com uma matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{nz}}$ dada por:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{nz}} = \begin{pmatrix} 4,262 & 1,813 & 1,613 & 3,858 & 1,613 & 1,813 \\ 1,813 & 4,262 & 1,813 & 1,613 & 3,858 & 1,613 \\ 1,613 & 1,813 & 4,262 & 1,813 & 1,613 & 3,858 \\ 3,858 & 1,613 & 1,813 & 4,262 & 1,813 & 1,613 \\ 1,613 & 3,858 & 1,613 & 1,813 & 4,262 & 1,813 \\ 1,813 & 1,613 & 3,858 & 1,613 & 1,813 & 4,262 \end{pmatrix} \quad (4-32)$$

Aplicando (4-30) em (4-32), tem-se que $d = 3$, ou seja, o maior valor $a_3 = 3,853$, da primeira linha da matriz $\mathbf{K}_{\mathbf{nz}}$ está a três posições do elemento a_0 . Para $N_u = 2$ são formados $U = 3$ grupos e aplicando (4-30) e (4-31) estes são obtidos por:

- Para $u = 1$ $\ell_1(1) = 1$ o segundo símbolo é $\ell_2(1) = 4$, assim, o par de símbolos é $(1, 4)$.
- $\ell_1(2) = 2$, o índice $\ell_2(2) = 5$, assim o grupo 2 é dado por $(2, 5)$, e
- $\ell_1(3) = 3$, $\ell_2(3) = 6$, onde o grupo 3 é formada pelos símbolos $(3, 6)$.

Observa-se que N satisfaz a condição de ser um múltiplo inteiro do produto $N_u \times d$.

4.4.2

Formação de grupos com $N_u = 3$

O grupo u formado com três símbolos $[z_{\ell_1(u)}(i), z_{\ell_2(u)}(i), z_{\ell_3(u)}(i)]$, onde $\ell_1(u), \ell_2(u)$ e $\ell_3(u) \in \{1, 2, \dots, N\}$, $u = 1, 2, \dots, U$, são os índices dos elemento do grupo e são obtidos pelo seguinte procedimento:

1. Para $u = 1$, o índice $\ell_1(1) = 1$, então os índices $\ell_n(1)$, $n = 2, 3$, são obtidos por meio:

$$\ell_n(1) = [\ell_{n-1}(1) + d] \bmod [N] \quad (4-33)$$

2. Para $u > 1$, dado um índice $\ell_1(u) \neq \ell_j(u - k)$, $j = 1, 2, 3$ e $k = 1, 2, \dots, u - 1$, os índices $\ell_n(u)$ são dados por:

$$\ell_n(u) = [\ell_{n-1}(u) + d] \bmod [N] \quad (4-34)$$

onde $n = 2, 3$. Repita-se este passo até $u = U$, ou seja, que todos os símbolos estejam agrupados.

A condição mínima é que N seja um múltiplo inteiro de $N_u \times d$.

Exemplo 4:

Considere-se o caso onde $d = 3$, e $N = 9$. Para $N_u = 3$ tem-se $U = 3$ grupos. Aplicando (4-30), (4-33) e (4-34), os grupos formados são: $(1, 4, 7)$, $(2, 5, 8)$ e $(3, 6, 9)$.

O procedimento para a implementação do Método 3, é descrito na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Algoritmo de implementação do Método 3

	Data: $U, \mathbf{K}_{n_z}, N_1, N_2, \dots, N_U$
1	Compute d
2	Set $\ell_1(1) = 1$
3	for $u = 1, 2, \dots, U$ do
4	for $n = 2, \dots, N_u$ do
5	Compute $\ell_n(u) = [\ell_{n-1}(u) + d] \bmod [N]$
6	Save $\text{Grupo}(u) = (\ell_1(u), \ell_2(u), \dots, \ell_{N_u}(u))$
7	Save $\mathbf{K}_u$
8	for $k = 1, 2, \dots, u$ do
9	for $j = 1, 2, \dots, N_u$ do
10	$\ell_1(u+1) \neq \ell_j(u+1-k)$

4.5

Resultados das simulações

Com a finalidade de avaliar a eficiência dos métodos de agrupamentos propostos para diferentes tipo de canal, foram realizadas nesta seção quatro experiências cada uma delas com um tipo de canal diferente. Ao longo de todas as experiências, o tamanho da faixa de guarda L utilizada é equivalente a 25% de N , sendo N o número de símbolos do bloco. A Tabela 4.4 mostra os valores de N e L para as simulações.

Para cada um dos valores de N considerados realizaram-se agrupamentos de dois ($N_u = 2$) e três ($N_u = 3$) símbolos, como descrito na Tabela 4.5. Para os sistemas com zero-padding ZP, utiliza-se o Método 2 que é o agrupamento de máxima correlação, e para os sistemas com prefixo cíclico CP, a estratégia utilizada corresponde ao Método 3, ou seja, o agrupamento de máxima correlação para SC-CP.

Para avaliação da eficiência dos métodos de agrupamento propostos, os resultados de desempenho incluíram também estratégias de agrupamento envolvendo símbolos contíguos, ou seja $(1, 2)(3, 4) \dots (N-1, N)$ para $N_u = 2$ e $(1, 2, 3)(4, 5, 6) \dots (N-2, N-1, N)$ para $N_u = 3$.

Tabela 4.4: Dados das simulações

Nome	N	L	SC-ZP	SC-CP
Simulação 1	64	16	✓	✓
Simulação 2	1024	256	✓	✓

Tabela 4.5: Dados dos agrupamentos

Nome	Agrupamento 1	Agrupamento 2
Simulação 1 $N = 64$	$U = 32$ $N_u = 2$ $u = 1, \dots, U$	$U = 22$ $N_u = 3$ $u = 1, \dots, U - 1,$ $N_U = 1$
Simulação 2 $N = 1024$	$U = 512$ $N_u = 2$ $u = 1, \dots, U$	$U = 342$ $N_u = 3$ $u = 1, \dots, U - 1,$ $N_U = 1$

Tabela 4.6: Legenda das curvas de desempenho

Legenda	Significado
Individual	Receptor individual
Método 2, $N_u = 2$	Receptor em grupos de 2 símbolos com o método 2
Método 2, $N_u = 3$	Receptor em grupos de 3 símbolos com o método 2
Método 3, $N_u = 2$	Receptor em grupos de 2 símbolos com o método 3
Método 3, $N_u = 3$	Receptor em grupos de 3 símbolos com o método 2
Contínuo, $N_u = 2$	Receptor em grupos de 2 símbolos com agrupamento contínuo
Contínuo, $N_u = 3$	Receptor em grupos de 3 símbolos com agrupamento contínuo

Os resultados foram obtidos ao longo de 20.000 realizações diferentes com 10 blocos por realização. A legenda das curvas de desempenho é explicada na Tabela 4.6.

Experimento 1

Para este experimento considera-se um canal *fixo* [7], modelado como um filtro FIR dado por:

$$\mathbf{h} = [p_1, p_2, \dots, p_P] \quad (4-35)$$

onde p_k , $k = 1, 2, \dots, P$ são os pesos que representam o perfil de potência dos retardos, tal que:

$$\sum_{k=0}^{P-1} p_k^2 = 1 \quad (4-36)$$

Para este experimento supõe-se $P = 6$, e

$$\mathbf{h} = [0,796 \ 0,482 \ 0,292 \ 0,177 \ 0,107 \ 0,065] \quad (4-37)$$

onde os elementos de $\mathbf{h}$, correspondem aos coeficientes normalizados de um canal multipercurso com decaimento exponencial.

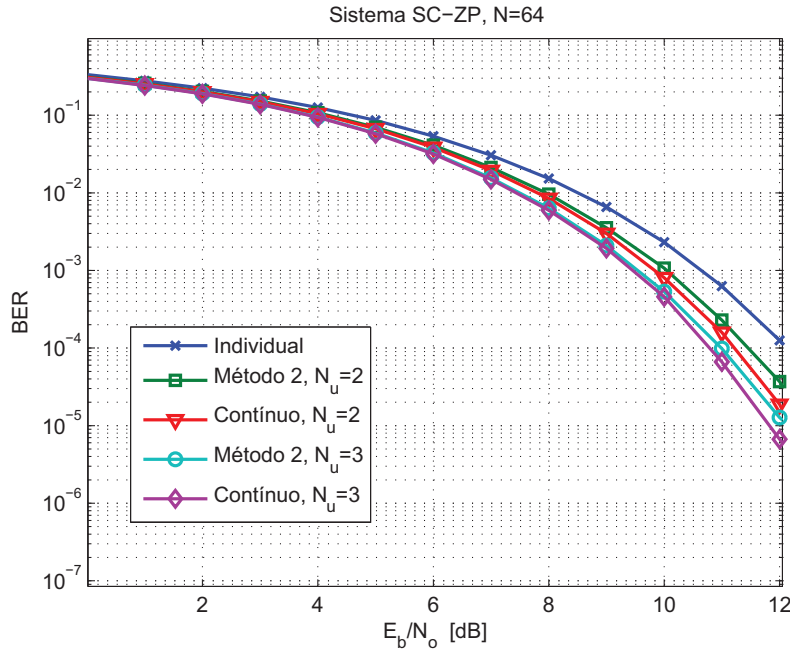


Figura 4.4: Experimento 1: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=64 com detecção ótima por grupos

As figuras 4.4 à 4.7 apresentam as curvas de desempenho expresso pela taxa de erros de *bit* ou BER (*Bit Error Rate*) das simulações 1 e 2 da Tabela 4.4 e com os agrupamentos da Tabela 4.5.

Experimento 2

Da mesma forma que no experimento 1, utilizam-se aqui um canal *fixo* [7] modelado como um filtro FIR, dado por:

$$\mathbf{h} = [0,74 \quad -0,42 \quad 0,083 \quad 0,49 \quad -0,12 \quad 0,01] \quad (4-38)$$

As figuras 4.8 à 4.11 apresentam as curvas de desempenho resultantes das simulações 1 e 2 da Tabela 4.4 e com os agrupamentos da Tabela 4.5, neste caso para o experimento 2

Experimento 3

Para esta experimento considera-se um canal *fixo aleatório* [7] modelado com um filtro FIR dado por:

$$\mathbf{h} = [p_1\alpha_1, p_2\alpha_2, \dots, p_P\alpha_P] \quad (4-39)$$

onde p_k , $k = 1, 2, \dots, P$ são pesos fixos (perfil de potência), satisfazendo (4-36) e α_k , $k = 1, 2, \dots, P$, são variáveis aleatórias i.i.d., complexas Gaussianas

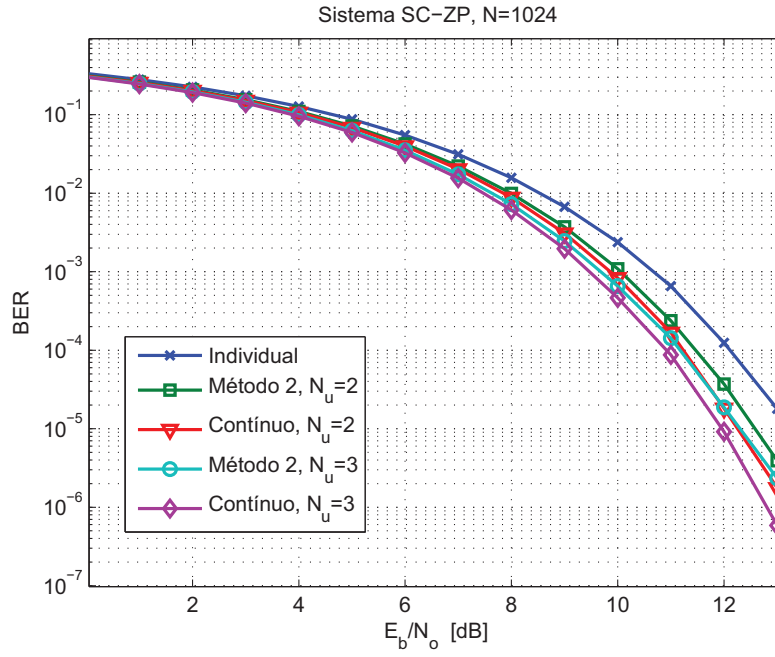


Figura 4.5: Experimento 1: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=1024 com detecção ótima por grupos

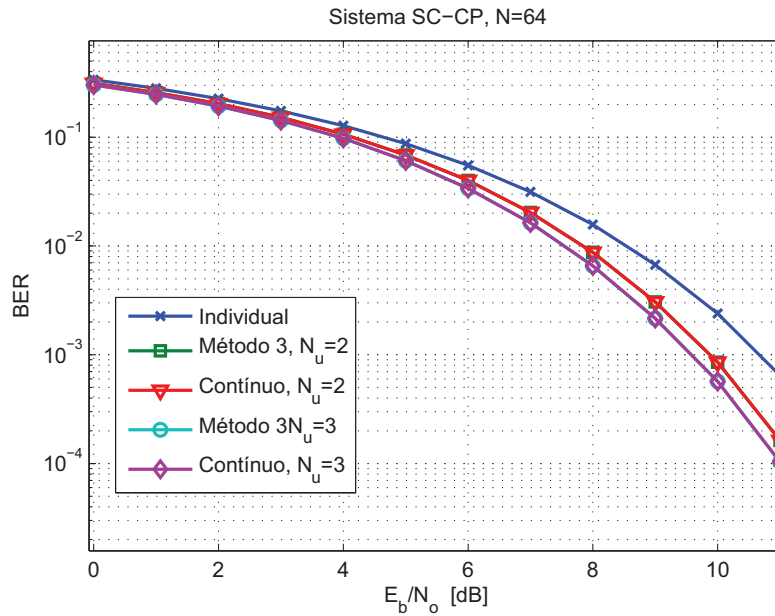


Figura 4.6: Experimento 1: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, N=64 com detecção ótima por grupos

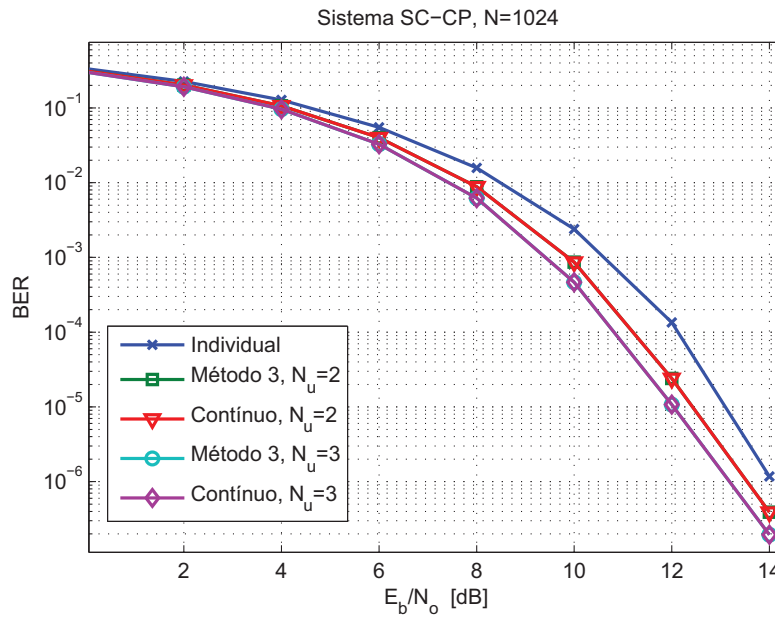


Figura 4.7: Experimento 1: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, N=1024 com detecção ótima por grupos

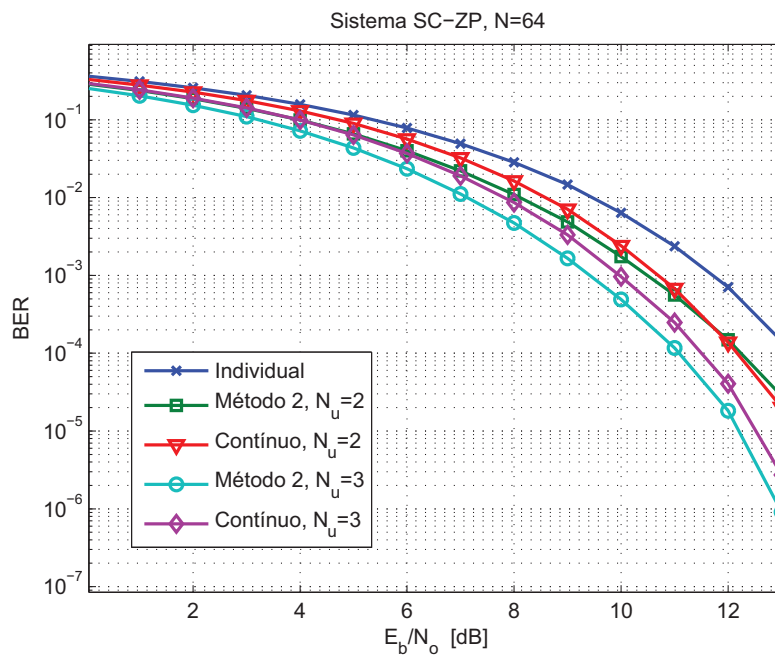


Figura 4.8: Experimento 2: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=64 com detecção ótima por grupos

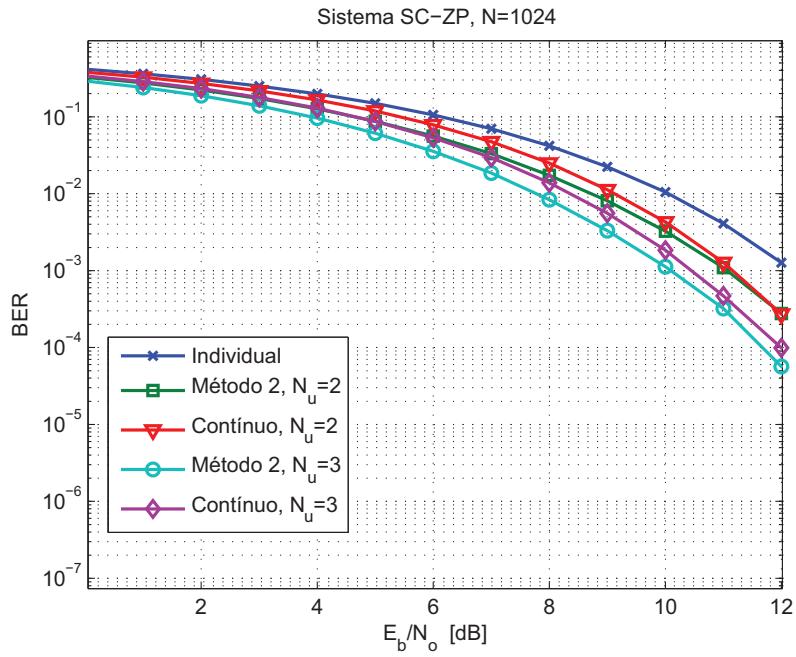


Figura 4.9: Experimento 2: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=1024 com detecção ótima por grupos

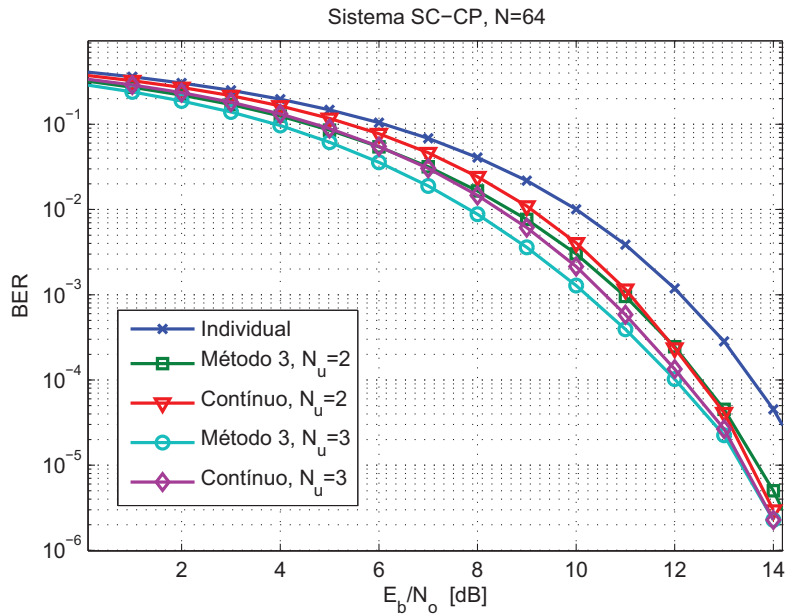


Figura 4.10: Experimento 2: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, N=64 com detecção ótima por grupos

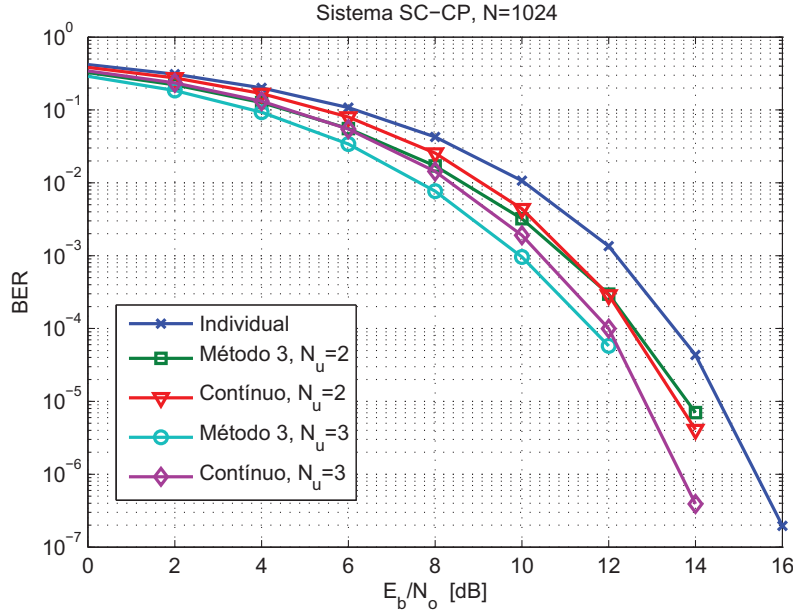


Figura 4.11: Experimento 2: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, $N=1024$ com detecção ótima por grupos

com média nula e $\mathbb{E}[|\alpha_k|^2] = 1$. Para este experimento utilizam-se um canal de tamanho $P = 6$, com pesos p_k iguais aos pesos dados em (4-38).

As figuras 4.12 à 4.15 apresentam as curvas de desempenho resultantes das simulações 1 e 2 da Tabela 4.4 e com os agrupamentos da Tabela 4.5.

Experimento 4

Neste experimento utilizaram-se um canal modelado por um filtro FIR aleatório, com coeficientes dados por $h_k = p_k \alpha_k$ [10],[11], onde α_k , $k = 0, 1, 2$ têm as mesmas características que o experimento 3, p_k , $k = 1, 2, 3$ representam o perfil de potência dadas por 0, -3 e -6 dB, que satisfazem (4-36), e onde em cada rodada a posição do segundo coeficiente é sorteada entre as posições 2 e 4 e o terceiro coeficiente entre as posições 5 e 7, tem-se assim que $P \leq 7$.

As figuras 4.16 à 4.19 apresentam as curvas de desempenho resultantes das simulações descritas nas tabelas 4.4 e 4.5.

4.5.1

Considerações Finais

Os resultados deste capítulo confirmam que o agrupamento de símbolos melhora o desempenho dos sistemas de transmissão em bloco. Verifica-se também que os métodos de agrupamento propostos baseados no critério de máxima correlação apesar de sub-ótimos, apresentam bons resultados. Estes

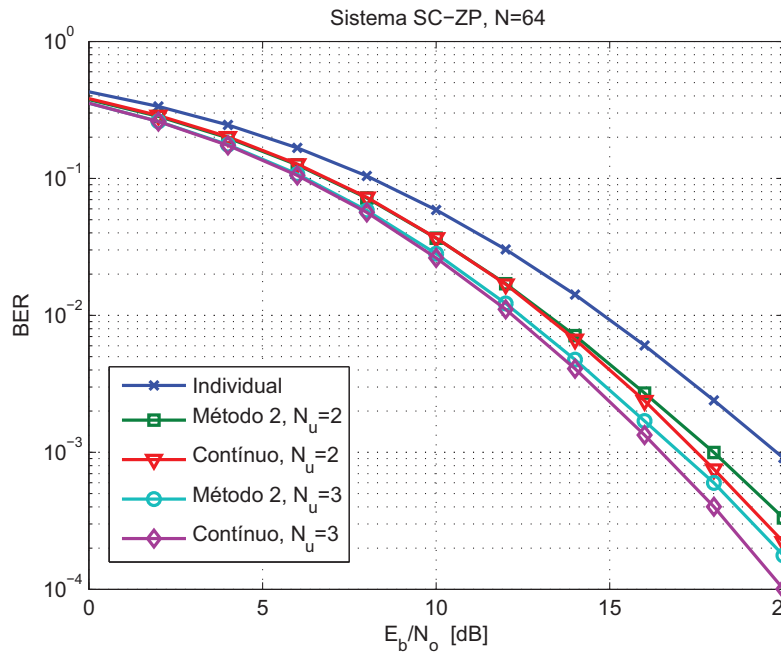


Figura 4.12: Experimento 3: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=64 com detecção ótima por grupos

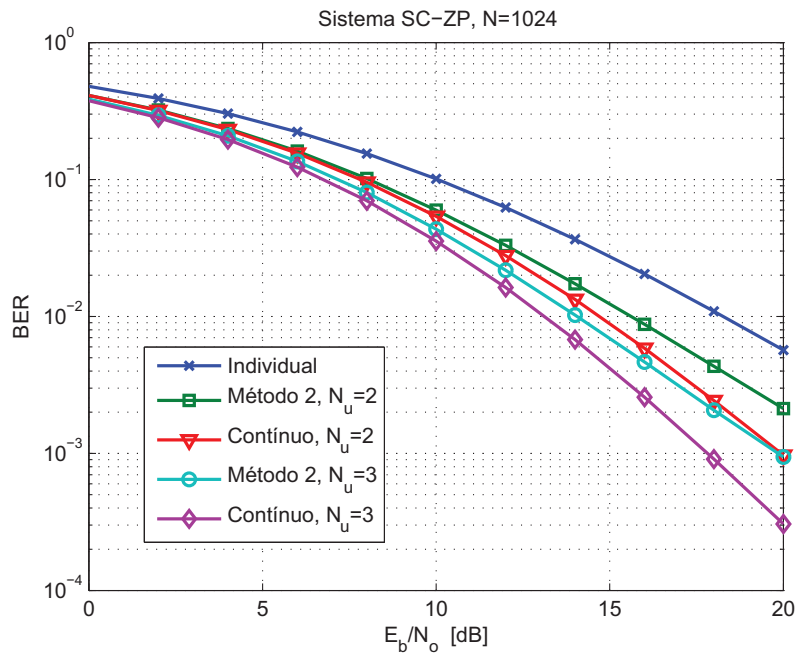


Figura 4.13: Experimento 3: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, N=1024 com detecção ótima por grupos

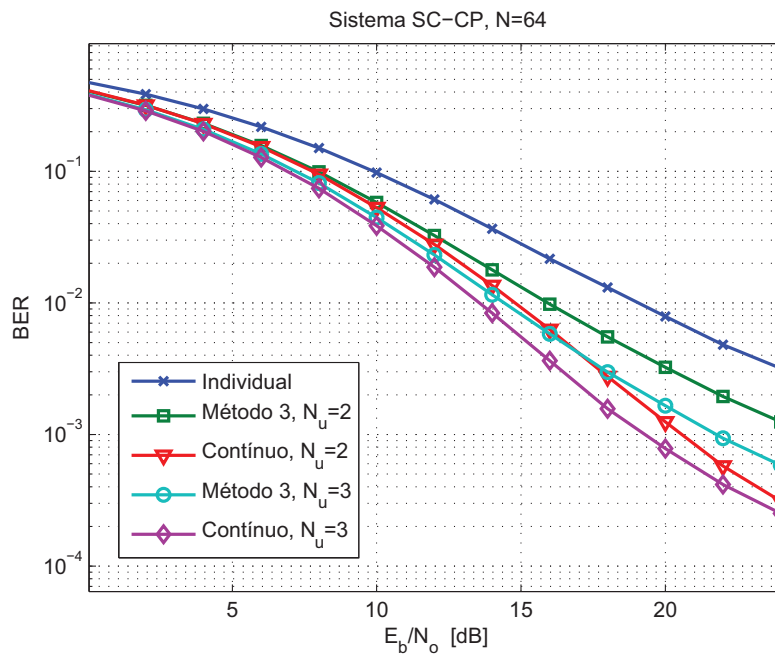


Figura 4.14: Experimento 3: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, $N=64$ com detecção ótima por grupos

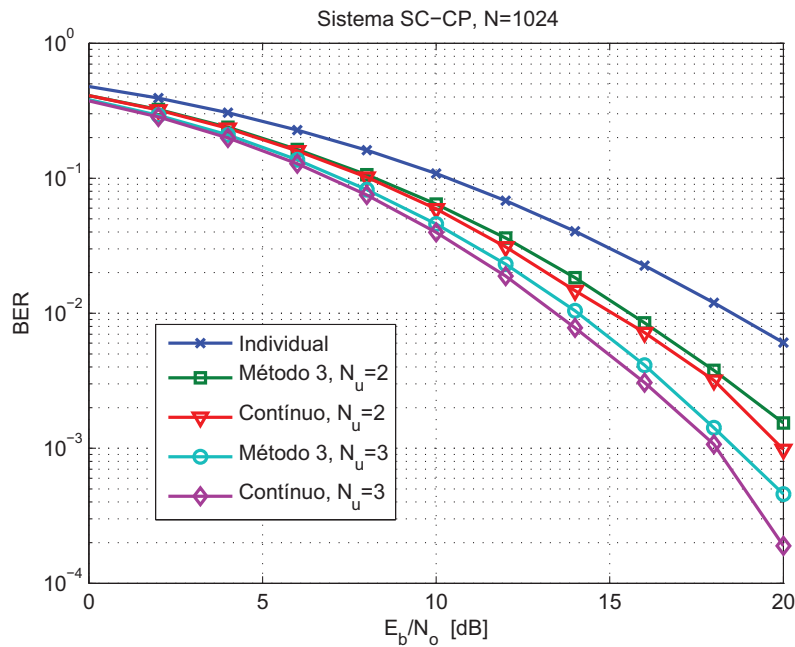


Figura 4.15: Experimento 3: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, $N=1024$ com detecção ótima por grupos

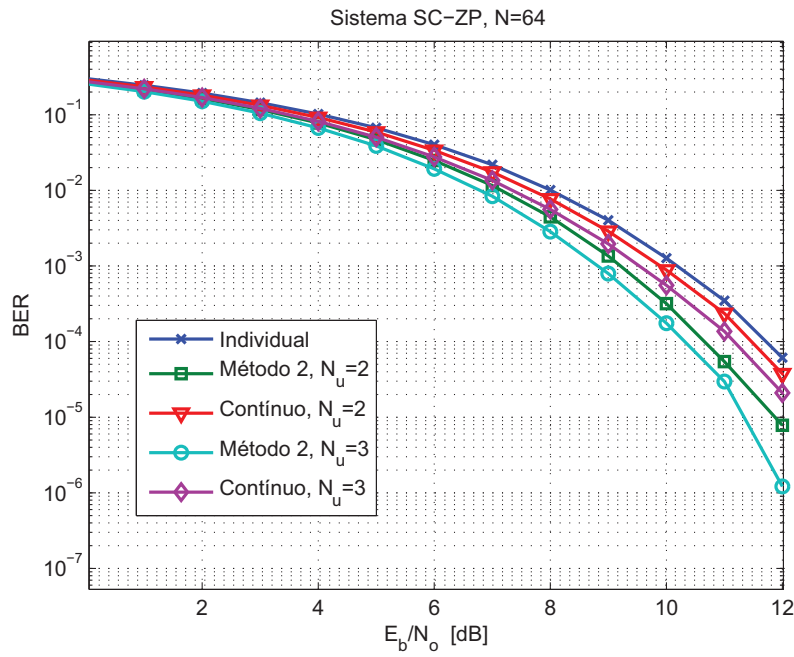


Figura 4.16: Experimento 4: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, $N=64$ com detecção ótima por grupos

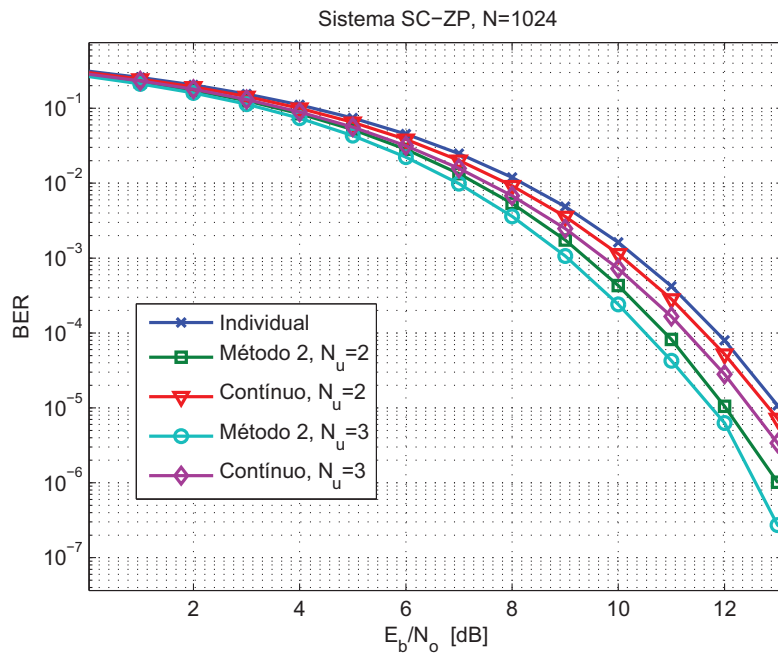


Figura 4.17: Experimento 4: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-ZP, $N=1024$ com detecção ótima por grupos

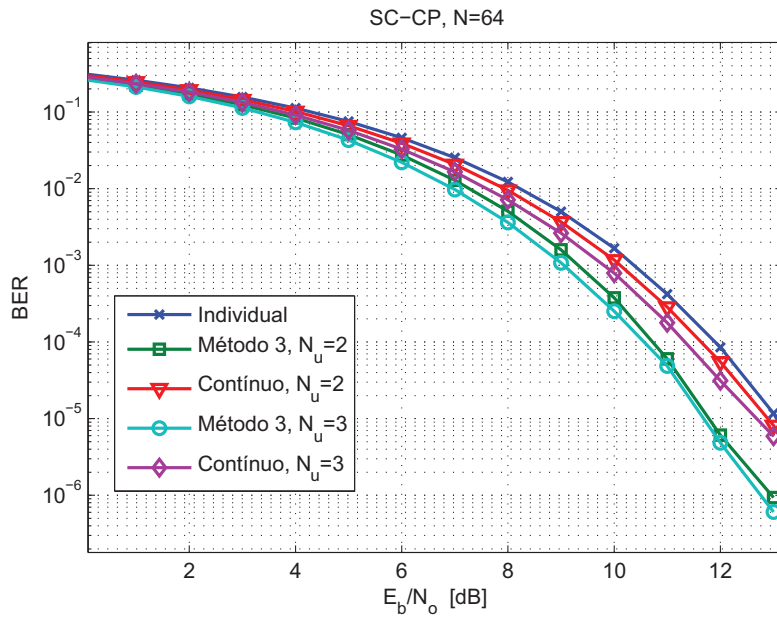


Figura 4.18: Experimento 4: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, N=64 com detecção ótima por grupos

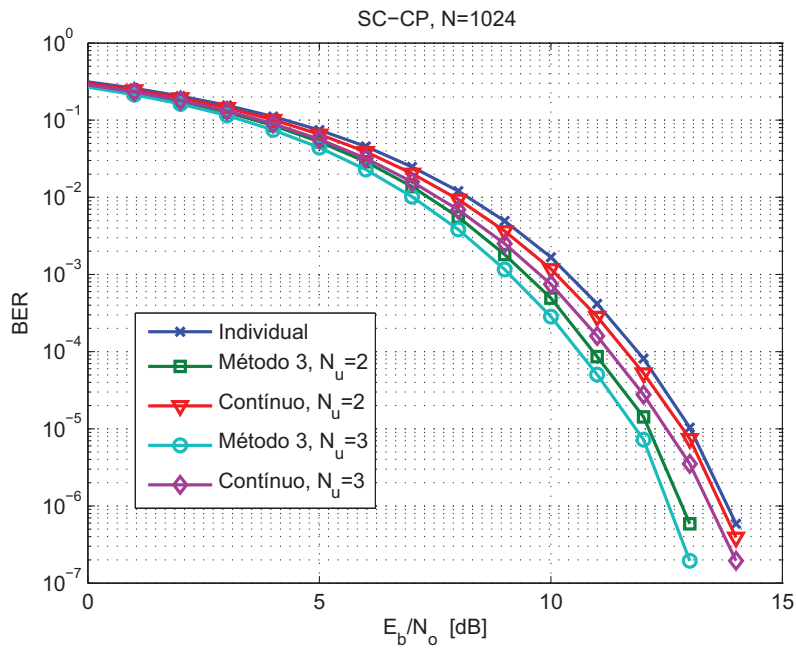


Figura 4.19: Experimento 4: Taxa de erro de bit (BER) versus $\frac{E_b}{N_0}$ (dB) para SC-CP, N=1024 com detecção ótima por grupos

métodos são fáceis de implementar e têm o custo computacional relativamente baixo.

Quando comparados com o receptor individual, os resultados obtidos indicam um ganho de 2 à 5 dB para os receptores com o Agrupamento 2 ($N_u = 3$) e de 1 à 3 dB para o caso de Agrupamento 1 ($N_u = 2$).

Os resultados apresentados neste capítulo supõem que os receptores tem conhecimento perfeito das características dos canais, características estas das quais dependem a matriz covariância do ruído após equalização que é por sua vez utilizada pelos detectores ML dos grupos. O capítulo seguinte considera-se o problema de estimação de canal e os efeitos dos erros de estimação no desempenho dos sistemas considerados.